

旋涡声散射特性的尺度效应数值研究

马瑞轩 王益民 张树海 武从海 王勋年

Numerical investigation of scale effect on acoustic scattering by vortex

Ma Rui-Xuan Wang Yi-Min Zhang Shu-Hai Wu Cong-Hai Wang Xun-Nian

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 70, 104301 (2021) DOI: 10.7498/aps.70.20202206

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.70.20202206>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于声散射的水下气泡群空间关联性研究

Spatial correlation of underwater bubble clouds based on acoustic scattering

物理学报. 2017, 66(1): 014305 <https://doi.org/10.7498/aps.66.014305>

塑料类高分子聚合物材料水中目标声学参数反演

Inversion for acoustic parameters of plastic polymer target in water

物理学报. 2019, 68(21): 214301 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20190991>

超声场中空化泡对弹性粒子微流的影响

Effect of micro-bubble in ultrasonic field on microstreaming of elastic particle

物理学报. 2019, 68(24): 244301 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20191253>

声涡旋信息应用研究进展

Research progress of applications of acoustic-vortex information

物理学报. 2020, 69(24): 244301 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20200826>

激波冲击V形界面重气体导致的壁面与旋涡作用及其对湍流混合的影响

Effect of vortex/wall interaction on turbulent mixing in the Richtmyer-Meshkov instability induced by shocked V shape interface

物理学报. 2017, 66(23): 235201 <https://doi.org/10.7498/aps.66.235201>

小角X射线散射表征非晶合金纳米尺度结构非均匀

Characterization of nanoscale structural heterogeneity in an amorphous alloy by synchrotron small angle X-ray scattering

物理学报. 2017, 66(17): 176109 <https://doi.org/10.7498/aps.66.176109>

旋涡声散射特性的尺度效应数值研究*

马瑞轩^{1)2)†} 王益民¹⁾ 张树海¹⁾ 武从海¹⁾ 王勋年²⁾

1) (中国空气动力研究与发展中心, 空气动力学国家重点实验室, 绵阳 621000)

2) (中国空气动力研究与发展中心, 气动噪声控制重点实验室, 绵阳 621000)

(2020 年 12 月 25 日收到; 2021 年 3 月 5 日收到修改稿)

以声波为主要表现形式的膨胀过程和以旋涡为主要表现形式的剪切过程之间的非线性耦合问题一直以来都是流体力学的研究热点. 尤其是旋涡对声波的散射问题, 具有重要的科学意义与工程应用背景. 本文通过线性紧致格式直接数值求解二维欧拉方程, 获得了平面声波穿过均质 Taylor 涡的散射特性. 与之前经典文献中的标准算例比较, 结果极其吻合, 直接验证了研究所采用的高精度高分辨率空间差分和时间推进格式以及远场无反射边界条件(缓冲区)的计算方法在时域同时解析动力学量和声学量(量级远远小于动力学量)的有效性. 通过引入散射截面, 将全区域的散射分为长波近似区、共振散射区和几何声学区. 针对每个子区域, 重点分析了无量纲尺度量旋涡强度和长度尺度比对散射声场的影响, 给出了散射声场关于上述两个关键无量纲参数的尺度律关系, 并且得到了极低马赫数极大波长时散射声场的分布函数. 在此基础上给出了关于旋涡声散射物理机制的一种解释.

关键词: 声散射, 旋涡强度, 长度尺度比, 尺度律**PACS:** 43.28.+h, 47.35.Rs, 46.40.Cd, 47.11.Bc**DOI:** 10.7498/aps.70.20202206

1 引言

旋涡流动中的声传播问题作为气动声学的经典问题, 不仅可以直接应用于声目标识别与探测, 旋涡主动降噪等实际工程问题^[1-5], 而且对于发展气动声学计算方法^[6]以及认识复杂流动(如剪切层、湍流)与声波相互作用及其发声机理有着重要意义^[7-12], 极具应用与科研价值.

声波穿过旋涡流动时会产生强烈的非线性散射, 频率、幅值和相位会发生显著的变化, 而且声波的传播也会影响流场本身随时间发展的运动规律. 旋涡流动对声波的散射问题有着悠久的历史, 其中声波与湍流的相互作用问题的研究历史甚至超过气动声学本身. 早在 1941 年, 前苏联学者 Obukhov^[13]就开展了湍流对声散射的研究. Krai-

chnan^[10]和 Lighthill^[11]针对湍流声散射问题采用 Lighthill 声比拟方法发展了最早的理论预估模型. Howe^[14]发展了用来描述包含多尺度连续旋涡对声波散射的动力学方程. Clifford 和 Brown^[15]基于含源项的亥姆霍兹方程发展了描述散射声场强度的理论模型, 并且发现流场的平均输运速度会带来散射声波的多普勒频移现象. 采用抛物型的近似方程, Ostashev 等^[16]开展了理论研究, Dallois 等^[17]开展了数值研究.

目前绝大多数针对湍流声散射的研究主要采用半经验的理论预估模型和数值计算方法, 缺乏描述湍流的精确物理模型. 而且研究中发现对声散射起决定作用的流动结构是一系列具有特定尺度的旋涡结构, 因此从单个旋涡出发研究声散射具有重要的意义. 在早期, Fetter^[18]从线性欧拉方程, O Shea^[19]采用声比拟理论都获得了经典点涡对声

* 国家自然科学基金重点项目(批准号: 11732016)、四川省科技计划(批准号: 2018JZ0076)和国家数值风洞工程资助的课题.

† 通信作者. E-mail: maruixuan@cardc.cn

波的散射特性. Colonius^[20,21]等选取多个基本旋涡流动结构,分别采用直接数值模拟和理论研究的方法开展了声散射研究.其中针对 Rankine 涡,基于声比拟理论分析了低马赫数下声散射特性,采用声线法获取了高频近似解. Ford 等^[22-24]和 Hattori 等^[25]采用匹配渐近展开的方法研究了球对称旋涡声散射的特性,并且采用直接数值计算的方法验证了其理论结果. Howe^[26], Kopiev 和 Belyaev^[27]分别采用涡声理论和谐波展开的方法研究了 Rankine 涡的声散射特性.

