



## 三体里德堡超级原子的关联动力学研究

白文杰 严冬 韩海燕 华硕 谷开慧

### Correlated dynamics of three-body Rydberg superatoms

Bai Wen-Jie Yan Dong Han Hai-Yan Hua Shuo Gu Kai-Hui

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 71, 014202 (2022) DOI: 10.7498/aps.71.20211284

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.71.20211284>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

---

### 您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

三体里德堡超级原子的关联动力学研究<sup>\*</sup>白文杰<sup>1)</sup> 严冬<sup>1)†</sup> 韩海燕<sup>1)</sup> 华硕<sup>2)3)</sup> 谷开慧<sup>4)</sup>

1) (长春大学理学院, 材料设计与量子模拟实验室, 长春 130022)

2) (东北师范大学, 量子科学中心, 长春 130117)

3) (吉林化工学院理学院, 吉林 130000)

4) (吉林工程技术师范学院应用理学院, 长春 130052)

(2021 年 7 月 9 日收到; 2021 年 9 月 4 日收到修改稿)

因为寿命长, 并且原子间相互作用容易操控, 所以里德堡原子在量子信息与量子光学领域具有极大的吸引力. 特别地, 偶极阻塞效应成为执行很多量子信息处理任务的物理资源. 本文基于严格的偶极阻塞效应, 将捕获在三个磁光阱中的二能级里德堡原子系综看作超级原子, 在此基础上研究原子数目可调控的三体里德堡超级原子的同相和反相动力学行为, 同时实现 W 态和两种最大纠缠态的制备. 本工作在量子操控和量子信息处理方面具有潜在的应用前景.

**关键词:** 里德堡原子, 超级原子, 偶极阻塞, 量子纠缠**PACS:** 42.50.Ct, 03.67.Bg, 42.50.Nn**DOI:** 10.7498/aps.71.20211284

## 1 引言

中性里德堡原子之所以成为极具吸引力的物理平台, 原因就在于原子寿命长, 原子间相互作用灵活可控等特性. 相关研究在量子信息和量子光学领域得到广泛关注, 例如: 在此平台上, 人们可以执行量子逻辑操作<sup>[1-4]</sup>, 模拟多体量子行为<sup>[5]</sup>以及观察等离子体现象<sup>[6]</sup>等.

基于偶极-偶极相互作用的偶极阻塞效应, 在量子信息<sup>[2,7,8]</sup>与量子模拟<sup>[9-11]</sup>研究中有着非常普遍而又重要的应用. 所谓偶极阻塞效应<sup>[12,13]</sup>, 指的是一定空间分布 (阻塞区域) 的原子系综最多只共享一个里德堡原子激发, 这是因为偶极-偶极相互作用使得单个原子里德堡态激发产生的能级移动

强烈地抑制了周围其他原子的共振激发. 本质上, 偶极阻塞效应使得单量子水平上操纵原子和光子<sup>[14]</sup>成为可能. 目前已经实现的单量子操作或单量子元器件有: 单原子过滤器<sup>[15]</sup>、单原子源<sup>[16]</sup>、单光子源<sup>[17]</sup>、单光子过滤器<sup>[18]</sup>、单光子减法器<sup>[19]</sup>、单光子晶体管<sup>[20]</sup>、单光子全光开关<sup>[21]</sup>、单光子吸收器<sup>[22]</sup>以及单光子发射器<sup>[23]</sup>.

里德堡原子的这种强关联属性在相干控制方面也表现出了明显的优势<sup>[24,25]</sup>. 对少体系统, 精确控制里德堡原子间的相互作用还可以实现两个里德堡原子的激发同相和反相<sup>[26]</sup>以及两对纠缠态的同相和反相控制<sup>[27]</sup>; 对多体系统不用精确控制里德堡原子之间的相互作用, 就可以实现单个原子对原子系综的控制从而执行介观里德堡逻辑门操作<sup>[24]</sup>. 本文在偶极阻塞效应的基础上, 不失一般性地将三

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金 (批准号: 11874004, 11204019)、吉林省教育厅科学基金 (批准号: JJKH20200557KJ)、吉林省科技厅 2021 年自然科学基金 (批准号: 20210101411JC)、长春大学基金项目和吉林工程技术师范学院校级科研项目 (批准号: BSKJ201907) 资助的课题.

<sup>†</sup> 通信作者. E-mail: ydbest@126.com

个具有明显空间分离的子系统综看作三个里德堡超级原子<sup>[28,29]</sup>(简称: 超级原子), 而超级原子以及集体态的方法, 可以规避量子系统随原子数目指数增长带来的计算困难<sup>[24]</sup>. 这样, 通过调整原子数目等参数来操控超级原子间的同相与反相行为, 进而借助同相与反相行为来判断系统量子态类型以及制备介观纠缠态.

## 2 系统哈密顿与动力学演化方程

如图 1(a) 和图 1(b) 所示, 捕获在三个磁光阱中, 总数为  $n$  的二能级里德堡原子被一束频率为  $\omega_d$ , 拉比频率为  $\Omega$  的单模激光驱动, 激发的原子间存在强烈的范德瓦尔斯 (van der Waals) 相互作用, 系统哈密顿为

$$H = \hbar \sum_{j=1}^n [\Delta \sigma_{\text{rr}}^{(j)} + \Omega \sigma_{\text{rg}}^{(j)} + \Omega \sigma_{\text{gr}}^{(j)}] + \hbar \sum_{i<j}^n V_{ij} \sigma_{\text{rr}}^{(i)} \sigma_{\text{rr}}^{(j)}, \quad (1)$$

其中  $\hbar$  为普朗克常数;  $\Delta = \omega_{\text{rg}} - \omega_d$  为单光子失谐;  $\omega_{\text{rg}}$  为原子的跃迁频率;  $\sigma_{\text{rr}}^{(j)} = |r\rangle_{jj} \langle r|$  和  $\sigma_{\text{rg}}^{(j)} = |r\rangle_{jj} \langle g|$  ( $\sigma_{\text{gr}}^{(j)} = \sigma_{\text{rg}}^{(j)*}$ ) 分别为第  $j$  个原子的投影算符和跃迁算符,  $|g\rangle$  是原子基态,  $|r\rangle$  是高激发里德堡态;  $V_{ij} = C_6/R_{ij}^6$  为第  $i$  个原子与第  $j$  个原子间的范德瓦尔斯势,  $C_6$  为范德瓦尔斯系数,  $R_{ij}$  为原子间距.

