

## 角锥棱镜的斜入射远场衍射图样

汤凯 程志恩 邓华荣 耿仁方 张忠萍

## Far-field diffraction pattern of cube corner retroreflector at oblique incidence

Tang Kai Cheng Zhi-En Deng Hua-Rong Geng Ren-Fang Zhang Zhong-Ping

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 70, 154201 (2021) DOI: 10.7498/aps.70.20210261

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.70.20210261>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

利用含二面角误差的角锥棱镜阵列实现反射光束均匀发散的方法

A method to diverge reflected beam uniformly using cube-corner retroreflector array with dihedral angle tolerances

物理学报. 2017, 66(8): 084201 <https://doi.org/10.7498/aps.66.084201>

平面超透镜的远场超衍射极限聚焦和成像研究进展

Advances in the far-field sub-diffraction limit focusing and super-resolution imaging by planar metalenses

物理学报. 2017, 66(14): 144206 <https://doi.org/10.7498/aps.66.144206>

基于分形谐振器的远场超分辨率扫描成像

Far-field super-resolution scanning imaging based on fractal resonator

物理学报. 2019, 68(24): 244102 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20190620>

基于宽带立体超透镜的远场超分辨率成像

Far-field super-resolution imaging based on wideband stereo-metalens

物理学报. 2018, 67(9): 094101 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20172608>

基于光栅结构的远场时间反演亚波长源成像

Far-field time reversal subwavelength imaging of sources based on grating structure

物理学报. 2017, 66(4): 044101 <https://doi.org/10.7498/aps.66.044101>

三阶分布反馈太赫兹量子级联激光器的远场分布特性

Far-field analysis of third-order distributed feedback terahertz quantum cascade lasers

物理学报. 2017, 66(9): 099501 <https://doi.org/10.7498/aps.66.099501>

## 角锥棱镜的斜入射远场衍射图样\*

汤凯<sup>1)</sup> 程志恩<sup>1)†</sup> 邓华荣<sup>1)</sup> 耿仁方<sup>2)</sup> 张忠萍<sup>1)</sup><sup>1)</sup> (中国科学院上海天文台, 上海 200030)<sup>2)</sup> (南京信息工程大学遥感与测绘工程学院, 南京 210044)

(2021 年 2 月 3 日收到; 2021 年 3 月 14 日收到修改稿)

角锥棱镜是激光反射器的主要光学组件, 在合作目标卫星激光测距中发挥着关键作用. 精确计算角锥棱镜的远场衍射图样是估算激光测距回波能量的必要过程. 本文基于角锥棱镜的反射原理, 分析了不同激光入射方向对反射器有效反射面积的影响, 提出了一种适用范围更广的有效反射面积计算方法, 同时分析了激光入射方向对角锥棱镜光学反射率的影响. 在此基础上, 应用光学标量衍射理论建立了远场衍射图样算法, 分别对多种激光入射方向的镀金属(银)膜和无镀膜角锥棱镜进行了远场衍射图样仿真计算, 得到了两类角锥棱镜的远场衍射图样分布随入射方向变化的规律. 搭建了角锥棱镜远场衍射图样测试系统, 通过实测结果与仿真计算的对比分析, 验证了仿真计算的准确性.

**关键词:** 角锥棱镜, 有效反射面积, 远场衍射图样, 仿真计算**PACS:** 42.25.Fx, 42.79.-e**DOI:** 10.7498/aps.70.20210261

## 1 引言

角锥棱镜 (corner cube retro-reflector, CCR) 是一种由 3 个两两正交的平面组成的立方体角结构棱镜, 对入射光具有反向反射的能力, 已广泛应用于干涉仪、重力仪以及卫星激光测距等研究领域. 在卫星激光测距中, 地面测站通过发射激光脉冲到卫星并且接收经过星载反射器反射回来的脉冲信号来精确测量星地距离, 目前的星载激光反射器大多采用角锥棱镜作为反射器的基本组成元件, 其可大大提高回波强度和测量精度<sup>[1]</sup>.

由于光在角锥棱镜内反射的过程中有着复杂的偏振和相位变化<sup>[2-6]</sup>, 反射光的远场能量分布往往与几何方法估算的结果差别很大. 此外携带反射器的卫星或航天器通常以极高的速度飞行, 卫星激光测距时由于速度光行差的影响, 反射光束的指向中心通常会显著偏离地面观测站<sup>[7,8]</sup>. 因此, 在反射

器设计中, 准确的角锥棱镜远场衍射图样 (far field diffraction pattern, FFDP) 仿真计算对于优化反射器的雷达散射截面具有重要的指导意义, 已成为评价反射器性能的重要分析手段. 国内外学者已在该领域做了大量的研究工作, Chang 等<sup>[9]</sup> 在 1971 年就开展了无镀膜角锥棱镜的远场衍射研究; Arnold<sup>[2,10]</sup> 也较早开展了角锥棱镜光学特性的研究, 完成了角锥棱镜在多种参数下的远场衍射分析; Otsubo 等<sup>[11]</sup> 在对激光测月反射器的研究中分析计算了不同镀膜类型和不同口径的角锥棱镜远场衍射图样; Sadovnikov 和 Sokolov<sup>[3]</sup> 建立了完整的无镀膜角锥棱镜的完全内反射偏振态转化模型, 得到了经实验验证的无镀膜角锥棱镜远场衍射; 声远<sup>[4,12]</sup>、钟声远等<sup>[13]</sup> 和周辉等<sup>[5,6,14]</sup> 从多个角度在数学上描述了角锥棱镜的 FFDP 计算原理, 给出了多种情况圆切割角锥棱镜的远场衍射计算结果. 然而国内外对角锥棱镜的 FFDP 研究大多考虑的是激光垂直入射的情况, 对激光倾斜入射的 FFDP

\* 国家自然科学基金 (批准号: U1631240, 11903066) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: cze@shao.ac.cn

的规律性分析较少,也较少对比多种入射方向下镀膜和非镀膜角锥棱镜 FFDP 的区别.

