

基于四波混频过程的纠缠光放大

徐笑吟 刘胜帅 荆杰泰

Amplification of entangled beam based on four-wave mixing process

Xu Xiao-Yin Liu Sheng-Shuai Jing Jie-Tai

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 71, 050301 (2022) DOI: 10.7498/aps.71.20211324

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.71.20211324>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

级联四波混频系统中纠缠增强的量子操控

Quantum manipulation of entanglement enhancement in cascaded four-wave-mixing process

物理学报. 2019, 68(9): 094205 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20181837>

基于四波混频过程和线性分束器产生四组份纠缠

Generation of quadripartite entanglement based on four-wave mixing process and linear beam splitter

物理学报. 2020, 69(9): 090303 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20200040>

级联四波混频相干反馈控制系统量子纠缠特性

Quantum entanglement in coherent feedback system based on the cascaded four wave mixing processes

物理学报. 2020, 69(13): 130301 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20200042>

基于级联四波混频过程的量子导引

Quantum steering based on cascaded four-wave mixing processes

物理学报. 2021, 70(16): 160301 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20201981>

基于非简并光学参量放大器产生光学频率梳纠缠态

Generation of continuous variable frequency comb entanglement based on nondegenerate optical parametric amplifier

物理学报. 2020, 69(12): 124203 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20200107>

四波混频光相位运算器原理及其噪声性能研究

Principle and noise performance of optical phase arithmetic devices using four wave mixing

物理学报. 2018, 67(9): 094208 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20172638>

基于四波混频过程的纠缠光放大*

徐笑吟¹⁾ 刘胜帅^{1)†} 荆杰泰^{1)2)3)4)‡}

1) (华东师范大学, 精密光谱科学与技术国家重点实验室, 上海 200062)

2) (中国科学院超强激光科学卓越创新中心, 上海 201800)

3) (浙江大学物理学系, 杭州 310027)

4) (山西大学, 极端光学协同创新中心, 太原 030006)

(2021 年 7 月 17 日收到; 2021 年 10 月 23 日收到修改稿)

双模纠缠态是量子信息领域一种重要的量子资源, 本文基于四波混频过程从理论上提出了对双模纠缠态的单个模式 (单模放大方案) 和对双模纠缠态的两个模式 (双模放大方案) 的放大. 利用光学分束器模型来模拟在光学传输过程中损耗引入的真空场噪声, 利用部分转置正定判据分析了两种不同的放大方案中四波混频过程的增益对初始双模纠缠态的纠缠程度的影响. 结果表明, 在特定的损耗情况下, 两个方案中初始双模纠缠态的纠缠度都随增益的增大而减小, 直至消失, 且双模放大方案中初始双模纠缠态纠缠消失得比单模放大方案中更快. 本文的理论结果为实验上实现基于四波混频过程的双模纠缠态的放大奠定了理论基础.

关键词: 四波混频, 量子纠缠, 双模纠缠态, 光学放大器**PACS:** 03.65.Ud, 03.67.Mn, 42.50.-p**DOI:** 10.7498/aps.71.20211324

1 引言

量子纠缠是量子物理中一个十分重要的非经典资源^[1], 在量子信息领域有着广阔的应用前景^[2,3]. 对于双模纠缠态 Einstein-Podolsky-Rosen (EPR), 由于两个模式之间存在关联特性, 对其中一束光的测量必然会影响另一束光. 基于此特性, 利用双模纠缠态可以实现一些经典手段无法实现的任务^[4–10]. 因此, 双模纠缠态受到了学术界的持续关注, 对双模纠缠态的研究在分离变量和连续变量领域取得了一系列研究成果. 如 1997 年, Zeilinger 研究组^[11]

利用双模纠缠态在实验上验证了光子的隐形传态. 1998 年, Kimble 研究组^[12]在连续变量中实现了无条件量子隐形传态. 2002 年, 彭堃堉教授团队^[13]利用光场的正交振幅和正交相位, 实现了两组份连续变量高通道容量量子密集编码.

