

## 方腔内电场强化固液相变传热

和琨 郭秀娅 张小盈 汪垒

## Numerical investigation of electrohydrodynamic solid–liquid phase change in square enclosure

He Kun Guo Xiu-Ya Zhang Xiao-Ying Wang Lei

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 70, 149101 (2021) DOI: 10.7498/aps.70.20202127

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.70.20202127>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

#### 直拉硅单晶生长过程中工艺参数对相变界面形态的影响

Effects of process parameters on melt–crystal interface in Czochralski silicon crystal growth

物理学报. 2018, 67(21): 218701 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20180305>

#### 尺寸效应对微通道内固液界面温度边界的影响

Size effect on boundary condition at solid–liquid interface in microchannel

物理学报. 2019, 68(2): 020201 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20181876>

#### 倾斜多孔介质方腔内纳米流体自然对流的格子Boltzmann方法模拟

Numerical simulation of natural convection of nanofluids in an inclined square porous enclosure by lattice Boltzmann method

物理学报. 2020, 69(16): 164401 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20200308>

#### Bi在固液混合相区的冲击参数测量及声速软化特性

Softening of sound velocity and Hugoniot parameter measurement for shocked bismuth in the solid–liquid mixing pressure zone

物理学报. 2018, 67(4): 046401 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20172166>

#### 液氮滴撞击壁面相变行为的数值研究

Numerical study on phase change behavior of liquid nitrogen droplets impinging on solid surface

物理学报. 2019, 68(24): 244401 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20190945>

#### 微重力条件下Cu–Zr共晶合金的液固相变研究

Liquid–solid phase transition of Cu–Zr eutectic alloy under microgravity condition

物理学报. 2017, 66(6): 068101 <https://doi.org/10.7498/aps.66.068101>

## 方腔内电场强化固液相变传热\*

和琨<sup>1)2)</sup> 郭秀娅<sup>3)</sup> 张小盈<sup>4)</sup> 汪垒<sup>1)2)†</sup>

1) (中国地质大学 (武汉) 数学与物理学院, 武汉 430074)

2) (中国地质大学 (武汉) 数学科学中心, 武汉 430074)

3) (武汉纺织大学数学与计算机学院, 武汉 430074)

4) (华中科技大学能源与动力工程学院, 武汉 430074)

(2020 年 12 月 15 日收到; 2021 年 3 月 1 日收到修改稿)

采用格子 Boltzmann 方法对方腔内介电相变材料的熔化过程进行数值模拟与分析, 系统研究了电场力和浮升力耦合作用下固液相变传热过程的流体流动、电荷输运以及传热等基本特征, 重点分析了电瑞利数  $T$ 、斯蒂芬数  $Ste$ 、离子迁移率  $M$  和普朗特数  $Pr$  等多个无量纲参数对固液相变传热过程的影响. 研究表明, 与浮升力驱动下的固液相变情况相比, 外加电场不仅会改变方腔内流体流动结构以及相界面的演化规律, 而且还会提高介电相变材料的熔化效率, 强化固液相变传热过程. 特别地, 上述现象会随着电瑞利数  $T$  的增大愈加明显. 此外, 引入了无量纲参数  $\phi$ , 用以表征电场强化固液相变的实际效果. 结果显示, 随着斯蒂芬数  $Ste$  的增加, 电场强化固液相变的实际效果会有所减弱, 但对于较大的电瑞利数而言, 改变斯蒂芬数  $Ste$  的实际大小并不会对电场强化固液相变的实际效果有太大影响. 最后, 发现电场强化固液相变的实际效果与离子迁移率  $M$  一般具有负相关的关系, 即随着离子迁移率  $M$  的增加, 电场强化固液相变的效果反而下降; 而受电场力和浮升力的协同影响, 普朗特数  $Pr$  对电场强化固液相变效果的影响则依赖于离子迁移率  $M$ .

**关键词:** 固液相变, 电动流体动力学, 格子 Boltzmann 方法**PACS:** 91.60.Hg, 47.65.-d**DOI:** 10.7498/aps.70.20202127

## 1 引言

随着全球人口的急剧增长以及工业社会的高速发展, 以煤、石油、天然气为代表的传统不可再生能源日益枯竭, 可再生能源的发展对于人类社会不断增加的能源需求变得尤为重要. 但是, 大多数可再生能源如太阳能、风能、潮汐能等具有时间依赖性、地域性和间歇性的特征<sup>[1,2]</sup>, 无法提供稳定的能量输出, 阻碍了可再生能源的开发和高效利用, 为了解决这样的问题, 需要利用储能技术将这些能量进行存储和再利用<sup>[3,4]</sup>. 在众多储能技术中, 储热技术面向对象更广、涵盖能量更多、应用成本更

低<sup>[5]</sup>. 该技术将能量储存在材料中, 并在需要时将能量释放, 起到平衡能量供需的作用. 根据储热原理的不同, 可以把储热技术分为潜热储热、显热储热和热化学储热, 其中, 潜热储热是利用相变材料 (phase change material, PCM) 在相态变化过程中所吸收 (释放) 的大量热能进行热能存储, 与另外两种储热技术相比, 潜热储热具有容积储热密度大、温度波动幅度小、控制简单、安全可靠等优点<sup>[6]</sup>, 在新能源利用、航天器的热管理等领域有着广泛的应用<sup>[7]</sup>. 但是, 由于大部分相变材料导热率较低, 相变传热速率较慢, 导致潜热储能设备在实际工作中能量存储和释放的效率受到影响<sup>[8]</sup>. 为了实现能量的高效和快速存储, 需要对相变材料的相

\* 国家自然科学基金 (批准号: 12002320) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: [wangleir1989@126.com](mailto:wangleir1989@126.com)

变过程采取强化传热措施. 目前, 国内外学者提出了大量的相变传热强化技术, 这些强化传热技术主要分为两类: 被动相变传热强化技术和主动相变传热强化技术. 其中, 被动技术已经被广泛和深入地研究, 主要有使用翅片、添加高导热粒子以及填充泡沫金属等技术. Stritih<sup>[9]</sup> 通过实验研究了翅片对相变材料相变传热效率的影响, 结果表明高热导率翅片的存在能够显著提升凝固过程中的传热效率; Lacroix 和 Benmadda<sup>[10]</sup> 数值模拟了矩形腔体中相变材料的熔化过程, 结果表明, 在相变材料中嵌入高热导率翅片比升高高温壁面的温度更能有效缩短相变材料的熔化时间, 提高相变传热效率; Ji 等<sup>[11]</sup> 使用具有一定倾斜角度的翅片增强相变传热, 发现倾斜角为 $-15^\circ$ 的翅片增强相变传热效果更好; Khodadadi 和 Hosseinzadeh<sup>[12]</sup> 的分析说明在 PCM 中加入纳米颗粒后, 纳米颗粒增强的相变材料导热性能得到提高; Feng 等<sup>[13]</sup> 的数值模拟结果表明: 纳米颗粒的加入可以提高相变材料的导热系数, 促进相变材料的熔化过程, 提高相变材料的传热效率; 此外, Xiao 等<sup>[14]</sup> 的实验结果表明, 与纯石蜡相比, 泡沫金属可显著提高复合相变材料的有效导热系数; 张涛和余建祖<sup>[15]</sup> 的计算结果表明, 与翅片相比, 泡沫金属的使用能够显著改善相变储能装置的传热性能及储能效率.

从现有研究中不难发现, 被动相变传热强化技术能够很好地提高相变传热效率, 减少能量存储和释过程的时间, 然而, 也有学者指出, 纳米颗粒、翅片、泡沫金属等的加入在一定程度上限制了相变材料熔化过程中的对流换热<sup>[9,16,17]</sup>, 进而影响相变传热的实际效率, 而且相变材料的填充量也会因其他物质的存在而减少, 致使储热系统的储热能力有所降低<sup>[8]</sup>. 不同于被动相变传热强化技术, 主动相变传热强化技术不影响储热系统的储热能力, 能够最大限度地发挥 PCM 的储热性能. 2002 年, Oh 等<sup>[18]</sup> 探究了超声波震动对石蜡熔化过程的影响, 结果显示由超声波振动引起的多种伴随效应可以在一定程度上加快石蜡的熔化过程. 然而, 需要指出这种基于超声波的主动型强化固液相变技术具有能耗高的缺点<sup>[18,19]</sup>. 随后, Nakhla 等<sup>[20]</sup> 于 2015 年提出了利用高压电场来加速有机相变材料的熔化过程. 由于有机相变材料往往也是介电材料, 电导率一般很低 ( $\sigma \leq 10^{-6}$  S/m), Nakhla 等<sup>[20]</sup> 发现在给定加热热流密度的条件下, 与不施加电场

情况相比,  $-8$  kV 的外加电压使同样质量的石蜡材料完全熔化所需时间缩短了约 40%, 而额外的电功率只增加 2.4%. 由此可见, 这种基于电场的主动型强化相变传热技术具备独特优势, 值得被深入研究.

近年来, 电场强化传热已得到了学术界和工业界的共同关注<sup>[21]</sup>, 不少学者基于不同的研究方法陆续开展了相关研究, 并取得了一系列的重要结论, Atten 等<sup>[22]</sup> 的实验结果表明, 单极注入电荷在电场力驱动下引起的电对流可以显著提高传热效率 (在他们的实验条件下, 传热效率提高了 15 倍左右); Traoré 等<sup>[23]</sup> 使用有限体积的方法分析了几个重要无量纲参数之间的关系, 结果表明当电场力足够大时, 浮升力的大小对于传热效率的提升几乎没有影响; Wu 等<sup>[24]</sup> 的数值模拟结果表明, 电场驱动下的径向流动增强了同心圆环间的换热效率. 上述研究极大地促进了人们对于电场强化传热内在机理的认识和理解, 然而需要指出, 这些现有研究绝大部分都是局限于单相对流系统<sup>[22-24]</sup>, 部分关于电场强化两相对流换热的工作也多是聚焦于带有气液界面的传统两相流体流动问题, 如沸腾换热<sup>[25,26]</sup>、凝结换热<sup>[27,28]</sup> 以及液滴蒸发<sup>[29,30]</sup> 等.

事实上, 到目前为止, 关于电场强化固液相变问题的研究还十分有限, 强化相变背后的复杂机制尚未明确. 2018 年, Nakhla 等<sup>[31]</sup> 实验研究了正十八烷的熔化过程, 结果表明, 在  $-10$  kV 的外加电压下, 热壁面的平均传热效率能够提高 8.6 倍左右; 随后, Luo 等<sup>[32]</sup> 数值研究了电场强化固液相变传热问题, 结果表明该技术能够有效减少相变材料熔化过程所需时间, 研究结论与 Nakhla 等<sup>[20,31]</sup> 的实验研究结论一致; 近期, 卢才磊<sup>[33]</sup> 在 Luo 等<sup>[32]</sup> 工作的基础上又考虑了相变材料在熔化过程中液相区域存在的自然对流影响, 并对比了加热方向和电荷注入方向不同时, 电场强化固液相变传热的效果. Selvakumar 等<sup>[34]</sup> 数值研究了在中等电荷注入强度下, 浮升力和电场力的共同作用对 PCM 熔化过程的影响, 结果表明当 PCM 潜热值较大时, 电场强化固液相变的效果更好, 该结论与 Luo 等<sup>[32]</sup> 的模拟结果一致; 紧接着, Nakhla 和 Cotton<sup>[35]</sup> 实验研究了强自然对流情况下, 电场力对立式潜热储热系统蓄热过程的影响, 结果表明, 电场力能够加速 PCM 由导热主导熔化机制过渡到对流主导熔化机制.

