



## 浅海内孤立波动态传播过程中声波模态强度起伏规律

李沁然 孙超 谢磊

### Modal intensity fluctuation during dynamic propagation of internal solitary waves in shallow water

Li Qin-Ran Sun Chao Xie Lei

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 71, 024302 (2022) DOI: 10.7498/aps.71.20211132

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.71.20211132>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

#### 浅海起伏海面下气泡层对声传播的影响

Effects of wind-generated bubbles layer on sound propagation underneath rough sea surface in shallow water

物理学报. 2020, 69(2): 024303 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20191208>

#### 浅海涌浪对表面声道声传播的影响

Effects of swells on sound propagation in surface duct environment in shallow water

物理学报. 2021, 70(5): 054302 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20201549>

#### 地球曲率对远距离声传播的影响

Effect of earth curvature on long range sound propagation

物理学报. 2021, 70(11): 114303 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20201858>

#### 孤子内波环境下三维声传播建模

Modeling of three-dimensional sound propagation through solitary internal waves

物理学报. 2019, 68(20): 204302 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20190478>

#### 浅海周期起伏海底环境下的声传播

Sound propagation in shallow water with periodic rough bottom

物理学报. 2021, 70(3): 034302 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20201233>

#### 一种水平变化波导中声传播问题的耦合模态法

A coupled-mode method for sound propagation in range-dependent waveguides

物理学报. 2021, 70(6): 064301 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20201726>

# 浅海内孤立波动态传播过程中 声波模态强度起伏规律\*

李沁然<sup>1)2)</sup> 孙超<sup>1)2)</sup> 谢磊<sup>1)2)†</sup>

1) (西北工业大学航海学院, 西安 710072)

2) (陕西省水下信息技术重点实验室, 西安 710072)

(2021年6月15日收到; 2021年9月28日收到修改稿)

内孤立波是一种常见于浅海海域的非线性内波, 具有振幅大、周期短和流速强等特点, 它通过扰动水体中的温盐分布使声速剖面产生明显的距离依赖性, 进而影响水下声传播特性. 内波自生成后通常以 1 m/s 量级的速度传播, 运动的内波使声传播路径上的声波模态能量在空间和时间上剧烈起伏. 本文定义模态强度为模态系数模值 (模态幅度) 的平方, 并用其衡量各阶模态所含声能量的大小. 文中基于耦合简正波理论, 推导了内波运动时声波模态强度起伏的表达式, 将模态强度表征为振荡项和趋势项的线性叠加. 以往的工作大多局限于单独从时域或频域研究内波运动时声波模态强度的时变规律, 本文则结合短时傅里叶变换在时频平面上揭示了模态强度的起伏机理. 理论推导和数值仿真均表明内孤立波使各阶声波模态之间发生能量交换, 即模态耦合. 内波的动态传播进一步引起模态干涉, 这种干涉效应表现为模态强度中的振荡项并使模态强度随时间快速起伏. 受模态剥离效应 (不同阶模态之间衰减系数的差异) 的影响, 趋势项的幅度随时间不断变化, 进而对模态干涉引起的振荡叠加了时变的偏置. 模态强度的整体走势和振荡项中各频率分量振幅的时变特征均与模态衰减密切相关. 同时, 本文使用深度积分声强作为总接收声场强度的度量, 研究了内波运动时模态强度起伏对接收阵位置处声能量的影响. 结果表明, 能量较大且起伏剧烈的模态强度将主导总接收声强的变化.

**关键词:** 声传播, 内孤立波, 模态耦合, 声场起伏**PACS:** 43.30.+m, 43.30.Bp, 43.25.Rq**DOI:** 10.7498/aps.71.20211132

## 1 引言

内波是海水内部不同密度水体之间的波动, 内孤立波是一种常存在于浅海海域的非线性内波. 正压潮流经起伏的海底地形可生成内潮 (具有潮汐频率的内波), 内潮在传播过程中受到某些非线性因素影响时其波形逐渐变陡, 进一步演变为内孤立波<sup>[1,2]</sup>. 浅海内孤立波通常以其较大振幅剧烈扰动水体中的温盐分布, 使声速剖面产生明显的距离依赖性, 导致能量在声波模态之间发生转移, 即模态

耦合, 进而引起声传播损失起伏<sup>[3,4]</sup>、声场空时相关性下降<sup>[5,6]</sup>和信号到达结构畸变<sup>[7,8]</sup>.

Zhou 等<sup>[9]</sup>最早研究了浅海内孤立波引起声场起伏的机制, 他们通过分析黄海声学实验数据发现在某些特定频带内传播损失异常增大. 后期数值仿真表明, 内孤立波使各阶声波模态之间发生能量交换, 位于温跃层以下的声源激发的低阶模态能量转移到衰减较大的高阶模态中导致传播损失增大. 在特定频带内各阶简正波之间可发生尤为显著的能量转移, 这种具有“频率共鸣”特性的模态耦合效应可引起传播损失的明显变化. Zhou 等<sup>[9]</sup>仅研究了

\* 国家自然科学基金 (批准号: 11904342) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: xielei2014@mail.nwpu.edu.cn

静止内孤立波引起声场起伏的机理, 而实际上内孤立波自生成后一般以 1 m/s 量级的速度传播. Duda 和 Preisig<sup>[10]</sup> 分析 SWARM95 实验<sup>[11]</sup> 数据后发现, 在声传播路径上运动的内孤立波可使内波后方声能在数分钟内起伏达 7 dB, 进一步研究表明到达内波前沿的声波模态之间的相对相位随内波位置的改变而快速变化, 由此引起的模态干涉导致内波后方模态幅度和声能随时间剧烈起伏. Rouseff 等<sup>[12]</sup> 根据耦合简正波理论推导了声波模态系数随内波位置变化的关系式, 发现模态幅度起伏频率与模态干涉长度和内波传播速度有关, 数值仿真表明模态幅度振荡曲线呈现出准周期特征. 刘进忠等<sup>[13]</sup> 和胡涛等<sup>[14]</sup> 基于内波运动时简正波系数起伏的表达式, 从模态幅度时间序列及其频谱中反演得到耦合矩阵和内波传播速度. Finette 等<sup>[15]</sup> 利用 SWARM95 实验中实测的水文数据计算出内波模型所需的环境参数, 并基于 Dnoidal 模型<sup>[16]</sup> 重构了浅海波导中空时演化的内波场及声速剖面, 他们利用接收阵位置处模态强度的时变特征解释了传播损失的起伏现象, 发现不同内波成分影响下的模态强度起伏程度有明显差异. Yang<sup>[17]</sup> 使用 Dyson 级数展开法求解随机耦合模态方程<sup>[18]</sup> 获得模态系数耦合矩阵, 利用该耦合矩阵推导出内波运动时接收阵位置处模态系数和深度积分声强的表达式. 研究表明, 模态干涉导致深度积分声强随内波运动发生起伏, 从深度积分声强振荡曲线频谱的谱峰频率可识别出发生干涉的模态阶数. 秦继兴等<sup>[19]</sup> 根据随机耦合简正波理论推导了内孤立波移动时声强起伏的表达式, 研究了内波引起的声能变化的规律. 结果表明, 接收器位置处声强随时间的变化表现出明显的准周期性, 不同深度阵元上声强起伏的频谱具有明显的垂直结构, 该结构与主导声场起伏的简正波的模态函数形状有关. 宋文华等<sup>[20]</sup> 研究发现内波引起的模态耦合使主导声场的简正波成分发生变化, 从而影响波导不变量的分布. Song 等<sup>[21]</sup> 之后进一步根据耦合简正波理论给出了存在内波时声场强度分布的表达式, 发现内波引起的各阶简正波之间的能量交换导致声强中出现耦合成分. 波导不变量分布中出现多个峰值, 每个峰值的贡献来自于具有相近波导不变量的耦合成分. 内孤立波的振幅、特征宽度和位置都会影响波导不变量分布中峰值的能量大小, 并且内波位置的变化对分布中峰值的位置有显著影响.

可以看出, 上述工作中多数学者仅单独在时域或频域研究了内波运动时声波模态强度 (或幅度) 的变化特性. 然而模态强度中通常包含多个频率分量, 且受到浅海环境中尤为明显的模态衰减的影响, 不同阶模态干涉形成的频率成分的时变特征也存在差异, 这就导致单独的时域或频域分析均不能全面揭示内波影响下的声波模态强度起伏规律. 针对以上问题, 本文将模态衰减系数引入到理论推导中, 给出了内孤立波运动时接收阵位置处声波模态强度的完整表达式, 将模态强度表征为趋势项和振荡项的线性叠加, 揭示了声衰减对模态强度起伏的调制作用. 文中使用抛物方程 (parabolic equation, PE) 模型计算声场分布, 之后通过模态滤波提取各阶模态强度时间序列, 并使用短时傅里叶变换对模态强度进行时频分析, 同时在时域和频域研究模态强度起伏特性. 结果表明, 内波运动时模态强度包含由模态干涉引起的多个频率分量, 不同频率成分振幅的变化特征和模态强度的整体走势与波导中的模态衰减有关. 同时, 能量较大且起伏剧烈的模态强度将主导总接收声场强度的时变特性.

