

## 斜入射非线性电离层Langmuir扰动的电磁波传播特性

杨利霞 刘超 李清亮 闫玉波

## Electromagnetic wave propagation characteristics of oblique incidence nonlinear ionospheric Langmuir disturbance

Yang Li-Xia Liu Chao Li Qing-Liang Yan Yu-Bo

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 71, 064101 (2022) DOI: 10.7498/aps.71.20211204

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.71.20211204>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

#### 有耗介质层上多导体传输线的电磁耦合时域分析方法

Time domain hybrid method for coupling analysis of multi-conductor transmission lines on the lossy dielectric layer excited by ambient wave

物理学报. 2020, 69(6): 060701 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20191214>

#### 基于时域有限差分法的核壳双金属纳米颗粒光吸收率反转行为

Reversal behavior of optical absorption rate of bimetallic core-shell nanoparticles based on finite-difference time-domain method

物理学报. 2021, 70(20): 207801 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20210602>

#### 非水平海底情况下海底地震波时域有限差分数值模拟

Seabed seismic wave simulation by finite difference time domain scheme in marine environment with complex seafloor topography

物理学报. 2021, 70(22): 224303 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20210634>

#### 角锥棱镜的斜入射远场衍射图样

Far-field diffraction pattern of cube corner retroreflector at oblique incidence

物理学报. 2021, 70(15): 154201 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20210261>

#### 一种新的基于频域有限差分方法的小周期有机太阳能电池的光电特性

Optical and electrical properties of short-pitch solar cells with finite-difference frequency-domain method

物理学报. 2018, 67(17): 178102 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20180821>

#### 银纳米粒子阵列中衍射诱导高品质因子的四偶极晶格等离子体模式

Quadrupolar lattice plasmon modes induced by diffraction of high-quality factors in silver nanoparticle arrays

物理学报. 2022, 71(4): 047802 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20211629>

# 斜入射非线性电离层 Langmuir 扰动的 电磁波传播特性\*

杨利霞<sup>1)2)†</sup> 刘超<sup>1)</sup> 李清亮<sup>3)</sup> 闫玉波<sup>3)</sup>

1) (安徽大学电子信息工程学院, 合肥 230031)

2) (安徽大学, 信息材料与智能感知安徽省实验室, 合肥 230031)

3) (中国电波传播研究所, 电波环境特性及模化技术重点实验室, 青岛 266107)

(2021 年 6 月 28 日收到; 2021 年 8 月 26 日收到修改稿)

基于广义 Zakharov 模型, 结合斜入射等离子体的时域有限差分 (FDTD) 方法与双流体力学方程, 通过由二维麦克斯韦方程等价转换的一维麦克斯韦方程, 与等离子体流体力学方程建立了一个电磁波以不同角度入射电离层传播的数值模型. 分析推导出  $TE_z$  波在斜入射非线性电离层等离子体的支配方程, 然后推导了适用于计算电离层电磁波传播特性的 FDTD 算法. 通过仿真来证明该方法在较小倾角下, 电磁波对电离层加热形成 Langmuir 扰动及其传播特性的准确性和有效性. 结果表明, 在小角度入射下, 大功率高频电磁波在电离层等离子体中的 O 波反射点附近激发了 Langmuir 波, 同时波粒相互作用导致 O 波转换为 Z 波并向电离层更高区域传播. 本文进一步研究了基于电离层等离子体的电磁波传播特性, 为全面深入分析电离层 Langmuir 扰动对电离层电波传播特性影响奠定数值算法的基础.

**关键词:** 时域有限差分方法, Zakharov 方程, 斜入射, Langmuir 扰动

**PACS:** 41.20.-q, 41.20.Jb, 42.25.Bs, 94.20.Bb

**DOI:** 10.7498/aps.71.20211204

## 1 引言

电离层作为一种时变的非均匀磁化等离子体, 会与入射到其中的电磁波发生复杂的相互作用<sup>[1]</sup>. 一般地, 利用高功率寻常波 (O 波) 对电离层进行加热实验, 由于参量衰变不稳定性, 泵波可在反射高度附近激发出电子 Langmuir 波和离子声波<sup>[2]</sup>, 同时波粒相互作用导致 O 波转换为 Z 波并向电离层更高区域传播, 进一步形成 Langmuir 扰动<sup>[3]</sup>, Langmuir 扰动的形成可引起非相干散射雷达背向散射功率增强, 即离子线等与等离子体线的增强现象.

电离层加热是近年来电波传播领域的热点问题, 电离层局部加热性导致等离子体的非线性变化<sup>[4]</sup>, 可以极大地改变局部地区的电磁波传播特性, 具有重要的研究价值和军事研究意义. 而 Langmuir 扰动是电离层加热效应的重要研究方向之一<sup>[5,6]</sup>, 国外研究人员做了大量的 Zakharov 模拟实验来研究电离层中强扰动和弱扰动的特性, 并将得到的能量谱与观察到的受激电磁辐射以及雷达观测结果进行比较<sup>[7,8]</sup>. Zakharov 模型对时间尺度进行了划分, 得到高频电磁场的复数包络和等离子体低频响应的方程<sup>[9]</sup>. Mjølhus 等<sup>[10]</sup> 建立了一个两级模型来表示 Langmuir 扰动和电磁波之间的耦合, 对 Lang-

\* 国家自然科学基金 (批准号: 62071003, 41874174, 61901004)、国家国防科工局基础研究重点项目 (稳定支持项目)、安徽省自然科学基金 (批准号: 2008085MF186)、安徽省重点科研平台协同创新项目 (批准号: GXXT-2020-050) 和安徽省高校协同创新计划 (批准号: GXXT-2021-028) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: [lixiaoyang@yeah.net](mailto:lixiaoyang@yeah.net)



在等离子体介质中电流密度为

$$\mathbf{J} = q_i n_i \mathbf{v}_i + q_e n_e \mathbf{v}_e, \quad (8)$$

其中, 下标“i”表示离子, 下标“e”表示电子.

