

二维材料中贝里曲率诱导的磁性响应

刘雨亭 贺文字 刘军伟 邵启明

Berry curvature-induced emerging magnetic response in two-dimensional materials

Liu Yu-Ting He Wen-Yu Liu Jun-Wei Shao Qi-Ming

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 70, 127303 (2021) DOI: 10.7498/aps.70.20202132

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.70.20202132>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于二维材料的全光器件

All-optical devices based on two-dimensional materials

物理学报. 2020, 69(18): 184216 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20200654>

转角石墨烯体系的拓扑特性和轨道磁性

Topological properties and orbital magnetism in twisted graphene systems

物理学报. 2020, 69(14): 147301 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20200506>

空位及氮掺杂二维ZnO单层材料性质:第一性原理计算与分子轨道分析

Properties of vacancies and N-doping in monolayer g-ZnO: First-principles calculation and molecular orbital theory analysis

物理学报. 2019, 68(24): 246301 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20191258>

二维材料中的氢隧穿研究进展

Research progress of hydrogen tunneling in two-dimensional materials

物理学报. 2017, 66(5): 056601 <https://doi.org/10.7498/aps.66.056601>

二维材料热传导研究进展

Recent progresses of thermal conduction in two-dimensional materials

物理学报. 2020, 69(19): 196602 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20200709>

新型机械解理方法在二维材料研究中的应用

Applications of new exfoliation technique in study of two-dimensional materials

物理学报. 2018, 67(21): 218201 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20181636>

专题: 二维磁性材料

二维材料中贝里曲率诱导的磁性响应*

刘雨亭¹⁾ 贺文字²⁾ 刘军伟²⁾ 邵启明^{1)2)†}¹⁾ (香港科技大学电子与计算机工程系, 香港 999077)²⁾ (香港科技大学物理系, 香港 999077)

(2020 年 12 月 15 日收到; 2021 年 4 月 2 日收到修改稿)

二维材料中由贝里曲率诱导的新型磁学响应是近年来的新兴领域. 这些二维材料所表现出的磁学特性及量子输运与贝里曲率直接相关, 而贝里曲率又与晶体的对称性、电子的轨道磁性、自旋轨道耦合以及磁电效应等息息相关. 研究这些新型磁性响应一方面有益于研究不同量子效应间的耦合作用, 另一方面可探索量子效应在电子与信息器件领域的应用. 本文介绍了近几年来二维材料中新型磁响应的实验研究进展, 特别介绍了二硫化钨和石墨烯等材料中的谷霍尔和磁电效应、低对称性的二碲化钨等材料中的量子非线性霍尔以及转角石墨烯中的反常霍尔和量子反常霍尔效应. 本文结合二维材料的晶体结构以及电子结构, 介绍了这些新奇现象的现有物理解释、回顾了相关研究的最新发展、讨论了其中尚未理解的现象, 并作出展望.

关键词: 二维材料, 轨道磁性, 量子效应, 贝里曲率**PACS:** 73.43.Nq, 75.25.Dk, 75.75.-c, 85.75.Nn**DOI:** 10.7498/aps.70.20202132

1 引言

材料的磁性对于传感、存储、电子及医学等领域有着极其重要的意义. 磁性材料往往来自电子的自旋产生的有序磁矩结构. 令人惊奇的是许多不具有自旋磁矩的二维材料, 如转角石墨烯, 可表现出诸如反常霍尔效应和量子反常霍尔效应等传统磁性材料所具有的性质^[1,2], 其原因在于这些二维材料拥有轨道磁性^[3]. 与传统磁性材料所具有的自旋磁性相比, 轨道磁性一般比较小且不容易在宏观尺寸被观测到^[4]. 因此它的作用往往被忽略. 然而, 近些年的研究表明许多二维材料的新奇量子输运特性与轨道磁性息息相关^[5-10].

为什么轨道磁性的研究会与二维材料的发展有着密切的联系呢? 从量子力学角度, 轨道磁性源于非零的贝里曲率^[11,12], 而非零的贝里曲率在对称

性上要求材料不能同时具有时间反演和空间中心对称性^[13]. 最近涌现的二维材料如单层过渡金属硫化物和放在硼氮衬底上的石墨烯都具有诸如质量型狄拉克的谷能带结构, 在这些谷能带结构中常含有非零的贝里曲率和谷轨道磁矩^[14], 因此运动的载流子可产生非零磁矩^[6,15]. 以单层过渡金属硫化物为例, 其二维布里渊区为六边形. 在六个转角即狄拉克点附近的电子的低能有效性质可用有质量的狄拉克费米子来描述, 而有质量的狄拉克费米子具有非零的贝里曲率. 即使有非零的贝里曲率, 高晶体对称性如 C_3 等会保证总的可观测效应为零. 所以要观测轨道贝里曲率诱导的磁性响应需要低对称性材料.

二维材料的晶体结构对称性点群种类丰富, 而且具有很好的可调控性. 二维材料的晶体结构可选择性十分广泛. 磁电效应或者谷霍尔效应要求材料不具备对称中心, 并且打破一些镜面对称性, 使得

* 香港研究资助局 (批准号: ECS26200520, N_HKUST626/18, 26302118, 16305019)、香港科技大学启动经费和博士后匹配基金 (批准号: NA389) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: eeqshao@ust.hk

材料的晶体结构选择限定于 21 个非中心对称点群中的某些低对称性点群. 从低对称性的单斜晶系, 比如 $1T'$ 相的过渡金属硫族化合物、三卤化铋或铋等^[16]; 到高对称性的四方晶系, 比如硒化铋和砷化铋^[17]; 以及六方晶系, 比如石墨烯和 $2H$ 相的过渡金属硫族化合物^[16]. 并且, 二维材料的对称性依赖于层厚和堆叠方式. 比如多层硫化铋点群为具备对称中心的 D_{6h} , 而单层硫化铋的点群则降为不具备对称中心的 D_{3h} . 二维材料的晶体结构的对称性还可以被外界条件调控, 如衬底、门电压、应力等. 比如, 硼氮衬底上的石墨烯破坏了 C_3 和空间反演对称性, 双层石墨烯加垂直电场破坏了空间反演对称性^[6], 加面内应力破坏了镜面对称性^[18].

研究二维材料贝利曲率诱导的磁性响应的重要意义在于其易与二维材料本身晶体对称性和量子效应耦合, 产生有趣的物理现象. 许多二维材料具有高电子迁移率和低载流子浓度的特性, 对磁场的效应比较大, 很容易显现量子霍尔效应, 比如石墨烯^[19,20] 和黑磷^[21]. 二维材料的电子结构奇异, 可以实现量子自旋霍尔效应和量子反常霍尔效应, 比如二碲化钨^[18,22] 和过渡金属五碲化物^[23] 中存在量子自旋霍尔效应. 另外, 二维过渡金属硫化物材料具有自旋谷锁定效应, 使得谷间的电子散射被抑制, 导致很长的自旋能谷弛豫时间^[24]. 轨道磁性与晶体低对称性和强自旋轨道耦合结合, 产生了谷磁电效应^[25] 和量子非线性霍尔效应^[26,27]. 同样, 宏观的轨道磁矩和量子效应的内在物理耦合使我们能够在二维材料中观测到反常霍尔效应和量子反常霍尔效应^[1-3].