目前已经证明, 在 ^{85}Rb 蒸气池中的四波混频过程是产生双模纠缠态的一项很有前景的技术^[14–17]. 这种四波混频过程在产生双模纠缠态上有很多优势. 例如, 四波混频过程具有强的非线性相互作用强度, 不需要外部腔的耦合, 因此具有空间多模的特性. 基于以上优点, 这种四波混频过程被广泛应用于量子信息^[18–20]和量子精密测量^[21–23]. 如 2009

* 国家自然科学基金 (批准号: 11874155, 91436211, 11374140)、国家重点基础研究发展计划 (批准号: 2016YFA0302103)、上海市自然科学基金 (批准号: 17ZR1442900)、上海市教育委员会科研创新计划 (批准号: 2021-01-07-00-08-E00100)、上海市科学技术委员会科技创新行动计划基础研究领域项目 (批准号: 20JC1416100)、上海市科技创新行动计划 (批准号: 17JC1400401)、上海市市级科技重大专项 (批准号: 2019SHZDZX01)、上海市青年科技英才扬帆计划 (批准号: 21YF1410800)、闵行领军人才 (批准号: 201971) 和高等学校学科创新引智基地 (111 计划)(批准号: B12024) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: sslu@lps.ecnu.edu.cn

‡ 通信作者. E-mail: jtjing@phy.ecnu.edu.cn

年, 美国 Lett 研究组^[24]利用四波混频过程实现了 EPR 纠缠光束延迟, 证明了铷原子池可以作为信息存储器对信息进行短时间存储. 2015 年, Pooser 研究组^[25]利用四波混频过程在两通道之间建立量子关联, 实现了表面等离子共振传感器灵敏度的显著提高. 同时, 基于类原子系综的多波混频过程及基于其他原子系综的四波混频过程也被证明可以用来产生量子压缩^[26–29]. 最近, 四波混频过程被证明可以构建一个低噪声放大器^[30]. 然而, 通过四波混频构建的放大器放大双模纠缠态并没有被系统地研究. 本文从理论上提出了两种方案, 第一种方案是四波混频产生双模纠缠态的其中一个模式通过另外一个四波混频过程放大, 第二种方案是四波混频产生双模纠缠态的两个模式分别通过两个四波混频过程放大. 由于实验中光束在传输过程中会发生损耗, 因此有必要在上述两种方案中加入由环境带来的真空场噪声. 同时, 采用部分转置正定 (PPT) 判据^[31,32]从理论上分析了在特定的传输损耗下, 两个方案中放大增益对初始双模纠缠态纠缠特性的影响. 证明了在确定的传输损耗下, 两种方案中初始双模纠缠态的纠缠特性都随四波混频过程增益的增大而降低, 而当增益增大到一定值时初始双模纠缠态的纠缠特性会消失, 且在双模放大方案中比单模放大方案中消失得更快.

2 单模放大方案

2.1 理论模型

图 1(a) 是对 EPR 光束的单个模式进行放大的结构示意图. 利用一个频率非简并的四波混频过程产生了一个双模纠缠态并对其中一个模式进行放大. 在这里, 系统在四波混频过程中发生的损

耗可以看成是原光束和真空光束入射到一个光学分束器中引入的真空场噪声. 图 1(b) 是单个四波混频过程的能级图, Δ 和 δ 分别对应单光子失谐和双光子失谐. 泵浦光 \hat{c} 同时驱动了两个基于基态 $F=2$ 和 $F=3$ 的能级跃迁, 湮灭两个泵浦光子的同时会产生一个探针光子和一个共轭光子. 其中探针光 \hat{a} 相对于泵浦光 \hat{c} 具有 3.04 GHz 的红移, 共轭光 \hat{b} 相对于泵浦光具有 3.04 GHz 的蓝移. 在考虑损耗的情况下, 第 1 个四波混频过程的输入输出关系是^[19,33]

$$\begin{aligned}\hat{a}_1 &= \sqrt{\eta_1 G_1} \hat{a}_0 + \sqrt{\eta_1 (G_1 - 1)} \hat{b}_0^\dagger + \sqrt{1 - \eta_1} \hat{v}_1, \\ \hat{b}_1 &= \sqrt{\eta_2 (G_1 - 1)} \hat{a}_0^\dagger + \sqrt{\eta_2 G_1} \hat{b}_0 + \sqrt{1 - \eta_2} \hat{v}_2,\end{aligned}\quad (1)$$