## 2 理论推导与讨论

### 2.1 模态强度表达式推导

由于内波传播时声波模态能量会随时间剧烈起伏, 本文定义模态强度为模态系数模值的平方, 并用其描述内波运动时声波模态中所含能量的变化情况. 下面将从一个简单的波导模型出发推导模态强度起伏的表达式. 本文使用的浅海波导模型如图 1 所示, 由单频声源发射的声信号穿越内波后到达距离声源  $r = r_e$  处的垂直阵. 假设内波出现的区域范围为  $r_1 < r < r_J$ , 其中,  $r = r_1$  和  $r = r_J$  分别是内波前沿和后沿的位置. 图 1 中  $r = r_0$  和  $r = r_{J+1}$  分别是位于内波前后的任一位置, 以上各位置满足条件  $0 < r_0 < r_1 < r_J < r_{J+1} < r_e$ . 区域  $0 < r < r_1$  和  $r_J < r < r_e$  内水体中的声速剖面不受内波扰动, 且不随距离和时间变化 (称为背景声速剖面). 根据耦合简正波理论<sup>[22]</sup>, 将内孤立波扰动区域  $r_1 < r < r_J$  划分为  $J-1$  个距离段且保证每段内波导环境近似满足水平不变条件, 第  $j$  段  $r_{j-1} < r < r_j$  内的声压可写为

$$p^j(r, z) = \sqrt{\frac{r_{j-1}}{r}} \sum_m a_m^j h_m^j(r) \phi_m^j(z), \quad (1)$$

式中,  $\phi_m^j(z)$  是第  $j$  段内第  $m$  阶模态函数,  $a_m^j$  是界面  $r = r_{j-1}$  右侧第  $m$  阶模态系数, 即第  $j$  段内初始位置处的模态系数,  $h_m^j(r)$  描述了初始模态系数的相位在该距离段内的变化情况. 使用汉克尔函数的渐近形式, 相位因子  $h_m^j(r)$  可表示为

$$h_m^j(r) = \sqrt{\frac{r}{r_{j-1}}} \frac{H_0^{(1)}(k_m^j r)}{H_0^{(1)}(k_m^j r_{j-1})} \approx \exp[ik_m^j(r - r_{j-1})], \quad (2)$$

式中,  $H_0^{(1)}(kr)$  是第 1 类零阶汉克尔函数,  $k_m^j$  是第  $j$  段内第  $m$  阶模态的水平波数. 垂直阵上的声压可表示为

$$p(r_e, z) = \sqrt{\frac{r_0}{r_e}} \sum_m a_m^{J+1} h_m^{J+1}(r_e) \phi_m(z). \quad (3)$$

如前述, 垂直阵位置  $r = r_e$  处的波导环境不受内波影响, 则接收阵位置处简正波的水平波数和模态函数可通过在背景声速剖面下求解模态方程得到. 为表达简洁, 本文统一使用  $k_m, \phi_m(z)$  分别表示无内波环境中第  $m$  阶简正波的水平波数与模态函数.

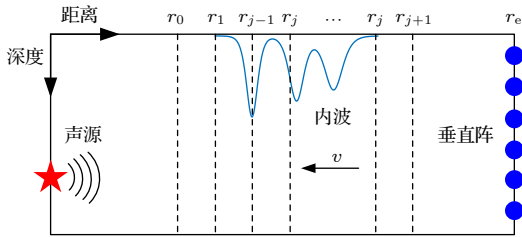


图 1 声源与接收器的布放位置及内波运动情况

Fig. 1. Locations of the source and receivers and the details of internal wave motion.

在内波扰动区域内相邻距离段之间的分界面上使用声压连续条件, 得到界面  $r = r_j$  右侧的模态系数为

$$\begin{aligned} \mathbf{a}^{J+1} &= \sqrt{\frac{r_0}{r_j}} \mathbf{C}^J \mathbf{H}^J(r_j) \mathbf{C}^{J-1} \mathbf{H}^{J-1}(r_{j-1}) \\ &\quad \cdots \mathbf{C}^1 \mathbf{H}^1(r_1) \mathbf{a}^1 \\ &= \sqrt{\frac{r_0}{r_j}} \mathbf{R} \mathbf{H}^1(r_1) \mathbf{a}^1, \end{aligned} \quad (4)$$

式中,  $a_m^1, a_m^{J+1}$  分别是列向量  $\mathbf{a}^1, \mathbf{a}^{J+1}$  中的第  $m$  个元素. 耦合矩阵<sup>[23]</sup>  $\mathbf{R}$  定义为

$$\mathbf{R} = \mathbf{C}^J \mathbf{H}^J(r_j) \mathbf{C}^{J-1} \mathbf{H}^{J-1}(r_{j-1}) \cdots \mathbf{C}^1, \quad (5)$$

其中, 矩阵  $\mathbf{C}^j$  的元素为

$$c_{mn}^j = \int_0^\infty \frac{\phi_m^{j+1}(z) \phi_n^j(z)}{\rho_{j+1}(z)} dz, \quad (6)$$

式中,  $\rho_{j+1}(z)$  是第  $j+1$  段内的密度剖面; 矩阵  $\mathbf{H}^j(r)$  是对角阵, 其元素由 (2) 式给出. 现将 (4) 式代入 (3) 式, 得到垂直阵处的声压为

$$p(r_e, z) = \sqrt{\frac{r_0}{r_e}} \sum_m \left[ h_m^{J+1}(r_e) \phi_m(z) \sum_n R_{mn} h_n^1(r_1) a_n^1 \right], \quad (7)$$

其中,  $R_{mn}$  是耦合矩阵  $\mathbf{R}$  的元素. 波导内的模态函数满足以下正交性条件<sup>[24]</sup>:

$$\int_0^\infty \frac{\bar{\phi}_m(z) \bar{\phi}_n(z)}{\bar{\rho}(z)} dz = \delta_{mn}, \quad (8)$$

式中,  $\bar{\phi}(z)$  和  $\bar{\rho}(z)$  分别是某给定波导环境条件下的模态函数和密度剖面,  $\delta_{mn}$  是 Kronecker  $\delta$  函数. 利用 (8) 式的正交性条件对垂直阵处的声压  $p(r_e, z)$  进行模态滤波<sup>[25]</sup>, 提取出任一阶 (如第  $l$  阶) 模态系数

$$\begin{aligned} a_l &= \int_0^\infty \frac{p(r_e, z) \phi_l(z)}{\rho(z)} dz \\ &= \sqrt{\frac{r_0}{r_e}} h_l^{J+1}(r_e) \sum_n R_{ln} h_n^1(r_1) a_n^1, \end{aligned} \quad (9)$$

其中,  $\rho(z)$  为本文波导模型中的密度剖面, 并且假设其不随时间和距离变化.

考虑到内孤立波在海洋中的传播过程, 现假设内波以速度  $v$  从垂直阵附近向声源匀速运动, 此时内波前沿位置  $r = r_1$  和后沿位置  $r = r_j$  均随时间  $T$  变化, 且分别表示为

$$\begin{cases} r_1 = r_1' - vT, \\ r_j = r_j' - vT, \end{cases} \quad (10)$$

式中,  $r = r_1'$  和  $r = r_j'$  分别是内孤立波前沿和后沿在初始时刻  $T = 0$  时的位置. 本文将到达内波前沿的声波模态称为入射模态, 将到达垂直阵的声波模态称为接收模态. 在大振幅内孤立波频发的夏季, 浅海水体内的声速剖面通常存在明显的负梯度跃变层, 这导致声波和海底作用剧烈. 为模拟有损海底引起的声衰减, 可在各阶模态的水平波数中引入虚部<sup>[26]</sup>, 则第  $j$  段内第  $n$  阶模态的水平波数为

$$k_n^j = kr_n^j + i\alpha_n^j, \quad (11)$$

式中,  $\alpha_n^j$  表示模态衰减系数. 为突出接收模态系数与声源位置处模态系数之间的关系, 将  $r = r_0$  处的模态系数  $a_n^1$  展开为

$$a_n^1 = \frac{1}{\sqrt{r_0}} b_n \exp(ik_n r_0), \quad (12)$$

式中,  $b_n$  与第  $n$  阶模态激励<sup>[27]</sup> 成正比:

$$b_n \propto \frac{1}{\sqrt{k_n}} \phi_n(z_s), \quad (13)$$

其中,  $z = z_s$  是声源深度. 上文已假设内孤立波仅存在于区域  $r_1 < r < r_J$  内, 距离段  $r_0 < r < r_1$  和

$r_J < r < r_{J+1}$  内的波导环境不受内波影响. 这说明区域  $r_0 < r < r_1$  内简正波水平波数  $k_n^1 = kr_n^1 + i\alpha_n^1$  与区域  $r_J < r < r_{J+1}$  内简正波水平波数  $k_n^{J+1} = kr_n^{J+1} + i\alpha_n^{J+1}$  均是在背景声速剖面下求得的, 则有  $k_n^1 = k_n^{J+1}$ . 为简洁表达, 本文使用  $kr_n$  和  $\alpha_n$  分别表示背景环境中第  $n$  阶简正波水平波数的实部和虚部. 将 (10) 式, (11) 式和 (12) 式代入 (9) 式, 得到

$$a_l(T) = \frac{1}{\sqrt{r_e}} \exp[-\alpha_l(r_e - r'_J + vT)] \exp[ikr_l(r_e - r'_J + vT)] \times \sum_n R_{ln} b_n \exp[-\alpha_n(r'_1 - vT)] \exp[ikr_n(r'_1 - vT)]. \quad (14)$$