以上研究在一定程度上揭示了电场强化固液相变传热的内在机理, 但是这些研究大多数着眼于水平加热板或水平电极<sup>[20,31,32,34]</sup>, 弱化了浮升力对熔化过程的影响, 仅有的针对垂直加热板的蓄热系统的研究也局限于实验<sup>[35]</sup>. 此外, 由于电场强化固液相变传热问题是一类典型的多物理场耦合的复杂问题, 已有研究所使用的无量纲参数范围较为有限, 部分参数的协同作用机制尚未阐明. 鉴于此, 本文借助 GPU 高性能并行计算手段, 开展侧壁加热侧壁注入电荷的情况下, 方腔内电场强化固液相变问题的数值模拟研究, 重点考察电场力和浮升力以及众多无量纲参数的协同影响, 帮助理解电场力和浮升力的共同作用下 PCM 熔化的内在机制. 接下来, 本文将从问题描述、数值方法、边界处理及程序验证、结果与讨论、结论等五个方面展开.

## 2 问题描述

### 2.1 物理模型及控制方程

如图 1 所示, 固体 PCM 材料填充整个正方形腔体, 腔体的左右壁面分别放置高温 ( $\theta_h$ )、高电势 ( $\phi_1$ ) 和低温 ( $\theta_c$ )、低电势 ( $\phi_0$ ) 的平板电极, 上下壁面绝缘绝热, 自由电荷从左电极板均匀注入. 初始时刻 PCM 固定为熔化温度 ( $\theta_m = \theta_c$ ). 此外, 基于电荷是否可以在固体中进行输运, 介电有机 PCM 一般可以从理论上分为两类<sup>[36]</sup>, 即欧姆固体和非欧姆固体. 对于欧姆固体来说, 电流在固体输运过程中遵循欧姆定律, 而对于非欧姆固体来说, 电荷在固体中的输运机制主要通过迁移和扩散来实现. 本文拟采用文献<sup>[32]</sup>中的假设, 即这里所涉及的介电 PCM 是一类所谓的非欧姆固体. 此外, 方腔内的流体是不可压缩的牛顿流体, 且流体密度随温度的变化遵循标准的 Boussinesq 假设. 另一方面, 为了简化问题, 忽略介电 PCM 在熔化过程中固相和液相物性参数的差异及变化. 如此, 方腔内电场强化固液相变问题可以通过连续方程、动量方程、高斯定律、电场定义方程、电荷守恒方程以及能量方程共同进行描述<sup>[36,37]</sup>:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{u} \mathbf{u} = & -\nabla p + \nabla \cdot \left[ \nu \left( \nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T \right) \right] \\ & + q \mathbf{E} - \mathbf{g} [1 - \beta (\theta - \theta_r)], \end{aligned} \quad (2)$$

$$\nabla \cdot (\varepsilon \nabla \phi) = -q, \quad (3)$$

$$\mathbf{E} = -\nabla \phi, \quad (4)$$

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \nabla \cdot [q(K\mathbf{E} + \mathbf{u})] = \nabla \cdot (D\nabla q), \quad (5)$$

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \nabla \cdot (c_p \theta \mathbf{u}) = \frac{1}{\rho_0} \nabla \cdot (\lambda \nabla \theta), \quad (6)$$

式中, 矢量  $\mathbf{u}$ ,  $\mathbf{g}$ ,  $\mathbf{E}$  分别为流体速度、重力加速度和电场强度; 标量  $q$ ,  $\theta$ ,  $\phi$ ,  $H$  则分别表示电荷密度、温度、电势和总焓;  $p$ ,  $\nu$ ,  $\beta$ ,  $\varepsilon$ ,  $K$ ,  $D$ ,  $c_p$ ,  $\rho_0$ ,  $\lambda$  分别代表修正压力、液体运动学黏性、液体热膨胀系数、介电常数、离子迁移率、电荷扩散系数、定压比热容、密度以及热导率. 需要指出的是, 总焓  $H$  为潜焓与显焓的和, 即

$$H = c_p \theta + f_l L, \quad (7)$$

其中, 液率  $f_l$  为 PCM 熔化过程中, 已经熔化部分占 PCM 总体积的比例,  $L$  为 PCM 的潜热.

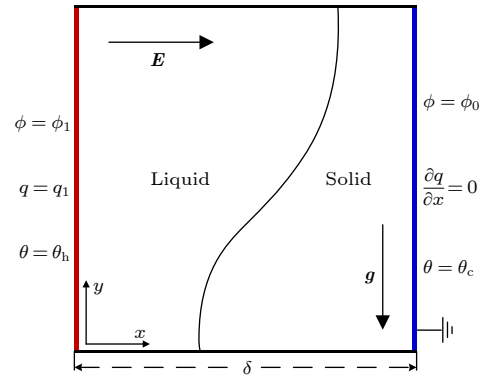


图 1 物理模型示意图

Fig. 1. Schematic diagram of the physical model.

根据文献<sup>[32, 38]</sup>该系统实质上可由以下无量纲参数控制:

$$Ra = \frac{g\beta(\theta_h - \theta_c)\delta^3}{\nu\chi}, \quad T = \frac{\varepsilon(\phi_1 - \phi_0)}{\mu K},$$

$$C = \frac{q_1\delta^2}{\varepsilon(\phi_1 - \phi_0)}, \quad M = \frac{1}{K} \left( \frac{\varepsilon}{\rho} \right)^{1/2},$$

$$\alpha = \frac{D}{K(\phi_1 - \phi_0)},$$

$$Pr = \nu(\rho c_p)/\lambda, \quad Ste = c_p \Delta\theta/L, \quad (8)$$

这里,  $Ra$  和  $T$  分别为热瑞利数和电瑞利数, 用以表示浮升力和库仑力与黏性力的比值;  $C$  是电荷注入强度,  $C$  的值越大, 注入到方腔内的电荷就越多;  $M$  表示无量纲离子迁移率, 其值由离子和流体的物性参数决定;  $\alpha$  为无量纲电荷扩散系数;  $Pr$  表



征流体流动中动量交换与热交换相对比重;  $Ste$  反映 PCM 显热和潜热的比值. 另外, (8) 式中涉及的  $\delta$ ,  $\chi$  以及  $\mu$  分别为参考长度、热扩散系数、动力学黏性.

此外, 为了在数据表征方面更好地解释电场强化固液相变过程的内在机理, 引入  $V_{\max}$ ,  $Fo$  和  $\Phi$  这三个无量纲参数, 它们的具体定义如下:

$$V_{\max} = \max(\sqrt{u^2 + v^2}),$$

$$Fo = \lambda t(\rho c_p)/\delta^2, \quad \Phi = [Fo_b - Fo_c]/Fo_b, \quad (9)$$

其中,  $V_{\max}$  是方腔内的流体最大速度, 主要通过水平方向速度  $u$  和竖直方向速度  $v$  计算而来;  $Fo$  表示介电 PCM 的无量纲熔化时间,  $\Phi$  表示电场强化固液相变的实际效果, 其中  $Fo_b$  为只有浮升力存在时 PCM 熔化结束所需时间,  $Fo_c$  为施加电场后熔化结束所需时间.

系统的边界条件主要由下面几个部分共同构成, 对于流场而言, 流体运动只发生在液体区域, 固相、固液界面以及腔体四周壁面均为无滑移无渗透边界, 即当  $x=0$  或  $\delta$ ,  $y=0$  或  $\delta$ , PCM 为固体时:

$$\mathbf{u} = 0. \quad (10)$$

对于温度场而言, 主要包括温度边界条件和焓边界条件两个部分, 其数学描述如下 [32]:

$$\begin{aligned} x=0: \quad \theta &= \theta_h, \quad H = c_p \theta_h + L, \\ x=\delta: \quad \theta &= \theta_c, \quad H = c_p \theta_c, \\ y=0, \delta: \quad \partial \theta / \partial y &= 0, \quad \partial H / \partial y = 0. \end{aligned} \quad (11)$$

此外, 电势边界条件采用与温度类似的边界条件, 即:

$$\begin{aligned} x=0: \quad \phi &= \phi_1, \\ x=\delta: \quad \phi &= \phi_0, \\ y=0, \delta: \quad \partial \phi / \partial y &= 0. \end{aligned} \quad (12)$$

最后, 电荷密度在左壁面为迪利克雷边界条件, 其他三个壁面为纽曼边界条件:

$$\begin{aligned} x=0: \quad q &= q_1, \\ x=\delta: \quad \partial q / \partial x &= 0, \\ y=0, \delta: \quad \partial q / \partial y &= 0. \end{aligned} \quad (13)$$

### 3 数值方法

在方法选择上采用所谓的介观格子 Boltzmann 方法 (lattice Boltzmann method, LBM), 不同于传统的计算流体力学方法, LBM 在处理多物理场

耦合以及复杂边界方面具有显著的优势 [39], 并且该方法具有的天然并行性也为开展大规模数值模拟提供了可能 [40,41]. 近些年, LB 方法已被广泛应用于诸如多相流 [42-44]、多孔介质流 [45,46] 以及电动流体动力学 [36,38,47-49] 的相关研究中, 并已成为当下较为流行的计算流体力学方法. 在本文中, 为实现方腔内的电场强化固液相变传热模拟, 采用四个演化方程以求解 Navier-Stokes 方程、电势方程、电荷守恒方程以及能量方程.