现有的数学理论方法直接严格求解旋涡声散射的控制方程时会遇到一系列技术上的难题,发展理论模型时必须要进行数学上的近似,比如渐近展开时要求旋涡流动是低马赫数,玻恩近似时要求声波波长远远大于涡核半径,几何声学理论中的射线追踪法只适用于高频声散射.但是在实际推导过程中,大多时候这些近似所需要的数学条件无法同时满足,而且近似条件也大大地限制了结果的适用范围.目前还不存在普遍适用且准确性高的理论模型,绝大多数理论模型缺乏对散射声场细节的解析,比如相位信息的缺失.近年来,随着计算机软硬件的提升,开展精细化的数值模拟成为了一种常用的研究旋涡声散射的手段.其中, Candel^[28]通过数值求解近似的抛物型方程获得了声波穿过 Rankine 涡的畸变特性, Colonius 等^[20,21]通过直接数值求解 Navier-Stokes 方程获得了典型紧致涡与非紧致涡的声散射特性, Clair 和 Gabara^[29]通过数值求解线性欧拉方程获得了旋涡运动对散射声场的影响特性.但是这些研究中,大多是将数值计算作为验证理论结果的手段,没有对计算结果系统分析进而给出散射声场的定量描述.本文针对均熵 Taylor 涡,通过高精度高分辨率方法直接数值求解二维欧拉方程,获得了散射声场随时间演化的全部信息.通过分析散射截面与旋涡强度和长度尺度比的尺度律关系,将旋涡声散射进行了分类.针对每一类型的散射,重点分析了散射声场关于上述两个无量纲量的尺度效应.

2 物理模型

2.1 均熵 Taylor 涡

首先,给出本文所用旋涡模型的详细数学表示.考虑二维圆对称均熵流动,在柱坐标 (r, θ) 下其

法向和径向速度表示如下:

$$u_\theta(r) = M_v r \exp[(1-r^2)/2], \quad (1)$$

$$u_r = 0. \quad (2)$$

这就是经典 Taylor 涡 (Taylor, 1918) 在无粘情况下的表述.其中,速度分量和空间坐标分别采用无穷远处的声速 c_∞ 和涡核半径 R 进行无量纲化处理.旋涡的马赫数 (旋涡强度) 定义为

$$M_v = U_v/c_\infty. \quad (3)$$

这里 U_v 是旋涡的最大速度.再由均熵关系:

$$p/\rho^\gamma = p_\infty/\rho_\infty^\gamma, \quad (4)$$

和声速关系:

$$\gamma p_\infty/\rho_\infty = c_\infty^2, \quad (5)$$

可以得到密度和压强的表达式:

$$\rho(r) = \left[1 - \frac{1-\gamma}{2} M_v^2 \exp(1-r^2)\right]^{1/\gamma-1}, \quad (6)$$

$$p(r) = \frac{1}{\gamma} \left[1 - \frac{1-\gamma}{2} M_v^2 \exp(1-r^2)\right]^{\gamma/\gamma-1}, \quad (7)$$

其中密度 ρ 和压强 p 分别采用无穷远处密度 ρ_∞ 和 $c_\infty^2 \rho_\infty$ 无量纲化; γ 表示绝热指数,空气中一般为 1.4.

2.2 平面声波

选取无穷远处沿 x 正方向传播的平面波作为入射波,具体表达式如下:

$$\begin{pmatrix} \rho' \\ u' \\ v' \\ p' \end{pmatrix} = \varepsilon \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \sin[\omega(x-t)]. \quad (8)$$

这里声学量的密度 ρ' ; x 方向速度分量 u' ; y 方向速度分量 v' 和压强 p' 采用和旋涡动力学量相同参考量进行无量纲化; ω 为平面波的角频率; $\varepsilon = 10^{-5} \ll 1$, 以保证声学量远远小于动力学量.

3 计算方法

与之前的研究类似^[25],我们认为声传播的过程可以忽略粘性和热传导效应.因此在本文的研究中,通过数值求解二维欧拉方程获取平面声波穿过旋涡后的散射特性.其守恒形式如下:

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial y} = 0, \quad (9)$$

其中 \mathbf{U} 是守恒变量; \mathbf{F} 和 \mathbf{G} 分别是 x, y 方向的流通矢量, 具体形式为

$$\mathbf{U} = (\rho, \rho u, \rho v, E)^T,$$

$$\mathbf{F} = (\rho, \rho u^2 + p, \rho uv, u(E + p))^T,$$

$$\mathbf{G} = (\rho v, \rho uv, \rho v^2 + p, v(E + p))^T.$$

ρ, u, v, p 分别是密度、 x 和 y 方向的速度、压强; 总能量密度 $E = \frac{p}{\gamma - 1} + \frac{1}{2}\rho(u^2 + v^2)$.

为了更好地从背景流场(动力学量)中解析出声学量, 空间离散采用经典的 6 阶中心紧致格式(边界处为 3 阶精度), 并且采用 4 阶龙格库塔格式进行时间推进. 为了保持计算的稳定性, 采用 8 阶中心紧致滤波技术抑制计算中产生的非物理高频振荡.

计算在直角坐标系 (x, y) 下进行, 矩形计算域如图 1 所示. 上节给出的均熵 Taylor 涡是非定常欧拉方程的精确解, 在计算中保持定常状态, 可作为理想的背景流动. 旋涡中心位于计算域的几何中心. 本文只考虑顺时针旋转的旋涡, 逆时针对应的结果只需沿 x 轴对称变换即可. 左边界为入口边界, 按照 (8) 式给定沿 x 轴正方向传播的平面声波. 右边界为出口边界, 为了减少边界反射对计算的影响, 在右边界的外设置缓冲区(buffer zone)^[30,31]. 在上下边界处, 我们将物理量分成定常部分和非定常部分, 定常部分按照 (1) 式, (2) 式, (6) 式和 (7) 式给定, 非定常部分采取高阶单边插值的方法处理.

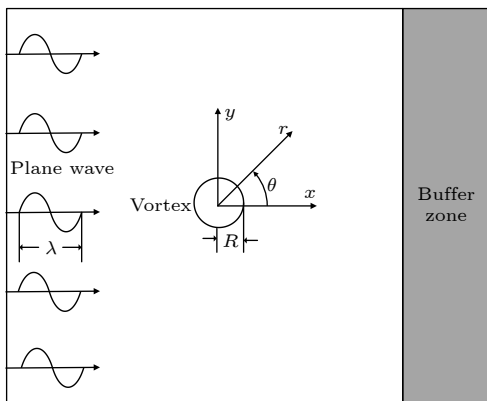


图 1 计算域示意图

Fig. 1. Schematic diagram of computation configuration.