由于离子的质量远大于电子的质量, 离子成份的流体速度远小于电子成份, 离子可以被视为是静止的. 忽略离子部分后将 (8) 式代入 (7) 式, 最后联立 (4) 式的第一个式子并进行逆傅里叶变换, 可得

$$\begin{cases} \frac{\partial E_{x1D}}{\partial z} = -\mu_0 \frac{\partial H_{y1D}}{\partial t}, \\ \frac{\partial E_{x1D}}{\partial t} = -\frac{1}{\varepsilon_0 \cos^2 \theta} \left( \frac{\partial H_{y1D}}{\partial z} - q_e n_e v_{x1D} \right). \end{cases} \quad (9)$$

同理推导  $E_{y1D}$ ,  $H_{x1D}$  具有相似的形式:

$$\begin{cases} \frac{\partial E_{y1D}}{\partial z} = \mu_0 \frac{\partial H_{x1D}}{\partial t}, \\ \frac{\partial E_{y1D}}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon_0 \cos^2 \theta} \left( \frac{\partial H_{x1D}}{\partial z} + q_e n_e v_{y1D} \right). \end{cases} \quad (10)$$

电离层等离子体可被看成是由电子流体和离子流体组成的导电的连续介质, 因此描述等离子体运动采用流体力学方程. 在双流体力学描述中, 带电粒子的数密度和流体速度分别满足连续性方程和动量方程:

$$\begin{aligned} \frac{\partial n_\alpha}{\partial t} + \nabla \cdot (n_\alpha \mathbf{v}_\alpha) &= 0, \\ \frac{\partial \mathbf{v}_\alpha}{\partial t} &= -(\mathbf{v}_\alpha \cdot \nabla) \mathbf{v}_\alpha + \frac{q_\alpha}{m_\alpha} (\mathbf{E} + \mathbf{v}_\alpha \times \mathbf{B}) \\ &\quad - \frac{\nabla P_\alpha}{m_\alpha n_\alpha} - \gamma_\alpha \mathbf{v}_\alpha, \end{aligned} \quad (11)$$

式中  $n_\alpha$  为粒子数密度,  $\mathbf{v}_\alpha$  为粒子的流体速度,  $q_\alpha$  表示粒子电荷; 磁感应强度  $\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_1$ , 其中  $\mathbf{B}_0$  是地磁场,  $\mathbf{B}_1$  是波磁场;  $m_\alpha$  是粒子质量;  $P_\alpha$  是压强;  $\gamma_\alpha$  是与粒子间碰撞等因素有关的阻尼算子.

将 (11) 式中的电子数密度连续性方程, 经过高斯定理推导出如下形式:

$$n_e = n_{i0}(z) - \frac{\varepsilon_0}{e} \frac{\partial E_z}{\partial z}. \quad (12)$$

对于高频波, (11) 式中的电子动量方程变为

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{v}_e}{\partial t} &= -v_{ez} \frac{\partial \mathbf{v}_e}{\partial z} - \frac{e}{m} [\mathbf{E} + \mathbf{v}_e \times (\mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_1)] \\ &\quad - v_e \mathbf{v}_e - \hat{z} \frac{3v_{Te}^2}{n_0} \frac{\partial n_e}{\partial z}, \end{aligned} \quad (13)$$

式中,  $\mathbf{E} = \hat{x}E_x + \hat{y}E_y + \hat{z}E_z$ ,  $\mathbf{B}_0 = \hat{x}B_x + \hat{z}B_z$ ,

$\mathbf{B}_1 = \hat{x}B_x + \hat{y}B_y$  为磁通量密度的垂直分量; 电子的流速为  $\mathbf{v}_e = \hat{x}v_x + \hat{y}v_y + \hat{z}v_z$ ;  $v_e$  表示电子碰撞频率;  $n_0$  是频率等于电子等离子体频率时的电子数密度;  $v_{Te} = (k_B T_e / m_e)^{1/2}$  是电子的热速度, 其中  $k_B$  是玻尔兹曼常数,  $T_e$  是电子温度.

(9) 式、(10) 式、(12) 式和 (13) 式构成了高频电磁波斜入射电离层等离子体的非线性耦合方程组, 也是此研究的理论基础.

时域有限差分方法可以直接求出 Maxwell 方程组显式下的离散形式, (9) 式和 (10) 式进行离散后得到磁场强度的迭代方程为

$$\begin{aligned} \mathbf{H}^{n+\frac{1}{2}} \left( k + \frac{1}{2} \right) &= \mathbf{H}^{n-\frac{1}{2}} \left( k + \frac{1}{2} \right) \\ &\quad + \frac{\mu_0 \Delta t}{\Delta z} [\mathbf{E}^n(k+1) - \mathbf{E}^n(k)], \end{aligned} \quad (14)$$

电场各分量的迭代方程为

$$\begin{aligned} \mathbf{E}^{n+1}(k) &= \mathbf{E}^n(k) \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\varepsilon_0 \Delta z \cos^2 \theta} \left[ \mathbf{H}^{n+\frac{1}{2}} \left( k + \frac{1}{2} \right) - \mathbf{H}^{n+\frac{1}{2}} \left( k - \frac{1}{2} \right) \right] \\ &\quad + \frac{q_e \Delta t}{\varepsilon_0 \cos^2 \theta} n_e^{n+\frac{1}{2}}(k) \mathbf{v}^{n+\frac{1}{2}}(k), \end{aligned} \quad (15)$$

$$\mathbf{E}_z^{n+1}(k) = \mathbf{E}_z^n(k) + \frac{q_e \Delta t}{\varepsilon_0 \cos^2 \theta} n_e^{n+\frac{1}{2}}(k) v_{ez}^{n+\frac{1}{2}}(k), \quad (16)$$

$$\text{其中 } \mathbf{E}^n(k) = \begin{bmatrix} E_{x1D}^n(k) \\ E_{y1D}^n(k) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H}^n(k) = \begin{bmatrix} H_{y1D}^n(k) \\ H_{x1D}^n(k) \end{bmatrix}.$$

从迭代式 (14)–(16) 可以看出, 电场的垂直分量  $\mathbf{E}_\perp$  与磁场的垂直分量以及等离子体密度、流体速度密切相关, 而电场的平行分量  $E_z$  仅与其本身、电子的数密度和  $z$  方向的流体速度有关.