本文分析了多种入射角度下镀金属膜和无镀膜角锥棱镜的反射特点,分析了影响角锥棱镜在多种入射方向(多为斜入射)下的 FFDP 的有效反射面积和光学反射率与入射角的关系,提出了一种适用于多种切割方式的有效反射面积计算方法.结合有效反射面积和反射率计算,建立了角锥棱镜的远场衍射计算模型,计算了多种入射角度的角锥棱镜的 FFDP.结合远场衍射实验测量结果,对比得到不同镀膜情况的角锥棱镜在多种入射角度光作用下的远场衍射分布规律,验证了仿真模型计算结果,对于角锥棱镜有效反射面积的计算以及远场衍射的仿真研究具有一定的参考和借鉴意义.

## 2 原理与方法

### 2.1 角锥棱镜的反射机理

如图 1(a),简化角锥棱镜的反射面为 3 个两两垂直的平面,令入射光线矢量为  $(x_0, y_0, z_0)$ ,光线在角锥棱镜内部反射过程中,每个反射面均使光线方向矢量与该平面法线平行的相应分量取反,即经过  $xoy$  平面时矢量变为  $(x_0, y_0, -z_0)$ ,经过  $xoz$  平面时矢量变为  $(x_0, -y_0, -z_0)$ ,经过  $yoiz$  平面时矢量变为

$(-x_0, -y_0, -z_0)$ ,从而使出射光线的矢量方向完全与入射光线相反.

为追迹角锥棱镜内部光线,可将角锥棱镜的 3 个反射面按照反射顺序依次对棱镜空间进行 3 次镜像折叠,理想角锥棱镜(反射面两两垂直)的六种反射次序对应的镜像都是与角锥棱镜顶点中心对称的同一个虚像,如图 1(b).不论光线的反射顺序如何,只要入射光线于角锥透射面孔径内入射,同时光线延长线也自镜像透射面孔径出射时,光线就满足后向反射的条件<sup>[15]</sup>.符合后向反射条件的反射光截面面积就是有效反射面积,是衡量后向反射光能量的一个重要标准,具体将在 2.2 节讨论.

### 2.2 有效反射面积与入射光方向的关系

角锥棱镜的有效反射面积决定了完成后向反射的光束宽度.根据角锥棱镜切割后的透射面孔径形状,角锥棱镜大致分为两类:圆形切割和六边形切割角锥棱镜.

定义角锥棱镜切割系数  $\eta$  为切割去除的三角形边长与原始透射面边长的比值.如图 2,设切割前角锥入射面三角形边长为  $A$ ,切割角边长为  $a$ ,切割系数  $\eta = a/A$ .显然,当  $\eta = 1/3$  时,切割会形成正六边形透射面,当  $\eta = 0$  时(无切割),角锥棱镜为三角形透射面(可视为一种特殊的六边形切割反射器).

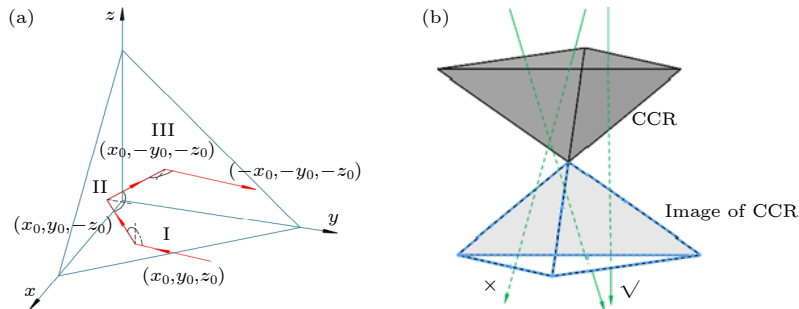


图 1 (a) 光线在经过 CCR 后向反射后的方向矢量变化; (b) 光线在 CCR 中完成后向反射的条件  
Fig. 1. (a) Change of ray's direction vector retro-reflected by CCR; (b) condition of rays reflected backwards by CCR.

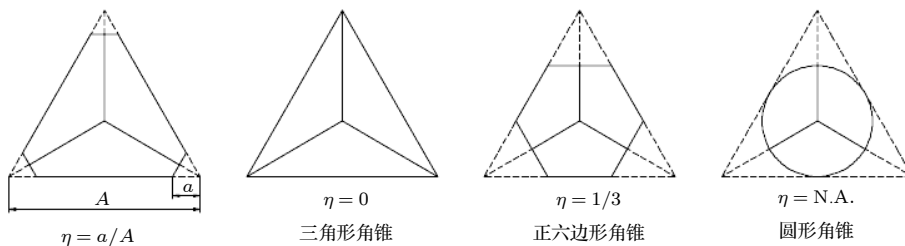


图 2 角锥棱镜的各种切割方式  
Fig. 2. Cutting modes of various CCR.

圆形切割是一种最常见的角锥棱镜切割方式, 结构紧凑、稳定性好、易堆叠. 目前绝大多数卫星激光反射器采用了圆形切割角锥棱镜. 关于圆形切割角锥的有效反射面积计算, 众多研究者已给出了任意入射角度下的面积计算方法<sup>[2,12]</sup>. 六边形切割的角锥棱镜在入射方向上看是  $120^\circ$  旋转对称的, 具有很好的对称性, 适合密集的阵列式排布, Lunokhod 系列月球反射器和我国的 TG-1 交会对接激光雷达反射器都采用了六边形或三角形角锥棱镜阵列设计. 由于六边形切割的有效反射面积与入射角度和切割系数均有关系, 需要讨论的情况非常多. 文献<sup>[2,12,16,17]</sup> 给出了三角形切割角锥的任意入射角度的有效反射面积和正六边形切割角锥的特定入射角度的有效反射面积计算公式. 但国内外研究中, 对任意切割系数的六边形角锥在任意入射角度下的有效反射面积计算方法并未见诸文献.

本文则针对包括六边形角锥在内的常见角锥棱镜给出了一种计算任意切割系数和任意入射角度的有效反射面积的方法. 可统一计算包括六边形、三角形和圆形等全部常见形状角锥棱镜的任意入射角度的有效反射面积.

以三角形切割的角锥棱镜为例, 当光以一定的角度入射到角锥棱镜时, 以入射光与透射平面法线的夹角为入射角  $\theta$ , 透过角锥前表面后折射角为  $\theta'$ , 入射光在透射平面上的投影与该平面坐标轴的夹角为方位角  $\varphi$ , 角锥棱镜的顶高为  $h$ , 角锥棱镜前表面孔径的镜像与其投影的重叠面积为  $D$ , 见图 3.