二维材料及异质结的磁性响应同时与自旋电子学紧密联系. 自旋霍尔效应可将普通电流转换为自旋电流. 它是许多自旋电子器件的应用基础^[28], 如自旋轨道力矩磁性随机存储器. 自旋霍尔效应与轨道磁性具有共同的微观机制——贝里相效应^[13,28]. 这种紧密联系进一步说明了轨道磁性在电子与信息器件领域的应用前景.

二维材料及异质结的磁性响应是近几年兴起的研究课题, 本文将探讨一系列与电子轨道磁矩或电流引起的磁学响应相关的物理现象. 包括: 1) 谷霍尔和磁电效应; 2) 量子非线性霍尔效应; 3) 转角双层石墨烯中的反常霍尔效应和量子反常霍尔效应. 这三种霍尔效应的物理本质均与贝里曲率诱导的磁响应息息相关. 而为了获得这些磁响应, 材料

必须具有降低的晶体维度或对称性. 本文将介绍这些新奇现象现有的物理解释、回顾相关研究的最新发展、讨论其中尚未理解的现象, 并作出展望.

2 谷霍尔效应和磁电效应

材料的磁电性对于磁场探测及信息存储有着重要的应用前景. 材料的磁电性常见于多铁材料或者铁磁/铁电复合材料^[29]. 然而由于蜂窝结构的二维材料中价带和导带中电子的运动被限制在能带谷中, 磁矩和磁电性可以在非磁性材料中实现. 这里能带谷指的是材料导带或者价带区域的极小值或极大值点^[14]. 有意思的是, 材料电子在不同的谷中可以有不同的状态, 如谷轨道磁矩、谷锁定的自旋磁矩等, 如果能够控制这些由谷标记的电子的状态, 便可以将信息存储在这些谷中从而获得应用. 当二维材料的空间反演对称性被打破时, 石墨烯和某些过渡金属硫族化合物的 K 和 K' 能带谷附近存在富集的非零贝里曲率^[13]. 当载流子在 K 谷中运动时, 由于贝里曲率作用, 载流子受到等效磁场作用获得横向速度, 产生了谷霍尔效应. 由于贝里曲率在 K 和 K' 谷中的符号也相反, 因此 K 和 K' 谷中的载流子具有相反的横向速度^[6,15].

谷霍尔效应首先在石墨烯中被提出^[6,30]. 单层石墨烯本身的晶体结构为高对称性的蜂窝结构, 具有反演对称中心, 不存在能谷磁矩, 以致于无法使用光学或电学激发的方法直接在单层石墨烯中观察到谷霍尔效应. 相较于单层本征石墨烯, 在衬底上的单层石墨烯往往和单层二硫化铋一样不具有反演对称中心, 电子在其 K 和 K' 的能带谷中, 具有大小相等和方向相反的能谷磁矩^[6,15]. 如果加面内电场, 由于谷霍尔效应的存在, 样品边缘可以积累谷极化载流子 (能谷磁矩). 这种边缘能谷磁矩可被光学克尔效应探测到, 如图 1(a) 所示^[22]. 如果用极化光只激发其中一类谷中的载流子, 也可以观测到谷霍尔效应. Mak 等^[31] 在单层二硫化铋中观察到了谷霍尔效应. 他们通过照射不同手性的偏振光, 可以选择性地激发单层二硫化铋 K 或 K' 能带谷中的载流子. 他们的实验印证了观察到谷霍尔效应的关键在于打破材料的中心反演对称性. Gorbachev 等^[32] 在石墨烯超晶格中通过非局域电学测量, 观察到了谷霍尔效应. 在石墨烯超晶格中, 单层石墨烯与氮化硼以 A/B 方式层叠时打破了晶

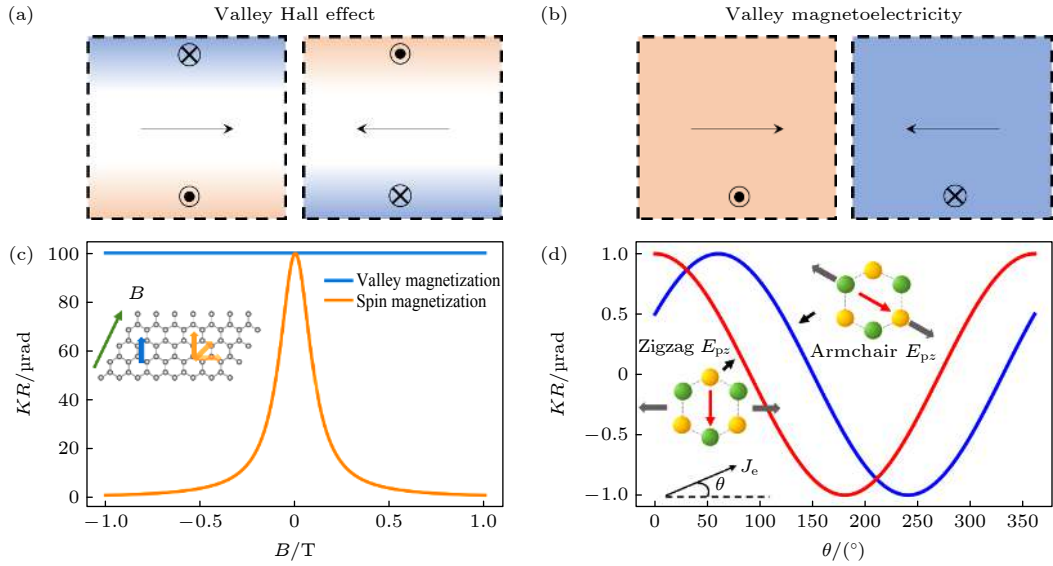


图1 受应力的单层硫化钼谷磁电效应示意图 (a) 谷霍尔效应^[22]; (b) 谷磁电效应^[25]; (c) 自旋极化引起的磁矩和谷磁电性引起的磁矩在外磁场下的磁光克尔响应; (d) 磁光克尔响应与施加电流方向和应力方向的关系

Fig. 1. Sketch of the magnetoelectric effect in monolayer MoS₂: (a) Valley Hall effect^[22]; (b) valley magnetoelectricity^[25]; (c) comparison of magneto-optical Kerr response between spin polarizations induced magnetism and valley magnetization under external magnetic fields; (d) valley magnetization-induced Kerr rotation as a function of the azimuthal angle of current for zigzag and armchair monolayer MoS₂.

体反演对称性. 在双层石墨烯或者过渡金属硫族化合物中, 晶体的中心反演对称性可以被施加垂直电场打破. Sui 等^[33]和 Shimazaki 等^[34]通过施加电场在双层石墨烯中观察到了谷霍尔效应. Lee 等^[35]通过施加垂直电场打破了双层硫化钼的中心反演对称性, 同样观察到了谷霍尔效应. 通过二维材料的复合, 同样可以打破中心反演对称性. 常温下, Huang 等^[36]在二硫化钼/二硒化钨异质结中观察到了谷霍尔效应. 此外, 谷霍尔及其相关效应还在单层二硒化钨、二硒化钼和硫化钨等材料中被观察到^[37–40]. 磁场与谷效应相互作用的研究同样引起了广泛的兴趣^[39–42].