对 (12) 式关于空间的一阶偏导数选取后向差分近似, 得到电子密度的离散迭代方程为

$$\begin{aligned} n_e^{n+\frac{1}{2}}(k) &= \frac{1}{1 + \frac{\Delta t}{2\Delta z} v_{ez}^{n+\frac{1}{2}}(k)} \left\{ n_{i0}(k\Delta z) \right. \\ &\quad - \frac{\varepsilon_0}{q_e \Delta z} [E_z^n(k) - E_z^n(k-1)] \\ &\quad \left. + \frac{\Delta t}{2\Delta z} n_e^{n+\frac{1}{2}}(k-1) v_{ez}^{n+\frac{1}{2}}(k-1) \right\}. \end{aligned} \quad (17)$$

对 (13) 式等号右侧的第一项作近似处理, 再通过矩阵求解得到电子流体速度的离散迭代方程为

$$\left[ \left( 1 + \frac{\nu_e \Delta t}{2} \right) \mathbf{I} - \frac{q_e \Delta t}{2m_e} \mathbf{B}' \right] \mathbf{v}_e^{n+\frac{1}{2}}(k) = \left[ \left( 1 - \frac{\nu_e \Delta t}{2} \right) \mathbf{I} + \frac{q_e \Delta t}{2m_e} \mathbf{B}' \right] \mathbf{v}_e^{n-\frac{1}{2}}(k) - \frac{\Delta t}{2\Delta z} v_{ez}^{n-\frac{1}{2}}(k) \left[ \mathbf{v}_e^{n-\frac{1}{2}}(k+1) - \mathbf{v}_e^{n-\frac{1}{2}}(k-1) \right] - \frac{q_e \Delta t}{m_e} \mathbf{E}^n(k) - \frac{3v_{Te}^2 \Delta t}{n_0 \Delta z} \mathbf{N}, \quad (18)$$

其中

$$\mathbf{v}_e^{n+\frac{1}{2}}(k) = \begin{bmatrix} v_{ex1D}^{n+\frac{1}{2}}(k) \\ v_{ey1D}^{n+\frac{1}{2}}(k) \\ v_{ez}^{n+\frac{1}{2}}(k) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}_e^{n-\frac{1}{2}}(k) = \begin{bmatrix} v_{ex1D}^{n-\frac{1}{2}}(k) \\ v_{ey1D}^{n-\frac{1}{2}}(k) \\ v_{ez}^{n-\frac{1}{2}}(k) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{E}^n(k) = \begin{bmatrix} E_{x1D}^n(k) \\ E_{y1D}^n(k) \\ E_z^n(k) \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B}' = \begin{bmatrix} 0 & -B_{0z} & B_{y1D}^n(k) \\ B_{0z} & 0 & -(B_{0x} + B_{x1D}^n(k)) \\ -B_{y1D}^n(k) & B_{0x} + B_{x1D}^n(k) & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{N} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ n_e^{n-\frac{1}{2}}(k+1) - n_e^{n-\frac{1}{2}}(k) \end{bmatrix}.$$

电磁波在电离层中斜入射传播过程的时域数值完整迭代步骤如图 2 所示。

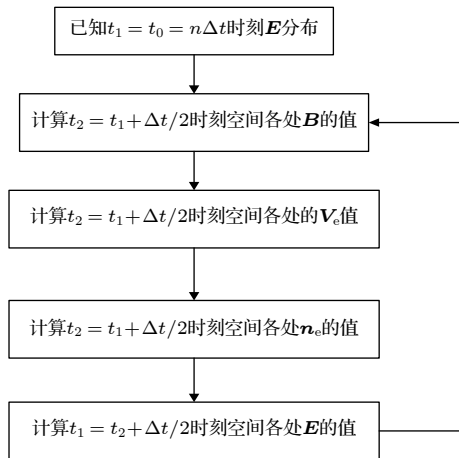


图 2 FDTD 电磁场时域的逐步迭代流程图

Fig. 2. Step by step iterative flow chart of FDTD electromagnetic field in time domain.

## 2.2 数值算法的稳定性条件

### 1) 时间离散间隔的稳定性要求

在使用 FDTD 算法对电磁波在电离层中的传播进行数值仿真时, 需要考虑等离子体与电磁波相互作用的影响. 等离子体中空间和时间离散间隔之间应当满足的充分条件<sup>[20]</sup>为

$$c\Delta t \leq \sqrt{\frac{1 - (\omega_{pe}\Delta t/2)^2}{1/(\Delta x)^2 + 1/(\Delta y)^2 + 1/(\Delta z)^2}} \leq \Delta z \cdot \sqrt{1 - (\omega_{pe}\Delta t/2)^2} \leq \Delta z, \quad (19)$$

其中  $\omega_{pe}$  为等离子体特征频率. (19) 式表明一维情

况下, 时间间隔必须等于或小于波以光速通过 Yee 元胞所需的时间.

### 2) 数值色散对空间离散间隔的稳定性要求

有限差分代替波动方程的二阶导数过程中, 离散处理将会导致波的色散, 此时需要对空间离散间隔做出要求来降低色散, 一维情况下要求

$$\Delta z \leq \lambda/12, \quad (20)$$

式中  $\lambda$  对应介质中的最小波长.

本次数值模拟选取  $\lambda = 60$  m,  $\Delta z = 1$  m, 并使  $\Delta t$  满足 Courant 条件, 本文在 50—400 km 全范围内以 1 m 步进计算.

## 2.3 数值模型

本文建立的电磁波斜入射电离层的数学模型如图 3. 数值模型采取的实际参数来自 EISCAT 在挪威的电离层加热实验<sup>[21,22]</sup>, 考虑到参量不稳定性发生的反射区域高度范围一般在 200—340 km, 假

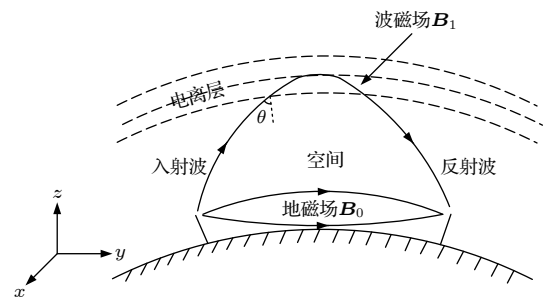


图 3 电磁波加热电离层传播模型

Fig. 3. Ionospheric propagation model heated by electromagnetic wave.