由于强烈的范德瓦尔斯相互作用, 原子的里德

堡激发会得到抑制, 在偶极阻塞区域内 ( $\sum_{i<j}^n V_{ij} \rightarrow \infty$ ) 最多只有一个原子被激发到里德堡态上. 通过合理的实验参数选择, 完全可以使偶极阻塞区域覆盖三个磁光阱所在的空间. 实验上选择超冷的  $^{87}\text{Rb}$  原子, 基态  $|g\rangle = |5S_{1/2}, F=2\rangle$ , 里德堡态  $|r\rangle = |90S\rangle$ , 则范德瓦尔斯系数  $C_6 = 2\pi \times 1.67 \times 10^{13} \text{ s}^{-1} \cdot \mu\text{m}^6$ , 自发弛豫速率  $\Gamma = 0.002 \text{ MHz}$ <sup>[26,30,31]</sup>, 保持激光场拉比频率  $\Omega = 2 \text{ MHz}$  不变, 通过计算可知偶极阻塞半径  $R_b \simeq (C_6/\Omega)^{1/6} = 19.3 \mu\text{m}$ . 如图 1(a) 所示的磁光阱链式排布, 中间磁光阱位居阻塞半径中心, 如果磁光阱半径为  $1.5 \mu\text{m}$ , 磁光阱中心距离为  $d = 6.0 \mu\text{m}$  即可满足. 这样, 原子系综 (包括三个磁光阱中的所有原子) 成为强关联的一个整体, 完全可以用超级原子来代替 (见图 1(b)), 它的基态和激发态分别为  $|G\rangle = |g\rangle^{\otimes n}$  和  $|R\rangle = \sum_j^n |g_1, \dots, r_j, \dots, g_n\rangle / \sqrt{n}$ . 这样, 系统的哈密顿 (1) 式完全可以用有效哈密顿来代替<sup>[29,32–34]</sup>, 即:

$$H_{\text{eff}} = -\hbar \Delta \Sigma_{\text{RR}} + \hbar \sqrt{n} \Omega (\Sigma_{\text{RG}} + \Sigma_{\text{GR}}). \quad (2)$$

因为三个磁光阱具有明显的空间分离, 所以原子系综可以分为三个子系统, 即每个磁光阱中的所有原子仍然可以看作是超级原子, 只不过包含的原子数目较少. 在下面的讨论中, 称谓包含原子数目少 (多) 的超级原子叫做较小 (大) 的超级原子, 原子数目相同的为等大的超级原子, 与原子分布无关. 注意, 原子数目为 1 的是最小的超级原子.

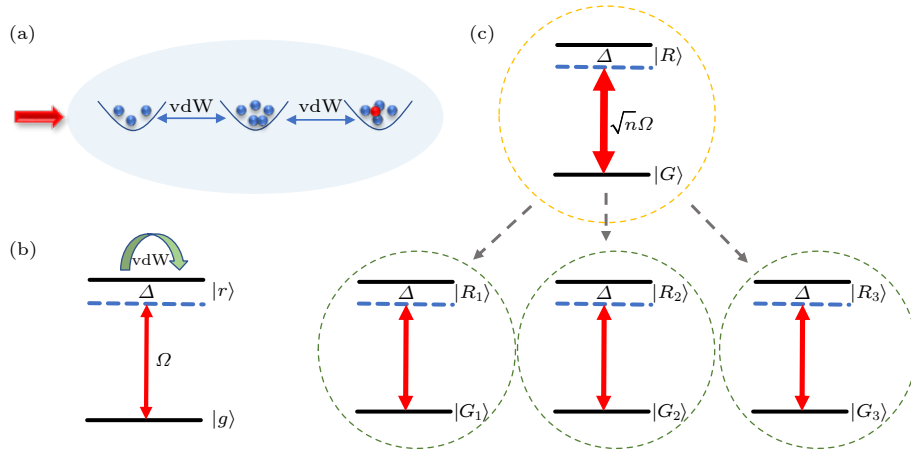


图 1 (a) 同一阻塞区域中捕获在三个磁光阱中的原子系综; (b) 二能级单个里德堡原子能级图, 两个里德堡原子相互作用表现为范德瓦尔斯 (vdW) 势; (c) 超级原子的能级结构: 在严格偶极阻塞条件下, 超级原子 (原子系综) 可以分为三个较小的超级原子, 每个较小的超级原子由各自光阱中的原子组成

Fig. 1. (a) Schematic diagram of an ensemble of Rydberg atoms trapped in three magneto-optical traps but in the same blockade region; (b) energy structure of the two-level Rydberg atom, two Rydberg atoms interact mediated by vdW potential; (c) energy structure of the superatoms: a superatom representing the ensemble can be divided into three smaller superatoms which are made up of atoms in respective magneto-optical traps.

若捕获的原子数目分别为  $n_1$ ,  $n_2$  和  $n_3$  (原子总数  $n = n_1 + n_2 + n_3$ ), 则对应的集体态为 [29,32–34]

$$\begin{aligned} |G_1\rangle &= |g\rangle^{\otimes n_1} \left( |R_1\rangle = \sum_j^{n_1} |g_1, \dots, r_j, \dots, g_{n_1}\rangle / \sqrt{n_1} \right), \\ |G_2\rangle &= |g\rangle^{\otimes n_2} \left( |R_2\rangle = \sum_j^{n_2} |g_1, \dots, r_j, \dots, g_{n_2}\rangle / \sqrt{n_2} \right), \\ |G_3\rangle &= |g\rangle^{\otimes n_3} \left( |R_3\rangle = \sum_j^{n_3} |g_1, \dots, r_j, \dots, g_{n_3}\rangle / \sqrt{n_3} \right). \end{aligned} \quad (3)$$