谷霍尔效应可用于在边缘处产生谷磁矩和探测谷极化电流的谷磁矩, 然而观测到谷霍尔效应往往需要施加圆偏光或者垂直方向的磁场^[37–45], 不利于其实际应用^[25]. 谷磁电效应 (即直接利用电场或者电流控制谷材料的谷磁矩) 的发现为谷电子材料的应用提供了便利. 理论上, 产生磁电效应需要打破晶体的中心对称及时间反演对称性^[29,46], 但是大多数谷电子材料因为 C_3 对称性的存在而不存在整体的非零谷磁矩 (两个边缘存在大小相同方向相反的谷磁矩). 如何通过电学方法产生并控制非零宏观谷磁性成了将谷效应应用于现代电子学的一个关键. 沿着材料特定方向施加应力, 可以打破材

料的晶体对称性. 正是基于此方法, Lee 等^[25]对单层硫化钼施加应力以改变材料晶体结构 (如图 1(b) 所示), 实现了谷磁电效应. 单层硫化钼不具有对称中心, 但具有 C_3 旋转对称性. 施加应力后, 材料的 C_3 对称性降为 C_1 . 时间反演对称性由材料中通过的电流打破^[29,47]. 为什么说单层硫化钼中的磁电性是轨道磁性而非自旋磁性引起的呢? 轨道磁矩与自旋磁矩的一个明显差异在于轨道磁矩不显示汉勒效应^[48]. 如图 1(c) 所示, 当面外的自旋磁矩与面内方向的磁场作用, 电子自旋会围绕外磁场方向进动. 在进动过程中, 由于自旋的移相与弛豫, 自旋磁矩在垂直方向的时间平均值会小于零场情况下. 因此, 对于自旋磁矩, 施加面内磁场会导致克尔角度发生偏转. 而对于轨道磁矩, 面内磁场与电子运动轨道平行, 不会引起轨道磁矩的变化. 在单层硫化钼中, 外磁场无法引起克尔角度偏转. 因此, 单层硫化钼的磁电性并非自旋磁矩, 而是轨道磁矩. 单层硫化钼中的磁电性是由轨道磁性引起的另一个证据是其与电流施加方向的关系. 如图 1(d) 中插图所示, 当应力施加于单层二硫化钼时, 材料内可产生平行 (armchair E_{pz}) 或者垂直于应力的压电电场 (zigzag E_{pz}). 当只向单层二硫化钼施加电流、不施加应力时, K 和 K' 谷分别产生数量相同但运动方向相反的横向载流子, 以及大小相等方向

相反的等效磁场^[31]. 因此, 当只施加电流时, 使用磁光克尔显微镜只能观测到材料边缘分别存在的大小相等方向相反的磁矩. 当向样品同时施加电流和应力时, 垂直于电流方向的压电电场分量使得 K 和 K' 谷的费米面沿同一压电电场分量方向倾斜. 受到压电电场的作用, 一个谷中产生的横向载流子数量增加, 另一个谷中数量减少. 由于谷间横向载流子数量不再均衡, 谷中产生的等效磁场虽然方向相反, 但是大小不同. 材料于是表现出谷磁电效应, 并且磁矩均匀存在于材料中, 从而可以被克尔显微镜直接观察到^[25]. 轨道磁矩的大小与 $E_{pz} \times J$ 成正比, 与电流施加方向有图 1(d) 所示的正弦或余弦函数关系, 这里 E_{pz} 代表压电电场, J 代表电流密度. 这一实验现象与电流引起的轨道磁性相符合. 谷霍尔效应和磁电效应的实现不仅启发了谷电子学在磁探测与存储中的应用, 也有助于理解和发掘二维材料中发现的新奇的量子效应, 比如量子非线性霍尔效应和量子反常霍尔效应.

3 量子非线性霍尔效应

当纵向载流子垂直通过磁场或垂直于磁性材料的磁矩方向运动时, 会获得横向于磁场或者磁矩方向的速度, 在材料的两端产生电压, 这一现象被称为霍尔效应或反常霍尔效应^[49]. 如图 2(a) 所示, 无论是霍尔效应还是反常霍尔效应, 霍尔电压与电流成正比, 故也称为线性霍尔效应. 线性霍尔效应要求系统不具备时间反演对称性. 因此, 无法在不施加磁场的情况下, 在非磁性材料中观察到线性霍尔效应^[28,49,50]. 与线性霍尔效应不同, 量子非线性霍尔效应却允许时间反演对称性的存在. 2015 年, Sodemann 和 Fu^[47] 首次提出了量子非线性霍尔效应. 他们认为由贝里曲率产生的布洛赫电子的反常速度可引起二阶霍尔电压. 图 2(a) 比较了线性霍尔效应和非线性霍尔效应. 对于非线性霍尔效应, 向材料输入交流电流时, 可在材料横向两端获得二阶霍尔电压, 并且其大小与电流强度的二次方成正比

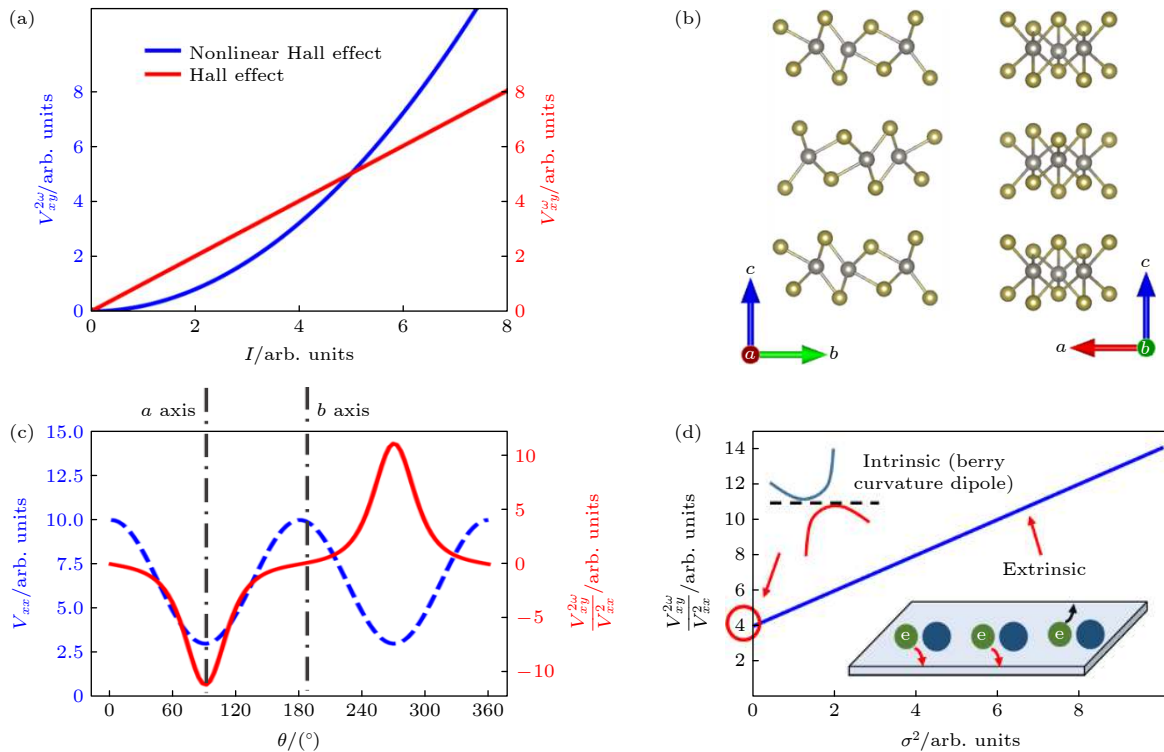


图 2 碲化钨中量子非线性霍尔效应示意图 (a) 线性和非线性霍尔电压随电流的变化^[47]; (b) 碲化钨在不同方向上的晶体结构示意图; (c) 纵向电压和非线性霍尔电压与电流施加方向的关系^[27]; (d) 非线性霍尔电压与材料电导率的关系. 插图表示了非线性霍尔效应的两种来源: 贝里曲率和电子偏散射输运^[27]