#### 3.1 流场格子 Boltzmann 模型

为模拟不可压流体流动, 流场采用 Guo 等 [50] 提出的不可压 LB 模型进行求解, 该模型的演化方程可以表示如下:

$$\begin{aligned} f_i(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \Delta t, t + \Delta t) - f_i(\mathbf{x}, t) \\ = -\frac{1}{\tau} \left[ f_i(\mathbf{x}, t) - f_i^{(eq)}(\mathbf{x}, t) \right] + \Delta t F_i, \end{aligned} \quad (14)$$

其中  $\tau$  为无量纲松弛时间, 它与  $\nu$  之间的关系为  $\nu = \rho_0 c_s^2 (\tau - 0.5) \Delta t$ ,  $f_i(\mathbf{x}, t)$  为  $t$  时刻  $\mathbf{x}$  处方向为  $i$  的粒子分布函数, 平衡态分布函数  $f_i^{(eq)}$  由下式给出:

$$f_i^{(eq)}(\mathbf{x}, t) = \eta_i p + \omega_i \left[ \frac{\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u}}{c_s^2} + \frac{\mathbf{u} \mathbf{u} : (\mathbf{c}_i \mathbf{c}_i - c_s^2 \mathbf{I})}{2c_s^4} \right], \quad (15)$$

其中  $\eta_i$  为模型参数, 它满足  $\eta_0 = (\omega_0 - 1)/c_s^2 + \rho_0$ ,  $\eta_i = \omega_i/c_s^2$  ( $i \neq 0$ ),  $\rho_0$  为流体密度,  $\omega_i$  与  $\mathbf{c}_i$  分别为权系数以及离散速度, 值由所选取的 DnQq 模型 ( $n$  维  $q$  速模型) 确定, 针对当前的二维问题, 速度场使用经典的 D2Q9 模型, 对应的  $\omega_i$  和  $\mathbf{c}_i$  定义如下:

$$\omega_i = \begin{cases} 4/9, & i = 0, \\ 1/9, & i = 1-4, \\ 1/36, & i = 5-8, \end{cases} \quad (16)$$

$$\mathbf{c}_i = \begin{cases} (0, 0), & i = 0, \\ c \left( \cos \left[ (i-1) \frac{\pi}{2} \right], \sin \left[ (i-1) \frac{\pi}{2} \right] \right), & i = 1-4, \\ \sqrt{2}c \left( \cos \left[ (2i-1) \frac{\pi}{4} \right], \sin \left[ (2i-1) \frac{\pi}{4} \right] \right), & i = 5-8. \end{cases} \quad (17)$$

此外,  $c_s = c/\sqrt{3}$  为格子声速, 其中  $c$  为离散速度, 可以通过网格步长  $\Delta x$  和时间步长  $\Delta t$  计算得到  $c = \Delta x/\Delta t$ . 另一方面, 源项  $F_i$  采用 Guo 等 [51] 提出的外力格式:

$$F_i(\mathbf{x}, t) = \omega_i \left( 1 - \frac{1}{2\tau_1} \right) \left[ \frac{\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{F}}{c_s^2} + \frac{(\mathbf{F}\mathbf{u} + \mathbf{u}\mathbf{F}) : (\mathbf{c}_i\mathbf{c}_i - c_s^2\mathbf{I})}{2c_s^4} \right], \quad (18)$$

其中  $\mathbf{F} = q\mathbf{E} + g\beta(\theta - \theta_c)$ . 最后, 宏观速度  $\mathbf{u}$  以及压力项  $p$  由以下公式计算得到:

$$\mathbf{u} = \sum_i \mathbf{c}_i f_i + \frac{\Delta t}{2} \mathbf{F}, \quad (19)$$

$$p = \frac{c_s^2}{1 - \omega_0} \left( \sum_{i \neq 0} f_i - \omega_0 \frac{|\mathbf{u}|^2}{2c_s^2} \right). \quad (20)$$

### 3.2 电荷密度的格子 Boltzmann 模型

电荷密度的演化方程主要是借鉴 Luo 等 [48] 于 2016 年提出的模型, 其演化方程由下式给出:

$$h_i(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \Delta t, t + \Delta t) - h_i(\mathbf{x}, t) = -\frac{1}{\tau_q} \left[ h_i(\mathbf{x}, t) - h_i^{(\text{eq})}(\mathbf{x}, t) \right], \quad (21)$$

其中电荷密度的平衡态分布函数为

$$h_i^{(\text{eq})}(\mathbf{x}, t) = q\omega_i \left\{ 1 + \frac{\mathbf{c}_i \cdot (K\mathbf{E} + \mathbf{u})}{c_s^2} + \frac{[\mathbf{c}_i \cdot (K\mathbf{E} + \mathbf{u})]^2 - c_s^2 |K\mathbf{E} + \mathbf{u}|^2}{2c_s^4} \right\}. \quad (22)$$

松弛时间  $\tau_q$  与电荷扩散系数  $D$  的关系如下:

$$D = c_s^2 (\tau_q - 0.5) \Delta t. \quad (23)$$

最后, 电荷密度可通过下面的表达式计算得到:

$$q = \sum_i h_i. \quad (24)$$

电荷密度计算所使用的网格模型与速度场相同, 即 D2Q9.

### 3.3 电势的格子 Boltzmann 模型

从电势控制方程的形式上看, 其本质是一类典型的 Poisson 方程. 为此, 这里采用 Chai 和 Shi [52] 提出的求解 Poisson 方程的 LB 模型, 其演化方程可以表述如下:

$$g_i(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \Delta t, t' + \Delta t) - g_i(\mathbf{x}, t') = -\frac{1}{\tau_\phi} \left[ g_i(\mathbf{x}, t') - g_i^{(\text{eq})}(\mathbf{x}, t') \right] + \Delta t \hat{\omega}_i \xi R, \quad (25)$$

这里  $t'$  为迭代伪时间,  $\xi$  为自定义的扩散系数. 为保持数值稳定, 在接下来的数值模拟过程中, 取  $\xi$

等于 0.5 [48]. 此外, 源项  $R$  为  $R = q/\varepsilon$ . 平衡态分布函数定义如下:

$$g_i^{(\text{eq})} = \begin{cases} (\hat{\omega}_0 - 1) \phi, & i = 0, \\ \hat{\omega}_i \phi, & i = 1 - 4, \end{cases} \quad (26)$$

由于上述平衡态是线性平衡态形式, 为加快运算效率, 这里的离散速度采用 D2Q5 模型 [52], 该模型的权系数取值如下:

$$\hat{\omega}_i = \begin{cases} 0, & i = 0, \\ 1/4, & i = 1 - 4. \end{cases} \quad (27)$$

另一方面, 格子声速  $\hat{c}_s^2 = c^2/2$ , 松弛时间通过关系式  $\xi = \hat{c}_s^2 (\tau_\phi - 0.5) \Delta t$  计算得到. 而电势则通过下式计算得到:

$$\phi = \frac{1}{1 - \hat{\omega}_0} \sum_i g_i. \quad (28)$$

最后, 电场  $\mathbf{E}$  可以借助电势的一阶分布函数计算得到 [38], 即

$$\mathbf{E} = \frac{1}{\tau_\phi \hat{c}_s^2} \sum_i \mathbf{c}_i g_i. \quad (29)$$

### 3.4 基于焓的格子 Boltzmann 模型

能量方程采用 Lu 等 [53] 提出的双松弛时间 LB 模型, 不同于现有的部分固液相变 LB 模型 [37, 53], 该模型能够有效抑制相变模拟过程中固液界面处的非物理扩散现象, 其演化方程为

$$l_i(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \Delta t, t + \Delta t) = l_i^{(\text{eq})}(\mathbf{x}, t) + \left( 1 - \frac{1}{2\tau_s} - \frac{1}{2\tau_a} \right) \left[ l_i(\mathbf{x}, t) - l_i^{(\text{eq})}(\mathbf{x}, t) \right] - \left( \frac{1}{2\tau_s} - \frac{1}{2\tau_a} \right) \left[ l_i^{(\text{eq})}(\mathbf{x}, t) - l_i^{(\text{eq})}(\mathbf{x}, t) \right], \quad (30)$$

其中  $\tau_s$  和  $\tau_a$  分别为对称松弛时间和反对称松弛时间,  $l_i(\mathbf{x}, t)$  和  $l_i^{(\text{eq})}(\mathbf{x}, t)$  分别是  $l_i(\mathbf{x}, t)$  和  $l_i^{(\text{eq})}(\mathbf{x}, t)$  相反方向的分布函数和平衡态分布函数.  $l_i^{(\text{eq})}(\mathbf{x}, t)$  由下式给出:

$$l_i^{(\text{eq})} = \begin{cases} H - c_p \theta + \omega_i c_p \theta \left( 1 - \frac{|\mathbf{u}|^2}{2c_s^2} \right), & i = 0, \\ \omega_i c_p \theta \left[ 1 + \frac{\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u}}{c_s^2} + \frac{(\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u})^2}{2c_s^4} - \frac{|\mathbf{u}|^2}{2c_s^2} \right], & i \neq 0, \end{cases} \quad (31)$$

$\tau_a$  与  $\lambda$  的关系为

$$\frac{\lambda}{\rho_0 c_p} = c_s^2 (\tau_a - 0.5) \Delta t, \quad (32)$$

而  $\tau_s$  可通过以下等式得到:

$$1/\tau_s + 1/\tau_a = 2. \quad (33)$$

焓的计算方式为

$$H = \sum_i l_i. \quad (34)$$

最后,  $f_l$  以及  $\theta$  可由焓计算得到:

$$f_l = \begin{cases} 0, & H \leq H_s, \\ \frac{H - H_s}{H_l - H_s}, & H_s < H < H_l, \\ 1, & H \geq H_l, \end{cases} \quad (35)$$

$$\theta = \begin{cases} H/c_p, & H \leq H_s, \\ \frac{H_l - H}{H_l - H_s} \theta_s + \frac{H - H_s}{H_l - H_s} \theta_l, & H_s < H < H_l, \\ \theta_l + \frac{H - H_l}{c_p}, & H \geq H_l, \end{cases} \quad (36)$$

其中  $H_s = c_p \theta_s$  和  $H_l = c_p \theta_s + L$  分别代表固相线和液相线总焓,  $\theta_s$  和  $\theta_l$  分别为固相线温度和液相线温度, 本文中考虑单区域熔化问题, 即  $\theta_s = \theta_l = \theta_m$ . 网格模型与速度场及电荷密度相同.

## 4 程序验证

在给出 LB 模型的验证结果前, 先说明本文所使用的边界处理格式. 首先, 对流场而言, 为统一处理固液两相的演化进程, 在计算过程中采用 Huang 和 Wu<sup>[54]</sup> 提出的体积格子 Boltzmann 格式. 此外, 模拟过程中所涉及的所有物理场的边界均采用 Guo 等<sup>[55]</sup> 提出的非平衡态外推方法进行处理.

为验证模型的准确性和合理性, 分别对两个问题, 即方腔内固液相变问题 (浮升力驱动)<sup>[56]</sup> 和电静力学问题<sup>[48]</sup> 进行了数值模拟. 此外, 为提高程序的运行效率, 本文所有数值模拟都是基于 CUDA 架构进行实现, 与传统的 CPU 串程序相比, 我们注意到加速比在 150 倍以上<sup>[41]</sup>. 另一方面, 单位长度的网格分辨率为 320, 该分辨率可以保证模拟结果的网格无关性. 图 2 给出的是方腔中自然对流熔化过程中液率以及努塞尔数随傅里叶数的变化; 图 3 给出的是  $C = 10$  时系统稳定后电荷密度以及

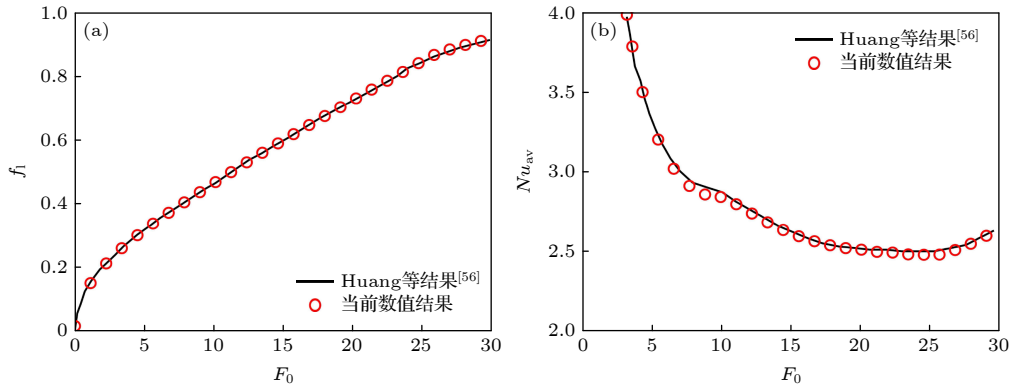


图 2 液体体积分数  $f_l$  和热壁面平均努塞尔数  $Nu_{av}$  与 Huang 等<sup>[56]</sup> 的结果对比

Fig. 2. A comparison of the present average Nusselt number and liquid fraction with previous study<sup>[56]</sup>.