设沿  $z$  轴垂直向上为正方向, 水平方向正北为  $y$  轴正方向, 水平向西为  $x$  轴正方向. 计算区域的范围在垂直方向延伸 400 km. 为了降低计算量对计算机内存的要求, 本文的数值模拟将电离层剖面的尺寸压缩为实际尺寸的 1/20.

## 2.4 数值仿真参量

对电离层加热过程进行仿真时, 地磁场  $\mathbf{B}_0 = (\hat{x} \sin \beta, 0, -\hat{z} \cos \beta)$  取北半球高纬度地区的典型情形:  $B_0 = 4.8 \times 10^{-5}$  T,  $\beta = 13^\circ$ . 电子温度  $T_e = 1500$  K, 电子热运动速度  $v_{T_e} = 1.5 \times 10^5$  m/s, 碰撞频率  $\nu_e = 10^3$  s $^{-1}$ .

沿垂直方向分层的离子数密度剖面满足  $n_{i0}(z) = n_{\max} \exp[-(z - z_{\max})^2/L^2]$ , 式中,  $n_{\max} = 5 \times 10^{11}$  m $^{-3}$  表示电离层的密度峰值; 密度最大值在  $Z_{\max} = 300$  km 处, 位于电离层  $F_2$  区;  $L = 31.623$  km 表示  $F_2$  峰处电离层特征尺寸.

在  $z = 50$  km 处通过连接边界, 采用线极化的调制高斯脉冲作为入射源,  $E_x = 1.5 \sin(\omega_0 t) \exp[-(z - 50 \times 10^3)/10^8]$  V/m. 电磁波在电离层的传播过程中发生模式转换进而产生 Langmuir 扰动现象, 必须满足两个条件: 1) 入射波频率应当略小于  $F_2$  层的最大临界频率 [23,24]; 2) 在临界层内存在等离子体密度或者电场强度的扰动 [25]. 根据所给参数, 计算出  $F_2$  层最大截止频率  $f_{\max} \approx 6.33$  MHz, 这里选取加热电磁波频率  $f_0 = 5$  MHz 以满足第 1 个条件. 第 2 个条件是电磁波对电离层加热引起了参量的不稳定性, 会使等离子体中存在静电波扰动.

在模拟计算区域中, 上下边界的截断处采用一维的 Mur 吸收边界. 根据吸收边界原理和连接边界理论 [26], 在斜入射情况下空间步长改为  $\Delta z$  在  $z$  方向上的投影, 具体修正为如下形式:

左截断边界处

$$E^{n+1}(k) = E^n(k+1) + \frac{c\Delta t - \Delta z \cos \theta}{c\Delta t + \Delta z \cos \theta} \times [E^{n+1}(k+1) - E^n(k)], \quad (21)$$

右截断边界处

$$E^{n+1}(k) = E^n(k-1) + \frac{c\Delta t - \Delta z \cos \theta}{c\Delta t + \Delta z \cos \theta} \times [E^{n+1}(k-1) - E^n(k)]. \quad (22)$$

TE $_z$  波只需在原有的连接边界形式上乘以角度因子  $\cos \theta$ , 具体修正为如下形式:

$$\begin{aligned} E^{n+1}(k_0) &= E^{n+1}(k_0)_{\text{FDTD}} + \frac{\Delta t}{\varepsilon_0 \Delta z \cos^2 \theta} H_i^{n+\frac{1}{2}} \left( k_0 - \frac{1}{2} \right), \\ H_i^{n+\frac{1}{2}} \left( k_0 - \frac{1}{2} \right) &= H^{n-\frac{1}{2}} \left( k_0 - \frac{1}{2} \right)_{\text{FDTD}} + \frac{\Delta t}{\mu_0 \Delta z} E_i^n(k_0). \end{aligned} \quad (23)$$

## 2.5 O 波、X 波和 Z 波

对于高频电磁波, 考虑垂直传播的波, 假设电磁波传播方向  $\mathbf{k}$  沿  $\mathbf{E}_1 \times \mathbf{B}_1$  方向, 因此电场可能有两种基本方向 (如图 4 所示):  $\mathbf{E}_1 \parallel \mathbf{B}_0$  和  $\mathbf{E}_1 \perp \mathbf{B}_0$ . 当  $\mathbf{E}_1$  平行于磁场  $\mathbf{B}_0$  时, 这种波被称为寻常 (O) 波 [27], 得到 O 波的色散关系为  $\omega^2 = \omega_{pe}^2 + k^2 c^2$ , 结果表明寻常波的传播不受磁场影响. 对于  $\mathbf{E}_1$  垂直于磁场  $\mathbf{B}_0$  的情况, 电子响应随电场而运动, 但洛伦兹力的作用使电子不能沿固定方向运动, 而要产生另一方向的速度分量. 为了区别于和  $\mathbf{B}_0$  无关的寻常波, 把和  $\mathbf{B}_0$  有关的波动称为非寻常 (X) 波, 非寻常波是由部分横波和部分纵波构成的电磁波. 非寻常波的色散方程为

$$n^2 = \frac{k^2 c^2}{\omega^2} = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \frac{\omega^2 - \omega_{pe}^2}{\omega^2 - \omega_{UH}^2}, \quad (24)$$

其中  $n$  为折射率, 等离子体对于扰动的响应是一个频率为  $\omega_{UH} = (\omega_{pe}^2 + \omega_{ce}^2)^{\frac{1}{2}}$  的振荡, 该频率称为高混杂频率.