Fig. 2. Illustration of the quantum nonlinear Hall effect: (a) Dependence of linear and non-linear Hall voltage on applied currents^[47]; (b) crystal structure of WTe₂; (c) angular dependence of longitudinal voltage and non-linear Hall voltage^[27]; (d) relationship between nonlinear Hall voltage and conductance. The inset shows two origins of nonlinear Hall voltage: Intrinsic Berry curvature and skew scattering^[27].

比. Sodemann 和 Fu^[47] 预言二阶霍尔电压与贝里曲率偶极矩成正比. 通过分析晶体的点群结构, 可以获得允许非零贝里曲率偶极矩存在的对称性. 在三维块状材料中, 非零贝里曲率偶极矩可以在 18 种点群的晶体结构中存在, 这 18 种点群被称作回旋点群 (gyrotropic point group)^[51]. 在二维材料中, 非零的贝里曲率偶极矩只能存在于具有 C_1 , C_{1V} , C_2 (需要旋转对称轴在二维材料面内) 和 C_{2V} 的晶体结构中. 这些晶体结构对称性都非常低, 至多有一条镜面对称轴或二重旋转对称轴存在于二维晶面内. 依据材料的贝里曲率和晶体结构, 他们提出了在以下三类材料中可以发现量子非线性霍尔效应: 拓扑绝缘体、二维过渡金属硫族化合物以及三维外尔半金属. 相较于体电子态, 拓扑绝缘体的表面态存在富集的贝里曲率并且具有较低的晶体对称性. 单层过渡金属硫族化合物拥有强自旋轨道耦合, 并缺乏对称中心, 可产生可观的贝里曲率. 另外, 不具有对称中心的外尔半金属由于外尔点的存在, 也允许非零的贝里曲率偶极矩存在. 2018 年, You 等^[52] 通过 *ab initio* 方法计算了不同晶体结构的过渡金属硫族化合物的贝里曲率. 他们预测 T_d 相的单层过渡金属硫族化合物可具有非零的贝里曲率耦合极矩. 而在 $1H$ 和 $1T'$ 相的过渡金属硫族化合物中, 可通过施加面内应力和垂直电场破坏面内旋转对称性和空间反演对称性实现非零的贝里曲率耦合极矩. Zhang 等^[53] 报道了类似的研究结果. 他们通过计算, 预测 T_d 相的二碲化钨和 $1T'$ 的二碲化钨中存在量子非线性霍尔效应. 2019 年 Shi 和 Song^[54] 通过计算预测可以通过电场调控 $1T'$ 相过渡金属硫族化合物的贝里曲率耦合极矩. 以上计算显示, 十分有希望在过渡金属硫族化合物, 特别是 T_d 相的二碲化钨中, 观察到量子非线性霍尔效应.

事实上, 量子非线性霍尔效应确实首先在 T_d 相的二碲化钨中被观察到. 二碲化钨的空间群结构为 $Pmn2_1$. 如图 2(b) 所示, 二碲化钨晶体不具备对称中心, 并且平面方向只沿 a 轴存在对称面, 晶体结构完全满足理论预测的要求. Ma 等^[26] 于 2019 年首次报道了双层二碲化钨中观察到的量子非线性霍尔效应. 几乎是在同时, Kang 等^[27] 报道了多层二碲化钨中观察到的量子非线性霍尔效应. Ma 等^[26] 在双层二碲化钨中的实验结果与量子非线性霍尔效应是由贝里曲率引起的理论预测十分

匹配, 他们认为量子非线性霍尔效应可以作为一种计算贝里曲率的方法. Kang 等^[27] 研究了电流施加方向对横向非线性霍尔电压和纵向电压的影响, 如图 2(c) 所示, 发现非线性霍尔电压在电流与二碲化钨晶体 a 轴平行时达到最大值; 当电流与 b 轴平行时, 非线性霍尔电压消失. 他们认为这一现象与晶体对称性相匹配. 并且, 他们认为施加的面内电流产生了面外轨道磁矩, 从而引起量子非线性霍尔效应. Kang 等^[27] 还研究了不同温度下的量子非线性霍尔效应. 如图 2(d) 所示, 非线性霍尔电压与电导率的关系可以用以下公式表达:

$$\frac{V_{xy}^{2\omega}}{V_{xx}^2} = a\sigma^2 + b,$$

其中 $V_{xy}^{2\omega}$, V_{xx} 和 σ 分别是二阶非线性霍尔电压、纵向电压和电导率, a 和 b 为常数. 类比于反常霍尔效应, 第一项代表的是贝里曲率对量子非线性霍尔效应的贡献, 第二项是电子偏散射对量子非线性霍尔效应的贡献^[55]. Shvetsov 等^[56] 发现量子非线性霍尔效应可以存在于块状二碲化钨和砷化镉晶体中, 进一步验证了量子非线性霍尔效应可能是由电流产生的体态磁矩引起的. 另外, 在氮硼衬底上的转角过渡金属硫化物异质结中也发现了巨大的非线性霍尔效应^[57].

虽然量子非线性霍尔效应提供了一种测量贝里曲率的电学方法, 许多关于量子非线性霍尔效应的问题仍有待解答. 首先, 目前的理论工作从贝里曲率的角度预测并验证了量子霍尔效应, 然而电子偏散射对量子非线性霍尔效应的影响还需要进一步研究. 其次, 目前只在两种晶体中发现了量子非线性霍尔效应. 量子非线性霍尔效应是否存在于其他同样满足对称性要求并且具有优异量子特性的拓扑绝缘体和过渡金属硫族化合物中? 这仍然是个疑问. 另外, 砷化镉是三维块状材料, 属于 C_{4v} 点群. Shvetsov 等^[56] 首次在三维晶体中发现的量子非线性霍尔效应. 因此, 晶体结构对量子非线性霍尔效应影响的研究还需要进一步深入.