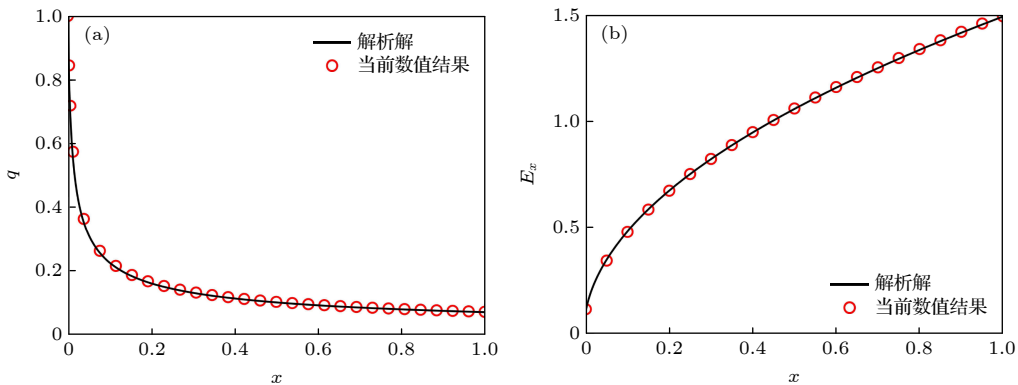


图 3 电荷密度  $q$  和水平方向电场强度  $E_x$  与解析解<sup>[48]</sup> 对比

Fig. 3. A comparison of the charge density and horizontal electric field with analytical solutions<sup>[48]</sup>.

电场沿方腔中心水平线上的分布. 从上述对比验证结果可以看出, 当前的数值结果与文献中提供的基准解 [56] 和解析解 [48] 符合较好 (注: 此处解析解在不考虑电荷扩散机制下获得, 具体请参考文献 [38]).

## 5 结果与讨论

### 5.1 纯电场力作用下的固液相变问题探究

为了更好地理解电场的存在对方腔中 PCM 熔化的影响, 首先模拟了只有电场力 ( $T = 600$ ) 存在时介电 PCM 的熔化过程. 此外, 作为对比, 也同样模拟了只有浮升力 ( $Ra = 10000$ ) 存在时的熔化过程. 图 4 为 PCM 熔化过程中液体体积分数 ( $f_l$ ) 以及液相流体流动最大速度 ( $V_{\max}$ ) 随无量纲时间 ( $Fo$ ) 的变化曲线. 如图 4(a) 所示, 虽然在熔化初期 ( $Fo \leq 1.1$ ) 和熔化中期 ( $1.1 < Fo \leq 2.8$ ), 电场驱动下 PCM 的熔化速率没有浮升力驱动下 PCM 的熔化速率快, 但是在熔化后期 ( $Fo > 2.8$ ), 浮升力驱动下 PCM 的熔化速率逐渐减慢, 而电场力驱动下的 PCM 始终以较快的速率进行熔化, 熔化结束所消耗的总时间为 4.62, 与浮升力驱动下 PCM 熔化结束所需时间 6.15 相比, 减少了大约 24%, 可以看到, 电场力的存在对 PCM 熔化特别是在熔化后期有一定的加速效果.

图 5 上栏给出电场力驱动下 PCM 熔化到  $Fo = 0.63, 1.90, 2.90, 4.16$  四个时刻的电荷密度和流场分布图, 同样时刻浮升力驱动下的温度场以及流场的分布作为对比如下栏所示. 其中, 有流场的一侧为已熔化 PCM, 右侧为未熔化部分, 二者

交界处的曲线段为固液界面. 从图 5 可以看出, 熔化刚开始时, 电场力驱动下 PCM 液相区域对流尚未形成, 因此图 4(b) 中对应的流场最大速度基本为 0. 此时导热熔化占优, 而浮升力驱动时, 虽然在  $Fo = 0.63$  时, PCM 的熔化主要也由导热传热贡献, 熔化速率同只有电场力存在时保持一致, 但是前者液相区流动涡结构已经形成, 并且不断发展. 从图 4(b) 可以看到, 流场最大速度不断增大, 对流传热逐渐增强, 结果是在浮升力的作用下, 高温壁面附近的热流体沿着高温壁面向上流动, 在上壁面的限制下, 液体携带大量的热量流向固液界面, 加速上半部分 PCM 的熔化.  $Fo = 1.90$  时, 如图 5(b) 所示, PCM 上半区已熔化部分比下半区多. 而此时对于只有电场力存在的情况, 随着液相区域不断扩大, 电场力逐渐克服流体黏性, 在液相区域形成沿着中心水平线对称的一对反螺旋一级漩涡, 同时由于受到上下壁面的限制, 两个角涡在固液界面的上下端附近形成, 流动强度迅速增大 (如图 4(b) 所示).  $Fo = 2.90$  时, 可以很明显地看到, PCM 的上半部分与下半部分熔化较快, 而中间部分熔化较慢, 这是由于电场作用下流场形成的反螺旋涡结构使得热壁面附近的热流分为两股, 分别沿着上下壁面流向固液界面的上下两端, 加速了这两部分 PCM 的熔化. 值得注意的是, 在液体区域中心出现一个“电荷空白区域”, 这是对称电极下电对流的主要特征, 可以简单解释为撞击固液界面后冷却的流体沿着固液界面在中心汇聚后, 又沿水平中心线流向热壁面, 此时在中心区域电荷的迁移速度小于流体流动的速度, 由热电极板注入的电荷无法沿中

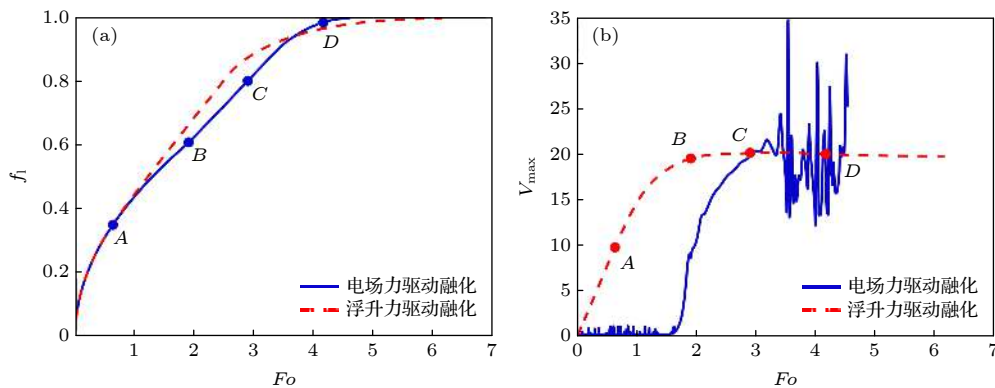


图 4 PCM 熔化过程中 (a) 液体体积分数  $f_l$  和 (b) 液相最大速度  $V_{\max}$  随时间的变化趋势. 图中点 A, B, C 和 D 分别对应时刻  $Fo = 0.63, 1.90, 2.90$  和  $4.16$

Fig. 4. Time evolutions of (a) the liquid fraction and (b) the maximum fluid velocity. Points A, B, C and D correspond to the dimensionless time  $Fo = 0.36, 1.90, 2.90$  and  $4.16$ , respectively.



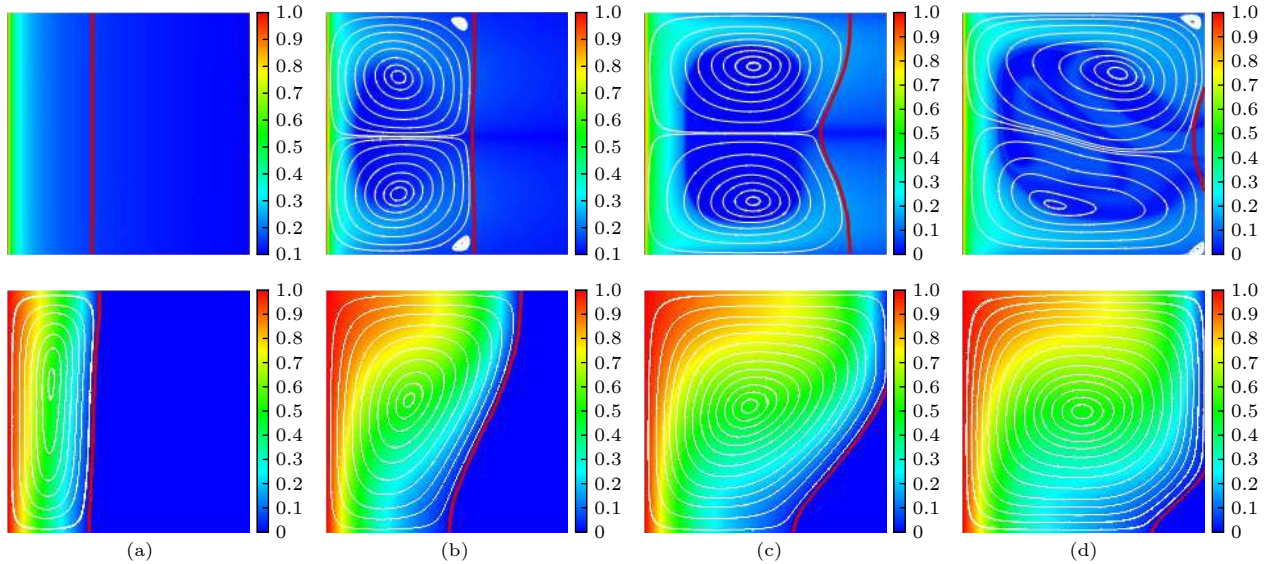


图 5 电场力驱动下 PCM 熔化到不同时刻电荷密度、流场以及相界面分布 (上) 和浮升力驱动下 PCM 熔化到不同时刻温度、流场以及相界面分布 (下) (a)  $Fo = 0.63$ ; (b)  $Fo = 1.90$ ; (c)  $Fo = 2.90$ ; (d)  $Fo = 4.16$

Fig. 5. Distributions of charge density (temperature), fluid field and liquid-solid interface of PCM at four representative time of (a)  $Fo = 0.63$ , (b)  $Fo = 1.90$ , (c)  $Fo = 2.90$  and (d)  $Fo = 4.16$  in presence of electric field force (top) and buoyancy force (bottom).