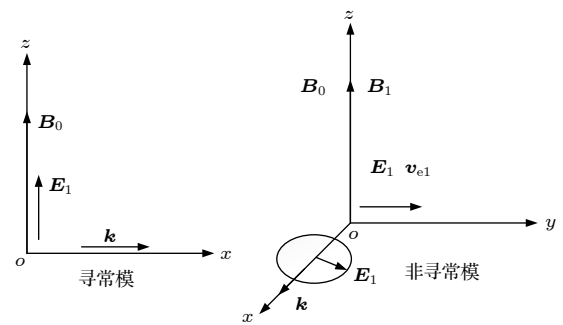


图 4 O 波与 X 波

Fig. 4. O wave and X wave.

Z 波模式是特殊 (X) 模式的低频分支的空间物理符号, 它是等离子体的一个内模或俘获模, 其频率限定在右旋截止频率  $\omega_L$  和高混杂频率  $\omega_{UH}$  之间 [28].

### 3 模拟结果

#### 3.1 截止和共振

为了分析波的传播特性,引入两个重要的概念:截止和共振<sup>[29]</sup>.当波的折射率变为零或波数趋于零时,在等离子体中出现波的截止.由O波的色散关系式知,波数趋于0时其截止频率等于电子等离子体频率 $\omega_{pe}$ ,当 $\omega > \omega_{pe}$ 时,O波可以在等离子体中传播.由(24)式得,X波在 $n^2 = 0$ ,  $k = 0$ 情况下截止,因为 $n^2 < 0$ 使得波传播因子变为振幅衰减因子,意味着波在介质中传播时很快衰减,最终被截止.而在 $n^2 \rightarrow \infty$ ,  $k \rightarrow \infty$ 条件下 $\omega$ 与 $k$ 无关,这样相速度、群速度都为0,波不能传播,出现共振.在截止点和共振点,波都不能传播,一般来说波在截止点被反射,在共振点被吸收.

令 $n^2 = 0$ 求解(24)式, $\omega$ 方程应该有4个根,其中只有两个根是合理的( $\omega > 0$ ),它们的截止频率分别称为左旋、右旋截止频率,如图5所示.

$$\omega_R = \omega_{ce}/2 + \sqrt{\omega_{pe}^2 + \omega_{ce}^2/4} \approx 35.9 \times 10^6 \text{ s}^{-1}, \quad (25)$$

$$\omega_L = -\omega_{ce}/2 + \sqrt{\omega_{pe}^2 + \omega_{ce}^2/4} \approx 27.46 \times 10^6 \text{ s}^{-1}. \quad (26)$$

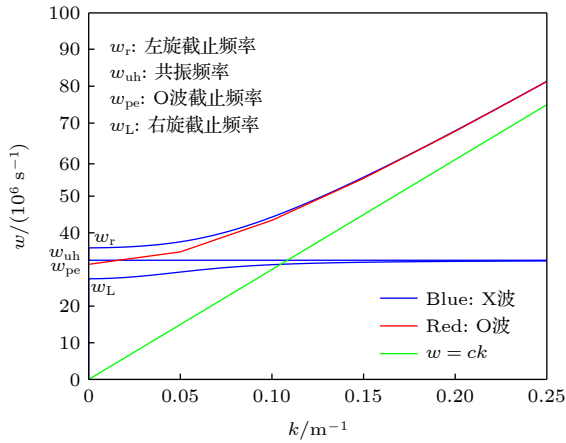


图5  $w$ - $k$  色散曲线

Fig. 5.  $w$ - $k$  dispersion curve.

通过对O波和X波的色散分析可知,对于O波,当 $0 < \omega < \omega_{pe}$ 时不能传播, $\omega > \omega_{pe}$ 时才能传播.对于X波,在 $0 < \omega < \omega_L$ 和 $\omega_{UH} < \omega < \omega_R$ 两个频率区域不能传播,不能传播的频区称为截止带;当 $\omega_L < \omega < \omega_{UH}$ 和 $\omega > \omega_R$ 时,X波可以传播,对应的频区称为传播带.

#### 3.2 斜入射下的电磁波传播特性

通过数值仿真模拟斜入射角为 $7^\circ$ 时的电离层传播情况,结果如图6所示.本文数值模型的计算是在激励源(50 km, 图6粉色圆点处)加热一段时间后开始进行,电场的初始值在下边界是一个沿着 $x$ 方向线性极化的波,在进入电离层等离子体区域前先经过一段中性大气(50—85 km, 红色虚线区域),该传播过程中包络形状不变.

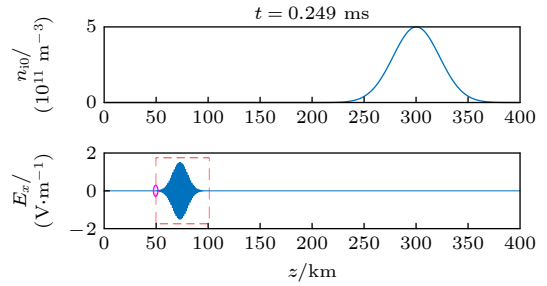


图6 背景电子密度及 $t = 0.249$  ms时刻电场 $E_x$ 分量幅值分布

Fig. 6. Background electron density and amplitude distribution of electric field  $E_x$  component at  $t = 0.249$  ms.

入射波在电离层等离子体中传播一段距离后出现了 $y$ 方向上的分量,如图7所示,这是由法拉第旋转现象引起的,并且电场 $y$ 分量的包络形状与入射波基本一致.

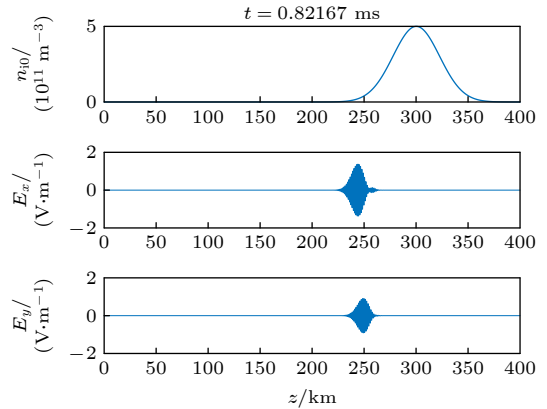


图7 背景电子密度及 $t = 0.821$  ms时刻电场 $E_x$ 和 $E_y$ 分量幅值分布

Fig. 7. Background electron density and distribution of electric field  $E_x$  and  $E_y$  component amplitude at  $t = 0.821$  ms.