根据 2.1 节描述, 角锥棱镜孔径沿折射光线方向的投影与角锥棱镜入射面镜像在底面的重叠部分为满足后向反射的有效反射区域, 如图 3 阴影部分, 计算其在入射光方向的截面积可得到角锥棱镜在该入射方向的有效反射面积.

令有效反射面积为  $S$ , 可得到如下关系:

$$S = D \cdot \cos\theta. \quad (1)$$

$$S = \iint \cos\theta dx dy, \begin{cases} y < L_1, y < L_2, y > L_3, y > L_4, y > L_5, y < L_6, \\ y < L'_1, y > L'_2, y > L'_3, y > L'_4, y > L'_5, y > L'_6. \end{cases} \quad (2)$$

特别地, 当切割系数  $\eta$  为 0 时为三角形切割角锥, 边界方程数量减少为 6 个. 利用以上方法, 对于任意切割系数的六边形角锥棱镜 (包括三角形角锥), 在任意入射角度可利用统一的算法计算出有

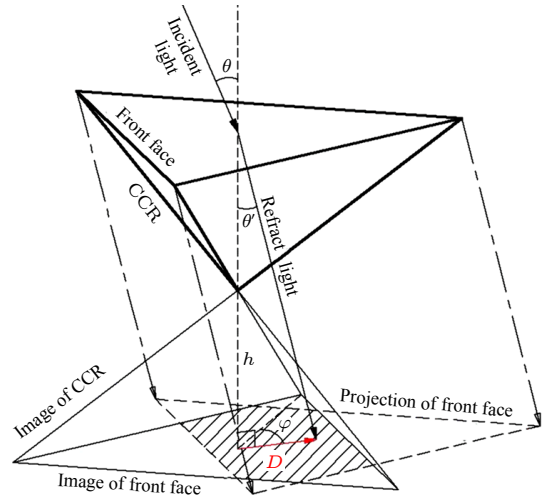


图 3 角锥棱镜的镜像和投影孔径的重叠决定了有效反射面积

Fig. 3. Active reflecting area determined by the overlap of image and projection of CCR front face.

这样角锥棱镜的有效反射面积  $S$  的计算就简化为一个求重叠面积  $D$  的问题. 显然, 在某一入射方位角  $\varphi$  下, 入射角  $\theta$  越大重叠面积越小, 有效反射面积也越小.

更一般地, 讨论六边形切割的投影情况. 在角锥棱镜孔径镜像所在平面上建立平面直角坐标系, 如图 4, 角锥棱镜孔径的投影与镜像的边界均可用直线方程描述, 重叠部分即可用平面面积积分求得. 首先, 同样设切割前角锥棱镜入射面三角形边长为  $A$ , 切割系数为  $\eta$ , 将角锥棱镜孔径镜像中心置于坐标原点. 如图 4, 箭头表示角锥棱镜孔径投影的中心平移距离  $2h \cdot \tan\theta'$ , 方位角度  $\varphi$  同图 3 所示入射方位角, 角锥棱镜孔径镜像的边界直线用黑色实线表示, 为  $L_1, L_2, L_3, L_4, L_5, L_6$ , 角锥棱镜孔径投影的边界用黑色虚线表示, 边界直线为  $L'_1, L'_2, L'_3, L'_4, L'_5, L'_6$ , 其边界方程容易得到. 同图中阴影面积  $D$  即为满足以上 12 个边界方程的两个六边形的重叠面积. 面积  $S$  由下式求得

效反射面积. 对于圆切割反射器甚至不规则形状的角锥棱镜, 只需通光孔径的边界方程可以得到, 同样可以利用该方法求解不同入射方向的有效反射面积.

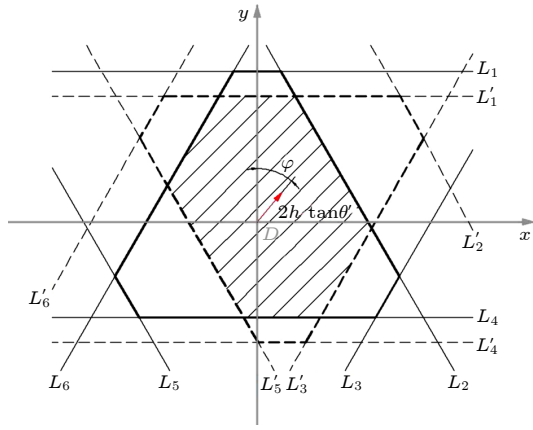


图 4 六边形角锥的重叠面积  
Fig. 4. Overlapped area of hexagonal CCR.

如图 5 所示, 以边长 60 mm 的熔石英 ( $n \approx 1.44@1550 \text{ nm}$ ) 三角形角锥棱镜为例, 绘制了其不同切割系数下的有效反射面积随入射方位角度和入射角度的分布. 可以看出, 不同形状的角锥棱镜其有效反射面积随激光入射方向的分布有很大不同. 三角形切割角锥棱镜的有效反射面积分布在大入射角时具有类似三角形的分布, 在小入射角时随方位分布均匀, 如图 5(a); 圆形切割角锥棱镜的有效反射面积分布是完美的圆对称图样, 如图 5(c); 六边形切割角锥棱镜的分布则明显介于三角形和圆形切割角锥之间, 如图 5(b).

### 2.3 光学反射率与入射光方向的关系

角锥棱镜的光学反射率决定了一定入射光光强条件下, 经过角锥棱镜反射后的出射光光强, 与有效反射面积一起共同决定了角锥棱镜反射的光能量.

根据菲涅尔公式<sup>[18]</sup>, 介质表面的反射率总是

与入射角有关, 角锥棱镜的总光学反射率需要考虑三次内反射的综合效果. 以三角形角锥为例, 根据图 3 的坐标定义, 角锥棱镜的入射光线总是以入射角  $\theta$  先透过角锥棱镜的前表面, 折射角  $\theta'$  和方位角  $\varphi$  以及入射点位置决定了光线在角锥棱镜内部的反射路径, 仅当反射器为空心角反射器时,  $\theta'$  等于  $\theta$ .

本文主要讨论最常见的反射面无镀膜和镀金属膜两种情况. 金属反射膜的不同种类 (如金、银、铝) 和膜层厚度对光学反射率和 FFDP 均有一定的影响, 本文对此不做详细讨论, 后文关于镀金属膜的仿真和实验主要针对镀膜膜.