4 反常霍尔效应和量子反常霍尔效应

量子反常霍尔效应的霍尔电导是量子化的. 一般认为量子反常霍尔效应可以在零场下具有非零拓扑陈数的材料中实现. 而要实现零场下非零陈数, 需要引入铁磁性破坏时间反演对称性. 2013 年,

量子反常霍尔效应首先在磁性元素掺杂的拓扑绝缘体中被观察到^[58]. 如图 3(a) 所示, 磁性元素掺杂为拓扑绝缘体引入了自旋极化磁性, 产生宏观铁磁性, 打破了材料的时间反演对称性. 那么能否通过轨道磁矩打破时间反演对称性呢? 魔角双层石墨烯给出了答案^[59]. 自从 2018 年 Cao 等^[60,61] 发现当上、下层石墨烯的偏转角为所谓的魔角 (约 1°) 时, 双层石墨烯显示出极其有趣的莫特绝缘体相变和反常超导相变, 魔转角石墨烯成为研究的热点. 2019 年, Sharpe 等^[1] 首先报道了在魔角双层石墨烯中发现了反常霍尔效应, 其反常霍尔电阻为 $h/(2e^2)$ (h 为普朗克常数, e 为电子电荷常数). 值得注意的是, 在氮硼上的 ABC 转角三层石墨烯中也观测到了巨大的反常霍尔效应^[62], 这里仅介绍转角双层石墨烯的情形. 在普通的具有轨道磁性的状态下, 转角双层石墨烯的能带可以用最简化的导带示意图 (图 3(b)) 进行表示: 虽然系统具有非零的轨道磁矩, 但是并不是绝缘体, 存在大量的轨道极化的体态, 所以反常霍尔电阻并没有量子化. 理论

上, 在陈数绝缘体状态下, 魔角双层石墨烯的能带可以用最简化的导带示意图 (图 3(c)) 进行表示: 系统完全是绝缘的, 只有拓扑保护的边缘态导电, 呈现量子化的反常霍尔电阻. 确实, Serlin 等^[2] 在几个开尔文的温度范围内均可以在魔角双层石墨烯中观察到量子反常霍尔效应, 说明其变成了一个陈数绝缘体. 如图 3(d) 所示, 转角双层石墨烯中存在量子化的霍尔电阻, 并且其纵向电阻的变化反映了在量子反常霍尔态下体导电到边缘导电的变化过程. 另外, Sharpe 等^[1] 和 Serlin 等^[2] 都观察到电流与转角双层石墨烯的磁畴有着十分强烈的相互作用. 如图 3(e) 所示, 只需要很小的电流, 就可以在无外场条件下翻转材料的磁性. 虽然霍尔电阻并没有呈现整量子数的变化, 但是依然显示出巨大的应用前景. 除了电流控制轨道磁矩的翻转, 最近的实验表明, 单纯用门电压也能实现磁道磁矩的翻转, 能实现更低的功耗^[63,64]. 这个实验说明轨道磁矩的方向和可用门电压调控的载流子类型相关^[65].

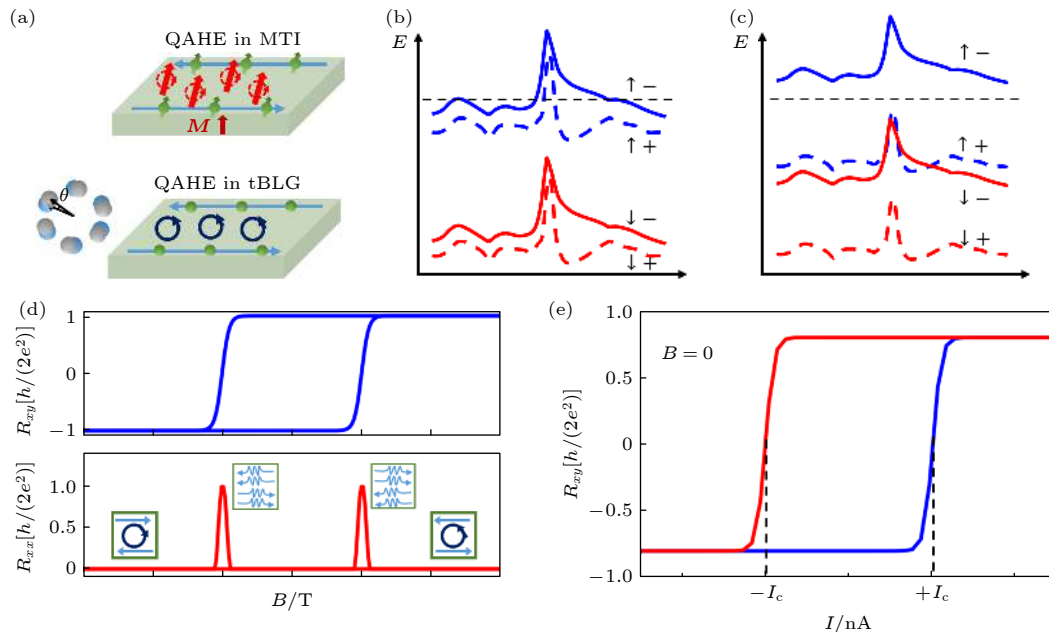


图 3 转角双层石墨烯中量子反常霍尔效应示意图 (a) 自旋磁化和轨道磁化中量子反常霍尔效应对比示意图; (b) 转角双层石墨烯中自旋极化和能谷非极化的导带示意图; (c) 转角双层石墨烯中自旋和能谷完全极化的导带示意图; (d) 量子反常霍尔态下, 霍尔电阻和纵向电阻随磁场的变化关系, 插图表示材料的导电状态——边缘导电和体导电; (e) 电流控制反常霍尔态下磁性翻转示意图

Fig. 3. Illustration of quantum anomalous Hall effect in twisted bilayer graphene (tBLG): (a) Sketch of quantum anomalous Hall effect in spin magnetization and orbital magnetization systems; (b) schematic of fully spin-polarized and but valley-unpolarized conduction bands in a moiré unit cell of tBLG; (c) schematic of fully spin-polarized and valley-polarized conduction bands in a moiré unit cell of tBLG; (d) longitudinal resistance and Hall resistance as a function of magnetic field in the quantum anomalous Hall state, and the insets show the bulk and edge conduction states of material; (e) current control of magnetization switching in the anomalous Hall state.

反常霍尔效应和量子反常霍尔效应在转角双层石墨烯结构中的发现引起了学界对其理论机制的热烈探索. 为了更好地理解魔转角石墨烯中的量子反常霍尔效应, 下面首先简要介绍转角石墨烯中的量子霍尔效应. 当两层石墨烯间的转角小于 3° 时, 转角石墨烯迷你能带电荷中性点附近的能带是八重简并的, 而远离电荷中性点的能带则是四重简并^[61,66–70]. 电荷中性点附近的能带具有拓扑保护的线性色散关系, 而远离的能带则具有拓扑平带结构. 通过电场调节填充系数, 拓扑平带在磁场的作用下可产生量子化的朗道能级, 表现出量子霍尔效应^[71–73].