由 (14) 式得到垂直阵处第  $l$  阶模态强度为

$$|a_l(T)|^2 = \frac{1}{r_e} \sum_n |R_{ln} b_n|^2 \exp[-2(\alpha_l - \alpha_n)vT - 2\alpha_l(r_e - r'_J) - 2\alpha_n r'_1] + \frac{2}{r_e} \sum_n \sum_{s>n} \text{Re}[(R_{ln} b_n)(R_{ls} b_s)^* \exp[i(kr_n - kr_s)(r'_1 - vT)]] \times \exp\{-[2\alpha_l - (\alpha_n + \alpha_s)]vT - 2\alpha_l(r_e - r'_J) - (\alpha_n + \alpha_s)r'_1\}. \quad (15)$$

利用欧拉公式和以下复数运算法则:

$$\text{Re}[xy] = \text{Re}[x] \text{Re}[y] - \text{Im}[x] \text{Im}[y], \quad (16)$$

(15) 式可进一步整理为

$$|a_l(T)|^2 = \frac{1}{r_e} \sum_n |R_{ln} b_n|^2 \exp[-2(\alpha_l - \alpha_n)vT - 2\alpha_l(r_e - r'_J) - 2\alpha_n r'_1] + \frac{2}{r_e} \sum_n \sum_{s>n} \{D_1 \cos[(kr_n - kr_s)(r'_1 - vT)] - D_2 \sin[(kr_n - kr_s)(r'_1 - vT)]\} \times \exp\{-[2\alpha_l - (\alpha_n + \alpha_s)]vT - 2\alpha_l(r_e - r'_J) - (\alpha_n + \alpha_s)r'_1\}, \quad (17)$$

式中,  $D_1 = \text{Re}[(R_{ln} b_n)(R_{ls} b_s)^*]$ ,  $D_2 = \text{Im}[(R_{ln} b_n)(R_{ls} b_s)^*]$ . 对 (17) 式继续使用三角恒等式, 则第  $l$  阶接收模态强度最终化简为

$$|a_l(T)|^2 = \frac{1}{r_e} \sum_n |R_{ln} b_n|^2 \exp[-2(\alpha_l - \alpha_n)vT - 2\alpha_l(r_e - r'_J) - 2\alpha_n r'_1] + \frac{2}{r_e} \sum_n \sum_{s>n} |(R_{ln} b_n)(R_{ls} b_s)| \cos[(kr_n - kr_s)(r'_1 - vT) + \theta_{lns} + (1 - H[D_1])\pi] \times \exp\{-[2\alpha_l - (\alpha_n + \alpha_s)]vT - 2\alpha_l(r_e - r'_J) - (\alpha_n + \alpha_s)r'_1\}, \quad (18)$$

式中,  $\theta_{lns} = \arctan(D_2/D_1)$ ,  $-\pi/2 \leq \theta_{lns} \leq \pi/2$ ;

$H[x]$  是 Heaviside 阶跃函数:

$$H[x] = \begin{cases} 1, & x \geq 0, \\ 0, & x < 0. \end{cases} \quad (19)$$

至此, 得到了内波运动时声波模态强度的表达式,

下面将围绕 (18) 式做进一步分析.

## 2.2 分析与讨论

(18) 式给出的第  $l$  阶接收模态强度可看作直流成分  $\text{DC}_l(t)$  和交流成分  $\text{AC}_l(t)$  的线性叠加 (此处的“直流成分”和“交流成分”借用了电气工程学科中的专业术语):

$$|a_l(T)|^2 = \text{DC}_l(T) + \text{AC}_l(T). \quad (20)$$

两种成分的表达式分别为

$$\begin{aligned}
 \text{DC}_l(T) &= \frac{1}{r_e} \sum_n \text{DC}_{ln}(T) \\
 &= \frac{1}{r_e} \sum_n |R_{ln} b_n|^2 \exp[-2(\alpha_l - \alpha_n)vT \\
 &\quad - 2\alpha_l(r_e - r'_J) - 2\alpha_n r'_1], \quad (21) \\
 \text{AC}_l(T) &= \frac{2}{r_e} \sum_n \sum_{s>n} \text{AC}_{lns}(T) \\
 &= \frac{2}{r_e} \sum_n \sum_{s>n} |(R_{ln} b_n)(R_{ls} b_s)| \cos[(kr_n - kr_s) \\
 &\quad \times (r'_1 - vT) + \theta_{lns} + (1 - H[D_1])\pi] \\
 &\quad \times \exp\{-[2\alpha_l - (\alpha_n + \alpha_s)]vT \\
 &\quad - 2\alpha_l(r_e - r'_J) - (\alpha_n + \alpha_s)r'_1\}, \quad (22)
 \end{aligned}$$

其中,  $\text{DC}_{ln}(T)$ 和 $\text{AC}_{lns}(T)$ 分别是直流分量和交流分量. 如 (21) 式和 (22) 式所示, 它们各自组成了直流成分 $\text{DC}_l(T)$ 和交流成分 $\text{AC}_l(T)$ . 下面将根据理论推导简要讨论内波动态传播时声波模态强度的起伏机理, 以及模态强度中直流成分和交流成分的时变规律.

内波出现在声传播路径上时, 其扰动区域内相邻距离段之间的模态函数不再满足 (8) 式给出的正交性条件, (6) 式表明此时耦合矩阵 $\mathbf{R}$ 的非对角线元素非零. 从 (22) 式余弦函数前的模值项可以看出, 第 $n, s$ 阶入射模态的部分能量转移进第 $l$ 阶接收模态中, 发生模态耦合. 内波的动态传播引起入射模态之间相对相位 $\varphi_{ns} = (kr_n - kr_s)(r'_1 - vT)$ 的快速变化, 从而使 (22) 式中的余弦项振荡, 发生模态干涉. 模态干涉分量构成了模态强度中的交流成分, 也是导致内波运动过程中声波模态强度起伏的原因.

单个交流分量即模态干涉分量 $\text{AC}_{lns}(T)$ 的振荡频率 $f_{ns} = |(kr_n - kr_s)v/(2\pi)|$ 取决于模态干涉长度 $L = 2\pi/(kr_n - kr_s)$ 和内波传播速度 $v$ . 通过观察 (22) 式中调制余弦振荡的指数函数可以发现, 接收模态衰减系数 $\alpha_l$ 与入射模态衰减系数 $\alpha_n, \alpha_s$ 之和的相对大小决定了对应的模态干涉分量 $\text{AC}_{lns}(T)$ 振幅的变化特征. 当第 $l$ 阶接收模态衰减系数的2倍大于第 $n, s$ 阶入射模态衰减系数之和时( $2\alpha_l > \alpha_n + \alpha_s$ ), 交流分量 $\text{AC}_{lns}(T)$ 的振幅随时间减小, 反之则随时间增大.

模态强度中的直流成分 $\text{DC}_l(T)$ 在交流成分随时间的快速振荡上叠加了时变的偏置, 影响了模态

强度的整体趋势. 与交流分量类似, 直流分量 $\text{DC}_{ln}(T)$ 的变化趋势也取决于接收模态衰减系数 $\alpha_l$ 与入射模态衰减系数 $\alpha_n$ 的相对大小. 从 (21) 式中指数函数的自变量可以看出, 当第 $l$ 阶接收模态衰减系数大于第 $n$ 阶入射模态衰减系数时( $\alpha_l > \alpha_n$ ), 直流分量 $\text{DC}_{ln}(T)$ 随时间减小, 反之则随时间增大.

从以上讨论可以看出, 不同入射模态干涉形成的交流分量振荡幅度的时变特征和振荡频率都有差异, 并且所有直流分量的变化趋势将共同决定模态强度的整体走向, 以上复杂性质决定了单从时域或频域均无法全面揭示模态强度的起伏规律. 本文将对仿真得到的模态强度时间序列进行时频分析, 上文讨论到的模态强度起伏特性均会体现在时频平面内.