对于镀金属反射膜的角锥棱镜来说, 因为常见金属反射膜对可见光波段在很大的入射角范围内具有较高的反射率, 高效率的后向反射产生的条件比较容易满足. 如图 6, 将折射光矢量的终点移动到角锥顶点, 以绿色箭头表示, 矢量只要处在 3 个垂直阴影面包围的同一侧即可达到高效率的后向反射效果. 因此, 对于镀金属膜的角锥棱镜来说, 光束斜入射时的入射角主要通过影响有效反射面积影响反射器整体的反射能力, 光线经过角锥棱镜的总光学反射率受入射角度影响相对较小.

对于无镀膜角锥棱镜, 光线的反射原理为完全内反射, 在符合全反射条件时可以以更高的反射率传递光能量, 而当光线与某反射面法线的夹角小于全反射角时, 总反射能量则急剧下降, 破坏了角锥整体的高效率后向反射状态.

令角锥材料折射率为  $n_G$ , 环境折射率为  $n_0$ , 全反射临界角  $\theta_C$  满足:

$$\sin \theta_C = \frac{n_0}{n_G}. \quad (3)$$

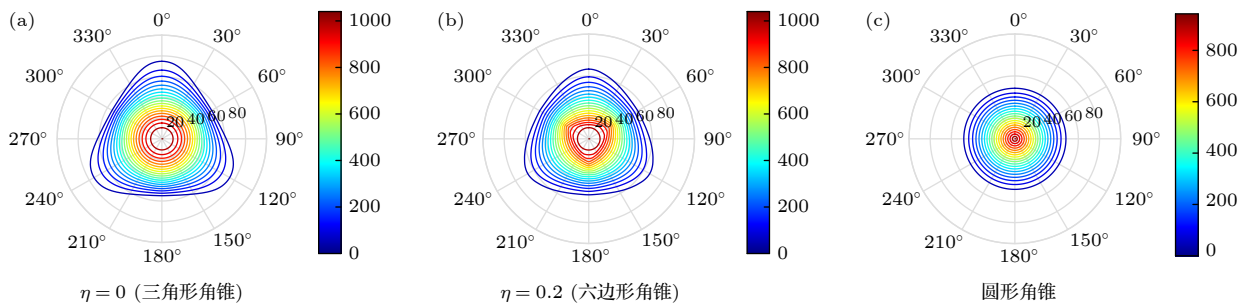


图 5 不同形状角锥棱镜有效反射面积 ( $\text{mm}^2$ ) 随入射角 ( $\theta$ ,  $0^\circ-90^\circ$ ) 和方位角 ( $\varphi$ ,  $0^\circ-360^\circ$ ) 的分布

Fig. 5. CCR active reflecting area in dependence of incidence and azimuth angle for different cutting mode. Polar axis refers to incidence angle ( $\theta$ ,  $0^\circ-90^\circ$ ) in degree, the other axis refers to azimuth angle ( $\varphi$ ,  $0^\circ-360^\circ$ ) in degree, the color bar refers to the active reflecting area in square millimeter.

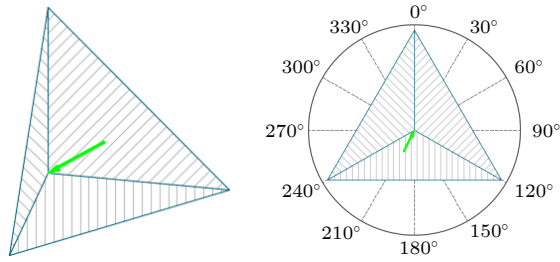


图6 金属膜角锥棱镜满足高效率后向反射的折射光线矢量

Fig. 6. High efficiency backward reflection ray vector in metal-coated CCR.

由于角锥棱镜结构的特殊性, 3个反射面两两垂直, 显然透射光相对于角锥棱镜的任意1个反射面的入射角与反射顺序无关, 当透射光线矢量与3个反射面中任意1个面的法线矢量夹角小于全反射临界角 $\theta_c$ 时, 就无法经过3次全反射实现高效率后向反射, 反之, 只有透射光线矢量与3个反射面法线的夹角同时大于 $\theta_c$ 时, 角锥棱镜才能以高效率将光线原路反射. 如图7, 处在阴影面围住区域的矢量与3个坐标轴的夹角均大于 $\theta_c$ , 能够满足高效率后向反射条件. 而在阴影面外的矢量对应光线则无法实现三次全反射, 总反射率较低.

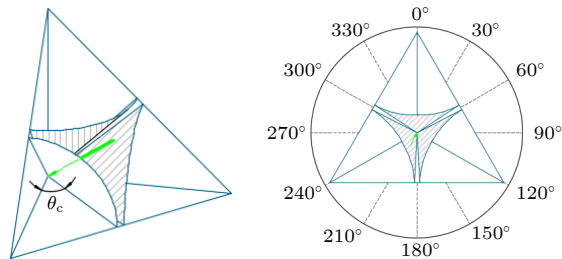


图7 无镀膜角锥棱镜满足高效率后向反射的折射光线矢量

Fig. 7. High efficiency backward reflection ray vector in uncoated CCR.

以熔石英(折射率约1.461)材料的镀银膜和无镀膜三角形角锥棱镜分析为例, 参考图3、图6和图7的入射角 $\theta$ 、折射角 $\theta'$ 和方位角 $\varphi$ 约定.

镀金属膜角锥满足高效率后向反射条件的入射角度范围在图8(a)的红色实线围住的部分. 最大折射角 $\theta'$ 在方位 $\varphi$ 为 $60^\circ$ ,  $180^\circ$ 和 $300^\circ$ 附近时最小, 约为 $35.3^\circ$  (对应光线进入介质的入射角 $\theta$ 约 $57.6^\circ$ ); 最大折射角 $\theta'$ 在方位 $\varphi$ 为 $0^\circ$ ,  $120^\circ$ 和 $240^\circ$ 附近时最大, 可达约 $54.7^\circ$  (对应光线进入介质的入射角 $\theta$ 可达 $90^\circ$ ).