很容易得到表征原子系综的集体态与子集体态的关系:

$$\begin{aligned} |G\rangle &= |G_1\rangle |G_2\rangle |G_3\rangle, \\ |R\rangle &= (\sqrt{n_1} |R_1\rangle |G_2\rangle |G_3\rangle + \sqrt{n_2} |G_1\rangle |R_2\rangle |G_3\rangle \\ &\quad + \sqrt{n_3} |G_1\rangle |G_2\rangle |R_3\rangle) / \sqrt{n}. \end{aligned} \quad (4)$$

在此基础上, 可以得到三个子超级原子满足的哈密顿:

$$\begin{aligned} H_{\text{eff}} &= -\frac{\hbar\Delta}{n} \left[ n_1 \Sigma_{R_1 R_1} \Sigma_{G_2 G_2} \Sigma_{G_3 G_3} \right. \\ &\quad + n_2 \Sigma_{G_1 G_1} \Sigma_{R_2 R_2} \Sigma_{G_3 G_3} + n_3 \Sigma_{G_1 G_1} \Sigma_{G_2 G_2} \Sigma_{R_3 R_3} \\ &\quad + \sqrt{n_1 n_2} (\Sigma_{R_1 G_1} \Sigma_{G_2 R_2} \Sigma_{G_3 G_3} + \Sigma_{G_1 R_1} \Sigma_{R_2 G_2} \Sigma_{G_3 G_3}) \\ &\quad + \sqrt{n_1 n_3} (\Sigma_{R_1 G_1} \Sigma_{G_2 G_2} \Sigma_{G_3 R_3} + \Sigma_{G_1 R_1} \Sigma_{G_2 G_2} \Sigma_{R_3 G_3}) \\ &\quad \left. + \sqrt{n_2 n_3} (\Sigma_{G_1 G_1} \Sigma_{R_2 G_2} \Sigma_{G_3 R_3} + \Sigma_{G_1 G_1} \Sigma_{G_2 R_2} \Sigma_{R_3 G_3}) \right] \\ &\quad + \hbar\Omega (\sqrt{n_1} \Sigma_{R_1 G_1} \Sigma_{G_2 G_2} \Sigma_{G_3 G_3} \\ &\quad + \sqrt{n_2} \Sigma_{G_1 G_1} \Sigma_{R_2 G_2} \Sigma_{G_3 G_3} \\ &\quad + \sqrt{n_3} \Sigma_{G_1 G_1} \Sigma_{G_2 G_2} \Sigma_{R_3 G_3} + \text{h.c.}). \end{aligned} \quad (5)$$

需要指出的是, 上式中已经在原子系综的集体算符  $\Sigma_{\mu, v, w} (\mu, v, w = \{G_l, R_l\}; l = 1, 2, 3)$  中提取出来表示第一 (二、三) 个超级原子的子集体算符  $\Sigma_{\mu, v} (\mu, v = \{G, R\})$ .

系统的动力学演化是由密度算符的主方程来描述:

$$\partial_t \rho = -\frac{i}{\hbar} [H_{\text{eff}}, \rho] + \mathcal{L}(\rho), \quad (6)$$

其中  $\mathcal{L}(\rho) = L\rho L^\dagger - 1/2(\rho L^\dagger L + L^\dagger L\rho)$  描述由里德堡衰减率  $\Gamma$  引起的耗散过程, 其中

$$\begin{aligned} L &= \sqrt{\Gamma} (\Sigma_{G_1 R_1} \otimes I_2 \otimes I_3 + I_1 \otimes \Sigma_{G_2 R_2} \otimes I_3 \\ &\quad + I_1 \otimes I_2 \otimes \Sigma_{G_3 R_3}). \end{aligned}$$

给定系统初态, 求解方程 (5) 得到超级原子的含时密度矩阵, 然后求迹, 通过里德堡激发概率来研究三体超级原子的同相与反相动力学行为以及量子纠缠.

### 3 超级原子间的同相与反相量度以及集体态的量子纠缠度量

同相 (反相) 概念是物理学中的基本术语, 表明复合系统中的两个子系统具有相同 (相反) 的动态相位. 最早的反相同步可以追溯到 17 世纪, 克里斯蒂安·惠更斯 (Christian Huygens) 观察到安装在同一根木条上的一对钟摆以相同的频率沿相反方向振动 [35]. 同相和反相现象已经在自然科学的诸多领域中普遍存在 [36]. 即使在社会学领域, 也可以找到它们的身影 [37]. 到目前为止, 关于同相与反相的研究已经从经典物理学 [38] 延伸到量子科学 [39] 的各种物理平台上.

本文采用皮尔森关联系数来判断同相与反相运动 [40,41]. 对于两个离散变量  $x$  和  $y$ , 皮尔森关联系数可以刻画它们之间的线性关联:

$$C_p = \frac{\sum_{i=1}^m (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^m (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^m (y_i - \bar{y})^2}}, \quad (7)$$

其中  $\bar{x}$  和  $\bar{y}$  分别是  $x$  和  $y$  的平均值;  $m$  是变量值的数目. 本文中,  $x$  和  $y$  分别为两个不同超级原子的里德堡激发概率, 例如: 将

$$x(t) = P_1(t) = \text{Tr}[\Sigma_{R_1 R_1} \rho_1(t)],$$

$$y(t) = P_2(t) = \text{Tr}[\Sigma_{R_2 R_2} \rho_2(t)]$$

代入上式即可用皮尔森关联系数  $C_p$  来刻画两个超级原子的关联演化行为.  $C_p = 1$  表明两个超级原子为同相激发, 而  $C_p = -1$  则为反相激发.