### 3 仿真实验与分析

#### 3.1 仿真环境参数

图 2(a) 给出了无内波时的背景声速剖面 (与距离 $r$ 、时间 $T$ 无关), 其表达式为

$$c(z) = \begin{cases} c_1, & z_0 < z < z_1, \\ c_1 + \Delta(z - z_2), & z_1 < z < z_2, \\ c_2, & z_2 < z < H, \end{cases} \quad (23)$$

式中,  $z_0 = 0$  m 为海面,  $z_1 = 15$  m 至  $z_2 = 30$  m 为跃变层深度范围,  $H = 80$  m 为波导深度. 上下两层的声速分别为 $c_1 = 1522$  m/s,  $c_2 = 1481$  m/s,  $\Delta = (c_1 - c_2)/(z_1 - z_2)$ 为中间跃变层声速梯度. 海底为底质特性均匀的半空间, 海底声速为 1600 m/s, 密度为 1.5 g/cm<sup>3</sup>, 衰减系数为 0.5 dB/ $\lambda$ . 仿真中假设一组由 3 个双曲正割形孤子组成的内孤立波包对区域 $r_1 < r < r_J$ 内的声速产生扰动, 内波波形表达式为

$$\eta(r, T) = \sum_{n=1}^3 A_n \text{sech}^2\left(\frac{r - d_n + vT}{\Lambda_n}\right), \quad (24)$$

式中, 孤子振幅 $A_n = 15, 12, 10$  m,  $n = 1, 2, 3$ ; 特征宽度 $\Lambda_n = 100, 130, 160$  m,  $n = 1, 2, 3$ . 相邻孤子间距分别为 $d_2 - d_1 = 600$  m,  $d_3 - d_2 = 500$  m. 受内波扰动后声速剖面的表达式为

$$c(r, z, T) = \begin{cases} c_1, & z_0 < z < z_1 + \eta, \\ c_1 + \Delta[z - (z_1 + \eta)], & z_1 + \eta < z < z_2 + \eta, \\ c_2, & z_2 + \eta < z < H. \end{cases} \quad (25)$$

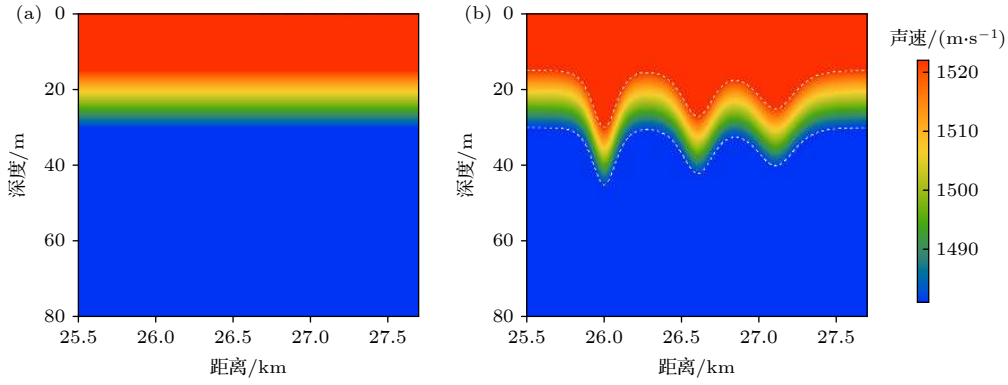


图2 波导环境声速剖面 (a) 背景声速剖面; (b) 内波扰动后的声速剖面, 白色虚线标注了内波波形

Fig. 2. Sound speed profile in the waveguide: (a) Background sound speed profile; (b) sound speed profile perturbed by internal waves, with the waveform of internal waves indicated by white dashed lines.

本文以波包中首个孤子波峰的位置表示内波位置  $r_p$ , 图 2(b) 给出了位于  $r_p = 26$  km 的内波扰动后的声速剖面, 白色虚线标注了内孤立波包波形. 声场计算频率为 200 Hz, 声源位于跃层以下的  $z_s = 37$  m 深度处以充分激发衰减较小的低阶模态. 分别使用 IFDPE<sup>[28]</sup> 和 KRAKEN<sup>[29]</sup> 软件计算声场和模态函数.

下面首先探讨内孤立波引起的声波模态耦合效应, 揭示模态强度变化特征对内波位置的高度敏感性. 接下来再对内波运动时声波模态强度时间序列进行时频分析, 同时在时域和频域分析模态强度的起伏现象. 最后使用深度积分声强度量总接收声场强度, 分析模态强度起伏对接收阵位置处声能量变化的影响.

### 3.2 模态耦合效应及其对内波位置的敏感性分析

从 (4) 式可以看出, (5) 式定义的模态系数耦合矩阵表征了各阶声波模态在区域  $r_1 < r < r_J$  内传播时的能量转移关系. 本文使用以下方法计算耦合矩阵: 1) 使用任一阶模态 (例如第  $n$  阶模态) 作为 PE 模型的初始场<sup>[27]</sup> 进行声场计算; 2) 对位于  $r = r_e$  处垂直阵上的声压进行模态滤波得到各阶传播模态的模态系数; 3) 根据 (9) 式得到耦合矩阵的第  $n$  列:

$$R_{ln} = \frac{a_l}{\sqrt{r_0/r_e h_l^{J+1}(r_e) h_n^1(r_1) a_n^1}}, \quad l = 1, \dots, M, \quad (26)$$

式中,  $M = 8$  为背景波导环境中传播模态的个数, 其余计算参数分别为  $r_0 = 0.2$ ,  $r_1 = 0.5$ ,  $r_J = 2.7$ ,  $r_e = 2.72$  km, 重复以上步骤 1) — 3) 直到耦合矩

阵按列填充完毕.

图 3(a) 和图 3(b) 分别给出了区域  $r_1 < r < r_J$  中无内波和有内波时耦合矩阵的模值  $|\mathbf{R}|$ . 从图 3(a) 可以看出, 无内波时耦合矩阵为对角阵, 所以 (4) 式中的线性方程组是解耦的, 这意味着各阶模态在区域  $r_1 < r < r_J$  内绝热传播, 相互之间不发生能量交换. 矩阵中对角线元素数值随着模态阶数增大而单调下降, 说明此波导环境中高阶模态的衰减比低阶模态更大. 当区域  $r_1 < r < r_J$  内存在内波时, 从图 2(b) 可以看出, 该区域内声速剖面存在显著的距离依赖性, 这使得相邻距离段之间的模态函数不再满足 (8) 式给出的正交性条件. (6) 式表明耦合矩阵  $\mathbf{R}$  非对角元素非零, 这从图 3(b) 可明显看出. 此时 (4) 式中的线性方程组是耦合的, 这导致内波后方区域  $r_J < r < r_e$  内各阶模态系数包含所有入射模态的贡献, 不同阶简正波在内波扰动区域  $r_1 < r < r_J$  内传播时发生能量交换, 即模态耦合.

2.2 节中讨论到入射模态之间的相对相位  $\varphi_{ns} = (kr_n - kr_s)(r_1' - vT)$  在内波运动过程中快速变化, 从而使交流成分中的余弦项振荡, 这种模态干涉效应导致内波后方的模态强度出现起伏. 所以模态耦合的最终结果不仅取决于耦合矩阵, 还与内波位置密切相关. 在整个声传播过程中, 耦合矩阵可以看作是内孤立波在当前波导环境中固有的声学效应, 该矩阵表征了各阶模态之间的能量转移关系. 耦合矩阵中非对角元素的出现表明声能量可以从入射模态转移进接收模态, 模态干涉则进一步影响接收模态所分配到的能量大小. 从 (22) 式可以看出, 当第  $n, s$  阶入射模态发生相长干涉时, 第  $l$  阶接收模态强度出现极大值; 反之当入射模态发生相

消干涉时,接收模态强度出现极小值,所以模态干涉也将影响模态耦合过程的最终结果,即内波后方声能量在各阶模态中的分布情况.

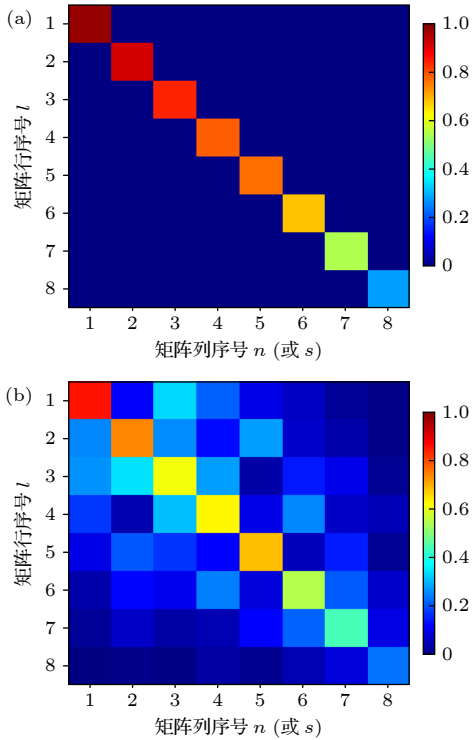


图3 模态系数耦合矩阵的模值  $|R|$ : (a) 无内波; (b) 有内波  
Fig. 3. Modulus of the coupling matrix  $|R|$ : (a) Internal waves are not present in the waveguide; (b) internal waves are present in the waveguide.