心水平线到达冷壁面,从而形成了电荷空白区域.此时对于浮升力驱动的情况,PCM 的上半部分已经熔化完毕,流场最大速度不再增加,这就意味着对流传热对熔化的贡献逐渐减少,热传导成为热量传递的主要方式,但是 PCM 的热导率较低,同时随着液相体积的扩大,热阻也不断增大,最终导致熔化速率不断减慢,由图 4(a) 可以看到,在最后阶段,PCM 熔化速率趋于 0.而对于电场力驱动的情况,PCM 的上下部分熔化完毕以后,熔化速率虽然有一定程度的放缓,但是由于电对流强烈的非线性不稳定性 (图 4(b) 中最大速度呈现不规则波动),液相区域漩涡的数量以及形状不断地发生变化,使得冷热流体得到充分混合,提高了热壁面的换热效率,因此 PCM 未熔化部分也可以及时熔化完毕.

## 5.2 电场力与浮升力共同作用下的固液相变问题探究

通过 5.1 节的分析可以知道,电场的存在对 PCM 熔化有一定的加速效果,值得注意的是,只有电场力驱动下 PCM 的中间部分最后熔化完,而只有浮升力驱动时 PCM 的下半部分最后熔化完 (如图 5(d) 所示).本节探究当两种驱动力共同存在时,电瑞利数  $T$  对方腔内 PCM 熔化速率的影响,模拟中  $Ra$ ,  $M$ ,  $Pr$ ,  $Ste$  分别固定为 10000, 10, 1.0, 0.1. 不同电瑞利数  $T$  下,PCM 的液体体积分

数  $f_l$  随时间  $Fo$  的变化如图 6 所示.可以看出,  $T$  较小时 ( $T \leq 800$ ),外加电场的存在对 PCM 的熔化速率影响不大,特别地,当  $T$  取 400 时,PCM 的熔化时间反而延长;当  $T$  较大时 ( $T \geq 800$ ),随着  $T$  的增大,PCM 熔化速率不断增大,总的熔化时间不断减小.

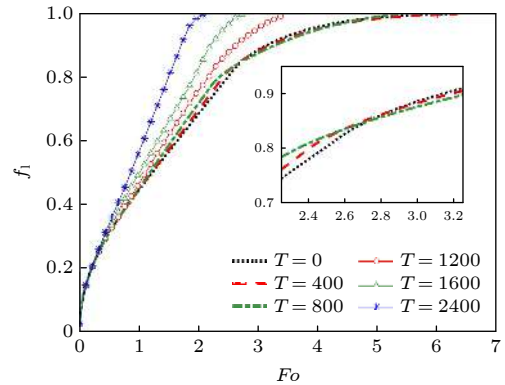


图 6 不同电瑞利数  $T$  下液体体积分数  $f_l$  随时间的变化曲线

Fig. 6. Time evolutions of the liquid fraction  $f_l$  for different electric Rayleigh numbers  $T$ .

图 7 为电瑞利数  $T$  分别取 0, 400, 800, 1600, 2400, PCM 熔化到同一时刻 ( $Fo = 1.9$ ) 时,电荷密度、温度以及流场的分布图.从图中可以看到,当  $T = 400$  时,库仑力较弱,浮升力起着主导性作用,液体区域只有一个沿着顺时针旋转的一级漩

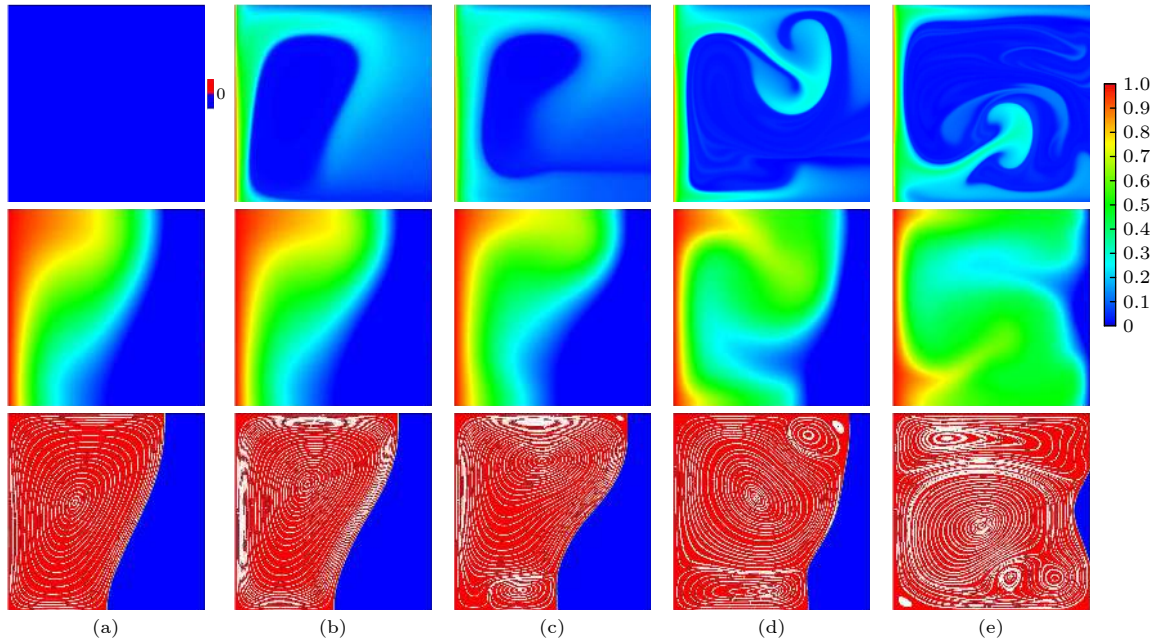


图 7 不同电瑞利数下  $Fo = 1.9$  时电荷密度 (上)、温度 (中) 以及流场 (下) 分布: (a)  $T = 0$ ; (b)  $T = 400$ ; (c)  $T = 800$ ; (d)  $T = 1600$ ; (e)  $T = 2400$

Fig. 7. Distribution of the charge density (top), temperature (middle) and streamlines (bottom) at  $Fo = 1.9$  under different electrical Rayleigh numbers: (a)  $T = 0$ ; (b)  $T = 400$ ; (c)  $T = 800$ ; (d)  $T = 1600$ ; (e)  $T = 2400$ .

涡, 与只存在浮升力时相似. 电荷从热电极板注入后, 大量的电荷受到热流的影响, 传输至上壁面附近, 相应地, 电场力的存在增大了此处的对流速度, 使得更多的热量被传输至固液界面, 加速 PCM 上半部分的熔化. 对于 PCM 下半部分, 根据 5.1 节的讨论, 电场力的存在会使一股热流沿着下壁面朝固液界面流去, 而浮升力的存在又使得冷流体下沉后沿着下壁面流向热电极板, 两股流体流动方向相反, 但是由于浮升力强于库仑力, 所以流动方向与只存在浮升力时保持一致, 此时电场力的存在对下半区域的对流起阻碍的作用. PCM 熔化到  $Fo = 1.9$  时刻,  $T$  取 0 和 400 时, 直线  $x = 1/(4\delta)$  上速度水平分量  $u$  的分布如图 8(a) 所示, 而  $T$  取 0, 400, 800 以及 1600 时 PCM 固液界面的位置如图 8(b) 所示. 从图 8(a) 可以看到, 施加电场以后, 靠近上壁面流体的速度水平分量较大, 这是电场力驱动下引起电对流的结果, 而在靠近下壁面的区域, 流体因受到电场力的阻碍作用流速较小, 该结果与以上分析一致. 所以相应地, 从图 8(b) 可以看到, 电场的存在加速了 PCM 上半区域的熔化速率, 而对下半区而言, 熔化速率有所减慢, 但是因为熔化由导热主导, 减慢并不明显. 这也很好地解释了为什么  $T$  较小时施加电场反而使得后期的熔化速

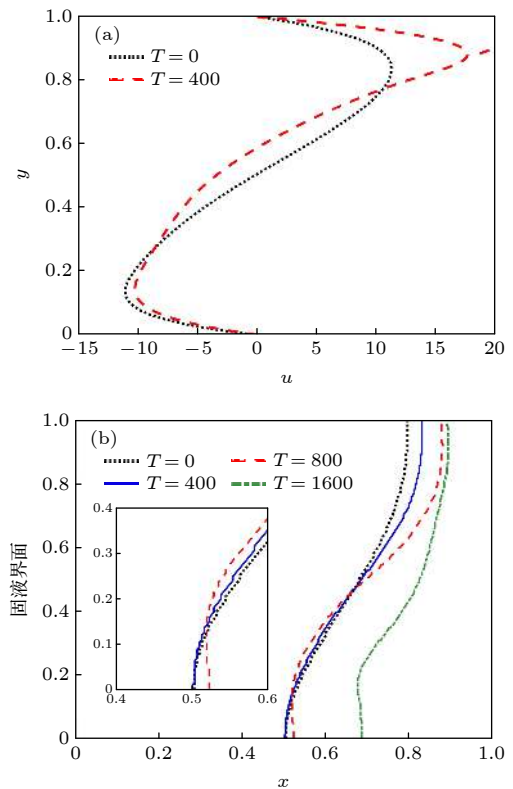


图 8  $Fo = 1.9$  时 (a) 直线  $x = 1/(4\delta)$  上速度水平分量  $u$  的分布; (b) 固液界面位置

Fig. 8. (a) Distributions of the horizontal velocity along line of  $x = 1/(4\delta)$  and (b) the liquid-solid interface at  $Fo = 1.9$ .

率减慢. 当  $T$  增大到 800 时, 如图 7(c) 所示, 在 PCM 液相下半区域形成一个小漩涡, 根据 5.1 节的分析, 这是电场力影响的结果, 而小漩涡的形成以及不断发展, 导致下半区冷热流体充分混合, 从图 8(b) 可以看到, 此时 PCM 上半区和下半区的熔化速率都得到提高, 固液界面移动较快, 熔化完毕所需时间有所减少 (见图 6). 电场力继续增大, 从图 7(d) 可以明显地看到, 当  $T$  达到 1600 时, PCM 液相区域有多个涡形成, 需要指出的是, 下半区所形成的漩涡大小仅次于中心一级漩涡, 对流传热使得下半区固液界面移动速率得到提高 (见图 8(b)). 最后, PCM 在  $T = 2400$  时, 除了中间少部分区域以外, 其余大部分已经熔化完毕, 流动结构变得极其混乱, 此时库仑力起绝对主导作用, 热电极板的热量在强烈电对流的作用下被快速输送至固液界面, 加速了 PCM 熔化过程, 总的来看, 熔化结束花费的时间  $Fo = 2.1$ , 与未加电场 ( $Fo = 6.2$ ) 相比, 大约缩短 66.1%, 电场的存在起到了加速熔化的作用.

除上述电瑞利数影响外, 接下来研究斯蒂芬数  $0.05 \leq Ste \leq 1.0$ 、离子迁移率  $3 \leq M \leq 40$  以及普朗特数  $1 \leq Pr \leq 20$  对电场强化固液相变的影响, 模拟过程中热瑞利数  $Ra$  固定为 10000.