到目前为止, 还没有一种普适的手段可以直接对高维系统和多体系统的量子纠缠进行测量. 然而, 对于两个量子比特系统, 并发纠缠度是研究纠缠的有效工具, 定义如下:

$$C(\rho) = \max\{\lambda_1 - \lambda_2 - \lambda_3 - \lambda_4, 0\}. \quad (8)$$

在 (7) 式中,  $\lambda_i (i = 1, 2, 3, 4)$  是非厄米矩阵  $\rho(\sigma_y \otimes \sigma_y) \rho^*(\sigma_y \otimes \sigma_y)$  的特征值的平方根.  $\sigma_y = \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix}$  是泡利矩阵,  $\rho^*$  是  $\rho$  的复共轭. 注意, 并发纠缠度的可能值在 0 和 1 之间, 即  $C = 0$  表示没有纠缠,  $C = 1$  表示最大纠缠, 至于具体纠缠形式则需要分析. 本文中, 以三个较小超级原子的子集体态  $\{G_1, R_1, G_2, R_2, G_3, R_3\}$  为基矢来表征密度矩阵, 通过部分

迹运算  $\rho^{AB}(t) = \text{Tr}_C[\rho^{ABC}(t)]$  即得到任意两个超级原子的密度矩阵, 代入 (7) 式, 即可量度子超级原子 A 和 B 的纠缠程度.

#### 4 数值结果讨论与分析

里德堡原子的寿命长, 自发弛豫速率较小, 所以系统需要很长时间才能达到稳态. 同时, 系统的动力学演化表现为周期性的拉比振荡, 所以关注较短时间 ( $\Omega t = 10$ ) 的演化过程就可以掌握其动力学特征而不失一般性. 下面将选择不同的系统初态开始演化, 考察典型的同相和反相动力学以及纠缠性质.

##### 4.1 系统初态为 $|G_1\rangle|G_2\rangle|G_3\rangle$

首先讨论最简单的情况, 即将系统初态制备在超级原子的基态  $|G\rangle = |G_1\rangle|G_2\rangle|G_3\rangle$  上, 实验上将所有原子泵浦到基态  $|g\rangle$  即可完成. 由图 2(a) 可知, 在共振驱动的条件下, 由于偶极阻塞效应, 基态原子具有完全相同的激发概率, 所以较小 (大) 超级原子的里德堡激发概率就小 (大), 等大的超级原子

里德堡激发概率自然相同. 进而, 如图 2(c) 所示, 如果三个超级原子都一样大, 则随着原子激发振荡到最大值时刻, 它们将共享一个里德堡激发, 因而有  $P_1 = P_2 = P_3 = 1/3$ . 此时, 不能判断出具体是哪个超级原子激发, 所以系统状态为  $|W\rangle = (|R_1G_2G_3\rangle + |G_1R_2G_3\rangle + |G_1G_2R_3\rangle)/\sqrt{3}$  [42], 见图 2(d) 中绿色曲线中  $F = 1$  的点. 从图 2(a) 和图 2(b) 还可以观察到, 无论超级原子是否等大, 它们始终表现出周期完全一致的拉比振荡形式, 即同相动力学激发. 皮尔森关联系数  $C_{p12} = C_{p13} = C_{p23}$  也定量的证明了这一结论 (见图 2(b) 和图 2(d)).

下面考察子系统原子数目和单光子失谐对系统动力学演化带来的影响. 由图 3(a) 可知,  $C_{p12} \equiv 1$  意味着第一、二两个超级原子之间始终是同相振荡 (实际上, 三个超级原子都是同相振荡的), 原子数目的差异和单光子失谐没带来任何影响. 图 3(b) 表明单光子失谐会降低有效拉比频率, 因此第一个 (或者第二个) 超级原子的最大里德堡激发概率以  $\Delta = 0$  为轴呈现对称的下降趋势. 另一方面, 系统的原子总数  $n = n_1 + n_2 + n_3$  会随着原子数目  $n_1$

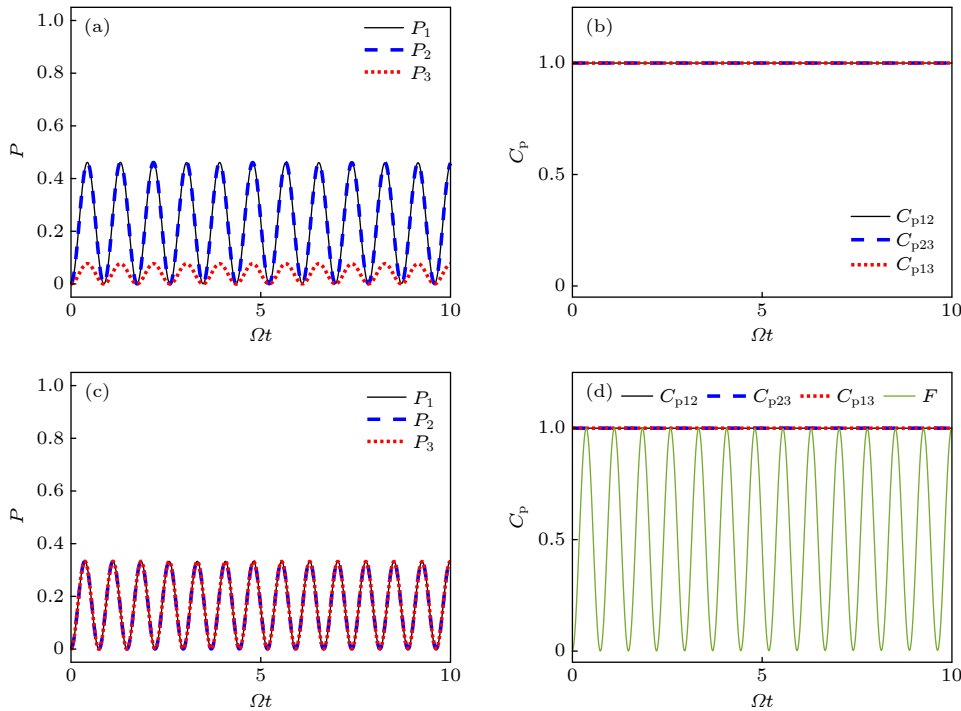


图 2 (a), (c) 超级原子的激发概率  $P$ ; (b), (d) 皮尔森关联系数  $C_p$  (和保真度  $F = |\psi(t)\rangle\langle W|^2$ , 其中  $|\psi(t)\rangle$  为任意时刻系统的量子态, 而  $|W\rangle = (|R_1G_2G_3\rangle + |G_1R_2G_3\rangle + |G_1G_2R_3\rangle)/\sqrt{3}$ , 见 (d) 中绿色曲线) 的动力学演化. 上图满足  $n_1 = n_2 = 6, n_3 = 1$ , 而下图满足  $n_1 = n_2 = n_3 = 6$ . 其他参数有: 拉比频率  $\Omega = 2$  MHz, 自发弛豫速率  $\Gamma = 0.002$  MHz, 单光子失谐  $\Delta = 0$ .