相比于量子霍尔效应, 实现量子反常霍尔效应还需要打破时间反演对称性^[50,58]. 魔转角石墨烯并非铁磁体, 也没有掺杂磁性元素, 然而其能带谷中存在轨道磁矩. 因此, 魔转角石墨烯的时间反演对称性很可能是由轨道磁矩打破. 如第 2 节所述, 石墨烯中相邻能带谷中轨道磁性相反, 并且导带与价带谷中的轨道磁性也相反. 由轨道磁矩引起的宏观磁性只能存在于某些对称性被打破的材料中, 如应力作用下的单层硫化钼^[25]. 魔转角石墨烯的对称性结构成为了理解量子反常霍尔效应可能的突破口. 首先, Zhang 等^[3] 认为不能在模型中只考虑转角双层石墨烯结构, 还需要考虑作为保护层的氮化硼与石墨烯的相互作用. 石墨烯与氮化硼的作用打破了转角双层石墨烯在狄拉克点存在的 C_2T 对称性. C_2 代表 2 次旋转对称性, T 代表时间反演对称性. 打破 C_2T 对称性后, 狄拉克点处的导带和价带的能级被打开. 另外, 在 K 和 K' 的能带谷产生符号相反的磁矩. 他们进一步认为, 观察到的反常霍尔效应可能是由于 $3/4$ 能带填充的转角双层石墨烯是一个自旋-谷极化的铁磁绝缘体或者是谷极化自旋非极化的费米液体金属. He 等^[74] 计算了氮化硼与转角双层石墨烯异质结的轨道磁电性和电流引起的磁性翻转, 他们同样认为氮化硼与石墨烯间的相互作用打开了狄拉克点处的能带带隙. 然而, 石墨烯与氮化硼的相互作用只是将材料的对称性降低到 D_6 , 此对称性无法允许由面内电流产生面外的磁矩^[75,76]. 他们认为除了与石墨烯的相互作用, 氮化硼还引入了应变, 应变将材料对称性进一步降低到 C_1 . 通过引入 0.1% 的应变, 计算发现狄拉克点附近存在不会被晶体对称性抵消的贝里曲率, 可以成功地解释转角双层石墨烯中产生的面

外磁矩. 此外, He 等^[74] 还发现转角双层石墨烯异质结的磁矩与电流引入的电场直接耦合, 可以解释非量子反常霍尔态下弱电流引起的磁性翻转. 然而, 仍然有一些谜题等待解答. 比如 Xie 和 MacDonald^[77] 以及 Bultinck 等^[78] 用平均场的方法计算发现电子库仑相互作用可以导致时间反演对称性的自发破缺, 从而使转角双层石墨烯同时具有自旋和轨道磁性, 但电子库仑相互作用如何导致轨道磁性的微观机理还需要进一步研究. 还比如 He 等^[74] 理论分析得出转角双层石墨烯体态存在与电流正比的磁矩, 而 Serlin 等^[2] 的分析是说边缘态存在与电流成三次方的磁矩. 总之, 关于转角双层石墨烯中的反常霍尔效应和量子反常霍尔效应的研究还处于最初阶段, 具有极大的研究空间与价值.

5 总结与展望

二维材料表现出的磁学响应是近年来的新兴领域. 二维材料的磁学响应与轨道磁矩相关, 而非传统的自旋极化磁矩. 本文总结了这一领域近些年的研究进展, 特别介绍了谷霍尔和磁电效应、量子非线性霍尔、反常霍尔和量子反常霍尔效应. 这些新奇的物理现象预示着该领域巨大的研究价值与潜在应用价值. 根据本文内容, 我们作出如下展望:

1) 电流控制量子反常霍尔态轨道磁矩翻转.

目前, 并没有实验表明电流可以翻转量子反常霍尔态下的轨道磁矩, 以实现整量子数的霍尔电阻变化, 可能的原因在于量子霍尔态下只有边缘电导. 不管最后能否实现量子反常霍尔态的磁矩翻转, 目前实验上证实了在接近量子反常霍尔态下, 轨道磁矩可以被非常小的电流翻转. 研究电流控制轨道磁矩的翻转具有深刻的物理与应用价值.

2) 从材料的能带及晶体结构考虑, 挖掘更多具有磁性响应的二维材料.

二维材料的磁学响应与其能带和晶体结构有着密切的联系. 从能带的角度来看, 由于轨道磁矩和材料的贝里曲率密切相关. 而贝里曲率往往富集在具有狄拉克点或拓扑结构的材料中, 因此狄拉克、外尔材料和拓扑绝缘体应该是研究的重点. 从晶体结构的角度来看, 二维材料晶体结构的多样性为发现更多具有磁学响应的材料提供了便利. 因此, 可以从具有低对称性同时具有拓扑或狄拉克结

构的二维材料中寻找新材料^[79–81]. 值得一提的是, 三维拓扑绝缘体的拓扑表面态同样存在非零的贝里曲率^[82–84], 然而对其轨道磁矩研究仍然属于空白. 其次, 目前关于晶体结构对轨道磁矩的研究停留在点群层面. 掌握晶体空间群对轨道磁矩的影响, 有利于更准确地发现具有磁性响应的二维材料. 另外, 通过材料间的耦合作用可以打破晶体的对称性以发现具有轨道磁矩的二维材料.

3) 二维材料及异质结中的多重物理耦合效应.

二维材料本身可以具有多重吸引人的量子、电子以及自旋特性. 以转角双层石墨烯为例, 在低温下其具有超导、量子反常霍尔效应以及谷霍尔效应^[1,2,60,77]. 这些效应间的耦合极具吸引力. 其次, 谷附近富集贝里曲率和轨道磁矩. 贝里曲率可引起自旋霍尔效应产生自旋电流, 其和谷轨道磁矩间的耦合将十分有趣. 最近实现表面、转角石墨烯体系中存在铁电特性^[85]. 具有不同特性的二维材料异质结可以引起各种多重物理效应的相互作用, 有望发现新的物理现象.

4) 基于含轨道磁性的二维材料的电子、自旋电子、磁光器件的设计及应用.

翻转转角双层石墨烯的磁矩所需要的电流密度远小于目前常用的自旋电子学方法^[74]. 这一现象开始显示出轨道磁矩在信息技术中的巨大前景. 在二维材料中发现更多的新型功能, 并将这些功能应用于电子、自旋电子和磁光器件或许能够大幅度提高这些器件的性能.

感谢香港科技大学的罗锦团博士和波士顿学院的马琼博士的讨论.