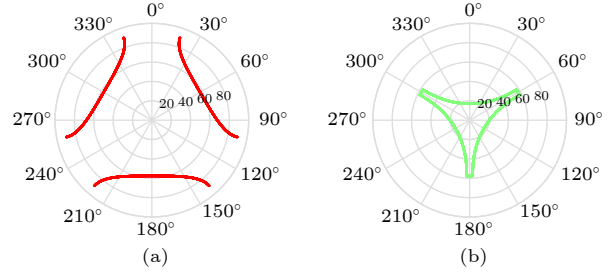


图8 (a) 镀金属膜与(b)无镀膜角锥棱镜( $n \approx 1.44@1550\text{ nm}$ )的高反射率入射方向范围

Fig. 8. High optical efficiency incidence direction range of (a) metal-coated and (b) uncoated CCR ( $n \approx 1.44@1550\text{ nm}$ ).

无镀膜角锥满足高效率后向反射条件的入射角度范围在图8(b)的绿色实线围住的部分. 最大折射角 $\theta'$ 在方位 $\varphi$ 为 $0^\circ$ ,  $120^\circ$ 和 $240^\circ$ 附近时最小, 约为 $11.3^\circ$  (对应光线进入介质的入射角 $\theta$ 约 $17^\circ$ ); 最大折射角 $\theta'$ 在方位 $\varphi$ 为 $60^\circ$ ,  $180^\circ$ 和 $300^\circ$ 附近时最大, 约为 $35.3^\circ$  (对应光线进入介质的入射角 $\theta$ 约 $57.6^\circ$ ).

由图8可知, 镀金属膜和无镀膜的角锥棱镜满足高效率后向反射条件的入射方向范围均呈现 $120^\circ$ 旋转对称特点, 但范围差别较大, 镀金属膜角锥具有相对更大的高反射率入射方向范围, 且高反射率的方位分布与无镀膜角锥棱镜互补. 尽管入射方位对反射率有影响, 但由图5可知, 在入射角较大时角锥棱镜的有效反射面积所剩无几, 因此此时的高反射率并没有多少实际意义.

## 2.4 远场衍射图样与入射光方向的关系

有效反射面积和反射率反映了角锥棱镜反射光能量的多少, 而地面测站最终能接收到的能量除此之外还取决于反射光的远场能量的分布, 即FFDP.

依据光的标量衍射理论, 利用根据基尔霍夫衍射公式的弗朗禾费近似形式, 远场光强:

$$I = |U(x, y)|^2 = \left| \iint_{\Sigma} P(x_1, y_1) e^{-ik \frac{x x_1 + y y_1}{z_1}} dx_1 dy_1 \right|^2, \quad (4)$$

其中 $I$ 和 $U(x, y)$ 分别为远场坐标 $x, y$ 处的光强和复振幅;  $P(x_1, y_1)$ 为衍射平面的复振幅, 包含振幅和相位分布信息;  $z_1$ 为远场图样和衍射平面的距离;  $\lambda$ 为光波长;  $k$ 为光波波矢. 角锥棱镜的有效反射面积和形状决定了积分区域 $\Sigma$ ; 光学反射率则直接影响衍射平面的复振幅分布 $P(x_1, y_1)$ .

建立光波在反射器中入射、反射和出射的模型<sup>[19]</sup>, 考虑入射光波长和偏振态、材料折射率、反射面镀膜等参数, 同时将光线斜入射的有效反射面积、孔径形状以及反射率变化根据上文分析计入模型中, 应用 (4) 式, 得到角锥棱镜在多种入射方向下的 FFDP 仿真图样.

以应用最广泛的圆切割角锥为例, 在假设无二面角偏差 (即无角锥体加工角度误差) 的情况下, 仿真了 1550 nm 线偏振激光入射到直径 33 mm 反射面镀银膜角锥棱镜在不同入射角度下的 FFDP 图样.

结果显示, 镀银膜角锥棱镜的 FFDP 图样大体上呈现艾里斑的形状, 当光以一定入射角度经过角锥棱镜反射时, 远场衍射图样由圆对称的艾里斑逐渐沿入射面拉伸, 并且强度变弱. 激光入射角越大, 有效反射面积越小, 角锥棱镜的远场衍射能量越弱, 能量分布越分散. 同时图样会向有效反射区域收窄的方向拉伸, 如图 9 所示. 多个入射方向的仿真结果显示, 镀银膜角锥棱镜的 FFDP 与入射光方位角和光偏振方向均无关系.

无镀膜的角锥棱镜, 在假设无二面角偏差的情况下, 不同入射角度的 1550 nm 线偏振激光入射到直径 33 mm 无镀膜角锥棱镜的 FFDP 图样如

图 10, 由于无镀膜角锥的 FFDP 与偏振态高度相关, 计算中统一假设入射光为偏振方向平行于入射面的线偏振光.

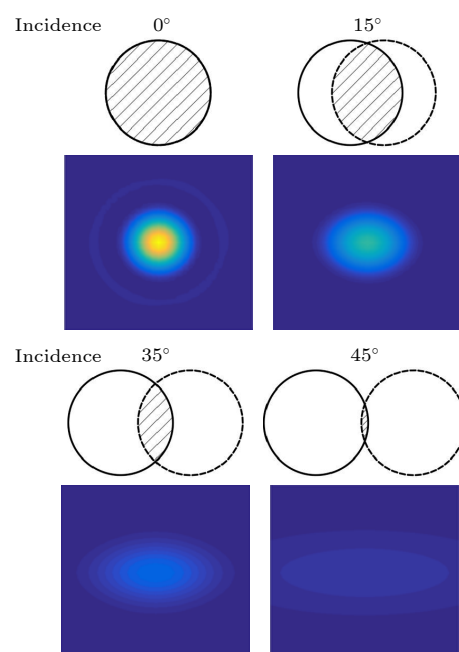


图 9 镀银膜角锥棱镜不同入射角的 FFDP (图样范围约  $16'' \times 16''$ )

Fig. 9. FFDP of Ag-coated CCR in various incidence direction.