Fig. 2. (a), (c) Dynamical evolution of excitation probability of Rydberg SAs  $P$ ; (b), (d) Pearson's correlation coefficient  $C_p$  (and the fidelity  $F = |\psi(t)\rangle\langle W|^2$  with the quantum state of the system  $|\psi(t)\rangle$  and  $|W\rangle = (|R_1G_2G_3\rangle + |G_1R_2G_3\rangle + |G_1G_2R_3\rangle)/\sqrt{3}$ , see the green curve in Figure (d)). Top:  $n_1 = n_2 = 6, n_3 = 1$  and bottom:  $n_1 = n_2 = n_3 = 6$ . Other parameters are Rabi frequency  $\Omega = 2$  MHz, spontaneous emission rate  $\Gamma = 0.002$  MHz, and the single-photon detuning  $\Delta = 0$ .



( $= n_2$ ) 的增加而增加, 而有效拉比频率与  $\sqrt{n}$  成正比, 故失谐相同,  $n_1$  较大最大里德堡激发概率  $P_1^{\max}$  会大一些. 前面讲过, 超级原子的激发概率与包含的原子数目成正比, 所以当  $n_3$  保持不变,  $n_1 (= n_2)$  增加到一定程度, 第三个超级原子的激发概率会被明显稀释到可以忽略不计, 所以另外两个超级原子的最大激发概率接近饱和值  $P_1^{\max} \approx P_2^{\max} \approx 1/2$ . 又由于

这两个超级原子的激发与退激发是完全同相的, 所以在此期间存在最大纠缠态  $(|R_1 R_2\rangle + |G_1 G_2\rangle)/\sqrt{2}$ ,  $C_{12}^{\max} \approx 1$  也直接证明了这一结论 (见图 3(c)).

## 4.2 系统初态为 $|R_1\rangle|G_2\rangle|G_3\rangle$

系统初态制备在  $|R_1\rangle|G_2\rangle|G_3\rangle$  的动力学演化较为复杂. 根据超级原子演化动力学特征和形成的

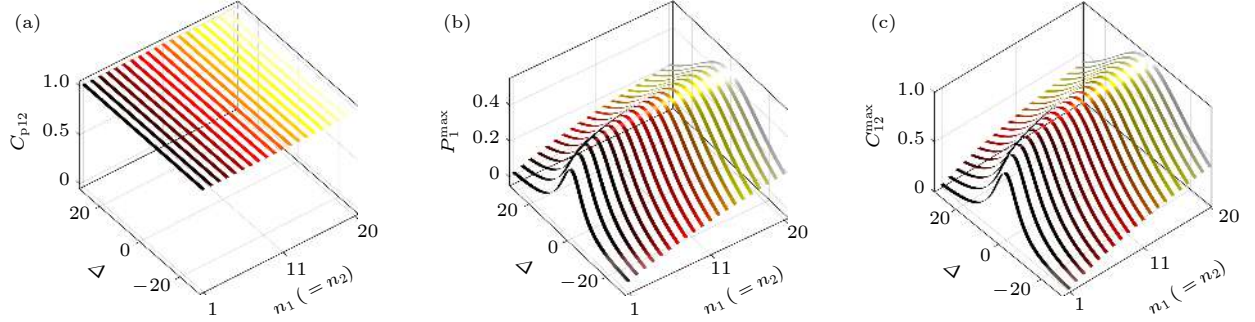


图 3 (a) 皮尔森关联系数  $C_{p12}$ ; (b) 超级原子的最大里德堡激发概率  $P_1^{\max}$ ; (c) 最大并发纠缠度  $C_{12}^{\max}$  作为原子数目  $n_1 (= n_2)$  和单光子失谐  $\Delta$  的函数. 演化时间为  $\Omega t = 10$ , 原子数目固定为  $n_3 = 1$ , 其他参数同图 2

Fig. 3. (a) Pearson's correlation coefficient  $C_{p12}$ ; (b) maximal excitation probability of Rydberg SA  $P_1^{\max}$ ; (c) maximal concurrence  $C_{12}^{\max}$  as a function of the number of atoms  $n_1 (= n_2)$  and the single-photon detuning  $\Delta$  for a fixed number of atoms  $n_3 = 1$ . All simulations are done after  $\Omega t = 10$  evolution time. Relevant parameters are the same as in Fig. 2.