如图8所示,随着等离子体密度的增加,电磁波的波形开始发生变化,X波反射点大约在271 km处(红点所示),电磁波逐步接近X波反射点的过程中,会导致波包出现分界点.

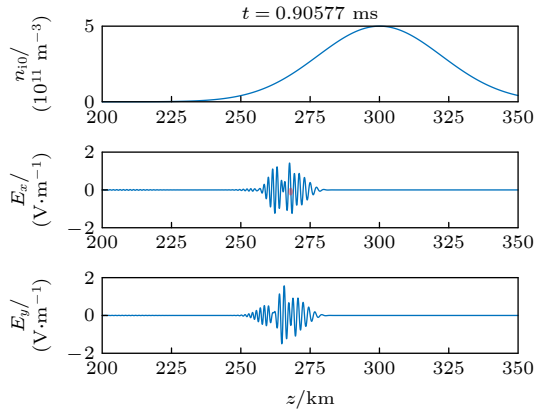


图 8 背景电子密度及  $t = 0.90$  ms 时刻电场  $E_x$  和  $E_y$  分量幅值分布

Fig. 8. Background electron density and distribution of electric field  $E_x$  and  $E_y$  component amplitude at  $t = 0.90$  ms.

在达到 X 波反射点后还有 O 波继续向前传播, O 波在接近其反射点的过程中逐渐从左旋圆极化变成沿地磁场方向的线极化, 图 9 所示的 O 波反射点附近激发出了明显的  $z$  向局部振荡的电场分量. 从图 9 可以明显看出, 大约在 278 km 附近有明显的截止特征, 该处为 O 波的反射点, 与根据 Appleton-Hartree 公式计算所得的 O 波反射高度相符.

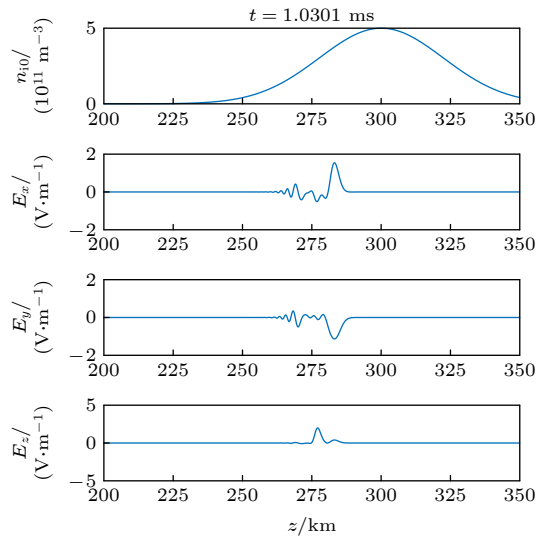


图 9 背景电子密度及  $t = 1.03$  ms 时刻电场  $E_x$ ,  $E_y$  和  $E_z$  分量幅值分布

Fig. 9. Background electron density and distribution of electric field  $E_x$ ,  $E_y$  and  $E_z$  component amplitude at  $t = 1.03$  ms.

由图 10 可以看出,  $z$  向分量电场大约在 1.2 ms 之后到达 O 波反射区域, 并形成驻波. 图 11 是在 O 波转换区域 (277—280 km) 以及更高区域

(310—320 km) 随时间变化的静电扰动及电子密度 ( $n_s = n_e - n_{i0}$ ) 图像.

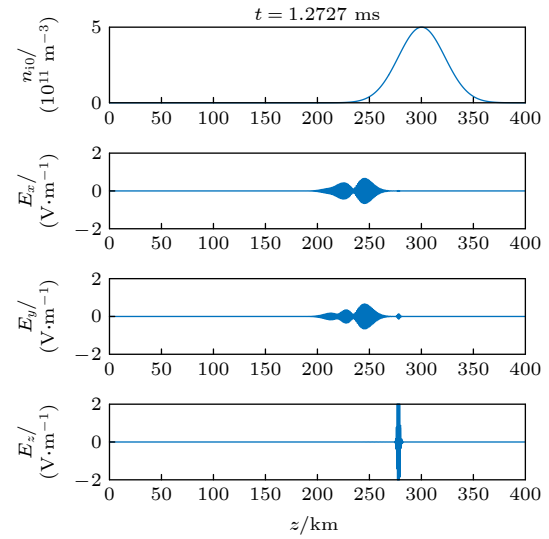


图 10 背景电子密度及  $t = 1.27$  ms 时刻电场  $E_x$ ,  $E_y$  和  $E_z$  分量幅值分布

Fig. 10. Background electron density and distribution of electric field  $E_x$ ,  $E_y$  and  $E_z$  component amplitude at  $t = 1.27$  ms.

从图 11(a) 可以看出, 大约在 1.2 ms, 有参量不稳定性引起的静电波扰动导致 O 波转换为 Z 波, 并向电离层的更高区域传播. 图 9 中电场在 O 波反射点附近的快速振荡也是由于参量不稳定性过程中的 Langmuir 波造成的, 即高频 Langmuir 波的连续振荡引起电子运动. 如图 11(b) 所示, 在相互作用区域周围越来越多的电子参与波的相互作用. 从图 11(c) 可以明显看到 O 波以上, 位于 314—316 km 之间依然有波的存在, 此处为 Z 波的转换区域<sup>[30]</sup>. 从图 11(c) 可以看出在 Z 波反射区域, 其电场分量的高度非常窄, 这里是 Z 波经过参量不稳定性激发出的短波段 Langmuir 波, 对应的电子密度如图 11(d) 所示.