计算中采用等间距的笛卡尔网格, 网格间距满足能同时解析旋涡动力学量和声学小扰动量的要求, 取 $\Delta x = \Delta y = \min\{\lambda/8, R/16\}$, 其中 λ 为

入射声波的波长, 且有 $\lambda = 2\pi c_\infty/\omega$. 计算域设置为 $-\max\{5\lambda, 10R\} \leq x, y \leq \max\{5\lambda, 10R\}$, 缓冲区的厚度为 2λ . 柯朗数 $c_\infty \Delta t/\Delta x = 0.4$, 总计算时长为 $20(R + \lambda)/c_\infty$.

跟随文献 [21] 中的思想, 散射声场按如下方式计算:

$$p_{sc} = p - p_{vor} - p_{inc}, \quad (10)$$

其中 p_{sc} , p , p_{vor} 和 p_{inc} 分别表示散射声压、总压强、旋涡的动力学压强和入射波的声压. 等到计算稳定后, 开始统计散射声压计算得到散射声压的均方根 p_{rms} .

4 方法验证

在时域直接数值模拟声传播的方法主要有三种: 求解 Navier-Stokes 方程(文献 [21])、求解线性欧拉方程(文献 [29])、还有本文所采用直接数值求解欧拉方程^[32].

为了考察本文方法的可行性和计算的准确性, 选取文献 [21, 29] 中的标准算例计算并进行对比. 算例中入射声波波长 $\lambda = 4R$, 均熵 Taylor 涡的马赫数 $M_v = 0.125$. 为了更好的与文献结果对比, 对所得到的散射声压均方根 p_{rms} ($r = 8R$) 使用入射声压的幅值 p_i 进行归一化处理, 从而得到无量纲量 p_{rms}/p_i , 其中 $p_i = \varepsilon = 10^{-5}$. 下文中如果不作特殊说明, 在指向性分布计算中, 散射声压均方根 p_{rms} 均取 $r = 8R$ 处的值.

由图 2 可知, 采用本文所建方法得到的结果与 Colonius 等在文献 [21] 和 Clair 等在文献 [29] 中的计算结果吻合度很高, 尤其与文献 [29] 中结果极度吻合, 充分证明了本文所建方法的有效性. 相比直接求解 Navier-Stokes 方程, 欧拉方程不考虑粘性和热传导效应, 保证了均熵 Taylor 涡在计算过程中保持定常状态(不考虑数值耗散), 有利于有效地提取出散射声场, 因此欧拉方程更加适合具有解析解的旋涡对声波的散射问题. 而且相比线性欧拉方程的人为固定背景流动, 欧拉方程的计算是将动力学量和声学量耦合在一起, 考虑了两者之间的非线性相互作用, 更加接近真实物理情况. 但是, 采用欧拉方程计算的结果中同时也包含了声学量和动力学量, 而将这两部分物理量分离一直以来都是气动声学的难题. 因此, 之前大多数声散射研究采用将完整的欧拉方程近似为线性欧拉方程的方

法达到分离动力学量和声学量的目的. 而本研究采用欧拉方程进行计算, 并将动力学量与声学量成功分离是建立在等熵 Taylor 涡随距离指数衰减的特性. 在涡核区域外, 流体动力学量快速衰减, 背景流动接近静止空气介质. 那么在远场存在的扰动成分就只有声波.

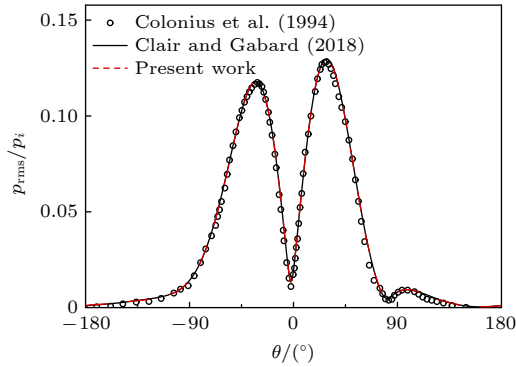


图 2 验证算例

Fig. 2. Comparison with previous studies.

5 计算结果与分析

由第 2 节中旋涡和声波的数学表达式中容易看出: 关于旋涡对声波的散射问题中, 有四个重要的物理量——旋涡的涡核半径 R 、旋涡最大速度 U_v 、声波的波长 λ 和声波的传播速度 c_∞ . 前两个物理量决定了涡的运动, 后两个决定了声传播的特性. 为了衡量两者的相互作用, 我们互相进行无量纲化, 就可以得到两个重要的无量纲参数: 速度尺度比 (这里我们称之为旋涡强度, 即旋涡马赫数) M_v 和长度尺度比 (声波波长与旋涡涡核半径之比) λ/R . 在本文, 针对旋涡强度 M_v 从 0.015625 到 0.25 和长度尺度比 λ/R 从 0.125 到 16 范围内旋涡声散射特性进行计算并分析研究. 这里旋涡强度和长度尺度比的具体选择采用二分法, 从需要模拟的最大值开始, 每次缩小 1/2, 直至需要模拟的最小值. 前期经过大量数值模拟结果摸索出了这种取法, 可以用尽可能少的算例, 得到比较完整的规律 (包含了声散射的三个子区域).

5.1 散射截面

为了更加直观地评价两个无量纲尺度参数 M_v 和 λ/R 对旋涡声散射特性的影响 (尺度效应), 引进散射截面 Σ 表征旋涡对声波散射的强弱, 其中:

$$\Sigma(r) = \frac{1}{\pi r} \int_0^{2\pi} \frac{p_{\text{rms}}^2(r, \theta)}{p_i^2(r, \theta)} r d\theta. \quad (11)$$

可以看出散射截面依赖于积分圆的半径 r . 考虑到散射波以球面波的形式向外辐射, 在远场 ($r \gg R$) 基本上以 \sqrt{r} 衰减 [21,29]. 因此以 πr 进行无量纲化, 既使得在远场时散射截面保持与半径 r 无关, 又可以保证入射波与散射波强度相当时, 散射截面的大小与 1 接近. 不失一般性, 计算散射截面时, 当 $\lambda \leq \pi R$ 时, r 取 $8R$; 当 $\lambda > \pi R$ 时, r 取 $16R$.