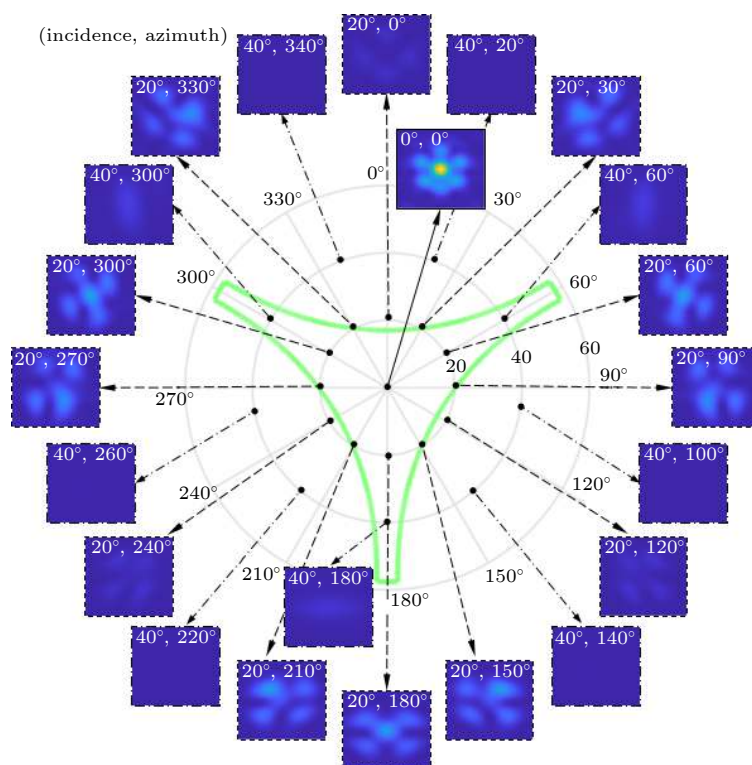


图 10 无镀膜角锥在不同入射方向的 FFDP

Fig. 10. FFDP of uncoated CCR in various incidence direction.

从图 10 可以看出, 即使没有二面角偏差, 无镀膜角锥棱镜的 FFDP 图样仍然与艾里斑有很大不同, 能量被不对称地分成几个光瓣, 其大小、数量和分布与光入射方向、光的偏振态均有关系。

依靠全反射原理作用的无镀膜角锥棱镜, 其 FFDP 强度较大的入射方向基本处在图 5(c) 所示的大反射面积范围和图 8(b) 所示的高光学反射率范围内。尽管依图 5(c) 所示, 圆形切割的角锥棱镜的有效反射面积与入射方位无关, 但由于无镀膜角锥棱镜不同入射方位的光学反射率差别较大, FFDP 强度还是体现出了明显的方位相关性。具体表现为图 10 中同样为入射角  $20^\circ$  的所有方位中,  $0^\circ$ ,  $120^\circ$  和  $240^\circ$  方位角的 FFDP 强度显著弱于其他方位, 相对地, 同样为入射角  $40^\circ$  的所有方位角中,  $60^\circ$ ,  $180^\circ$  和  $300^\circ$  方位角的 FFDP 强度则强于其他方位。

总的来说, 以银膜为代表的镀金属膜角锥棱镜通常更有利于低轨卫星反射器这一类激光入射角度变化大的应用环境。对于无镀膜角锥棱镜来说, 光斜入射时的入射方向除影响有效反射面积以外对光线反射率影响较大, 符合后向反射条件的截止入射角并不是固定不变的, 而是与入射方位有关, 在特定的方位无镀膜角锥也可以对较大角度的入射光实现高效率的后向反射。但总体来说适用于高轨卫星反射器或月球反射器这种激光入射角度变化较小的情况 [20–22]。

### 3 实验验证

为验证以上理论和计算, 搭建测试系统进行了 FFDP 测量。如图 11 所示, 测试光路由激光器、分光镜、相机、扩束器、转动平台等器件构成, 激光器产生激光束经过分光镜透射, 再经过扩束器扩束后覆盖照射到待测角锥棱镜, 转动平台装载角锥棱

镜并提供转动角度功能, 角锥棱镜反射光再经过扩束器原路反射回到反光镜, 并且反射到相机中, 完成 FFDP 的夫琅禾费衍射成像。

测试角锥棱镜 1: 熔石英材料 ( $n \approx 1.44@1550\text{ nm}$ ), 圆切割, 通光口径为 33 mm, 反射面镀银膜, 二面角偏差 ( $1.7''/1.8''/1.5''$ ), 入射激光为某方向线偏振态 1550 nm 激光。对待测角锥的 FFDP 首先进行了仿真计算, 然后用相机测量出实际的衍射强度分布图进行比较验证 (为增强仿真图样可视性, FFDP 能量分布进行了归一化处理), 结果与仿真具有较好的吻合度, 如图 12 所示。在转动角锥棱镜增大激光入射角的过程中, FFDP 图样的变化具有明显的规律: 1) FFDP 图样明显强度变弱, 容易分析, 这是由于随着入射角度的逐渐变大, 角锥棱镜的有效反射面积逐渐减小, 反射率也会随着入射角的增大而缓慢下降, 因此反射的总能量也减小; 2) FFDP 形状沿着垂直于角锥转动轴的方向拉伸, 这也符合衍射现象的规律。

测试角锥棱镜 2: 熔石英材料 ( $n \approx 1.44@1550\text{ nm}$ ), 圆切割, 通光口径为 33 mm, 反射面无镀膜处理, 二面角偏差 ( $1.7''/1.8''/1.5''$ ), 入射激光为某方向线偏振态 1550 nm 激光。任意选取两种入射方向和偏振方向情况进行了 FFDP 测量和仿真计算结果的对比, 如图 13 所示。

无镀膜角锥棱镜的 FFDP 更复杂, 除与棱镜形状、口径、折射率、激光波长等因素相关外, 还与入射激光偏振态有关 [5,19,23]。从图 13 可以看到, 仿真结果与实测结果吻合得较好。远场衍射能量同样随入射角增大而减弱, 能量分布随入射角变化发生形状变化且受偏振方向影响明显。在实测中某一方位入射角达到  $20^\circ$  时仍有一定强度的远场能量分布, 验证了 2.4 节的分析。

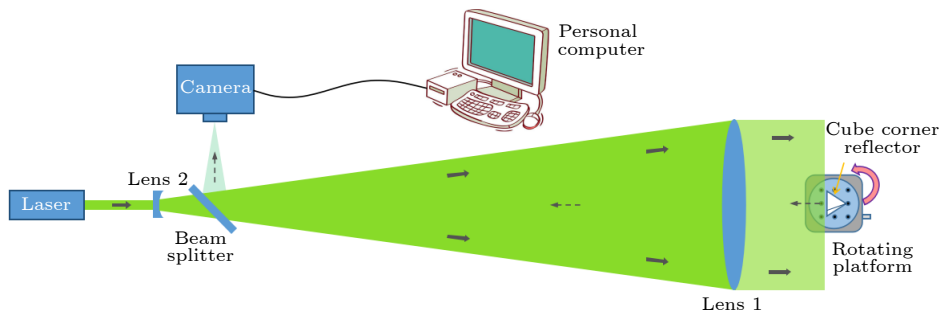


图 11 角锥棱镜的 FFDP 测量系统

Fig. 11. A measurement system of the CCR's FFDP.