## 4 结 论

通过二维麦克斯韦方程等价转换成一维麦克斯韦方程组, 与双流体力学方程进行联立, 建立了斜入射电离层等离子体的数值模型, 模拟了大功率电磁波在较小倾斜角度加热电离层情况下 O 波的参量不稳定性. 结果表明: 在毫秒量级的时间尺度内, 大功率高频电磁波在小角度的斜入射加热下, O 波反射区域有参量不稳定性引起的静电波扰动,



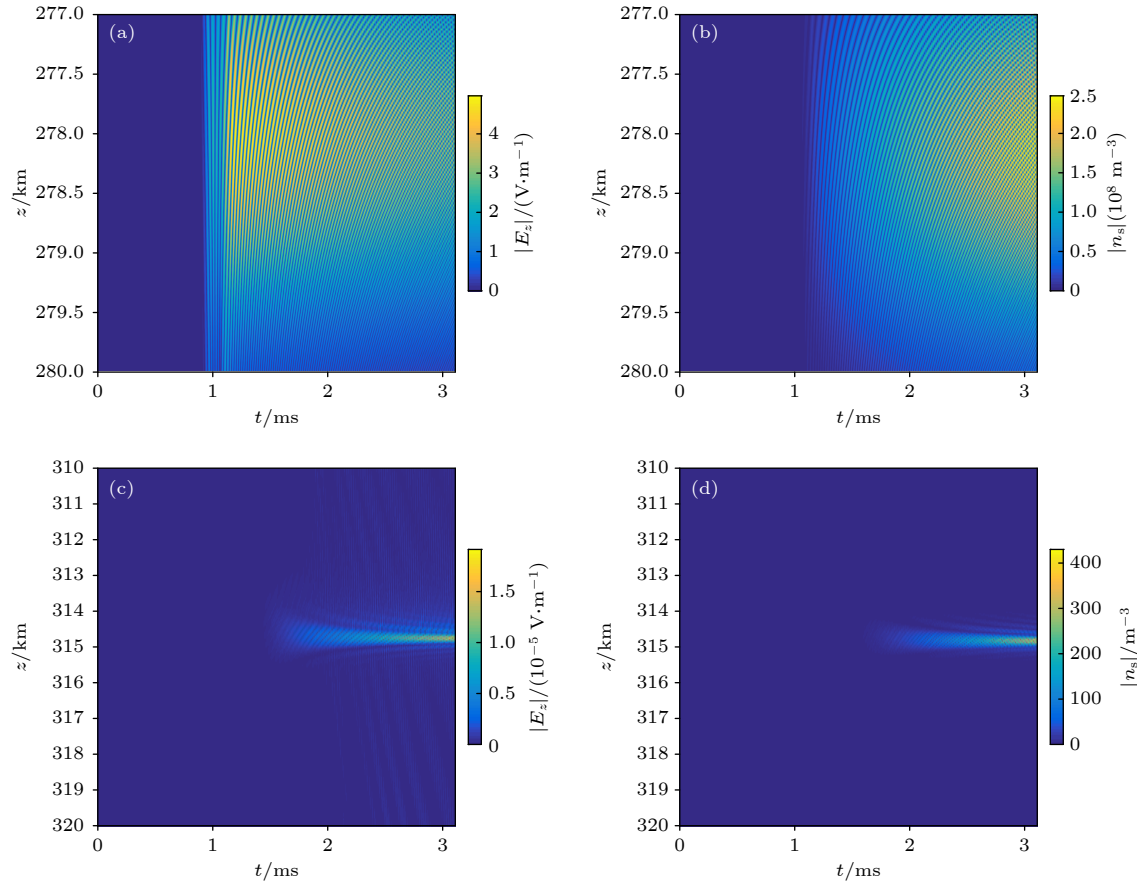


图 11 O 波转换区域的静电扰动及  $n_s$  扰动 (a) O 波转换区域  $|E_z|$  变化; (b) O 波转换区域  $|n_s|$  变化; (c) Z 波转换区域  $|E_z|$  变化; (d) Z 波转换区域  $|n_s|$  变化

Fig. 11. Electrostatic disturbance and  $n_s$  disturbance in O-wave conversion region: (a) Variation of O-wave conversion region with respect to  $|E_z|$ ; (b) variation of O-wave conversion region with respect to  $|n_s|$ ; (c) variation of Z-wave conversion region with respect to  $|E_z|$ ; (d) variation of Z-wave conversion region with respect to  $|n_s|$ .

O 波发生明显的衰减并激发了 Langmuir 波的形成以及 Langmuir 扰动所引起的 O 波转换为 Z 波现象. 其中, Z 波在 1.2 ms 左右到达 O 波反射区域并形成驻波.

## 参考文献

- [1] Perkins F W, Kaw P K 1971 *J. Geophys. Res.* **76** 282
- [2] Gurevich A V, Carlson H C, Medvedev Y V, Zybin K P 2004 *J. Plasma Phys. Res.* **30** 995
- [3] Cannon P D, Honary F, Borisov N 2016 *J. Geophys. Res. Space. Phys.* **121** 2755
- [4] Close R A, Bauer B S, Wong A Y, Langdon A B, Krueer W L, Mjølhus E 1990 *Radio Sci.* **25** 1341
- [5] Eliasson B, Papadopoulos K 2016 *J. Geophys. Res. Space Phys.* **121** 2727
- [6] Newman D L, Wingler R M, Robinson P A, Glanz J, Goldman M V 1990 *Phys. Fluids B* **2** 2600
- [7] Rietveld M T, Isham B, Grydeland T, Hoz C L, Hagfors T 2002 *Adv. Space Res.* **29** 1363
- [8] Eliasson B, Thidé B 2008 *J. Geophys. Res.* **113** A02313
- [9] Eliasson B, Stenflo L 2013 *Mod. Phys. Lett. B* **27** 1330005
- [10] Mjølhus E, Hanssen A, DuBois D F 1995 *J. Geophys. Res.* **100** 17527
- [11] Eliasson B, Thidé B 2007 *J. Geophys. Res. Lett.* **34** L06106
- [12] Eliasson B, Shao X, Milikh G, Mishin E V, Papadopoulos K 2012 *J. Geophys. Res. Space Phys.* **117** A10321
- [13] Liu M R, Zhou C, Zhao Z Y, Zhang Y N 2016 *Chin. J. Radio* **31** 743 (in Chinese) [刘默然, 周晨, 赵正予, 张援农 2016 电波科学学报 **31** 743]
- [14] He F, Zhao Z Y, Ni B B, Zhang Y N 2016 *Chin. J. Radio* **21** 525 (in Chinese) [何昉, 赵正予, 倪彬彬, 张援农 2016 电波科学学报 **21** 525]
- [15] Zhu T 2018 *M. S. Thesis* (Zhenjiang: Jiangsu University) (in Chinese) [朱婷 2018 硕士学位论文 (镇江: 江苏大学)]
- [16] Eliasson B, Milikh G, Shao X, Mishin E V, Papadopoulos K 2015 *J. Plasma Phys.* **81** 415810201
- [17] Zhang Y 2014 *M. S. Thesis* (Xi'an: Xidian University) (in Chinese) [张洋 2014 硕士学位论文 (西安: 西安电子科技大学)]
- [18] Fan Y Y 2013 *M. S. Thesis* (Xi'an: Xidian University) (in Chinese) [樊永永 2013 硕士学位论文 (西安: 西安电子科技大学)]
- [19] Yang L X, Xie Y T, Kong W, Yu P P, Wang G 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 6089 (in Chinese) [杨利霞, 谢应涛, 孔娃, 于萍萍, 王刚 2010 物理学报 **59** 6089]
- [20] Taflov A, Hagness S C, Picket-May M 2005 *Computational Electrodynamics: the Finite-difference Time-domain Method* (Academic Press) pp629-669