图 3 给出了当长度尺度比 λ/R 为 0.125, 0.25, 0.5, 1, 2, 4, 8, 16 时, 散射截面 Σ 与旋涡强度 M_v 之间的关系. 对于所计算范围的所有 λ/R , Σ 都会随着 M_v 的增加而增加, 直至达到 1 的量级时, 不再会有明显的变化. 一旦散射截面超过 10^0 , 其与旋涡强度的平方关系将不再成立. 散射截面与旋涡强度的定量关系依赖于长度尺度比的大小, 当 $\lambda/R > 1$ 时, Σ 与 M_v 的平方呈正比; 当 $\lambda/R < 1$ 时, 只有对旋涡强度较小时成立. 显然, 散射波的强弱与旋涡的强度呈正相关, 且最大只能达到与入射波相同的量级.

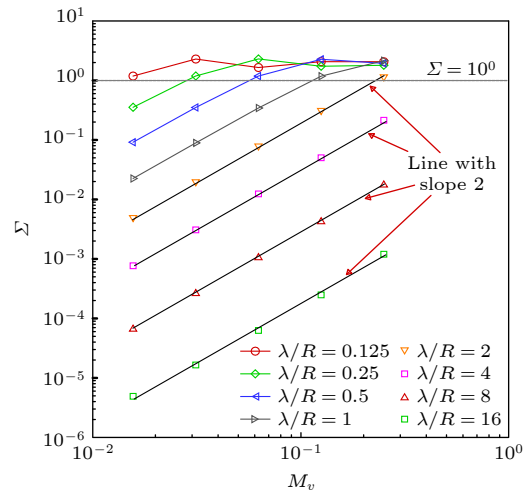


图 3 不同长度尺度比下散射截面与旋涡强度的关系 (对数坐标系)

Fig. 3. Scattering cross-section Σ potted against M_v at different λ/R (Logarithmic coordinate system).

图 4 给出了当旋涡强度 M_v 为 0.015625, 0.3125, 0.0625, 0.125, 0.25 时, 散射截面 Σ 与长度尺度比 λ/R 之间的关系. 对于所计算范围的所有 M_v , 散射截面 Σ 都会随着 λ/R 的增加而减小, 且减小的速度随着 λ/R 的增加而越来越快, 在长度尺度比较大时, 衰减速度的接近 $(\lambda/R)^{-4}$. 经典的理论分析

证明在玻恩近似 (即长波近似, $\lambda/R \rightarrow +\infty$ 时) 下, 衰减的速度可达到最大值 $(\lambda/R)^{-4}$. 按照文献 [22] 针对希尔球涡声散射的理论分析方法, 对于 Taylor 涡的声散射结果, 在低马赫数大波长的理想情况下, 同样可以得到:

$$\Sigma \propto M_v^2 \left(\frac{\lambda}{R} \right)^{-4}. \quad (12)$$

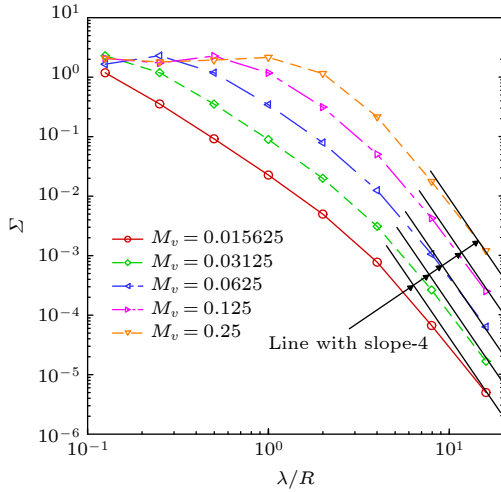


图 4 不同旋涡强度下散射截面与长度尺度比的关系 (对数坐标系)

Fig. 4. Scattering cross-section Σ plotted against λ/R at different M_v (Logarithmic coordinate system).

下面考虑旋涡强度 M_v 和长度尺度比 λ/R 两者共同对散射截面 Σ 的影响. 将整个旋涡声散射定义在关于 M_v 和 λ/R 的平面上, 并且将该平面划分为: 长波近似区, 共振散射区和几何声学区. 具体划分如图 5 所示, 以 $\Sigma/[M_v^2(\lambda/R)^{-4}]$ 为特征变量. 在长波近似区近似有 $\Sigma \propto M_v^2(\lambda/R)^{-4}$, 这是由经典的长波近似理论, 即玻恩近似所得到的. 在共振散射区有 $\Sigma \propto M_v^2$, 而 λ/R 的 -4 次方律不再成立. 在该区域里入射声波波长与涡核尺度相当, 散射声场强度与入射声场也相当, 产生了类似“共振”的散射效应; 在几何声学区, M_v 的 2 次方律和 λ/R 的 -4 次方律都不再成立, 该区域的声散射现象可以通过几何声学理论进行分析. 其中, 长波近似区和共振散射区的分界线大致在 $\lambda/R = 2\pi$, 正好对应于亥姆霍兹数 $kR = 2\pi R/\lambda = 1$, 其中 k 为波数. 而共振散射区和几何声学区通常以 $\Sigma = 1$ 为分界线. 下面分别对这三个区域的散射特性的尺度效应做详细分析.

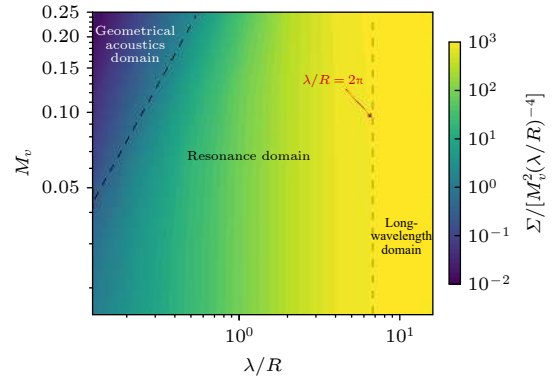


图 5 旋涡强度和长度尺度比共同对散射截面的影响 (对数坐标系)

Fig. 5. Scattering cross-section as a function of M_v and λ/R (Logarithmic coordinate system).

5.2 长波近似区

图 6 给出了无量纲时间 $t = 280$ 时的无量纲化的散射声压 p_{sc}/p_i . 在长波近似区, 旋涡对声波的散射很弱, 散射声场的强度远远小于入射声场. 散射声场的指向性类似于四极子声场, 出现了四道波束 (beam), 分别位于 $\theta = 45^\circ, -45^\circ, -135^\circ, 135^\circ$ 附近, 依次记作第一波束 (first beam), 第二波束 (second beam), 第三波束 (third beam), 第四波束 (fourth beam). 靠近 x 正方向的两道波束强于靠近 x 轴负方向的两道波束, 且任意相邻的两道波束之间相位相反.