### 5.2.1 斯蒂芬数 $Ste$ 对电场强化相变传热过程的影响

图 9(a) 为不同电瑞利数下斯蒂芬数  $Ste$  对电场加速熔化效果的影响, 图 9(b) 为  $T = 1000$  时,  $Ste = 0.05$  和  $Ste = 1.0$  的 PCM 熔化过程中, 液相最大速度随液率  $f_l$  变化趋势. 可以看到, 对于给定的  $T$ , 随着  $Ste$  的增大, 加速百分比  $\phi$  呈现下降趋势, 这表示, PCM 的潜热值越大, 电场对熔化的加速效果越好. 此外, 还可以得到当电瑞利数  $T$  较大时,  $Ste$  的影响逐渐减弱的结论. 实际上, 潜热值越小表示 PCM 发生固液相变所需热量越少, 熔化速率越快, 熔化完毕所需时间越短, 这样电场驱动引起的电对流发生作用时间便减少.

图 10 和图 11 分别为  $T$  取 1000 和 3200 时, 不同的斯蒂芬数  $Ste = 0.05$ ,  $Ste = 1.0$  下 PCM 熔化过程中液体体积分数  $f_l$  分别为 0.3, 0.5, 0.9 时电荷密度、温度以及流场分布图. 可以看到, 当  $T = 1000$  时,  $Ste = 0.05$  的 PCM 在熔化到  $f_l = 0.5$  时 (图 10(a2)), 液相中心已经形成明显的电荷空白区

并且热流体在下半部分形成的反向漩涡作用下, 撞向固液界面, 加速下板附近 PCM 的熔化, 固液界面发生明显扭曲, 而  $Ste = 1.0$  的 PCM 熔化到  $f_l = 0.5$  时 (图 10(b2)), 电对流并未充分发展. 此外, 从图 9(b) 可以明显地看到,  $Ste = 0.05$  时, PCM 熔化到  $f_l = 0.45$  时, 流场涡结构充分发展, 且由于强烈的不稳定性最大速度开始发生不规则波动, 这有利于冷热流体的充分混合, 而对于  $Ste = 1.0$  的情况, 流场涡结构发展相对滞后, 在熔化到  $f_l = 0.7$  以后, 涡结构才基本发展充分, 电场强化相变传热作用时间相对缩减, 导致最终加速效果受到影响. 与  $T = 1000$  时不同, 当  $T = 3200$  时 (图 11), 较强的电场力能够使电对流在熔化早期便充分发展, 使得 PCM 在熔化初期的导热主导传热机制快速过渡到对流传热占优阶段, 如图 11(a1) 和图 11(b1) 所示,  $Ste = 0.05$  以及  $Ste = 1.0$  的 PCM 在熔化到  $f_l = 0.3$  时, 固液界面均已经发生了不同程度的扭曲, PCM 在电场力的主导下以较高的速率进行熔化,  $Ste$  的影响不明显.

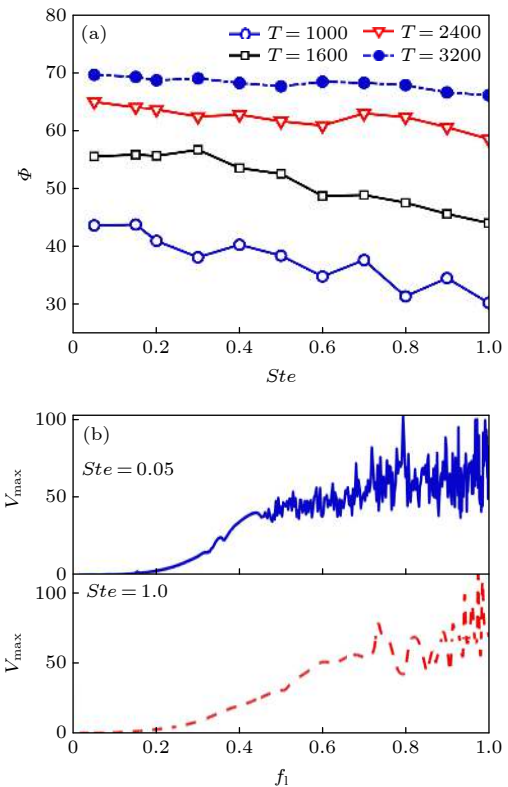


图 9 (a) 斯蒂芬数  $Ste$  对电场加速熔化效果的影响; (b) 液相最大速度  $V_{max}$  随液体体积分数  $f_l$  的变化趋势

Fig. 9. (a) The effect of Stefan number  $Ste$  on the melting time saving; (b) evolutions of the maximum fluid velocity  $V_{max}$  versus the liquid fraction  $f_l$ .



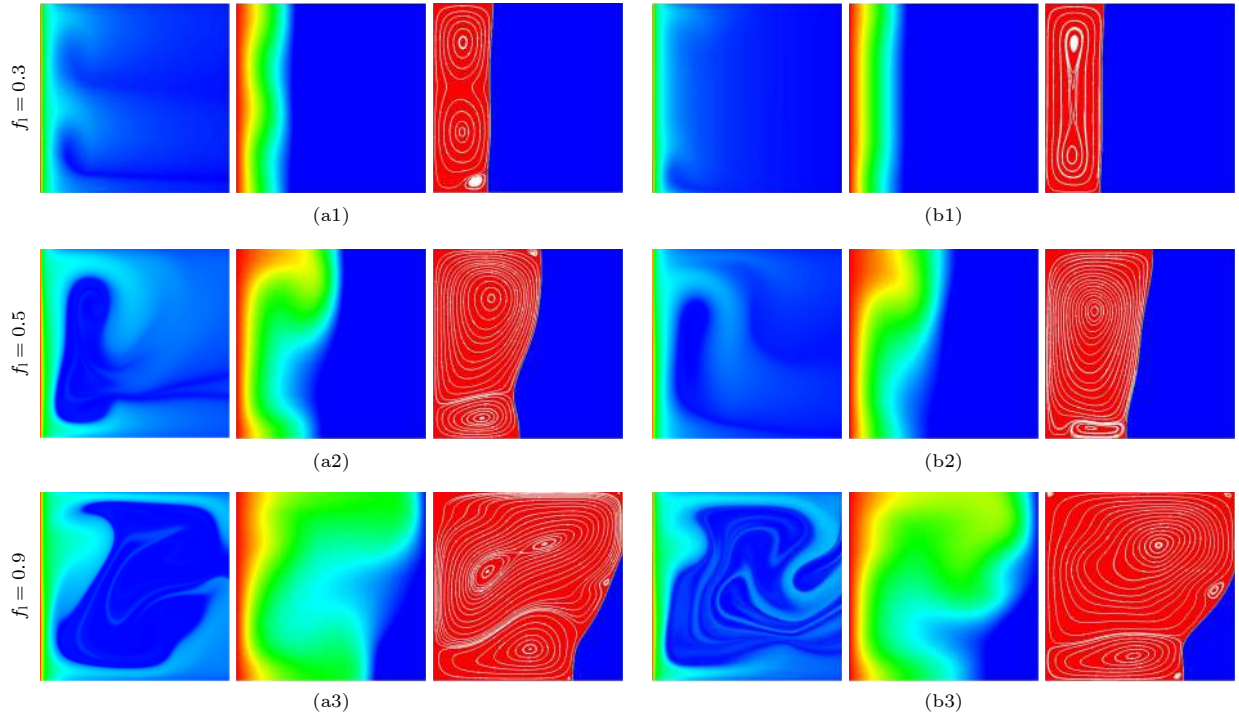


图 10  $T = 1000$  时, 不同的斯蒂芬数下, PCM 融化到  $f_1 = 0.3$ ,  $f_1 = 0.5$ ,  $f_1 = 0.9$  时电荷密度、温度以及流场分布 (a)  $Ste = 0.05$ ; (b)  $Ste = 0.1$

Fig. 10. With  $T = 1000$ , distributions of charge density, temperature field and streamlines of PCM melting at  $f_1 = 0.3$ ,  $f_1 = 0.5$ ,  $f_1 = 0.9$  for different Stefan number: (a)  $Ste = 0.05$ ; (b)  $Ste = 0.1$ .

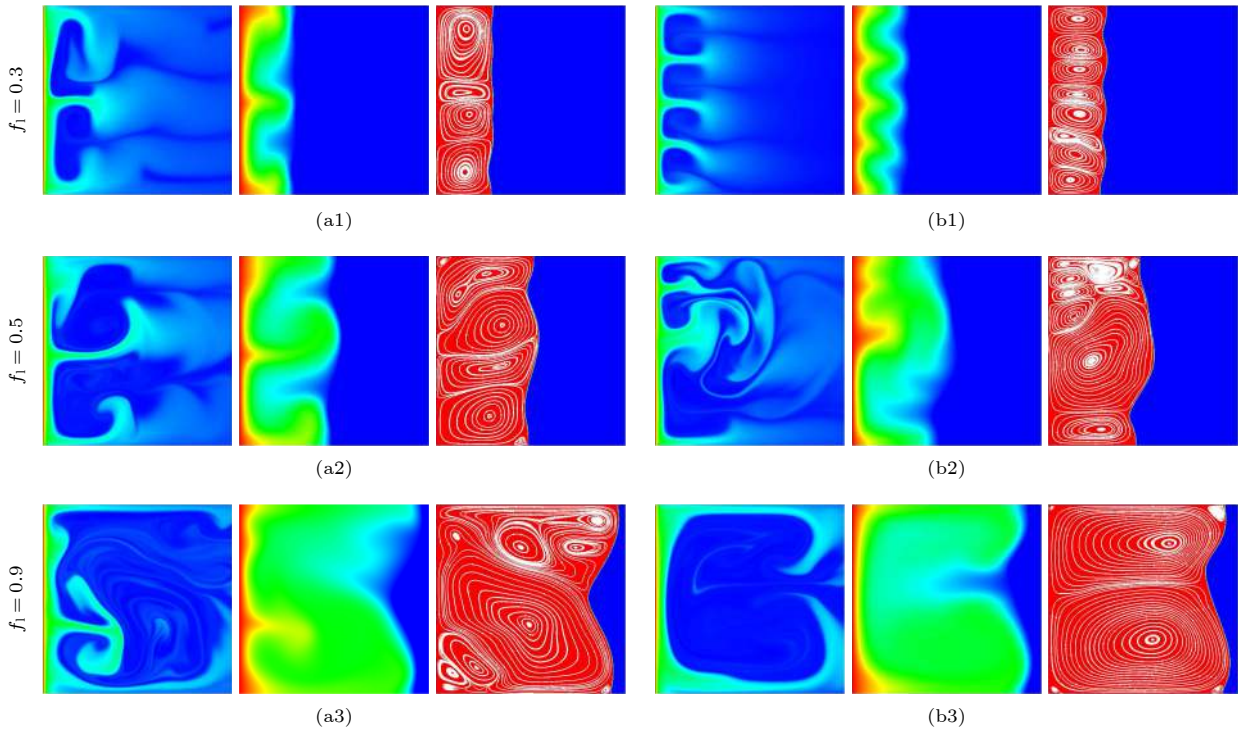


图 11  $T = 3200$  时, 不同的斯蒂芬数下, PCM 融化到  $f_1 = 0.3$ ,  $f_1 = 0.5$ ,  $f_1 = 0.9$  时电荷密度、温度以及流场分布 (a)  $Ste = 0.05$ ; (b)  $Ste = 0.1$

Fig. 11. With  $T = 3200$ , distributions of charge density, temperature field and streamlines of PCM melting at  $f_1 = 0.3$ ,  $f_1 = 0.5$ ,  $f_1 = 0.9$  for different Stefan number: (a)  $Ste = 0.05$ ; (b)  $Ste = 0.1$ .