图4、图5、图6分别给出了无内波、内波位于  $r_p = 3$  km 和内波位于  $r_p = 2.8$  km 时的内波波形(分别见图4—图6的子图(a))以及前5阶模态强度随距离的变化(分别见图4—图6的子图(b)),几何扩展效应已从结果中移除。由于图4是无内波的情况,图4(a)中内波幅度恒为  $\eta = 0$  m。图5(b)和图6(b)中阴影覆盖的区域是内波出现的范围。图4(b)表明无内波时各阶模态绝热传播,大部分声能量集中在第1,2阶模态中,这是因为位于跃层下方的声源充分激发了低阶模态,且高阶模态传播时受到较大衰减。对比图4(b)、图5(b)和图6(b)可以看出,在内波扰动的区域内发生了模态耦合,模态强度在内波波形斜率较大(声速剖面的距离依赖性较强)的区域变化剧烈,在内波波峰和波谷(声速剖面的距离依赖性较弱)附近变化平缓,经过内波后声能量在各阶模态之间重新分配。对比

图5(b)和图6(b)还可以发现,内波分别位于  $r_p = 3$  km 和  $r_p = 2.8$  km 时的模态强度变化情况有很大差异。如内波位于  $r_p = 3$  km 时,与图4(b)所示的绝热传播情况相比,第3—5阶模态经过内波后能量明显上升,并且第1,3阶和第4阶模态强度相近;内波位于  $r_p = 2.8$  km 时,第4阶模态经过内波后其能量与无内波情况基本持平,但此时远低于第1,3阶模态强度。

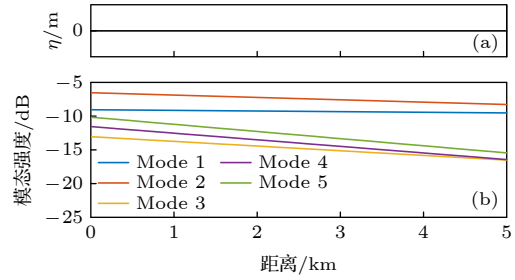


图4 无内波时模态强度随距离的变化 (a) 内波波形; (b) 模态强度变化  
Fig. 4. Modal intensity variation with range when internal waves are not present in the waveguide: (a) Waveform of internal waves; (b) modal intensity variation.

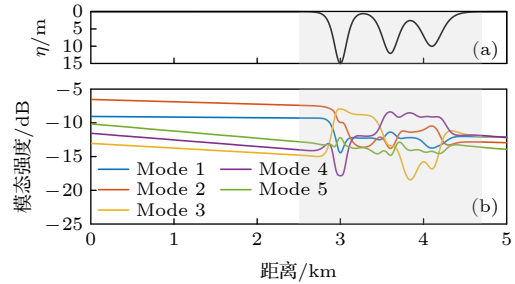


图5 内波位于  $r_p = 3$  km 时模态强度随距离的变化 (a) 内波波形; (b) 模态强度变化  
Fig. 5. Modal intensity variation with range when internal waves are at  $r_p = 3$  km: (a) Waveform of internal waves; (b) modal intensity variation.

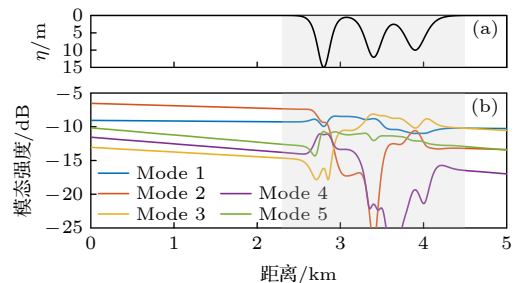


图6 内波位于  $r_p = 2.8$  km 时模态强度随距离的变化 (a) 内波波形; (b) 模态强度变化  
Fig. 6. Modal intensity variation with range when internal waves are at  $r_p = 2.8$  km: (a) Waveform of internal waves; (b) modal intensity variation.



从以上对模态耦合效应的分析可知, 模态强度的距离变化特征对内波位置的改变高度敏感, 因此有必要深入研究内波运动时模态强度的起伏规律.

### 3.3 内波传播过程中模态强度起伏特性的时频分析

#### 3.3.1 交流成分起伏分析

以下仿真中假设内孤立波包从起点  $r_p = 26$  km 以  $v = 1$  m/s 的速度匀速运动到终点  $r_p = 1$  km, 对波导环境观测的快拍间隔为 5 s, 共产生 5001 个环境快拍. 然后使用每组快拍下的声速分布进行声场计算, 接下来对位于  $r_e = 30$  km 处垂直阵上的声压进行模态滤波得到模态强度时间序列, 最后对该时间序列进行短时傅里叶变换得到其时频图. 图 7 和图 8 分别给出了第 1, 3 阶接收模态强度的时频分析结果, 子图 (a), (b) 和 (c) 分别是归一化的模态强度时间序列、模态强度时频图和模态强度频谱, 由第  $n, s$  阶入射模态干涉形成的频率分量对应的谱峰在图中标注为“Mode  $n&s$ ”.

从图 7(a) 和图 8(a) 可以看出, 内波在声传播路径上运动时, 接收阵处的声波模态能量剧烈起伏, 模态强度振荡曲线中包含多组频率分量. (22) 式表明交流分量  $AC_{lns}(t)$  的振荡频率为

$$f_{ns} = |(kr_n - kr_s)v / (2\pi)|. \quad (27)$$

结合 (27) 式和图 7(c)、图 8(c) 中各谱峰的位置不难发现, 由阶数间隔较大的第  $n, s$  阶入射模态干涉形成的交流分量  $AC_{lns}(t)$  具有较高频率. 从 (22) 式还可以看出, 影响频谱中各谱峰幅度的因素十分复杂, 包括受声源深度影响的模态激励 (体现在  $|b_n|, |b_s|$  中)、由有损海底导致的模态衰减 (体现在  $\exp(-\alpha_n r'_1), \exp(-\alpha_s r'_1)$  中)、由内孤立波引起的模态耦合 (体现在  $|R_{ln}|, |R_{ls}|$  中) 和指数函数对各频率成分在时间上的调制. 对比图 7(a) 和图 8(a) 可以发现, 不同阶模态强度的起伏程度存在显著差异, 这具体表现为第 1 阶模态强度起伏程度随时间增大而第 3 阶模态强度的振荡幅度随时间减小. 3.2 节中讨论到模态衰减系数随着模态阶数升高而单调增大, 则对于第  $l = 1$  阶接收模态, 条件  $2\alpha_l|_{l=1} < \alpha_n + \alpha_s$  对所有入射模态 (第  $n, s$  阶模态) 均成立, 由 (22) 式可知此时第 1 阶接收模态强度中的所有交流分量的振幅均随时间增大. 从图 7(b) 的时频平面中也可以看出, 各频率分量的能量随时间增强, 这最终导致第 1 阶模态强度的起伏程度逐渐增大. 对于第  $l = 3$  阶接收模态, 条件  $2\alpha_l|_{l=3} > \alpha_n + \alpha_s$  对图 8(c) 中标注的入射模态 (即第  $n = 1, s = 2$  阶、第  $n = 2, s = 3$  阶、第  $n = 1, s = 3$

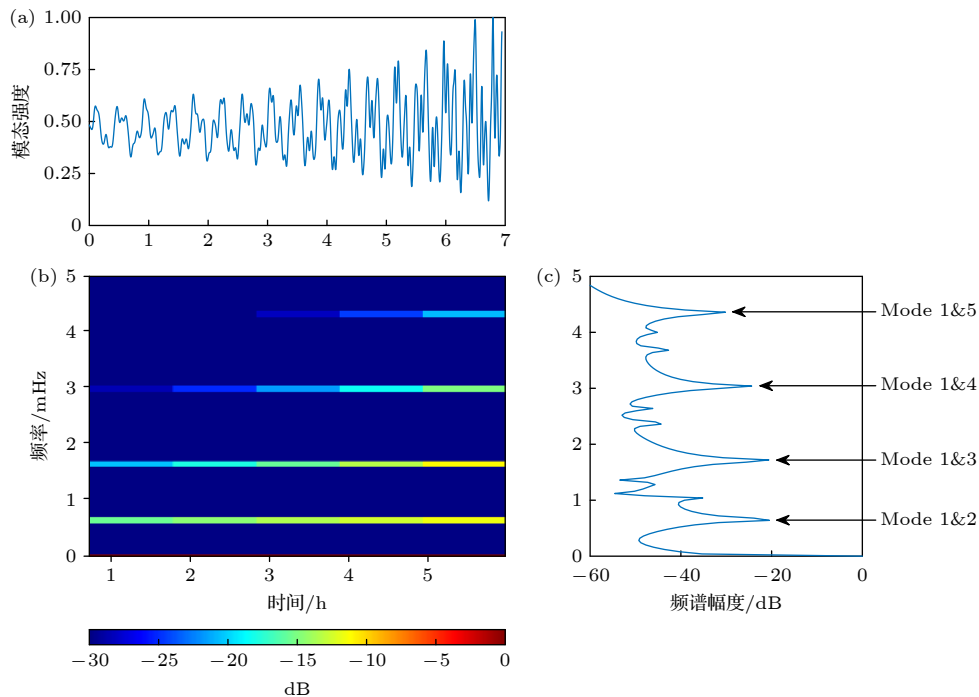


图 7 第 1 阶接收模态强度时频分析结果 (a) 时间序列; (b) 时频图; (c) 频谱

Fig. 7. Time-frequency analysis results of the first received mode: (a) Time series; (b) time-frequency plot; (c) frequency spectrum.