其中 G_1 是第一个四波混频过程 (FWM₁) 的增益, \hat{a}_0 和 \hat{b}_0 是真空注入, \hat{a}_1 和 \hat{b}_1 是第一个四波混频过程产生的探针光束和共轭光束, \hat{v}_1 和 \hat{v}_2 表示真空场的湮灭算符, η_1 和 η_2 分别表示 \hat{a}_1 和 \hat{b}_1 的传输效率. 接着将探针光束 \hat{a}_1 作为第二个四波混频过程 (FWM₂) 的种子光, 与泵浦光束 Pump₂ 注入到第二个热 ⁸⁵Rb 蒸气池中, 产生放大后的探针光束 \hat{a}_2 . 在考虑损耗的情况下, 第二个四波混频过程的输入输出关系为

$$\begin{aligned}\hat{a}_2 &= \sqrt{\eta_3} \left(\sqrt{G_2} \hat{a}_1 + \sqrt{G_2 - 1} \hat{v}_3^\dagger \right) + \sqrt{1 - \eta_3} \hat{v}_4 \\ &= \sqrt{\eta_1 \eta_3 G_1 G_2} \hat{a}_0 + \sqrt{\eta_1 \eta_3 G_2 (G_1 - 1)} \hat{b}_0^\dagger \\ &\quad + \sqrt{\eta_3 (1 - \eta_1) G_2} \hat{v}_1 + \sqrt{\eta_3 (G_2 - 1)} \hat{v}_3^\dagger \\ &\quad + \sqrt{1 - \eta_3} \hat{v}_4,\end{aligned}\quad (2)$$

其中 G_2 是第二个四波混频过程的增益, \hat{a}_2 是放大后的探针光束, \hat{v}_3^\dagger 和 \hat{v}_4 分别表示真空场的产生算符和湮灭算符, η_3 表示 \hat{a}_2 的传输效率. 此方案中放大后的探针光束 \hat{a}_2 和原来的共轭光束 \hat{b}_1 是相互关

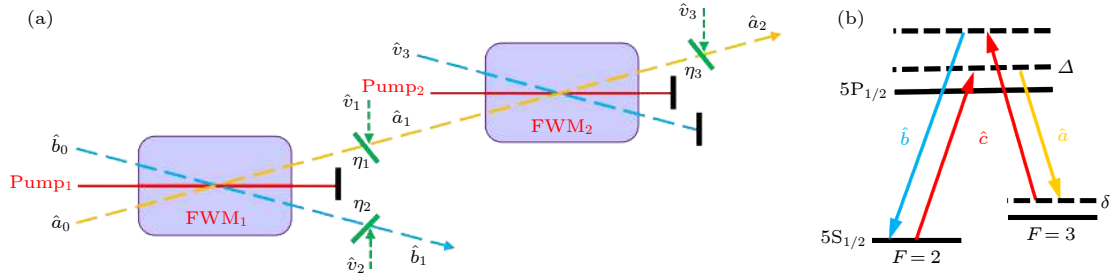


图 1 一种对 EPR 光束进行单模放大的方案 (a) 对 EPR 光束进行单模放大的系统简图; (b) ⁸⁵Rb D1 线的双 Λ 能级结构

Fig. 1. A scheme for single-mode amplification of EPR beams: (a) Simplified diagram of single-mode amplification of EPR beams; (b) double- Λ energy level structure of ⁸⁵Rb D1 line.

联的, 后面会通过研究 \hat{a}_2 和 \hat{b}_1 之间的纠缠度与四波混频过程增益的关系来揭示增益对初始双模纠缠态的影响.