参考文献

- [1] Sharpe A L, Fox E J, Barnard A W, Finney J, Watanabe K, Taniguchi T, Kastner M A, Goldhaber-Gordon D 2019 *Science* **365** 605
- [2] Serlin M, Tschirhart C L, Polshyn H, Zhang Y, Zhu J, Watanabe K, Taniguchi T, Balents L, Young A F 2020 *Science* **367** 900
- [3] Zhang Y H, Mao D, Senthil T 2019 *Phys. Rev. Res.* **1** 033126
- [4] Sjöstrand T J, Karlsson K, Aryasetiawan F 2019 *Phys. Rev. B* **100** 054427
- [5] Xiao D, Yao Y, Fang Z, Niu Q 2006 *Phys. Rev. Lett.* **97** 026603
- [6] Xiao D, Yao W, Niu Q 2007 *Phys. Rev. Lett.* **99** 236809
- [7] Murakami S 2006 *Phys. Rev. Lett.* **97** 236805
- [8] Essin A M, Turner A M, Moore J E, Vanderbilt D 2010 *Phys. Rev. B* **81** 205104
- [9] Essin A M, Moore J E, Vanderbilt D 2009 *Phys. Rev. Lett.* **102** 146805
- [10] Malashevich A, Souza I, Coh S, Vanderbilt D 2010 *New J. Phys.* **12** 053032
- [11] Xiao D, Shi J, Niu Q 2005 *Phys. Rev. Lett.* **95** 137204
- [12] Thonhauser T, Ceresoli D, Vanderbilt D, Resta R 2005 *Phys. Rev. Lett.* **95** 137205
- [13] Xiao D, Chang M C, Niu Q 2010 *Rev. Mod. Phys.* **82** 1959
- [14] Schaibley J R, Yu H, Clark G, Rivera P, Ross J S, Seyler K L, Yao W, Xu X 2016 *Nat. Rev. Mater.* **1** 1
- [15] Xiao D, Liu G B, Feng W, Xu X, Yao W 2012 *Phys. Rev. Lett.* **108** 196802
- [16] Saito R, Tatsumi Y, Huang S, Ling X, Dresselhaus M S 2016 *J. Phys. Condens. Matter* **28** 353002
- [17] Zhao S, Dong B, Wang H, Wang H, Zhang Y, Han Z V, Zhang H 2020 *Nanoscale Adv.* **2** 109
- [18] Qian X, Liu J, Fu L, Li J 2014 *Science* **346** 1344
- [19] Zhang Y, Tan Y W, Stormer H L, Kim P 2005 *Nature* **438** 201
- [20] Novoselov K S, Geim A K, Morozov S V, Jiang D, Katsnelson M I, Grigorieva I V, Dubonos S V, Firsov A A 2005 *Nature* **438** 197
- [21] Li L, Yang F, Ye G J, Zhang Z, Zhu Z, Lou W, Zhou X, Li L, Watanabe K, Taniguchi T, Chang K, Wang Y, Chen X H, Zhang Y 2016 *Nat. Nanotechnol.* **11** 593
- [22] Wu S, Fatemi V, Gibson Q D, Watanabe K, Taniguchi T, Cava R J, Jarillo-Herrero P 2018 *Science* **359** 76
- [23] Weng H, Dai X, Fang Z 2014 *Phys. Rev. X* **4** 011002
- [24] Kim J, Jin C, Chen B, Cai H, Zhao T, Lee P, Kahn S, Watanabe K, Taniguchi T, Tongay S, Crommie M F, Wang F 2017 *Sci. Adv.* **3** e1700518
- [25] Lee J, Wang Z, Xie H, Mak K F, Shan J 2017 *Nat. Mater.* **16** 887
- [26] Ma Q, Xu S Y, Shen H, MacNeill D, Fatemi V, Chang T R, Valdivia A M M, Wu S, Du Z, Hsu C H, Fang S, Gibson Q D, Watanabe K, Taniguchi T, Cava R J, Kaxiras E, Lu H Z, Lin H, Fu L, Gedik N, Jarillo-Herrero P 2019 *Nature* **565** 337
- [27] Kang K, Li T, Sohn E, Shan J, Mak K F 2019 *Nat. Mater.* **18** 324
- [28] Sinova J, Valenzuela S O, Wunderlich J, Back C H, Jungwirth T 2015 *Rev. Mod. Phys.* **87** 1213
- [29] Fiebig M 2005 *J. Phys. Appl. Phys.* **38** R123
- [30] Rycerz A, Tworzydło J, Beenakker C W J 2007 *Nat. Phys.* **3** 172
- [31] Mak K F, McGill K L, Park J, McEuen P L 2014 *Science* **344** 1489
- [32] Gorbachev R V, Song J C W, Yu G L, Kretinin A V, Withers F, Cao Y, Mishchenko A, Grigorieva I V, Novoselov K S, Levitov L S, Geim A K 2014 *Science* **346** 448
- [33] Sui M, Chen G, Ma L, Shan W Y, Tian D, Watanabe K, Taniguchi T, Jin X, Yao W, Xiao D, Zhang Y 2015 *Nat. Phys.* **11** 1027
- [34] Shimazaki Y, Yamamoto M, Borzenets I V, Watanabe K, Taniguchi T, Tarucha S 2015 *Nat. Phys.* **11** 1032
- [35] Lee J, Mak K F, Shan J 2016 *Nat. Nanotechnol.* **11** 421
- [36] Huang Z, Liu Y, Dini K, Tan Q, Liu Z, Fang H, Liu J, Liew T, Gao W 2020 *Nano Lett.* **20** 1345
- [37] Zhang Y J, Oka T, Suzuki R, Ye J T, Iwasa Y 2014 *Science* **344** 725
- [38] Sie E J, McIver J W, Lee Y H, Fu L, Kong J, Gedik N 2015 *Nat. Mater.* **14** 290
- [39] Kim J, Hong X, Jin C, Shi S F, Chang C Y S, Chiu M H, Li L J, Wang F 2014 *Science* **346** 1205