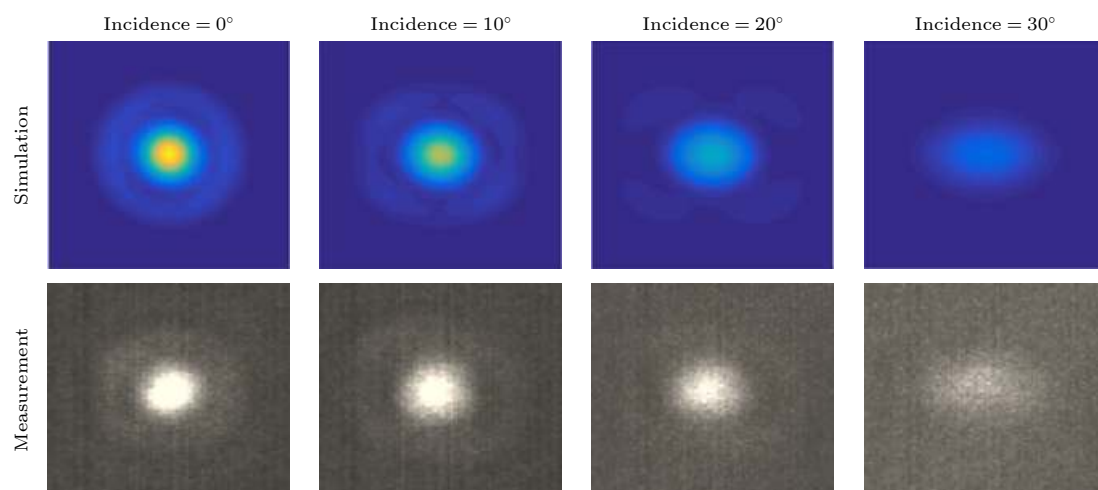


图 12 不同入射角镀膜角锥的 FFDP 仿真与实测结果对比 (图样范围约  $60'' \times 60''$ )

Fig. 12. Comparison of FFDP simulation and experimental results of metal coated CCR with different incident angles (The drawing range is about  $60'' \times 60''$ ).

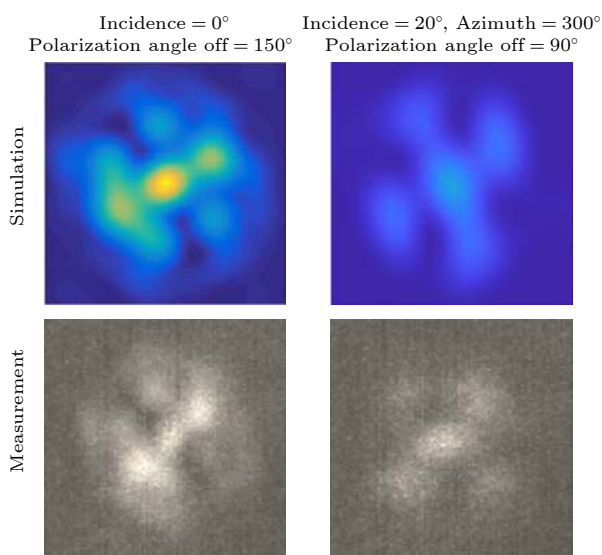


图 13 不同入射角无镀膜角锥的 FFDP 仿真与实测结果对比 (图样范围约  $60'' \times 60''$ )

Fig. 13. Comparison of FFDP simulation and experimental results of uncoated CCR with different incident angles (the drawing range is about  $60'' \times 60''$ ).

## 4 结 论

本文根据角锥棱镜反射机理, 分析了角锥棱镜在光斜入射情况下远场能量分布的两个重要影响因素——有效反射面积和反射率. 提出了一种适用于任意角度、任意切割系数的六边形切割或其他形状角锥的有效反射面积计算方法, 对不同角锥形状类型具有广泛的适用性, 分析结果显示, 三角形角锥棱镜的有效反射面积随入射方向的分布呈现三角形特征, 圆形角锥棱镜的分布则呈现圆形特征,

不同切割系数的六边形角锥棱镜的分布介于以上两者之间. 本文分析了角锥棱镜总光学反射率与入射方向的关系, 得到了无镀膜和镀金属膜角锥棱镜的高反射率入射方向范围边界, 无镀膜角锥棱镜具有相对较高的能量反射率和较小的高反射率入射方向范围, 并且无镀膜角锥在高反射率入射方向的方位分布上与镀金属膜角锥呈互补的特点. 本文针对反射面镀膜和无镀膜角锥棱镜, 在多种方向入射光作用下对角锥反射光 FFDP 进行了建模、仿真和计算, 得到了镀膜和无镀膜角锥棱镜的多种入射光方向的远场衍射分布的规律. 镀膜和无镀膜的角锥棱镜 FFDP 强度均随入射角度增大而减弱, 镀膜角锥的 FFDP 图样形状会沿入射面拉伸, 且与入射方位无关, 无镀膜即完全内反射角锥棱镜的 FFDP 图样则具有复杂的形状变化和明显的入射方位相关性. 本文建立了角锥棱镜 FFDP 测试系统, 进行了图样实测与仿真计算结果的对比, 验证了 FFDP 计算的准确性. 本研究为以角锥棱镜为主要组件的反射器提供了全面的 FFDP 仿真分析方法, 对反射器的设计有一定指导意义.