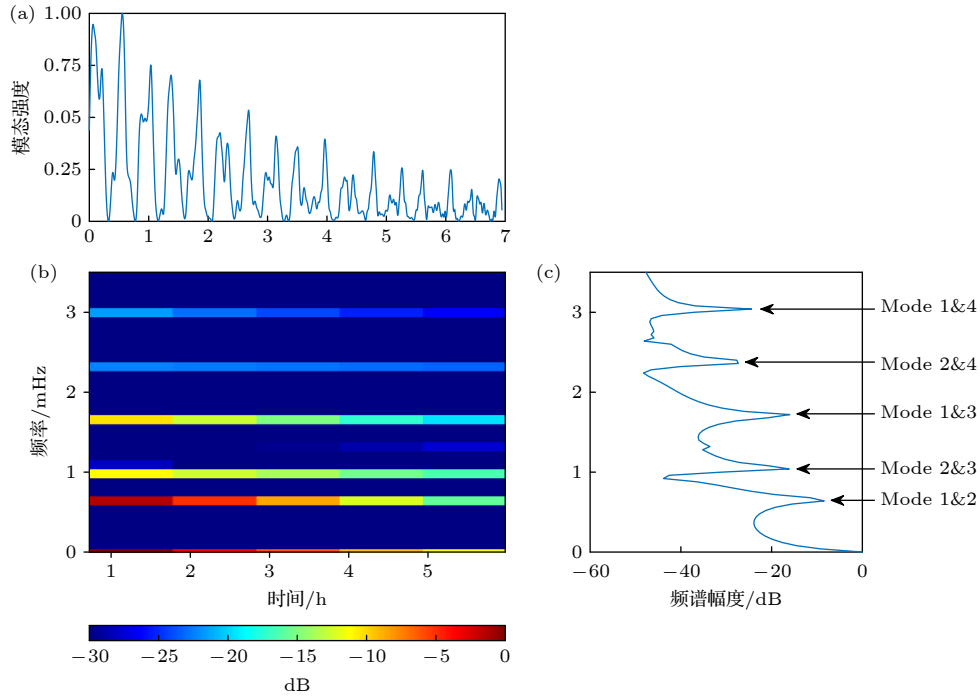


图 8 第 3 阶接收模态强度时频分析结果 (a) 时间序列; (b) 时频图; (c) 频谱

Fig. 8. Time-frequency analysis results of the third received mode: (a) Time series; (b) time-frequency plot; (c) frequency spectrum.

阶、第  $n = 2, s = 4$  阶和第  $n = 1, s = 4$  阶入射模态) 均成立. 从图 8(b) 的时频图中可以看出, 以上入射模态干涉形成的频率分量的能量随时间减小, 在时域中则体现为这些交流分量的振幅逐渐减小. 注意到图 8(c) 中标注的这些频率分量的能量远大于其他频率成分, 从而将主导模态强度的变化特征, 导致第 3 阶模态强度的起伏程度变弱.

### 3.3.2 直流成分变化分析

对比图 7(a) 和图 8(a) 可以看出, 第 1 阶和第 3 阶模态强度的整体走势也存在显著差异, 第 1 阶模态强度曲线随时间略微向上偏移, 而第 3 阶模态强度曲线明显向零值偏移. 图 9 中的蓝色、红色曲线分别给出了从第 1, 3 阶模态强度时频图的 0 Hz 处提取出的值, 图 9 反映出的直流成分时变特征与上述现象相符. 如前文所述, 模态强度中振荡的交流成分会被叠加上时变的直流偏置, (21) 式表明模态剥离 (不同阶模态之间衰减系数的差异) 是这种偏置具有时变特征的原因. 对于第  $l = 1$  阶接收模态, 条件  $\alpha_l|_{l=1} < \alpha_n$  对除第 1 阶以外的所有入射模态 (第  $n = 2-8$  阶模态) 均成立, 由 (21) 式可知这些入射模态对应的直流分量  $DC_{ln}(T)|_{l=1, n=2-8}$  均随时间增大. 第 1 阶入射模态对应的直流分量  $DC_{ln}(T)|_{l=1, n=1}$  为常数, 从而对直流成分的时变特

征没有贡献. 以上原因导致直流成分  $DC_l(T)|_{l=1}$  呈上升趋势, 第 1 阶接收模态强度向上偏移.

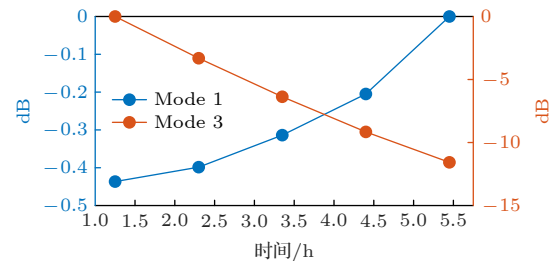


图 9 第 1 阶 (蓝色曲线) 和第 3 阶 (红色曲线) 接收模态强度时频图中 0 Hz 成分随时间的变化

Fig. 9. Variation of the 0 Hz-component in the time-frequency plane of the first (blue line) and the third (red line) modal intensity.

第  $l = 3$  阶接收模态的情况则比较复杂, 因为条件  $\alpha_l|_{l=3} > \alpha_n$  仅对第  $n = 1, 2$  阶入射模态成立, 对第  $n = 4-8$  阶入射模态则有  $\alpha_l|_{l=3} < \alpha_n$ , 这意味着直流分量  $DC_{ln}(T)|_{l=3, n=1,2}$  随时间减小, 而直流分量  $DC_{ln}(T)|_{l=3, n=4-8}$  随时间增大, 但图 8(a) 和图 9 表明第 3 阶模态强度中的直流成分  $DC_l(T)|_{l=3}$  整体仍表现出下降趋势. 由于直流成分中的各直流分量无法像交流分量一样被分解到时频平面上, 下面将通过考察第 3 阶模态强度中直流分量的时不变幅度来衡量各分量在直流成分中的贡献. 因为

(21) 式表明第 3 阶入射模态 ( $n = 3$ ) 对应的直流分量  $DC_{ln}(T)|_{l=3, n=3}$  为常数, 其对直流成分的时变特征没有贡献, 故下文将不再讨论该分量的影响. 从 (21) 式得到单个直流分量  $DC_{ln}(T)|_{l=3}$  的时不变幅度为

$$B_{ln}|_{l=3} = |R_{ln}b_n|^2 \exp[-2\alpha_l(r_e - r'_j) - 2\alpha_n r'_1]|_{l=3}. \quad (28)$$

从 (28) 式可以看出, 直流分量的时不变幅度与模态激励 (体现在  $|b_n|$  中)、模态耦合 (体现在  $|R_{ln}|_{l=3}$  中) 和模态衰减 (体现在  $\exp(-2\alpha_n r'_1)$  中) 这 3 种效应有关. 耦合矩阵模值已在图 3(b) 中给出, 图 10(a) 和 图 10(b) 分别给出了各阶模态归一化的激励程度和衰减系数. 从图 10(a) 可以看出, 声源处各阶传播模态均受到充分激发, 并且第 1, 2 阶模态的激励程度大于其余模态. 图 3(b) 表明矩阵元素  $|R_{ln}|_{l=3, n=1}, |R_{ln}|_{l=3, n=2}, |R_{ln}|_{l=3, n=4}$  的值大于同行中其他元素, 则经过内波后第 1, 2 阶和第 4 阶模态的能量更容易转移进第 3 阶模态. 从图 10(b) 可以看出, 模态衰减系数随模态阶数升高

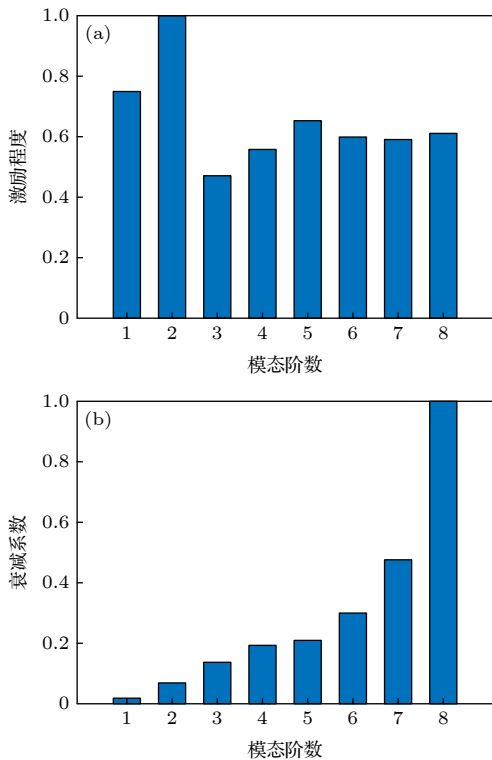


图 10 各阶传播模态归一化的激励程度和衰减系数: (a) 模态激励; (b) 模态衰减

Fig. 10. Normalized excitation and attenuation of each propagating mode: (a) Modal excitation; (b) modal attenuation.