- [21] Mjølhus E, Helmersen E, DuBois D F 2003 *Nonlinear Processes Geophys.* **10** 151
- [22] Robinson T R 1989 *Phys. Res.* **179** 153
- [23] Mishin E, Hagfors T, Kofman W 1997 *J. Geophys. Res. Space Phys.* **102** 27265
- [24] Gondarenko N A, Guzdar P N, Ossakow S L, Bernhardt P A 2003 *J. Geophys. Res. Space Phys.* **108** 1470
- [25] Gondarenko N A, Ossakow S L, Milikh G M 2006 *Geophys. Res. Lett.* **33** 399
- [26] Ge D B, Yan Y B 2011 *The Finite-Difference Time-Domain Method* (Xi'an: Xidian University Press) pp42–46 (in Chinese) [葛德彪, 闫玉波 2011 电磁波时域有限差分方法 (西安: 西安电子科技大学出版社) 第42—46页]
- [27] Li D 2006 *Plasma Physics* (Beijing: Higher Education Press) p88 (in Chinese) [李定 2006 等离子体物理学 (北京: 高等教育出版社) 第88页]
- [28] Benson R F, Webb P A, Green J L, Carpenter D L, Sonwalkar V S, James H G, Reinisch B W 2006 *Ringberg Workshop on High Frequency Waves in Geospace*, Ringberg, Germany, July 11–14, 2004 p687
- [29] Zhang J, Hai Y F, Wayne S 2018 *IEEE Trans. Plasma Sci.* **46** 2146
- [30] Chen J, Yan Y B, Li Q L, Yuan G, Li H Y, Hao S J, Che H Q 2018 *12 th International Symposium on Antennas, Propagation and Electromagnetic Theory (ISAPE)* Hangzhou, China, December 3–6, 2018 p650

# Electromagnetic wave propagation characteristics of oblique incidence nonlinear ionospheric Langmuir disturbance<sup>\*</sup>

Yang Li-Xia<sup>1)2)†</sup>   Liu Chao<sup>1)</sup>   Li Qing-Liang<sup>3)</sup>   Yan Yu-Bo<sup>3)</sup>

<sup>1)</sup> (College of Electronic Information Engineering, Anhui University, Hefei 230031, China)

<sup>2)</sup> (Information Materials and Intelligent Sensing Laboratory of Anhui Province, Anhui University, Hefei 230031, China)

<sup>3)</sup> (Key Laboratory of Radio Environmental Characteristics and Modeling Technology, China Institute of Radio Wave Propagation, Qingdao 266107, China)

(Received 28 June 2021; revised manuscript received 26 August 2021)

## Abstract

Based on the generalized Zakharov model, a numerical model of electromagnetic wave propagating in the ionosphere at different angles is established by combining the finite difference time domain (FDTD) method of obliquely incident plasma with the double hydrodynamics equation and through equivalently transforming the two-dimensional Maxwell equation into one-dimensional Maxwell equation and the plasma hydrodynamics equation. In this paper, the dominant equation of Z-wave in obliquely incident nonlinear ionospheric plasma having been analyzed and deduced, the FDTD algorithm suitable for calculating the propagation characteristics of ionospheric electromagnetic wave is deduced. The simulation results prove the accuracy and effectiveness of this method for the Langmuir disturbance caused by electromagnetic wave heating the ionosphere at a small inclination angle. The results show that under small angle incidence, the high-power high-frequency electromagnetic wave excites the Langmuir wave near the O-wave reflection point in the ionospheric plasma. At the same time, the wave particle interaction causes the O-wave to convert into Z-wave and propagate into the higher region of the ionosphere. In this work, the electromagnetic wave propagation characteristics are further studied based on ionospheric plasma, which is helpful in laying the foundation of numerical algorithm for comprehensively and in depth analyzing the influence of ionospheric Langmuir disturbance on ionospheric radio wave propagation characteristics.

**Keywords:** finite difference time domain method, Zakharov equation, oblique incidence, Langmuir disturbance

**PACS:** 41.20.-q, 41.20.Jb, 42.25.Bs, 94.20.Bb

**DOI:** 10.7498/aps.71.20211204

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 62071003, 41874174, 61901004), the Key Basic Research Project of the State Administration of Science, Technology and Industry for National Defense, China, the Natural Science Foundation of Anhui Province, China (Grant No. 2008085MF186), the University Synergy Innovation Program of Anhui Province, China (Grant No. GXXT-2020-050), and the Collaborative Innovation Program of Universities in Anhui Province, China (Grant No. GXXT-2021-028).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: [lixiaoyang@yeah.net](mailto:lixiaoyang@yeah.net)