### 5.2.2 离子迁移率 $M$ 与普朗特数 $Pr$ 对电场强化相变传热过程的影响

电场对 PCM 熔化的加速效果与无量纲迁移率  $M$  以及普朗特数  $Pr$  的关系如图 12 所示,  $T$  固定为 1000, 虚线表示没有外加电场的情况. 可以看到, 对于给定的  $Pr$ , 随着  $M$  的增大, 加速百分比  $\phi$  呈下降趋势, 这表示电场力对  $M$  较小的 PCM 的相变传热强化效果较好. 特别地, 对于  $Pr = 1.0$  的情况, 当  $M \leq 10$  时, 随着  $M$  的增大, 电场对 PCM 熔化的加速效果急剧下降, 而当  $M \geq 10$  以后, 电场对 PCM 熔化过程的影响逐渐减弱甚至消失 ( $M = 40$ ). 为了解释此现象, 以黏性速度  $u_v = v/\delta$  作为特征速度将动量守恒方程写成无量纲形式:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{u}\mathbf{u} = -\nabla p + \nabla \cdot \left[ v \left( \nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T \right) \right] + \left( \frac{T}{M} \right)^2 qCE + \frac{Ra}{Pr} \theta \mathbf{e}. \quad (37)$$

可以看到, 外力项包含库仑力驱动项和浮升力驱动项, 随着  $M$  的增大, 库仑驱动力项逐渐减小, 驱动力的减小使得液相流动速度减小, 对流传热受到影

响, 熔化速率便逐渐放缓. 另外,  $T$  可以看成是  $10^3$  量级, 当  $M \leq 10$  时, 库仑力在流场外力中占优,  $M$  的改变直接关系整个流场外力的大小, 在这种情况下,  $M$  的增大使得对流换热效率急剧下降. 而当  $M \geq 10$  时, 虽然  $M$  的增大仍然会导致库仑力项逐渐减弱, 但是由于库仑力项的量级发生改变, 浮升力的影响逐渐显现, 总的流场外力减小并不明显. 当  $M$  足够大时, 电场力对流场外力的贡献可以

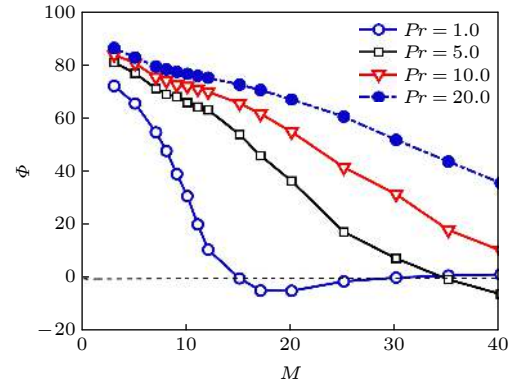


图 12 无量纲离子迁移率  $M$  与普朗特数  $Pr$  对电场强化相变传热效果的影响

Fig. 12. The effect of  $M$  and  $Pr$  on the melting time saving.

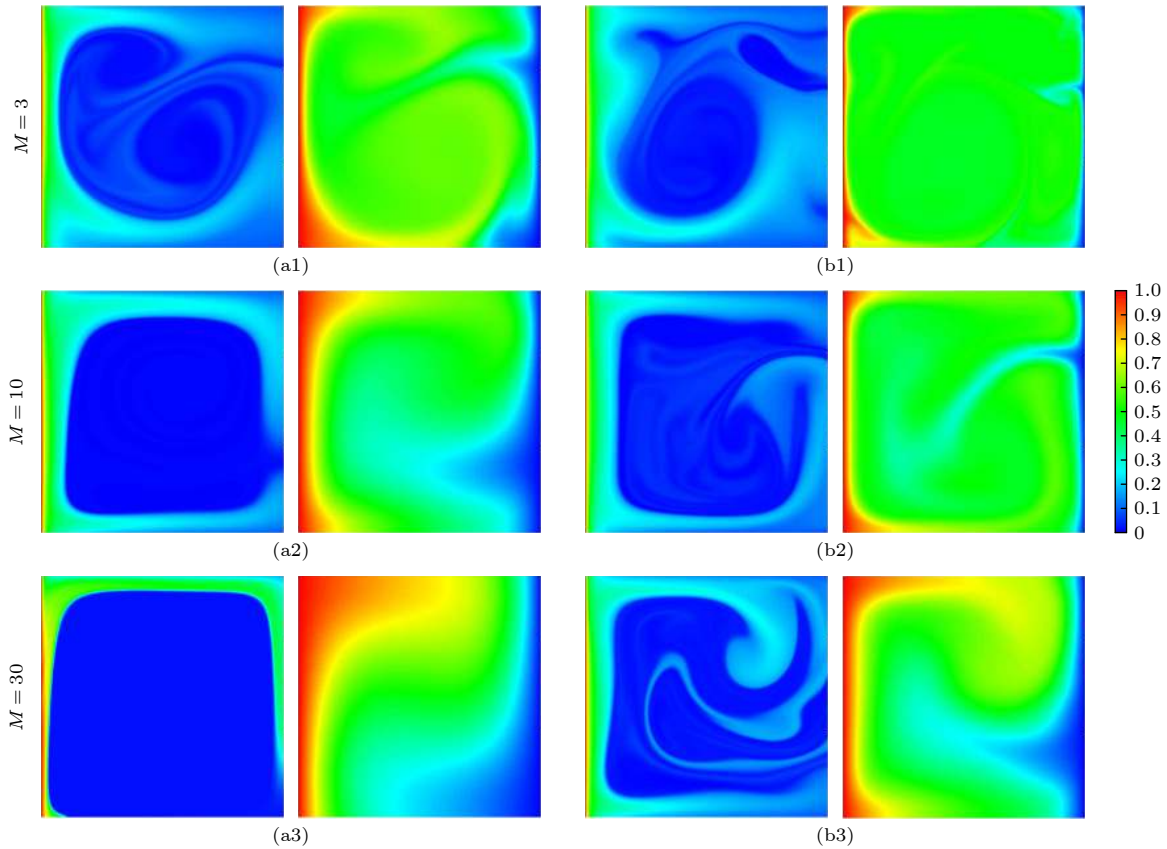


图 13  $M$  取不同值, PCM 完全熔化时电荷密度和温度分布图 (a)  $Pr = 1$ ; (b)  $Pr = 20$

Fig. 13. Distributions of charge density and temperature field when PCM is completely melted for (a)  $Pr = 1$  and (b)  $Pr = 20$ .

忽略, 电场的存在对 PCM 的熔化也就没有实质性影响. 实际上, 无量纲离子迁移率表征静电方程组与 Navier-Stokes 方程的耦合紧密程度<sup>[38]</sup>,  $M$  越大, 耦合越不紧密.  $Pr = 1.0$  时,  $M$  取不同的值 (3, 10, 30) 时, 熔化结束后, 电荷密度以及温度的分布图如图 13(a) 所示, 可以清楚地看到, 随着  $M$  的增大, 虽然越来越多的电荷通过迁移机制进入腔体, 但是由于电荷密度、电场等与流场的逐渐解耦, 浮升力的影响逐渐显现, 温度由被动传输量变为主动传输量,  $M=30$  时, 温度分布呈现只有浮升力影响下的自然对流特征, 电场力对熔化的贡献几乎为零.

$Pr$  对电场强化相变传热的影响与  $M$  相反, 从图 12 可以看出,  $M$  一定时, 增大  $Pr$ , 电场加速熔化百分比增大, 这表示电场力对  $Pr$  较大的 PCM 的相变强化效果较好. 实际上, 由 (37) 式可得, 随着  $Pr$  的增大, 外力项中的浮升力项逐渐减小, 库仑力的作用继而逐渐凸显, 加速了 PCM 的熔化.  $Pr = 20$  时,  $M$  取 3, 10, 30 时, PCM 熔化结束后, 电荷密度和温度场分布如图 13(b) 所示, 可以明显地看到, 系统中库仑力均起主要驱动作用, 温度始终被动传输, 实际上, 与  $M$  不同,  $Pr$  的增大使得静电方程组与 Navier-Stokes 方程的耦合越来越紧密, 库仑力重新起到主要强化相变传热的作用.

## 6 结 论

本文使用格子 Boltzmann 方法对方腔内纯电相变材料的熔化过程进行了数值模拟, 研究了电场力和浮升力共同作用下相变材料熔化过程中的基本特征, 探讨了电场强化相变传热的作用机理, 重点分析了几个重要无量纲参数, 包括电瑞利数  $T$ 、斯蒂芬数  $Ste$ 、离子迁移率  $M$  和普朗特数  $Pr$  等对相变材料熔化过程中传热效率的影响.

1) 当  $Ra$  固定时, 较大的  $T$  能够起到较好的强化相变传热的作用, 这主要是由于电场的存在引起的电对流增强了液相区域流体流动的强度, 电对流的强非线性稳定性也使得冷热流体充分混合, 对流换热得到增强, 从而加速了熔化进程.

2) 对于给定的  $T$ ,  $Ste$  越小, 电场强化相变传热效果越好, 这是由于当相变材料的潜热值较大时, 电场引起的电对流能够在熔化过程中的较早时期充分发展并作用较长的时间, 电对流发展成熟后增强了对流传热效率, 熔化时间便更少. 需要指出

的是,  $Ste$  的影响会随着  $T$  的增大而减弱, 这是电场力的增大导致电对流在熔化早期便发展成熟的结果.

3) 当  $Pr$  固定时,  $M$  越大, 电场对相变传热过程的影响越小, 这是由于  $M$  的增大导致流场外力项中的库仑力项减弱, 流体流动强度受到影响, 对流换热效率降低, 熔化时间便更长.

4) 当  $M$  固定时,  $Pr$  越大, 电场对相变传热过程的影响越明显, 实际上,  $Pr$  的增大减小了浮升力在外力项中的比重, 库仑力的大小虽然没有发生改变, 但是库仑力的作用逐渐显现, 结果是强化相变传热效果越来越好.

通过上述总结归纳发现, 基于电动流体动力学的电场强化相变传热技术可以有效提高有机介电相变材料的相变传热效率, 缩短蓄热时间, 并且对于潜热值较大、热导率较小、离子迁移率较小的有机相变材料更是明显.

感谢华中科技大学数学与统计学院施保昌教授以及柴振华教授在论文完成过程中的讨论和帮助.