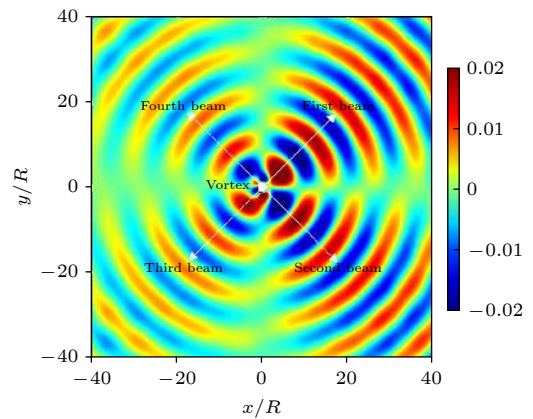


图 6 $t = 280$ 时的散射声压, 其中 $M_v = 0.125$, $\lambda/R = 10$

Fig. 6. Snapshot of scattered pressure with $M_v = 0.125$ and $\lambda/R = 10$ at $t = 280$.

图 7 给出了长波近似区五个典型状态的声压均方根 ($r = 16R$) 的指向性特征, 采用无量纲量 $p_{rms}/[p_i M_v (\lambda/R)^{-2}]$ 作为特征量. 和瞬时散射声压类似, 均方根值也出现了四道波束, 且每道波束的

形状类似一个半正弦函数. 散射声压均方根 p_{rms} 与旋涡强度 M_v 呈正比. 但是随着 M_v 增加, 散射声场的指向性分布表现出更多的不对称性, 第一波束的强度逐渐增强, 相应地, 第二波束减弱. 这与文献 [29] 中的完全对称的描述不符. 这种差异主要来源于计算所使用的控制方程不同. 本文所采用欧拉方程模型是比文献 [29] 中忽略高阶小项的线性欧拉方程更加贴合真实的物理模型, 而且在旋涡的马赫数较高时, 这种非线性的高阶项愈发重要, 因此本文所得到的结果更为可信. 在极低马赫数时, 指向性分布关于声波入射方向完全对称, 这与基于低马赫数大波长的理论分析结果 (玻恩近似 [18,19] 和匹配渐近展开 [22–25]) 类似. 同时, 随着 M_v 减小, 在 $\theta = 0^\circ$ 处的散射逐渐趋于 0. 散射声场关于长度尺度比 λ/R 的“ -2 次方律”基本符合. 同样随着 λ/R 增加, 不同波束的强度逐步接近, 散射声场表现了良好的对称性.

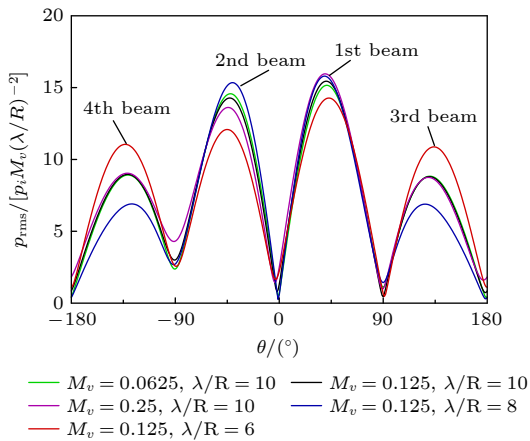


图 7 长波近似区的散射声压均方根指向性分布

Fig. 7. Directivity for root-mean-square pressure of the scattered fields in long-wavelength domain.

综合以上结果, 可以得到在长波近似区散射声场强度关于旋涡强度和长度尺度比的尺度律关系:

$$p_{\text{rms}} \propto p_i (r/R)^{-\frac{1}{2}} M_v (\lambda/R)^{-2}. \quad (13)$$

图 8 给出了低马赫数 ($M_v = 0.015625$)、大波长 ($\lambda/R \geq 8$) 时的散射声场指向性分布 ($r = 16R$). 从图 8 可以看出, 随着波长的增加, 指向性分布逐步接近四个等强度的波束 (参考曲线). 我们可以得到在极低马赫数、极大波长时散射声场的分布函数有如下形式:

$$p_{\text{rms}}(r, \theta) = A_T p_i (r/R)^{-\frac{1}{2}} M_v (\lambda/R)^{-2} |\sin(\theta/2)|, \quad (14)$$

其中 A_T 是一个常数, 针对等熵 Taylor 涡, $A_T = 36.2038671967512$.

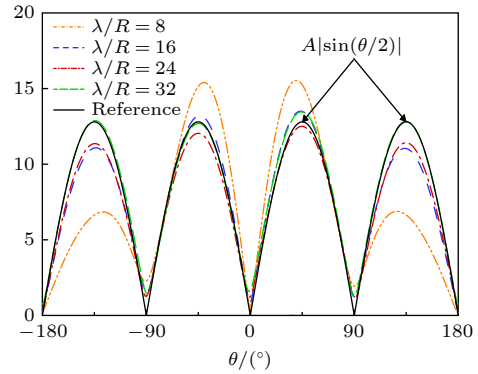


图 8 低马赫数大波长下的散射声压均方根指向性分布

Fig. 8. Directivity for root-mean-square pressure of the scattered fields with low Mach number and long wavelength.

5.3 共振散射区

随着长度尺度比 λ/R 的减小, 旋涡对声波的散射逐渐过渡到共振散射区. 与长波散射相比, 共振散射区的散射声场中, 靠近 x 轴负方向的两道波束持续衰减, 直至消失. 如图 9 所示, 采用无量纲量 $p_{\text{rms}} / [p_i (\lambda/R)^{-2}]$ 作为特征量, 会发现靠近 x 轴正方向的两道波束其强度仍然满足 λ/R 的“ -2 次方律”, 并逐渐向声波入射方向靠拢. 这是长波近似区向共振散射区过渡的显著特征. 从图 10 可以看出, 当 $\lambda/R = 4$ 时, 散射声场已经完全表现共振散射的特性, 只存在靠近 x 轴方向的两道反相的波束.