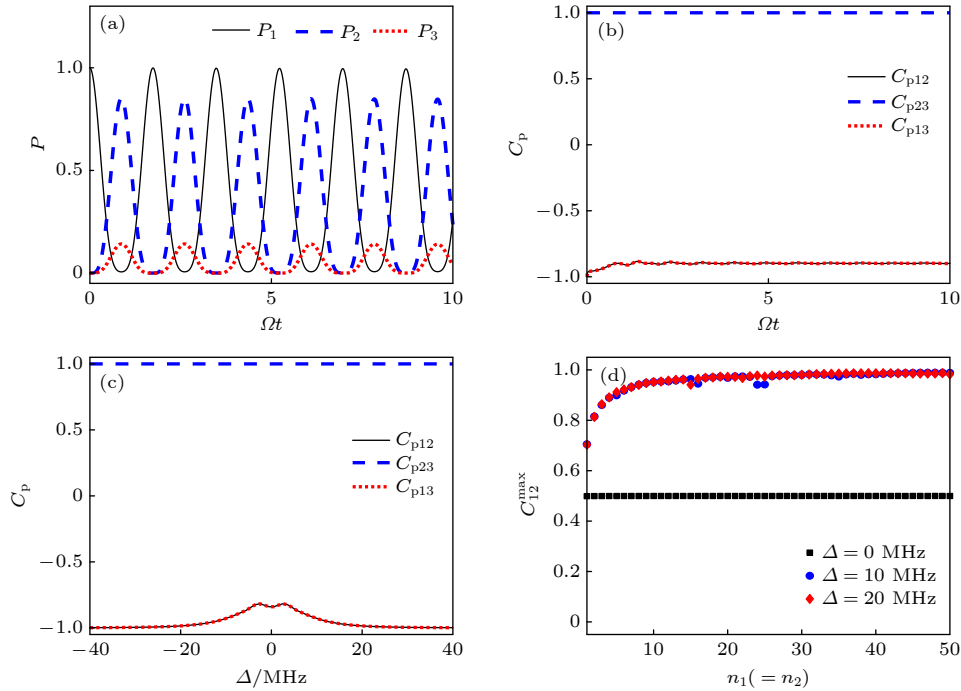


图 4 (a) 超级原子的激发概率  $P$  和 (b) 皮尔森关联系数  $C_p$  的时间演化曲线; (c) 皮尔森关联系数  $C_p$  作为单光子失谐  $\Delta$  的函数; (d) 最大并发纠缠度  $C_{12}^{\max}$  作为原子数目  $n_1$  的函数. 图 (c) 和图 (d) 的演化时间为  $\Omega t = 10$ . 图 (a), 图 (b) 和图 (c) 图中原子数目为  $n_1 = n_2 = 6, n_3 = 1$ , 而图 (d) 中原子数目  $n_3 = 1$ . 其他参数同图 2

Fig. 4. (a) Dynamical evolution of excitation probability of Rydberg SAs  $P$  and (b) Pearson's correlation coefficient  $C_p$ ; (c) Pearson's correlation coefficient  $C_p$  as a function of the single-photon detuning  $\Delta$ ; (d) maximal concurrence  $C_{12}^{\max}$  as a function of the number of atoms  $n_1 (= n_2)$ . All simulations in Figure (c) and (d) are done after  $\Omega t = 10$  evolution time. The number of atoms  $n_1 = n_2 = 6, n_3 = 1$  for Figure (a), Figure (b) and Figure (c), and  $n_3 = 1$  for Figure (d). Relevant parameters are the same as in Fig. 2.

纠缠态类型, 将考虑以下两种原子数目分类: 1)  $n_1 = n_2 > n_3$ ; 2)  $n_2 = n_3 = n_1/2$ .

现在考察第一种情况, 即:  $n_1 = n_2 > n_3$ . 由图 4(a) 和图 4(b) 可以看出, 由于系统本质上是具有强关联属性的, 所以一个超级原子的退激发必然会引起其他两个基态超级原子的同时激发. 在此过程中, 由于偶极阻塞效应, 三个超级原子共享一个里德堡原子激发, 因而有  $P_1 + P_2 + P_3 = 1$ , 但是与第三个超级原子相比, 第二个较小, 所以有  $P_2 < P_3$ . 在激发与退激发过程中, 很明显第二、三超级原子是完全同相振荡的 ( $C_p^{23} \equiv 1$ ), 而第一、二和第一、三超级原子间则近似为反相振荡 ( $C_p^{12} = C_p^{13} \approx 1$ ). 要想实现完美的反相振荡同时又不影响同相振荡, 由图 4(c) 可知, 在共振驱动的系统是不会存在的, 只有当单光子失谐  $|\Delta| \geq 20$  MHz 才可以. 原因在于单光子失谐会降低有效拉比频率从而使得较小的超级原子里德堡激发被完美抑制, 因此整个系统可以近似退化为两个等大的较大超级原子, 这样激发与退激发形成完美的此消彼长的动力学演化, 即反相振荡. 从图 4(d) 可以看出, 当激光共振驱动

原子系综时, 无论第一个 (第二个) 与第三个超级原子的原子数目有多大差异, 第三个超级原子都参与激发与退激发行为, 因此第一、二个超级原子并不能形成完美的纠缠. 只要存在单光子失谐, 较小的 (第三个) 超级原子的激发行为就被完美的抑制, 因此第一、二个超级原子会反相振荡, 当激发概率均近似为 0.5 时会形成最大纠缠态 ( $|R_1 R_2\rangle + |G_1 G_2\rangle$ ) /  $\sqrt{2}$ .

对于第二种情况 ( $n_2 = n_3 = n_1/2$ ), 从图 5(a) 可以看出, 由于  $n_2 = n_3$ , 所以在第一个超级原子退激发 (激发) 的过程中, 第二、三个超级原子都会等概率的同时激发 (退激发). 因为三个超级原子共享一个里德堡激发, 所以当第一个超级原子回到基态, 其他两个超级原子的激发概率均为 0.5. 与第一种情况类似, 共振驱动下的系统中第一、三 (第二、三) 个超级原子也是近似反相振荡, 而第一、二个超级原子为完美的同相振荡 (见图 5(b)). 要想获得完美的反相振荡, 需要调整单光子失谐, 使其满足  $|\Delta| \geq 20$  MHz 即可. 若需要产生最大纠缠, 从图 5(d) 中可知, 原子个数需要满足  $n_2 = n_3 = n_1/2$ , 因为只有在这种情况下, 当第一个超级原子回到基