## 参考文献

- [1] Luo X, Wang J H, Dooner M, Clarke J 2015 *Appl. Energy* **137** 511
- [2] Chen H S, Cong T N, Yang W, Tan C Q, Li Y L, Ding Y L 2009 *Prog. Nat. Sci.* **19** 291
- [3] Huo Y T 2018 *Ph. D. Dissertation* (Xuzhou: China University of Mining and Technology) (in Chinese) [霍宇涛 2018 博士学位论文 (徐州: 中国矿业大学)]
- [4] Ren Q L, Meng F L, Guo P H 2018 *Int. J. Heat Mass Transfer* **121** 1214
- [5] Zhao Y 2018 *Ph. D. Dissertation* (Shanghai: Shanghai Jiao Tong University) (in Chinese) [赵耀 2018 博士学位论文 (上海: 上海交通大学)]
- [6] Sharma A, Tyagi V V, Chen C R, Buddhi D 2009 *Renewable Sustainable Energy Rev.* **13** 318
- [7] Agyenim F, Hewitt N, Eames P, Smyth M 2010 *Renewable Sustainable Energy Rev.* **14** 615
- [8] Ren Q L 2019 *Energy Convers. Manage.* **180** 784
- [9] Stritih U 2004 *Int. J. Heat Mass Transfer* **47** 2841
- [10] Lacroix M, Benmadda M 1997 *Numer. Heat Transfer, Part A* **31** 71
- [11] Ji C Z, Qin Z, Low Z H, Dubey S, Choo F H, Duan F 2018 *Appl. Therm. Eng.* **129** 269
- [12] Khodadadi J M, Hosseinzadeh S F 2007 *Int. Commun. Heat Mass Transfer* **34** 534
- [13] Feng Y C, Li H X, Li L X, Bu L, Wang T 2015 *Int. J. Heat Mass Transfer* **81** 415
- [14] Xiao X, Zhang P, Li M 2014 *Int. J. Therm. Sci.* **81** 94
- [15] Zhang T, Yu J Z 2007 *J. Refrigeration* **6** 13 (in Chinese) [张涛, 余建祖 2007 制冷学报 **6** 13]
- [16] Fan L W, Zhu Z Q, Zeng Y, Ding Q, Liu M J 2016 *Int. J.*

*Heat Mass Transfer* **95** 1057

- [17] Fan L W, Zhu Z Q, Liu M J, Xu C L, Zeng Y, Lu H, Tao Y Z 2016 *J. Heat Transfer-Trans. ASME* **138** 122402
- [18] Oh Y K, Park S H, Cha K O 2001 *KSME Int. J.* **15** 1882
- [19] Oh Y K, Park S H, Cho Y I 2002 *Int. J. Heat Mass Transfer* **45** 4631
- [20] Nakhla D, Sadek H, Cotton J S 2015 *Int. J. Heat Mass Transfer* **81** 695
- [21] Rashidi S, Bafekr H, Masoodi R, Languri M E 2017 *J. Electrostat.* **8** 1
- [22] Atten P, Mc Cluskey F, Pérez A 1988 *IEEE Transactions on Electrical Insulation* **23** 659
- [23] Traoré P, Pérez A T, Koulova D, Romat H 2010 *J. Fluid Mech.* **658** 279
- [24] Wu J, Traoré P, Zhang M, Pérez A T, Vázquez P A 2016 *Int. J. Heat Mass Transfer* **92** 139
- [25] Chen F, Peng Y, Song Y Z, Chen M 2007 *J. Eng. Therm.* **4** 679 (in Chinese) [陈凤, 彭耀, 宋耀祖, 陈民 2007 工程热物理学报 **4** 679]
- [26] Gao M, Cheng P, Quan X 2013 *Int. J. Heat Mass Transfer* **67** 984
- [27] Sadek H, Ching C Y, Cotton J 2010 *Int. J. Heat Mass Transfer* **53** 3721
- [28] Chen C T, Yang J X, Zhang Y, Li J 2004 *J. Eng. Therm.* **2** 284 (in Chinese) [陈春天, 杨嘉祥, 张颖, 李静 2004 工程热物理学报 **2** 284]
- [29] Li D, Wang T, Chen L, Xie Y B, Liu C T 2020 *J. Eng. Therm.* **41** 2752 (in Chinese) [李典, 王太, 陈烁, 谢英柏, 刘春涛 2020 工程热物理学报 **41** 2752]
- [30] Wei W, Zhang Y W, Gu Z L 2013 *Chin. Sci. Bull.* **58** 197 (in Chinese) [危卫, 张云伟, 顾兆林 2013 科学通报 **58** 197]
- [31] Nakhla D, Thompson E, Lacroix B, Cotton J S 2018 *J. Electrostat.* **92** 31
- [32] Luo K, Pérez A T, Wu J, Yi H L, Tan H P 2019 *Phys. Rev. E* **100** 013306
- [33] Lu C L 2020 *M. D. Thesis* (Haerbin: Harbin Institute of Technology) (in Chinese) [卢才磊 2020 硕士学位论文 (哈尔滨: 哈尔滨工业大学)]
- [34] Selvakumar R D, Liu Q, Luo K, Traoré P, Wu J 2021 *Int. J. Multiphase Flow* **136** 103550
- [35] Nakhla D, Cotton J S 2021 *Int. J. Heat Mass Transfer* **167** 120828
- [36] Luo K, Wu J, Pérez A T, Yi H L, Tan H P 2019 *Phys. Rev. Fluids* **4** 083702
- [37] Huang R Z, Wu H Y 2015 *J. Comput. Phys.* **294** 346
- [38] Luo K 2017 *Ph. D. Dissertation* (Haerbin: Harbin Institute of Technology) (in Chinese) [罗康 2017 博士学位论文 (哈尔滨: 哈尔滨工业大学)]
- [39] Chen S, Doolen G D 1998 *Annu. Rev. Fluid Mech.* **30** 329
- [40] Wang L, Zhao Y, Yang X G, Shi B C, Chai Z H 2019 *Appl. Math. Model.* **71** 31
- [41] Huang C S, Zhang W H, Hou Z M, Chen J H, Li M J, He N Z, Shi B C 2011 *Chin. Sci. Bull.* **56** 2434 (in Chinese) [黄昌盛, 张文欢, 侯志敏, 陈俊辉, 李明晶, 何南忠, 施保昌 2011 科学通报 **56** 2434]
- [42] Li Y, Su T, Liang H, Xu J R 2018 *Acta Phys. Sin.* **67** 224701 (in Chinese) [李洋, 苏婷, 梁宏, 徐江荣 2018 物理学报 **67** 224701]
- [43] Liang H 2015 *Ph. D. Dissertation* (Wuhan: Huazhong University of Science and Technology) (in Chinese) [梁宏 2015 博士学位论文 (武汉: 华中科技大学)]
- [44] Li Q, Yu Y, Tang S 2020 *Chin. Sci. Bull.* **65** 1677 (in Chinese) [李庆, 余悦, 唐诗 2020 科学通报 **65** 1677]
- [45] Zhu L H, Guo Z L 2015 *Chin. J. Comput. Phys.* **32** 20 (in Chinese) [朱炼华, 郭照立 2015 计算物理 **32** 20]
- [46] Liu G J, Guo Z L, Shi B C 2016 *Acta Phys. Sin.* **65** 014702 (in Chinese) [刘高洁, 郭照立, 施保昌 2016 物理学报 **65** 014702]
- [47] Wu J, Zhang M Q, Tian F B 2018 *Chin. J. Theor. Appl. Mech.* **50** 1458 (in Chinese) [吴健, 张蒙齐, 田方宝 2018 力学学报 **50** 1458]
- [48] Luo K, Wu J, Yi H L, Tan H P 2016 *Phys. Rev. E* **93** 023309
- [49] Wang L, Wei Z C, Li T F, Chai Z H, Shi B C 2021 *Appl. Math. Model.* **95** 361
- [50] Guo Z L, Shi B C, Wang N C 2000 *J. Comput. Phys.* **165** 288
- [51] Guo Z L, Zheng C G, Shi B C 2002 *Phys. Rev. E* **65** 046308
- [52] Chai Z H, Shi B C 2008 *Appl. Math. Model.* **32** 2050
- [53] Lu J H, Lei H Y, Dai C S 2019 *Int. J. Therm. Sci.* **135** 17
- [54] Huang R Z, Wu H Y 2016 *J. Comput. Phys.* **315** 65
- [55] Guo Z L, Zheng C G, Shi B C 2002 *Phys. Fluids* **14** 2007
- [56] Huang R Z, Wu H Y, Cheng P 2013 *Int. J. Heat Mass Transfer* **59** 295

# Numerical investigation of electrohydrodynamic solid-liquid phase change in square enclosure\*

He Kun<sup>1)2)</sup> Guo Xiu-Ya<sup>3)</sup> Zhang Xiao-Ying<sup>4)</sup> Wang Lei<sup>1)2)†</sup>

1) (*School of Mathematics and Physics, China University of Geosciences, Wuhan 430074, China*)

2) (*Centre for Mathematical Sciences, China University of Geosciences, Wuhan 430074, China*)

3) (*School of Mathematics and Computer Science, Wuhan Textile University, Wuhan 430074, China*)

4) (*School of Energy and Power Engineering, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China*)

( Received 15 December 2020; revised manuscript received 1 March 2021 )

## Abstract

Melting of the dielectric phase change material inside a closed square enclosure is numerically investigated. The fully coupled equations including Navier-Stokes equations, Poisson's equation, charge conservation equation and the energy equation are solved using the lattice Boltzmann method (LBM). Strong charge injection from a high temperature vertical electrode is considered and the basic characteristics of fluid flow, charge transport and heat transfer in solid-liquid phase change process under the coupling of Coulomb force and buoyancy force are systematically studied. Emphasis is put on analysing the influence of multiple non-dimensional parameters, including electric Rayleigh number  $T$ , Stefan number  $Ste$ , mobility number  $M$ , and Prandtl number  $Pr$  on electrohydrodynamic (EHD) solid-liquid phase change. The numerical results show that comparing with the melting process driven by buoyancy force, the applied electric field will not only change the flow structure in liquid region and the evolution of the liquid-solid interface, but also increase the heat transfer efficiency of dielectric phase change material and thus enhance the solid-liquid phase change process. In particular, we find that this phenomenon becomes more pronounced when  $T$  is larger. Further, the dimensionless parameter  $\Phi$  is introduced to characterize the effect of EHD enhanced solid-liquid phase change, and the results indicate that the effect of EHD enhancement solid-liquid phase change is weakened with the increase of Stefan number  $Ste$ . However the change of  $Ste$  does not make much difference in EHD enhancement solid-liquid phase change for a sufficiently high electric Rayleigh number  $T$ , and it is attributed to the fully developed convection cells at a very early stage of the melting process. Moreover, it is found that the effect of EHD enhancement solid-liquid phase change is negatively related to the mobility number  $M$  and that the effect of Prandtl number  $Pr$  on the EHD enhancement solid-liquid phase change largely depends on the mobility number  $M$ , which is due to the simultaneous influence of electric field force and buoyancy force. In general, the electric field has a significant influence on the melting process of dielectric phase change material, especially at high  $T, Pr$  and low  $Ste, M$ . And quantitatively, in all tested cases, a maximum melting time saves about 86.6% at  $T = 1000$ ,  $Ra = 10000$ ,  $M = 3$ ,  $Pr = 20$ , and  $Ste = 0.1$ .

**Keywords:** solid-liquid phase change, electrohydrodynamic, lattice Boltzmann method

**PACS:** 91.60.Hg, 47.65.-d

**DOI:** 10.7498/aps.70.20202127

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 12002320).

† Corresponding author. E-mail: [wangleir1989@126.com](mailto:wangleir1989@126.com)