而单调增加, 高阶模态 (第 4—8 阶模态) 在传播过程中比低阶模态 (第 1, 2 阶模态) 受到更大衰减. 以上现象说明, 虽然声波在穿越过内波后会有部分能量从第 1, 2 阶和第 4 阶模态耦合进第 3 阶模态, 但受模态衰减影响, (28) 式表明第  $n = 4-8$  阶入射模态对应的直流分量  $DC_{ln}(T)|_{l=3, n=4-8}$  在直流成分中的贡献将小于第  $n = 1, 2$  阶入射模态对应的直流分量  $DC_{ln}(T)|_{l=3, n=1, 2}$ .

图 11(a) 给出了第  $l = 3$  阶接收模态强度中直流分量的归一化时不变幅度  $B_{ln}|_{l=3}$ . 可以明显看出, 第  $n = 1, 2$  阶入射模态对应的直流分量时不变幅度远大于其余分量的幅度, 这与上文得到的结论一致. 直流分量  $DC_{ln}(T)|_{l=3, n=1, 2}$  将主导直流成分  $DC_l(T)|_{l=3}$  的变化趋势, 即该直流成分的幅度将随时间减小. 图 11(b) 给出了利用 (21) 式重构出的第 3 阶模态强度的直流成分  $DC_l(T)|_{l=3}$ , 可以看出基于理论公式得到的直流成分确实呈下降趋势, 符合上文的推测.

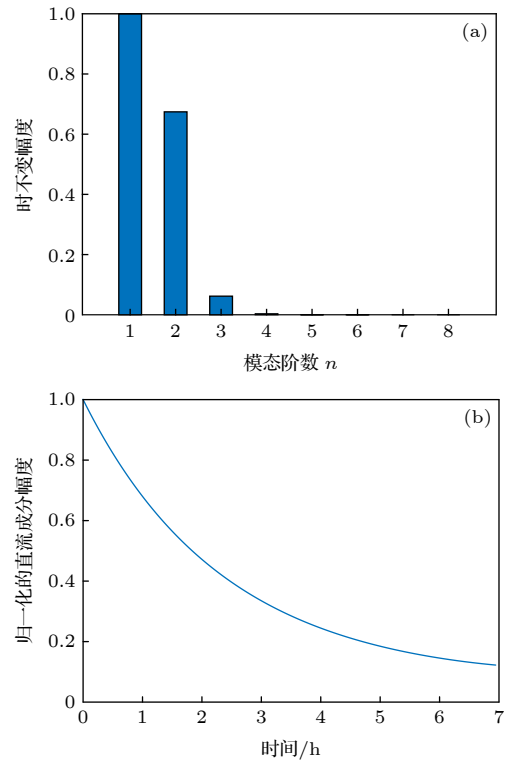


图 11 (a) 第  $l = 3$  阶接收模态强度中各直流分量的归一化时不变幅度  $B_{ln}|_{l=3}$ ; (b) 第  $l = 3$  阶接收模态强度中归一化的直流成分

Fig. 11. (a) Normalized time-invariant amplitude of each DC component in the third modal intensity; (b) normalized DC part in the third modal intensity.

### 3.4 声波模态强度起伏对总接收声强的影响

上文同时在时域和频域分析了内波传播过程中声波模态强度的起伏特性, 而与模态强度相比, 声场强度在实际中受到更广泛的关注, 下面将研究动态内波场中声波模态强度起伏对接收阵位置处声强的影响.

定义深度积分声强  $\bar{I}(T)$  作为接收阵位置处总声场强度的度量, 其表达式为

$$\bar{I}(T) = \int_0^\infty \frac{p(r_e, z; T) p^*(r_e, z; T)}{\rho(z)} dz, \quad (29)$$

式中,  $p(r_e, z; T)$  为  $T$  时刻下垂直阵接收到的声压. 利用声场的简正波表达式

$$p(r_e, z; T) = \sum_l a_l(T) \phi_l(z), \quad (30)$$

(28) 式可展开为

$$\begin{aligned} \bar{I}(T) &= \int_0^\infty \frac{\left(\sum_l a_l(T) \phi_l(z)\right) \left(\sum_n a_n(T) \phi_n(z)\right)^*}{\rho(z)} dz \\ &= \int_0^\infty \frac{\left(\sum_l a_l(T) \phi_l(z)\right) \left(\sum_n a_n^*(T) \phi_n(z)\right)}{\rho(z)} dz. \end{aligned} \quad (31)$$

海底中的声衰减使得声波模态函数  $\phi(z)$  为复函数. 本文仅考虑在远场有主要贡献的传播模态, 这些简正波衰减系数较小, 其模态函数的虚部相比于实部可被忽略<sup>[26]</sup>, 故在 (31) 式中使用了近似条件  $\phi(z) = \phi^*(z)$ . 根据 (8) 式给出的正交性条件, (31) 式最终简化为

$$\bar{I}(T) = \sum_l |a_l(T)|^2. \quad (32)$$

(32) 式表明接收阵处的深度积分声强可表示为到达该基阵的各阶声波模态强度之和.

为考察各阶模态强度对深度积分声强的贡献, 图 12(a) 和图 12(b) 分别给出了接收阵位置处所有传播模态的强度和深度积分声强随时间的变化情况 (几何扩展已从结果中移除), 表 1 总结了图 12 中模态强度和深度积分声强起伏的均值和标准差. 表 1 中的均值反映了各声学量的平均水平, 结合图 12(a) 可以看出, 第 1, 2 阶模态强度远高于其余 (第 3—8 阶) 模态, 从而在接收阵位置处的总声强中占比最大. 表 1 中的标准差反映了各项声学量的起伏程度, 第 1, 2 阶模态强度标准差分别高达 0.0144, 0.0079, 且明显高于其余模态强度. 图 12(a)

也表明第 1 阶模态强度起伏最为剧烈, 而第 2 阶模态强度次之. 由于第 1 阶模态的能量在总接收声强中占比最大且起伏最为显著, 因此其将主导深度积分声强的变化特征. 对比图 12(a) 和图 12(b) 可以看出, 深度积分声强变化与第 1 阶模态强度起伏呈现高度正相关, 并且经计算, 两者的相关系数高达 0.87. 从以上讨论可以看出, 深度积分声强的变化由各阶模态强度控制, 能量最大且起伏最为剧烈的模态将主导总接收声强的变化.

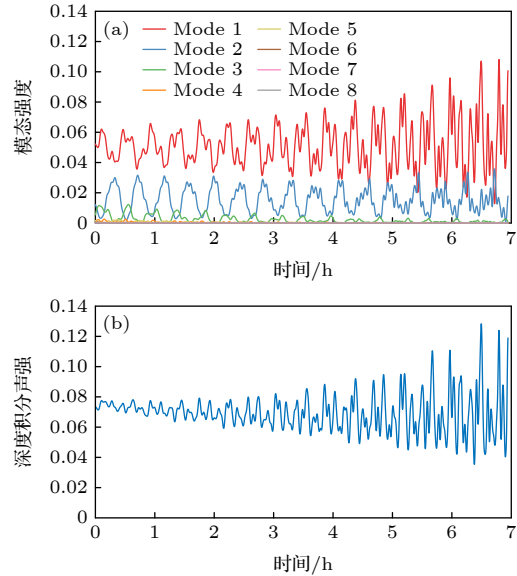


图 12 (a) 各阶传播模态强度随时间的变化; (b) 深度积分声强随时间的变化

Fig. 12. (a) Temporal variations of modal intensities of propagating modes; (b) temporal variation of the depth-integrated intensity.

表 1 深度积分声强和各阶模态强度起伏的均值和标准差

Table 1. Mean values and the standard deviations of the depth-integrated intensity and the modal intensities.

声学量	均值	标准差
$\bar{I}(T) \times r_e$	0.0694	0.0116
$ a_l(T) _{l=1}^2 \times r_e$	0.0514	0.0144
$ a_l(T) _{l=2}^2 \times r_e$	0.0151	0.0079
$ a_l(T) _{l=3}^2 \times r_e$	0.0024	0.0026
$ a_l(T) _{l=4}^2 \times r_e$	$3.60 \times 10^{-4}$	$4.45 \times 10^{-4}$
$ a_l(T) _{l=5}^2 \times r_e$	$2.96 \times 10^{-4}$	$3.87 \times 10^{-4}$
$ a_l(T) _{l=6}^2 \times r_e$	$4.43 \times 10^{-5}$	$8.52 \times 10^{-5}$
$ a_l(T) _{l=7}^2 \times r_e$	$4.30 \times 10^{-6}$	$1.22 \times 10^{-5}$
$ a_l(T) _{l=8}^2 \times r_e$	$7.34 \times 10^{-9}$	$3.11 \times 10^{-8}$

## 4 结 论

本文基于耦合简正波理论, 推导了内孤立波运动时声波模态强度的表达式, 并结合短时傅里叶变换同时在时域和频域研究了声波模态强度的时变特性. 研究表明: 1) 内孤立波可引起显著的模态耦合效应, 声波在穿越内波时各阶模态之间发生能量交换. 内孤立波的动态传播导致模态干涉, 从而使内波后方模态强度随时间起伏; 2) 模态强度由交流成分和直流成分线性叠加组成, 交流成分由模态干涉引起, 表现为模态强度中随时间快速振荡的部分. 直流成分对这种振荡叠加了时变的偏置, 这种时变特征由模态剥离 (不同阶模态之间衰减系数的差异) 引起; 3) 模态强度中各交流分量的频率取决于模态干涉长度和内波传播速度, 各频率分量的振幅随时间的变化趋势取决于对应入射模态 (到达内波前沿的声波模态) 和接收模态 (到达接收阵的声波模态) 之间衰减系数的差异. 具体来说, 当接收模态衰减系数的 2 倍大于入射模态衰减系数之和时, 由入射模态干涉形成的频率分量的振幅随时间减小, 反之则随时间增大; 4) 与模态干涉形成的频率分量类似, 当接收模态衰减系数大于入射模态衰减系数时, 对应的直流分量幅度随时间减小, 反之则随时间增大; 5) 声波模态强度起伏对总接收声场强度的变化有明显影响. 深度积分声强 (总接收声强的度量) 可表示为接收阵位置处各阶模态强度的线性叠加, 能量较大且起伏剧烈的模态强度将主导深度积分声强的时变特征.