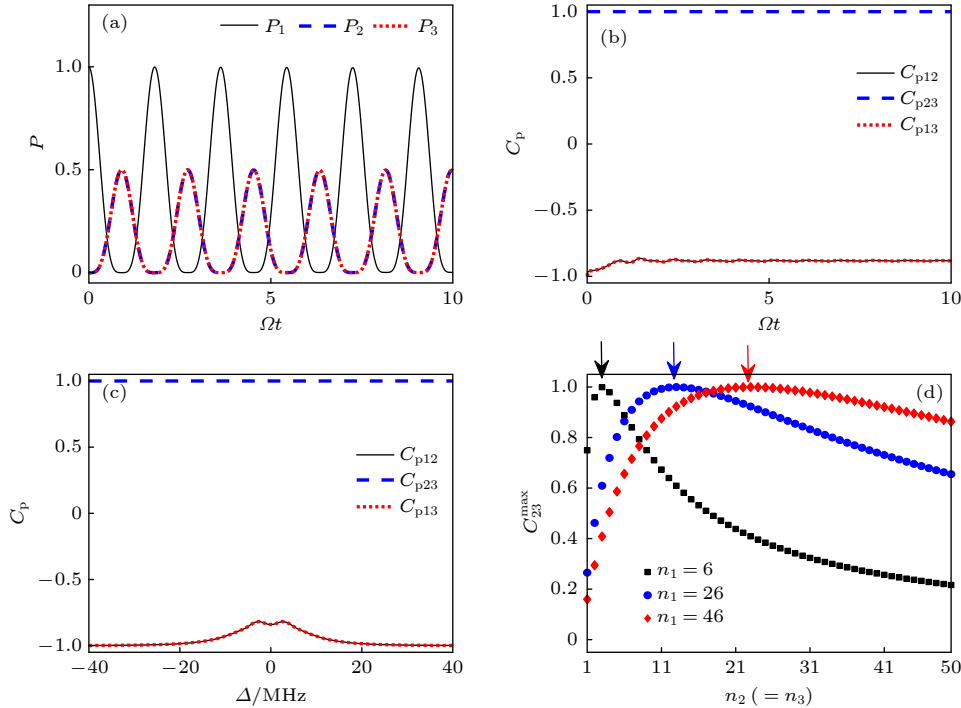


图 5 (a) 超级原子的激发概率  $P$  和 (b) 皮尔森关联系数  $C_p$  的时间演化曲线; (c) 皮尔森关联系数  $C_p$  作为单光子失谐  $\Delta$  的函数; (d) 最大纠缠并发纠缠度  $C_{23}^{\max}$  作为原子数目  $n_2 (= n_3)$  的函数. 图 (c) 和图 (d) 的演化时间为  $\Omega t = 10$ . 图 (a)、图 (b) 和图 (c) 原子数目为  $n_1 = 6, n_2 = n_3 = 3$ . 其他参数同图 2

Fig. 5. (a) Dynamical evolution of excitation probability of Rydberg SAs  $P$  and (b) Pearson's correlation coefficient  $C_p$ ; (c) Pearson's correlation coefficient  $C_p$  as a function of the single-photon detuning  $\Delta$ ; (d) maximal concurrence  $C_{23}^{\max}$  as a function of the number of atoms  $n_2 (= n_3)$ . All simulations in Figure (c) and Figure (d) are done after  $\Omega t = 10$  evolution time. The number of atoms  $n_1 = 6, n_2 = n_3 = 3$  for Figure (a), Figure (b) and Figure (c). Relevant parameters are the same as in Fig. 2.

态时, 另外两个超级原子平均分享一个里德堡激发, 进而形成最大纠缠态  $(|R_2R_3\rangle + |G_2G_3\rangle)/\sqrt{2}$ .

## 5 结 论

单模激光场驱动处于同一阻塞区域却捕获在三个磁光阱中的二能级里德堡原子系综可以视为超级原子, 进而基于明显的空间分离, 这个超级原子可以分为三个较小的超级原子. 三体超级里德堡原子本质上是强关联的系统, 本文研究了这三体超级原子的关联动力学行为以及集体态的量子纠缠. 当系统初始制备在集体基态  $|G_1\rangle|G_2\rangle|G_3\rangle$  上, 三个超级原子间表现得是同相动力学振荡行为, 并且这种同相运动与每个超级原子所包含得原子数目无关. 当三个超级原子个数相等时, 可以得到 W 态  $|W\rangle = (|R_1G_2G_3\rangle + |G_1R_2G_3\rangle + |G_1G_2R_3\rangle)/\sqrt{3}$ . 而当系统初态为  $|R_1\rangle|G_2\rangle|G_3\rangle$  时, 第一个超级原子在退激发和激发过程中会与其他两个超级原子形成近似反相振荡, 当失谐较大得时候会出现完美反相动力学行为. 而另外两个超级原子则表现为完美的同相演化. 当第三个超级原子很小的情况下, 可以得到最大纠缠态  $(|R_1R_2\rangle + |G_1G_2\rangle)/\sqrt{2}$ , 而当第二、三个超级原子都等于第一个超级原子一半的时候, 可以得到另外一种最大的纠缠态  $(|R_2R_3\rangle + |G_2G_3\rangle)/\sqrt{2}$ . 我们的工作远程量子操纵与量子信息处理方面有着重要的潜在应用.