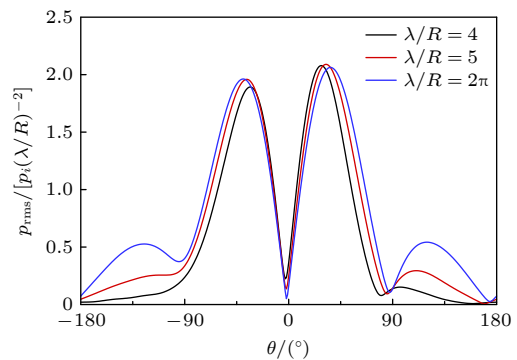


图 9 共振散射区较大波长散射声场指向性分布

Fig. 9. Directivity for root-mean-square pressure of the scattered fields in resonance domain with relatively long wavelength.

下面采用无量纲量 $p_{\text{rms}} / (p_i M_v)$ 作为特征量考察散射声场与旋涡强度的关系. 从图 11 可以看出, 在共振散射区, 散射声压均方根值 p_{rms} 与旋涡强度

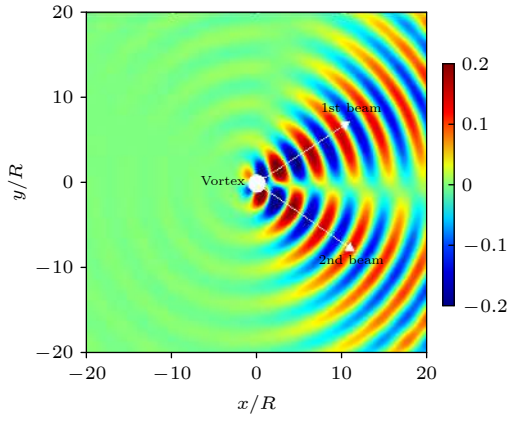


图 10 $t = 140$ 时的散射声压, 其中 $M_v = 0.125$, $\lambda/R = 4$
Fig. 10. Snapshot of scattered pressure with $M_v = 0.125$ and $\lambda/R = 4$ at $t = 140$.

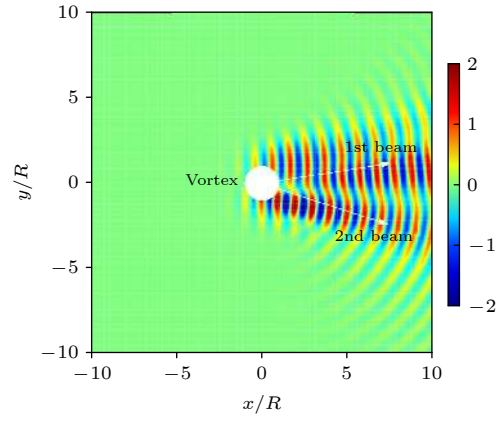


图 12 $t = 60$ 时的散射声压, 其中 $M_v = 0.125$, $\lambda/R = 1$
Fig. 12. Snapshot of scattered pressure with $M_v = 0.125$ and $\lambda/R = 1$ at $t = 60$.

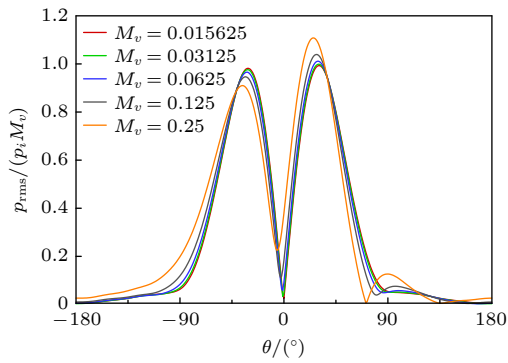


图 11 旋涡强度对共振散射区散射声场指向性的影响
Fig. 11. Directivity for root-mean-square pressure of the scattered fields in resonance domain at different vortex strength.

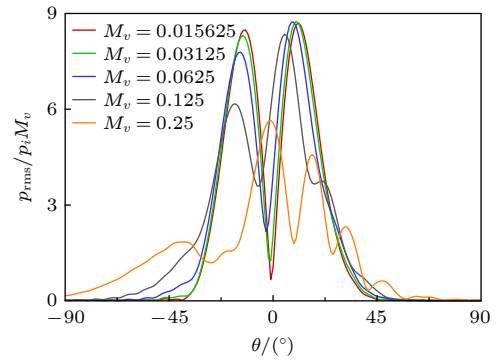


图 13 旋涡强度对共振散射区小波长散射声场指向性的影响
Fig. 13. Directivity for root-mean-square pressure of the scattered fields in resonance domain with relatively small wavelength at different vortex strength.

M_v 呈正比. 和长波散射类似, 随着 M_v 的增加, 散射声场逐渐表现出不对称性. 结合以上结果, 可以得到在共振散射区散射声场的强度关于旋涡强度有如下关系式:

$$p_{\text{rms}} \propto p_i (r/R)^{-\frac{1}{2}} M_v. \quad (15)$$

针对共振散射区的短波散射, 如图 12 所示, 两道主要的波束逐渐向声波入射方向靠拢, x 轴负方向的散射彻底消失. 从图 13 可以看出随着旋涡强度的增加, 两道波束发生干涉, 标志着散射由共振散射区转向几何声学区.

在共振散射区域, 散射声波的强度相比于长波近似区有明显的增强, 接近入射声波的强度. 这个区域的声散射特性对于采用声波探测旋涡结构、基于旋涡阵列主动降噪等工程实用的声学技术具有很强的现实意义.

5.4 几何声学区

随着旋涡强度 M_v 增加和长度尺度比 λ/R 的减小, 声散射逐渐进入到几何声学区, 其散射声场强度高于入射声场, 具体参考图 14 和图 15. 由于主波束之间的相互干涉, 产生许多强度较弱的次级波束, 且随着 λ/R 减小和 M_v 的增加, 次级波束的数量逐渐增多, 散射声场的指向性更加不规则. 在几何声学区, 散射声场的强度不再与旋涡强度呈正比. 与长波近似区和共振散射区不同, 对于低马赫数的旋涡, 几何声学区的散射声场也表现出了不对称性.