## 参考文献

- [1] Fang X H, Du T 2005 *Fundamentals of Oceanic Internal Waves and Internal Waves in the China Seas* (Qingdao: China Ocean University Press) p109 (in Chinese) [方欣华, 杜涛 2005 海洋内波基础和中国海内波 (青岛: 中国海洋大学出版社) 第109页]
- [2] Magalhaes J M, da Silva J C B, Buijsman M C 2020 *Sci. Rep.* **10** 1
- [3] Chiu C S, Ramp S R, Miller C W, Lynch J F, Duda T F, Tang T Y 2004 *IEEE J. Oceanic Eng.* **29** 1249
- [4] Duda T F, Lynch J F, Newhall A E, Wu L X, Chiu C S 2004 *IEEE J. Oceanic Eng.* **29** 1264
- [5] Oba R, Finette S 2002 *J. Acoust. Soc. Am.* **111** 769
- [6] Duda T F 2006 *J. Acoust. Soc. Am.* **119** 3717
- [7] Headrick R H, Lynch J F, Kemp J N, Newhall A E, von der Heydt K, Apel J, Badiy M, Chiu C S, Finette S, Orr M, and Pasewark B, Turgot A, Wolf S, Tielbuerger D 2000 *J. Acoust. Soc. Am.* **107** 201
- [8] Headrick R H, Lynch J F, Kemp J N, Newhall A E, von der Heydt K, Apel J, Badiy M, Chiu C S, Finette S, Orr M, Pasewark B, Turgot A, Wolf S, Tielbuerger D 2000 *J. Acoust. Soc. Am.* **107** 221
- [9] Zhou J X, Zhang X Z, Rogers P H 1991 *J. Acoust. Soc. Am.* **90** 2042
- [10] Duda T F, Preisig J C 1999 *IEEE J. Oceanic Eng.* **24** 16
- [11] Apel J R, Badiy M, Chiu C S, Finette S, Headrick R, Kemp J, Lynch J F, Newhall A, Orr M H, Pasewark B H, Tielbuerger D, Turgot A, von der Heydt K, Wolf S 1997 *IEEE J. Oceanic Eng.* **22** 465
- [12] Rouseff D, Turgot A, Wolf S N, Finette S, Orr M H, Pasewark B H, Apel J R, Badiy M, Chiu C S, Headrick R H, Lynch J F, Kemp J N, Newhall A E, von der Heydt K, Tielbuerger D 2002 *J. Acoust. Soc. Am.* **111** 1655
- [13] Liu J Z, Wang N, Gao D Z 2006 *Acta Acustica* **31** 322 (in Chinese) [刘进忠, 王宁, 高大治 2006 声学学报 **31** 322]
- [14] Hu T, Wang Z, Guo S M, Ma L 2020 *J. Harbin Eng. Univ.* **41** 1518 (in Chinese) [胡涛, 王臻, 郭圣明, 马力 2020 哈尔滨工程大学学报 **41** 1518]
- [15] Finette S, Orr M H, Turgot A, Apel J R, Badiy M, Chiu C S, Headrick R H, Kemp J N, Lynch J F, Newhall A E, von der Heydt K, Pasewark B, Wolf S N, Tielbuerger D 2000 *J. Acoust. Soc. Am.* **108** 957
- [16] Apel J R 2003 *J. Phys. Oceanogr.* **33** 2247
- [17] Yang T C 2014 *J. Acoust. Soc. Am.* **135** 610
- [18] Dozier L B, Tappert F D 1978 *J. Acoust. Soc. Am.* **63** 353
- [19] Qin J X, Boris K, Li Z L, Zhang R H, Luo W Y 2016 *Acta Acustica* **41** 145 (in Chinese) [秦继兴, Katsnelson Boris, 李整林, 张仁和, 骆文于 2016 声学学报 **41** 145]
- [20] Song W H, Hu T, Guo S M, Ma L 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 194303 (in Chinese) [宋文华, 胡涛, 郭圣明, 马力 2014 物理学报 **63** 194303]
- [21] Song W H, Wang N, Gao D Z, Wang H Z, Hu T, Guo S M 2017 *J. Acoust. Soc. Am.* **142** 1848
- [22] Evans R B 1983 *J. Acoust. Soc. Am.* **74** 188
- [23] Sperry B J 1999 *Ph. D. Dissertation* (Woods Hole: Massachusetts Institute of Technology/Woods Hole Oceanographic Institution)
- [24] Colosi J A 2016 *Sound Propagation Through the Stochastic Ocean* (Cambridge: Cambridge University Press) p83
- [25] Buck J R, Preisig J C, Wage K E 1998 *J. Acoust. Soc. Am.* **103** 1813
- [26] Katsnelson B, Petnikov V, Lynch J 2012 *Fundamentals of Shallow Water Acoustics* (Boston: Springer) pp83–85
- [27] Jensen F B, Kuperman W A, Porter M B, Schmidt H 2011 *Computational Ocean Acoustics* (New York: Springer) p85, 473
- [28] Lee D, McDaniel S T 1988 *Ocean Acoustic Propagation by Finite Difference Methods* (Amsterdam: Elsevier) p386
- [29] Porter M B 1992 *The KRAKEN Normal Mode Program* (Washington DC: Naval Research Laboratory)

# Modal intensity fluctuation during dynamic propagation of internal solitary waves in shallow water\*

Li Qin-Ran<sup>1)2)</sup> Sun Chao<sup>1)2)</sup> Xie Lei<sup>1)2)†</sup>

1) (*School of Marine Science and Technology, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China*)

2) (*Shaanxi Key Laboratory of Underwater Information Technology, Xi'an 710072, China*)

( Received 15 June 2021; revised manuscript received 28 September 2021 )

## Abstract

Internal solitary wave (ISW) is a kind of nonlinear internal wave commonly observed in the shallow water, which has the characteristics of large amplitude, short period and strong current velocity. With the distribution of the temperature and the salinity in the water column perturbed by ISWs, the sound speed profile becomes range-dependent, and thus affecting the characteristics of the underwater acoustic propagation. The ISWs usually propagate at a speed of the order of 1 m/s, and moving internal waves cause the energy in each acoustic mode to fluctuate dramatically. In this paper, the modal intensity is defined as the squared modulus of the modal coefficient, and is used to measure the sound energy in each mode. Based on the coupled mode theory, the expression of the acoustic modal intensity during the propagation of internal waves is derived in this paper, and the modal intensity is taken as the linear superposition of the oscillating term and the trend term. Most of previous researches were limited to the study of the time-varying characteristics of the acoustic modal intensity during the propagation of internal waves in the time domain or frequency domain. In this paper, the mechanism of modal intensity fluctuations is studied simultaneously in the time domain and the frequency domain with the aid of the short-time Fourier transform. Both the theoretical derivation and the numerical simulation show that the internal solitary wave gives rise to the energy transfer among acoustic modes, i.e., the mode coupling. The dynamic propagation of internal waves further leads to the modal interference, which behaves as an oscillating term in the modal intensity, and causes the modal intensity to fluctuate rapidly with time. The amplitude of the trend term changes with time due to the mode stripping (the difference in attenuation coefficients between different modes), which in turn adds a time-varying offset to the oscillations induced by the modal interference. The trend of the modal intensity and the time-varying characteristics of the amplitude of each frequency component in the oscillating term are closely associated with the modal attenuation. Meanwhile, the depth-integrated intensity is chosen as the measure of the total received acoustic intensity, and the influences of modal intensity fluctuations on the acoustic energy at the receivers during the propagation of internal waves are studied. It is demonstrated that the modal intensity with high energy which oscillates most dramatically will dominate the temporal variation of the received acoustic energy.

**Keywords:** sound propagation, internal solitary waves, mode coupling, acoustic field fluctuation

**PACS:** 43.30.+m, 43.30.Bp, 43.25.Rq

**DOI:** [10.7498/aps.71.20211132](https://doi.org/10.7498/aps.71.20211132)

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11904342).

† Corresponding author. E-mail: [xielei2014@mail.nwpu.edu.cn](mailto:xielei2014@mail.nwpu.edu.cn)