- [40] Li Y, Ludwig J, Low T, Chernikov A, Cui X, Arefe G, Kim Y D, van der Zande A M, Rigosi A, Hill H M, Kim S H, Hone J, Li Z, Smirnov D, Heinz T F 2014 *Phys. Rev. Lett.* **113** 266804
- [41] Srivastava A, Sidler M, Allain A V, Lembke D S, Kis A, Imamoglu A 2015 *Nat. Phys.* **11** 141
- [42] Aivazian G, Gong Z, Jones A M, Chu R L, Yan J, Mandrus D G, Zhang C, Cobden D, Yao W, Xu X 2015 *Nat. Phys.* **11** 148
- [43] Xu X, Yao W, Xiao D, Heinz T F 2014 *Nat. Phys.* **10** 343
- [44] MacNeill D, Heikes C, Mak K F, Anderson Z, Kormányos A, Zólyomi V, Park J, Ralph D C 2015 *Phys. Rev. Lett.* **114** 037401
- [45] Ye Y, Xiao J, Wang H, Ye Z, Zhu H, Zhao M, Wang Y, Zhao J, Yin X, Zhang X 2016 *Nat. Nanotechnol.* **11** 598
- [46] Cracknell A P 1975 *Magnetism in Crystalline Materials* (1st Ed.) (Oxford: Pergamon Press)
- [47] Sodemann I, Fu L 2015 *Phys. Rev. Lett.* **115** 216806
- [48] Zeng H, Dai J, Yao W, Xiao D, Cui X 2012 *Nat. Nanotechnol.* **7** 490
- [49] Nagaosa N, Sinova J, Onoda S, MacDonald A H, Ong N P 2010 *Rev. Mod. Phys.* **82** 1539
- [50] Weng H, Yu R, Hu X, Dai X, Fang Z 2015 *Adv. Phys.* **64** 227
- [51] de Juan F, Grushin A G, Morimoto T, Moore J E 2017 *Nat. Commun.* **8** 15995
- [52] You J S, Fang S, Xu S Y, Kaxiras E, Low T 2018 *Phys. Rev. B* **98** 121109R
- [53] Zhang Y, Brink J van den, Felser C, Yan B 2018 *2D Mater.* **5** 044001
- [54] Shi L, Song J C W 2019 *Phys. Rev. B* **99** 035403
- [55] Tian Y, Li Y, Jin X 2009 *Phys. Rev. Lett.* **103** 087206
- [56] Shvetsov O O, Esin V D, Timonina A V, Kolesnikov N N, Deviatov E V 2019 *JETP Lett.* **109** 715
- [57] Huang M, Wu Z, Hu J, Cai X, Li E, An L, Feng X, Ye Z, Lin N, Law K T, Wang N 2020 *arXiv: 2006.05615 [cond-mat.mes-hall]*
- [58] Chang C Z, Zhang J, Feng X, Shen J, Zhang Z, Guo M, Li K, Ou Y, Wei P, Wang L L, Ji Z Q, Feng Y, Ji S, Chen X, Jia J, Dai X, Fang Z, Zhang S C, He K, Wang Y, Lu L, Ma X C, Xue Q K 2013 *Science* **340** 167
- [59] Liu J P, Dai X 2020 *Acta Phys. Sin.* **69** 147301 (in Chinese) [刘健鹏, 戴希 2020 物理学报 **69** 147301]
- [60] Cao Y, Fatemi V, Fang S, Watanabe K, Taniguchi T, Kaxiras E, Jarillo-Herrero P 2018 *Nature* **556** 43
- [61] Cao Y, Fatemi V, Demir A, Fang S, Tomarken S L, Luo J Y, Sanchez-Yamagishi J D, Watanabe K, Taniguchi T, Kaxiras E, Ashoori R C and Jarillo-Herrero P 2018 *Nature* **556** 80
- [62] Chen G, Sharpe A L, Fox E J, Zhang Y H, Wang S, Jiang L, Lyu B, Li H, Watanabe K, Taniguchi T, Shi Z, Senthil T, Goldhaber-Gordon D, Zhang Y, Wang F 2020 *Nature* **579** 56
- [63] Chen S, He M, Zhang Y H, Hsieh V, Fei Z, Watanabe K, Taniguchi T, Cobden D H, Xu X, Dean C R, Yankowitz M 2020 *Nat. Phys.* **17** 374
- [64] Polshyn H, Zhu J, Kumar M A, Zhang Y, Yang F, Tschirhart C L, Serlin M, Watanabe K, Taniguchi T, MacDonald A H, Young A F 2020 *Nature* **588** 66
- [65] Zhu J, Su J J, MacDonald A H 2020 *Phys. Rev. Lett.* **125** 227702
- [66] Cao Y, Luo J Y, Fatemi V, Fang S, Sanchez-Yamagishi J D, Watanabe K, Taniguchi T, Kaxiras E, Jarillo-Herrero P 2016 *Phys. Rev. Lett.* **117** 116804
- [67] Yankowitz M, Chen S, Polshyn H, Zhang Y, Watanabe K, Taniguchi T, Graf D, Young A F, Dean C R 2019 *Science* **363** 1059
- [68] Kerelsky A, McGilly L J, Kennes D M, Xian L, Yankowitz M, Chen S, Watanabe K, Taniguchi T, Hone J, Dean C, Rubio A, Pasupathy A N 2019 *Nature* **572** 95
- [69] Choi Y, Kemmer J, Peng Y, Thomson A, Arora H, Polski R, Zhang Y, Ren H, Alicea J, Refael G, von Oppen F, Watanabe K, Taniguchi T, Nadj-Perge S 2019 *Nat. Phys.* **15** 1174
- [70] Chen G, Jiang L, Wu S, Lyu B, Li H, Chittari B L, Watanabe K, Taniguchi T, Shi Z, Jung J, Zhang Y, Wang F 2019 *Nat. Phys.* **15** 237
- [71] Lee D S, Riedl C, Beringer T, Castro Neto A H, von Klitzing K, Starke U, Smet J H 2011 *Phys. Rev. Lett.* **107** 216602
- [72] Kim Y, Park J, Song I, Ok J M, Jo Y, Watanabe K, Taniguchi T, Choi H C, Lee D S, Jung S, Kim J S 2016 *Sci. Rep.* **6** 38068
- [73] Moon P, Koshino M 2012 *Phys. Rev. B* **85** 195458
- [74] He W Y, Goldhaber-Gordon D, Law K T 2020 *Nat. Commun.* **11** 1650
- [75] He W Y, Law K T 2020 *Phys. Rev. Res.* **2** 012073
- [76] Liu Y, Shao Q 2020 *ACS Nano* **14** 9389
- [77] Xie M, MacDonald A H 2020 *Phys. Rev. Lett.* **124** 097601
- [78] Bultink N, Chatterjee S, Zaletel M P 2020 *Phys. Rev. Lett.* **124** 166601
- [79] Peng R, Ma Y, Xu X, He Z, Huang B, Dai Y 2020 *Phys. Rev. B* **102** 035412
- [80] Ma Y, Kou L, Du A, Huang B, Dai Y, Heine T 2018 *Phys. Rev. B* **97** 035444
- [81] Xu Z, Zhang Q, Shen Q, Cheng Y, Schwingenschlögl U, Huang W 2017 *J. Mater. Chem. C* **5** 10427
- [82] Fu L 2009 *Phys. Rev. Lett.* **103** 266801
- [83] Alpichshev Z, Analytis J G, Chu J H, Fisher I R, Chen Y L, Shen Z X, Fang A, Kapitulnik A 2010 *Phys. Rev. Lett.* **104** 016401
- [84] Hosur P 2011 *Phys. Rev. B* **83** 035309
- [85] Zheng Z, Ma Q, Bi Z, de la Barrera S, Liu M H, Mao N, Zhang Y, Kiper N, Watanabe K, Taniguchi T, Kong J, Tisdale W A, Ashoori R, Gedik N, Fu L, Xu S Y, Jarillo-Herrero P 2020 *Nature* **588** 71

SPECIAL TOPIC—Two-dimensional magnetic materials

Berry curvature-induced emerging magnetic response in two-dimensional materials^{*}Liu Yu-Ting¹⁾ He Wen-Yu²⁾ Liu Jun-Wei²⁾ Shao Qi-Ming^{1)2)†}¹⁾ (*Department of Electronic and Computing Engineering, The Hong Kong University of Science and Technology, Hong Kong 999077, China*)²⁾ (*Department of Physics, The Hong Kong University of Science and Technology, Hong Kong 999077, China*)

(Received 15 December 2020; revised manuscript received 2 April 2021)

Abstract

The magnetic response in a two-dimensional material has received increasing attention in recent years. The magnetic effects and related quantum transport originate from Berry curvature, which is associated with crystal symmetry and many quantum effects including electrons' orbital magnetism, spin-orbit coupling, and magnetoelectricity. The importance of studying the magnetic response in the two-dimensional material lies in two aspects. First, the magnetic response of two-dimensional material provides a platform to investigate the coupling between the above-mentioned intrinsic quantum effects and their couplings. Second, it possesses the potential applications in energy-efficient quantum and spintronic devices. Here, we review the experimental research progress made in recent years. In particular, we focus on the research progress of the valley Hall and magnetoelectric effect, quantum non-linear Hall effect, anomalous Hall, and quantum anomalous Hall effect in two-dimensional materials such as graphene, transition-metal chalcogenides, and twisted bilayer graphene. For each session, we first introduce these phenomena and their underlying physics by using crystal symmetries and band structures. Then, we summarize the experimental results and identify unsolved problems. At last, we provide an outlook in this emerging research direction.

Keywords: two-dimensional material, orbital magnetism, quantum effects, Berry curvature**PACS:** 73.43.Nq, 75.25.Dk, 75.75.-c, 85.75.Nn**DOI:** 10.7498/aps.70.20202132

^{*} Project supported by the HK University Grant Committee (Grant Nos. ECS26200520, N_HKUST626/18, 26302118, 16305019), the HKUST ECE Start-up Fund, and the HKUST Postdoctoral Fellowship Matching Fund (Grant No. NA389).

[†] Corresponding author. E-mail: eeqshao@ust.hk