## 参考文献

- [1] Jaksch D, Cirac J, Zoller P, Rolston S, Côté R, Lukin M 2000 *Phys. Rev. Lett.* **85** 2208
- [2] Lukin M D, Fleischhauer M, Cote R, Duan L, Jaksch D, Cirac J I, Zoller P 2001 *Phys. Rev. Lett.* **87** 037901
- [3] Li D, Shao X 2018 *Phys. Rev. A* **98** 062338
- [4] Wu J L, Wang Y, Han J X, Su S L, Xia Y, Jiang Y, Song J 2021 *Phys. Rev. A* **103** 012601
- [5] Barredo D, Lienhard V, De Leseleuc S, Lahaye T, Browaeys A 2018 *Nature* **561** 79
- [6] Bannasch G, Killian T, Pohl T 2013 *Phys. Rev. Lett.* **110** 253003
- [7] Beterov I, Tret'yakov D, Entin V, Yakshina E, Ryabtsev I, Saffman M, Bergamini S 2020 *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **53** 182001
- [8] Saffman M 2016 *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **49** 202001
- [9] Müller M, Diehl S, Pupillo G, Zoller P 2012 *Adv. Atom. Mol. Opt. Phys.* **61** 1
- [10] Schauss P 2018 *Quantum Sci. Technol.* **3** 023001
- [11] Yu S, He X, Xu P, Liu M, Wang J, Zhan M 2012 *Chin. Sci. Bull.* **57** 1931
- [12] Gaëtan A, Miroshnychenko Y, Wilk T, Chotia A, Viteau M, Comparat D, Pillet P, Browaeys A, Grangier P 2009 *Nat. Phys.* **5** 115
- [13] Urban E, Johnson T A, Henage T, Isenhower L, Yavuz D D, Walker T G, Saffman M 2009 *Nat. Phys.* **5** 110
- [14] Firstenberg O, Adams C S, Hofferberth S 2016 *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **49** 152003
- [15] Petrosyan D, Rao D B, Mølmer K 2015 *Phys. Rev. A* **91** 043402
- [16] Saffman M, Walker T 2002 *Phys. Rev. A* **66** 065403
- [17] Maxwell D, Szwed D, Paredes-Barato D, Busche H, Pritchard J D, Gauguier A, Weatherill K J, Jones M, Adams C S 2013 *Phys. Rev. Lett.* **110** 103001
- [18] Gorshkov A V, Nath R, Pohl T 2013 *Phys. Rev. Lett.* **110** 153601
- [19] Gorshkov A V, Otterbach J, Fleischhauer M, Pohl T, Lukin M D 2011 *Phys. Rev. Lett.* **107** 133602
- [20] Tiarks D, Baur S, Schneider K, Dürr S, Rempe G 2014 *Phys. Rev. Lett.* **113** 053602
- [21] Baur S, Tiarks D, Rempe G, Dürr S 2014 *Phys. Rev. Lett.* **112** 073901
- [22] Tresp C, Zimmer C, Mirgorodskiy I, Gorniaczyk H, Paris-Mandoki A, Hofferberth S 2016 *Phys. Rev. Lett.* **117** 223001
- [23] Yu D 2014 *Phys. Rev. A* **89** 063809
- [24] Müller M, Lesanovsky I, Weimer H, Buchler H P, Zoller P 2009 *Phys. Rev. Lett.* **102** 170502
- [25] Olmos B, Li W, Hofferberth S, Lesanovsky I 2011 *Phys. Rev. A* **84** 041607
- [26] Fan C H, Zhang H X, Wu J H 2019 *Phys. Rev. A* **99** 033813
- [27] Zhang H X, Fan C H, Wu J H 2020 *Opt. Express* **28** 35350
- [28] Weber T, Hönig M, Niederprüm T, Manthey T, Thomas O, Guarrera V, Fleischhauer M, Barontini G, Ott H 2015 *Nat. Phys.* **11** 157
- [29] Gaerttner M, Whitlock S, Schoenleber D W, Evers J 2014 *Phys. Rev. Lett.* **113** 233002
- [30] Saffman M, Walker T 2005 *Phys. Rev. A* **72** 022347
- [31] Saffman M, Walker T G, Mølmer K 2010 *Rev. Mod. Phys.* **82** 2313
- [32] Carmele A, Vogell B, Stannigel K, Zoller P 2014 *New J. Phys.* **16** 063042
- [33] Yan D, Wang Z H, Ren C N, Gao H, Li Y, Wu J H 2015 *Phys. Rev. A* **91** 023813
- [34] Zhao P Z, Wu X, Xing T H, Xu G F, Tong D M 2018 *Phys. Rev. A* **98** 032313
- [35] Huygens C 1980 *Horologium oscillatorium*
- [36] Pikovsky A, Rosenblum M, Kurths J 2001 *Synchronization-A Unified Approach to Nonlinear Science* (Cambridge: Cambridge University Press)
- [37] Osipov G V, Kurths J, Zhou C 2007 *Synchronization in Oscillatory Networks* (Springfield: Springer Science & Business Media)
- [38] Acebrón J A, Bonilla L L, Vicente C J P, Ritort F, Spigler R 2005 *Rev. Mod. Phys.* **77** 137
- [39] Hillbrand J, Auth D, Piccardo M, Opačák N, Gornik E, Strasser G, Capasso F, Breuer S, Schwarz B 2020 *Phys. Rev. Lett.* **124** 023901
- [40] Karpát G, Yalcinkaya I, Cakmak B 2019 *Phys. Rev. A* **100** 012133
- [41] Karpát G, Yalcinkaya I, Cakmak B 2020 *Phys. Rev. A* **101** 042121
- [42] Gärttner M 2015 *Phys. Rev. A* **92** 013629



## Correlated dynamics of three-body Rydberg superatoms\*

Bai Wen-Jie<sup>1)</sup> Yan Dong<sup>1)†</sup> Han Hai-Yan<sup>1)</sup> Hua Shuo<sup>2)3)</sup> Gu Kai-Hui<sup>4)</sup><sup>1)</sup> (*School of Science and Key Laboratory of Materials Design and Quantum Simulation, Changchun University, Changchun 130022, China*)<sup>2)</sup> (*Center for Quantum Sciences, Northeast Normal University, Changchun 130117, China*)<sup>3)</sup> (*School of Science, Jilin Institute of Chemical Technology, Jilin 130000, China*)<sup>4)</sup> (*School of Science, Jilin Engineering Normal University, Changchun 130052, China*)

( Received 9 July 2021; revised manuscript received 4 September 2021 )

## Abstract

Owing to the long lifetime of Rydberg atom, easy to operate and easy to control the interaction between Rydberg atoms, Rydberg atom has attracted considerable attention in quantum information and quantum optics fields. Specially, the anti-blockade effect, as a physical resource, can be used to implement various tasks in quantum information processing. Based on the rigid dipole blockade, an ensemble of two-level Rydberg atoms trapped in three magneto-optical traps can be regarded as a superatom. Based on the superatom model, the in-phase and anti-phase dynamics of the three-body Rydberg superatoms are studied by adjusting the numbers of atoms, and the W state and two kinds of maximal entangled states are generated simultaneously. Our work has great potential applications in coherent manipulation and quantum information processing. The numerical simulations are performed based on the superatom model and thereby the formidable obstacle that the Hilbert space dimension grows exponentially with the particle number increasing can be completely removed. As a result, the quantum control and quantum entanglement can be achieved from the single-quanta level to the mesoscopic level.

**Keywords:** Rydberg atom, superatom, dipole blockade, quantum entanglement**PACS:** 42.50.Ct, 03.67.Bg, 42.50.Nn**DOI:** 10.7498/aps.71.20211284

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11874004, 11204019), the Science Foundation of Education Department of Jilin Province, China (Grant No. JJKH20200557KJ), the Natural Science Foundation of Science and Technology Department of Jilin Province, China (Grant No. 20210101411JC), the Science Foundation of Changchun University, and the Science Foundation of Jilin Engineering Normal University, China (Grant No. BSKJ201907).

† Corresponding author. E-mail: [ydbest@126.com](mailto:ydbest@126.com)