5.5 旋涡声散机制的初步讨论

旋涡对声波的散射包含了两种声散射的机制. 首先是非线性散射的效应, 即旋涡与声波非线性耦

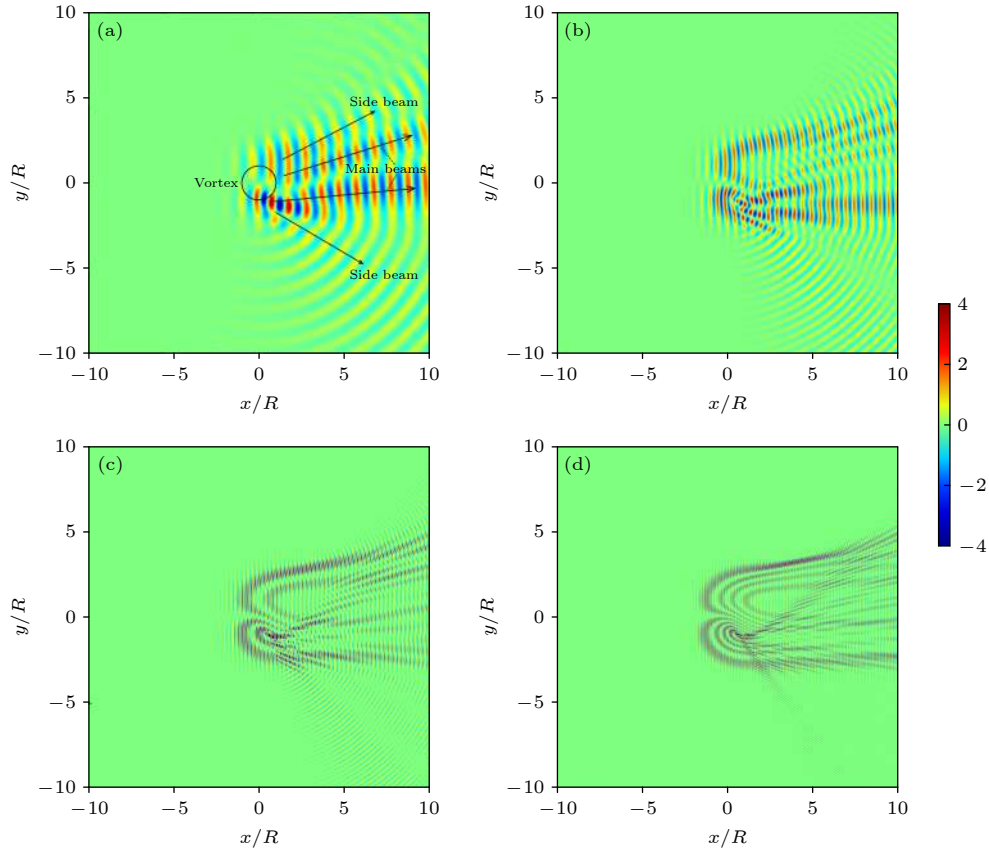

 图 14 散射声压, 其中旋涡强度 $M_v = 0.25$ (a) $\lambda/R = 1$; (b) $\lambda/R = 0.5$; (c) $\lambda/R = 0.25$; (d) $\lambda/R = 0.125$

Fig. 14. Snapshot of scattered pressure with $M_v = 0.25$: (a) $\lambda/R = 1$; (b) $\lambda/R = 0.5$; (c) $\lambda/R = 0.25$; (d) $\lambda/R = 0.125$.

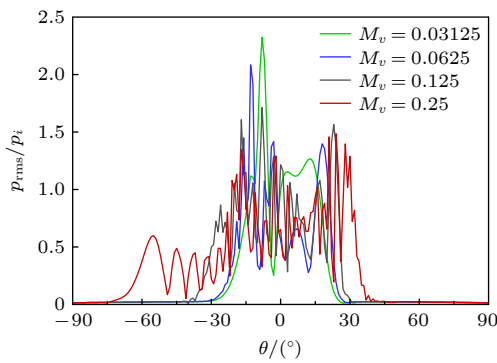


图 15 不同旋涡强度对几何声学区散射声场指向性的影响
Fig. 15. Directivity for root-mean-square pressure of the scattered field in geometrical acoustics domain at different vortex strength.

合发声机制. 由于入射声波的存在, 旋涡不再保持原来定常状态, 而是受到声波的激发向外辐射出散射声波以抵消入射声波的影响. 散射声波的强度与旋涡强度成正比, 此外还与声波和旋涡的尺度比值密切相关, 当两者接近时, 非线性发声达到最大值即通常意义上的共振. 旋涡受激辐射声波有良好的对称性, 可以称之为对称模态, 且该过程主要发生

在涡核内. 另外一种长程折射效应, 主要发生在涡核外部. 表现为背景流动对涡核内所产生的散射声波传播路径长距离的偏转作用, 是造成非对称性的原因, 称之为旋转模态.

采用以上分析结果可以很好地解释: 为什么随着波长的减小, 反向散射越来越不明显. 原本由涡核所产生的散射波在前向和反向的强度是一致的, 但是与入射波叠加后各个方向出现了差异. 而这种差异随着波长的减小越发明显. 使得反向的折射效应强于正向, 原本反向的散射波便被偏转为接近入射波的方向.

6 结 论

本文通过数值求解二维欧拉方程, 研究了无量纲尺度参数 (旋涡强度 M_v 和长度尺度比 λ/R) 对均熵 Taylor 涡声散射特性的影响. 随着旋涡强度的增加与长度尺度比的减小, 旋涡声散射现象依次经历长波近似区、共振散射区以及几何声学区, 并且散射声场强度逐渐增加, 指向性表现出更多的非

对称性.

1) 在长波近似区, 散射声场很微弱, 由四道波束组成, 相邻两道波束反相. 散射强度与旋涡强度呈正比, 与长度尺度比的平方呈反比; 旋涡强度较弱时, 散射声场关于入射方向表现出良好的对称性;

2) 在共振散射区, 散射主要发生在靠近入射波的方向, 包含两道反相的波束, 其强度与旋涡强度呈正比;

3) 在几何声学区, 散射声场强度和入射声场相当, 主要集中在旋涡后方区域, 没有表现出明确的指向性;

4) 旋涡对声波的散射包含了两种不同的机制, 即非线性的散射效应与线性的长程折射效应.

需要注意的是本文只考虑了相对静止的旋涡对声波的散射. 因此声波穿过旋涡后, 频率并没有改变. 下一步研究将考虑运动旋涡对散射声场的影响, 尤其是不同形式的运动 (平动、振动等) 给散射声场带来的多普勒频移效应.