## 参考文献

- [1] Luo Q S, Guo T Y, Zou T, Zhu W, Yao Y S 2017 *Infrared Laser Eng.* **46** 114 (in Chinese) [罗青山, 郭唐永, 邹彤, 朱威, 姚运生 2017 *红外与激光工程* **46** 114]
- [2] Method of Calculating Retroreflector-Array Transfer Functions, Arnold D A <http://articles.adsabs.harvard.edu/pdf/1979 SAOSR.382.....A> [2021-1-11]
- [3] Sadovnikov M A, Sokolov A L 2009 *Opt. Spectrosc.* **107** 201

- [4] Sheng Y 1975 *Laser Infrared* **5** 645 (in Chinese) [声远 1975 激光与红外 **5** 645]
- [5] Zhou H, Li S, Shi Y, Weng X T, Wang J P 2004 *Infrared Laser Eng.* **33** 418 (in Chinese) [周辉, 李松, 石岩, 翁兴涛, 王嘉平 2004 红外与激光工程 **33** 418]
- [6] Zhou H, Li S, Zheng G X, Gao G L 2009 *Acta Opt. Sin.* **29** 60 (in Chinese) [周辉, 李松, 郑国兴, 高俊玲 2009 光学学报 **29** 60]
- [7] Wan Q, Guo Y L, Wang X B, Sun B, Lu C Y, Wei S F 2005 *Laser Optoelectron. Prog.* **45** 20 (in Chinese) [万强, 郭延龙, 王小兵, 孙斌, 卢常勇, 韦尚方 2005 激光与光电子学进展 **45** 20]
- [8] Wilkinson M, Appleby G 2011 *Adv. Space Res.* **48** 578
- [9] Chang R F, Currie D G, Alley C O, Pittman, M E 1971 *JOSA* **61** 431
- [10] Retroreflector Array Transfer Functions, Arnold D A [https://ilrs.gsfc.nasa.gov/docs/retro\\_transfer\\_functions.pdf](https://ilrs.gsfc.nasa.gov/docs/retro_transfer_functions.pdf) [2021-1-11]
- [11] Otsubo T, Kunimori H, Noda H, Hanada, H 2010 *Adv. Space Res.* **45** 733
- [12] Sheng Y 1973 *Laser Infrared* **3** 1 (in Chinese) [声远 1973 激光与红外 **3** 1]
- [13] Zhong S Y, Xu G P, Wu J 2009 *Laser Infrared* **39** 128 (in Chinese) [钟声远, 徐广平, 吴键 2009 激光与红外 **39** 128]
- [14] Nie H, Weng X T, Li S, Liu J Y 2003 *Acta Opt. Sin.* **23** 1470 (in Chinese) [聂辉, 翁兴涛, 李松, 刘基余 2003 光学学报 **23** 1470]
- [15] Eckhardt, H D 1971 *Appl. opt.* **10** 1559
- [16] Jiao Z K, Yue Y J 2014 *Semicond. Optoelectron.* **35** 811 (in Chinese) [焦仲科, 岳永坚 2014 半导体光电 **35** 811]
- [17] Li S, Liu B 2002 *J. Geomatics* **27** 25 (in Chinese) [李松, 刘博 2002 测绘信息与工程 **27** 25]
- [18] Born M, Wolf E 1970 *Principles of Optics* (4th Ed.) (Oxford: Pergamon Press) pp38–41
- [19] Tang K, Cheng Z E, Li P, Zhang Z P 2016 *Opt. Precis. Eng.* **24** 353 (in Chinese) [汤凯, 程志恩, 张海峰, 李朴, 张忠萍 2016 光学精密工程 **24** 353]
- [20] Turyshev S G, Williams J G, Folkner W M, Gu tt, G M, Baran, R T, He in, R C, Somawardhana R P, Lipa J A, Wang S W 2013 *Exp. Astron.* **36** 105
- [21] Preston A, Merkowitz S 2013 *Appl. Opt.* **52** 8676
- [22] He Y, Liu Q, Duan H Z, He J J, Jiang, Y Z, Y eh, H C 2018 *Res. Astron. Astrophys.* **18** 136
- [23] Xu H F 1985 *Chin. J. Las.* **13** 233 (in Chinese) [徐怀方 1985 中国激光 **13** 233]

# Far-field diffraction pattern of cube corner retroreflector at oblique incidence<sup>\*</sup>

Tang Kai<sup>1)</sup> Cheng Zhi-En<sup>1)†</sup> Deng Hua-Rong<sup>1)</sup>

Geng Ren-Fang<sup>2)</sup> Zhang Zhong-Ping<sup>1)</sup>

1) (*Shanghai Astronomical Observatory, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 200030, China*)

2) (*School of Remote Sensing & Geomatics Engineering, Nanjing University of Information Science & Technology, Nanjing 210044, China*)

( Received 3 February 2021; revised manuscript received 14 March 2021 )

## Abstract

Corner cube retroreflector (CCR) as a main optical component of laser ranging retroreflector array plays a key role in satellite laser ranging (SLR) to cooperative targets. To accurately estimate the echo energy of SLR, it is necessary to precompute photons' distribution in the distance of SLR station by calculating the Far field diffraction pattern (FFDP) of CCR under various conditions. In this paper, the analysis of the effective reflection area and optical reflectivity of CCR for arbitrary incidence angle are carried out, in which a method to calculate the CCR effective reflection area with a wider applicability is used, and the difference between optical reflectivity of metal-coated CCR and uncoated (total internal reflection) CCR is also discussed. On this basis, combined with optical diffraction theory, a simulation program for CCR FFDP calculation is established, thereby producing FFDPs of CCR for a variety of incidence angles under different coating conditions. The results show that the FFDP of metal-coated CCR is almost unrelated to the azimuth angle of incident light or polarization, but is determined only by elevation angle of incident light. The pattern is always like Airy spot or its tensile deformation. Relatively, uncoated CCR's FFDP has a more complex figure, its reflected energy is divided into several lobes whose size, number and position are all influenced by elevation and azimuth angle of incidence, and also by the polarization. Generally, the incidence direction which has a large total intensity of far optical field is to an extent the same as that of large effective reflection area and optical reflectivity. Furthermore, simulation results with uncoated CCR presents a higher relevance of incidence direction and FFDP.

To verify the reliability and correctness of these simulation results, a diffraction optical experimental system at a wavelength of 1550 nm is set up to conduct laboratory confirmation, including laser, camera, beam expander, rotating platform and other essential optics. A silver-coated CCR and an uncoated CCR (both made of fuse silica, each has different dihedral angle offset) are chosen to measure their FFDPs with random polarization directions at several random incidence angles. All the measurement results are in good agreement with the simulations of FFDPs.

**Keywords:** corner cube retro-reflector, effective reflection area, far field diffraction pattern, simulation calculation

**PACS:** 42.25.Fx, 42.79.-e

**DOI:** 10.7498/aps.70.20210261

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. U1631240, 11903066).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: [cze@shao.ac.cn](mailto:cze@shao.ac.cn)