参考文献

- [1] Ferziger J H 1974 *J. Acoust. Soc. Am.* **56** 1705
- [2] Lund F, Rojas C 1989 *Physica D* **37** 508
- [3] Wu C, Ma R, Wang Y, Zhang S 2020 *Acta Aerodyn. Sin.* **38** 1120 (in Chinese) [武从海, 马瑞轩, 王益民, 张树海 2020 空气动力学学报 **38** 1120]
- [4] Li X K, Meng X X, Xia Z 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 064302 (in Chinese) [李秀坤, 孟祥夏, 夏峙 2015 物理学报 **64** 064302]
- [5] Xia Z, Li X K 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 094302 (in Chinese) [夏峙, 李秀坤 2015 物理学报 **64** 094302]
- [6] Yang Y, Li X K 2016 *Acta Phys. Sin.* **65** 164301 (in Chinese) [杨阳, 李秀坤 2016 物理学报 **65** 164301]
- [7] Labbe R, Pinton J F 1998 *Phys. Rev. Lett.* **81** 1413
- [8] Oljaca M, Gu X, Glezer A, Baffico M, Lund F 1998 *Phys. Fluids* **10** 886
- [9] Powell A 1964 *J. Acoust. Soc. Am.* **36** 177
- [10] Kraichnan R H 1953 *J. Acoust. Soc. Am.* **25** 1096
- [11] Lighthill M J 1953 *Proc. Cambridge Philos. Soc.* **49** 531
- [12] Amiet R K 1978 *J. Sound Vib.* **58** 467
- [13] Obukhov A M 1941 *Dokl. Akad. Nauk SSSR* **30** 616
- [14] Howe M S 1973 *J. Sound Vib.* **27** 455
- [15] Clifford S F, Brown E H 1974 *J. Acoust. Soc. Am.* **55** 929
- [16] Ostashev V E, Salomons E M, Clifford S F, Lataitis R J, Wilson D K, Blanc-Benon P, Juva D 2001 *J. Acoust. Soc. Am.* **109** 1894
- [17] Dallois L, Blanc-Benon P, Juvé D 2001 *J. Comput. Acoust.* **9** 477
- [18] Fetter A L 1964 *Phys. Rev. A* **136** 1488
- [19] Oshesha S 1975 *J. Sound Vib.* **43** 109
- [20] Colonius T, LELE S, Moin P 1991 *29th Aerospace Sciences Meeting* Reno, United States, January 7–10, 1991 p494
- [21] Colonius T, Lele S K, Moin P 1994 *J. Fluid Mech.* **260** 271
- [22] Ford R, Smith S G L 1999 *J. Fluid Mech.* **386** 305
- [23] Llewellyn Smith S G, Ford R 2001 *Phys. Fluids* **13** 2876
- [24] Llewellyn Smith S G, Ford R 2001 *Phys. Fluids* **13** 2890
- [25] Hattori Y, Llewellyn Smith S G 2002 *J. Fluid Mech.* **473** 275
- [26] Howe M S 1999 *J. Sound Vib.* **227** 1003
- [27] Kopiev V F, Belyaev I V 2010 *J. Sound Vib.* **329** 1409
- [28] Candel S M 1979 *J. Fluid Mech.* **90** 465
- [29] Clair V, Gabard G 2018 *J. Fluid Mech.* **841** 50
- [30] Bodony D J 2006 *J. Comput. Phys.* **212** 681
- [31] Mani A 2012 *J. Comput. Phys.* **231** 704
- [32] Ke G, Li W, Zheng Z C 2015 *21st AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference* Dallas, United States, June 22–26, 2015 p3267

Numerical investigation of scale effect on acoustic scattering by vortex^{*}

Ma Rui-Xuan^{1)2)†} Wang Yi-Min¹⁾ Zhang Shu-Hai¹⁾
Wu Cong-Hai¹⁾ Wang Xun-Nian²⁾

1) (*State Key Laboratory of Aerodynamics, China Aerodynamics Research and Development Center, Mianyang 621000, China*)

2) (*Key Laboratory of Aerodynamics Noise Control, China Aerodynamics Research and Development Center, Mianyang 621000, China*)

(Received 25 December 2020; revised manuscript received 5 March 2021)

Abstract

When acoustic waves propagate through a volume of vortical flows, the strong nonlinear scattering lead the amplitude, the frequency, and the phase of the incident waves to change obviously. As one of the most significant problems in the area of aeroacoustics, the scattering of acoustic waves by a vortical flow plays a main role in industrial applications and scientific research. In this study, we start from an elementary vortex model. The scattering of plane acoustic waves from a Taylor vortex is investigated by solving two-dimensional Euler equations numerically in the time domain. To resolve the small-amplitude acoustic waves, a sixth-order-accurate compact Padé scheme is used for spatial derivatives and a fourth-order-accurate Runge-Kutta scheme is used to advance the solution in time. To minimize the reflection of outgoing waves, a buffer zone is used at the computational boundary. The computations of scattered fields with very small amplitudes are found to be in excellent agreement with a benchmark provided by previous studies. Simulations for the scattering from a Taylor vortex reveal that the amplitude of the scattered fields is strongly influenced by two dimensionless quantities: the vortex strength M_v and the length-scale ratio λ/R . Based on a global analysis of scale effects of these two dimensionless quantities on the scattering cross-section, the whole scattering domain defined on the $M_v - \lambda/R$ plane is divided into three subdomains. As the vortex strength M_v increases and the length-scale ratio λ/R decreases, the acoustic scattering from a compact vortex goes through the long-wavelength domain, the resonance domain, and the geometrical acoustics domain in turn. The associated scattered fields with the increasing of intensity show more irregularities. The scattering in the long-wavelength domain possesses four primary beams described by half-sine functions, which scales as $M_v(\lambda/R)^{-2}$. In particular, the directivity of the scattered field with a very low Mach number and a very long wavelength behaves as $M_v(\lambda/R)^{-2} |\sin(\theta/2)|$. In the resonance domain, the beams in the opposite direction to the incident waves decay rapidly. The rest of two beams follow the M_v scaling. The scattered fields are concentrated around the direction of the incident wave in the geometrical acoustics domain, where the primary beams are surrounded by several small sub-beams. The physical mechanism of the acoustic scattering caused by a vortex involves two different mechanisms, namely nonlinear scattering effect and linear long-range refraction effect.

Keywords: acoustic scattering, vortex strength, length-scale ratio, scaling laws

PACS: 43.28.+h, 47.35.Rs, 46.40.Cd, 47.11.Bc

DOI: 10.7498/aps.70.20202206

^{*} Project supported by the Key Program of the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11732016), the Sichuan Science and Technology Program (Grant No. 2018JZ0076), and the National Numerical Windtunnel Project. .

[†] Corresponding author. E-mail: maruixuan@cardc.cn