在量子光学中, 光场的性质可以用正交振幅算符和正交相位算符来刻画. 在这里, 分别把正交振幅算符和正交相位算符定义为

$$\hat{X}_i = (\hat{a}_i + \hat{a}_i^\dagger), \quad \hat{Y}_i = i(\hat{a}_i^\dagger - \hat{a}_i), \quad (3)$$

其中 \hat{a}_i 和 \hat{a}_i^\dagger 是模式 i 的湮灭算符和产生算符, 它们之间的对易关系为 $[\hat{a}_i, \hat{a}_i^\dagger] = 1$. 因此该方案输出的两个关联模式可以用正交振幅和相位算符表示为

$$\begin{aligned} \hat{X}_a &= \hat{a}_2 + \hat{a}_2^\dagger, \quad \hat{Y}_a = i(\hat{a}_2^\dagger - \hat{a}_2), \\ \hat{X}_b &= \hat{b}_1 + \hat{b}_1^\dagger, \quad \hat{Y}_b = i(\hat{b}_1^\dagger - \hat{b}_1). \end{aligned} \quad (4)$$

双模纠缠态的量子特性可以完全被协方差矩阵描述, 定义正交振幅协方差为 $\langle \hat{X}_j \hat{X}_k + \hat{X}_k \hat{X}_j \rangle / 2 - \langle \hat{X}_j \rangle \langle \hat{X}_k \rangle$ ($j, k = a, b$), 类似地可以得到正交相位的协方差. 正交振幅和相位算符又是相互正交的, 即 $\langle \hat{X} \hat{Y} \rangle = \langle \hat{Y} \hat{X} \rangle = 0$. 因此, 这种单模放大方案输出的关联模式的协方差可以写为

$$\begin{aligned} \langle \hat{X}_a^2 \rangle &= \langle \hat{Y}_a^2 \rangle = 2\eta_1\eta_3G_1G_2 + 2\eta_3(1 - \eta_1)G_2 \\ &\quad - 2\eta_3 + 1, \\ \langle \hat{X}_b^2 \rangle &= \langle \hat{Y}_b^2 \rangle = 2\eta_2G_1 - 2\eta_2 + 1, \end{aligned}$$

$$\langle \hat{X}_a \hat{X}_b \rangle = \langle \hat{X}_b \hat{X}_a \rangle = 2\sqrt{\eta_1\eta_2\eta_3G_1G_2(G_1 - 1)},$$

$$\langle \hat{Y}_a \hat{Y}_b \rangle = \langle \hat{Y}_b \hat{Y}_a \rangle = -2\sqrt{\eta_1\eta_2\eta_3G_1G_2(G_1 - 1)}. \quad (5)$$

2.2 纠缠特性分析

对于产生两个关联模式的体系, 部分转置正定 (PPT) 判据是一个充分必要的判据, 来描述系统的纠缠特性. 它被描述为: 如果系统的部分转置协方差矩阵的最小辛本征值 λ 小于 1, 则存在两个模式之间的纠缠^[31,32]. 而一个包含 N 个模式的量子态的协方差矩阵是一个 $2N$ 阶的方阵, 因此可以将上述单模放大方案中探针光束和共轭光束的协方差矩阵 (σ) 写为 $\sigma = \langle \xi \xi^T \rangle$, 其中 $\xi = (\hat{X}_a, \hat{Y}_a, \hat{X}_b, \hat{Y}_b)^T$, 因此协方差矩阵的表达式为^[31,32]

$$\sigma = \begin{pmatrix} \langle \hat{X}_a^2 \rangle & 0 & \langle \hat{X}_a \hat{X}_b \rangle & 0 \\ 0 & \langle \hat{Y}_a^2 \rangle & 0 & \langle \hat{Y}_a \hat{Y}_b \rangle \\ \langle \hat{X}_b \hat{X}_a \rangle & 0 & \langle \hat{X}_b^2 \rangle & 0 \\ 0 & \langle \hat{Y}_b \hat{Y}_a \rangle & 0 & \langle \hat{Y}_b^2 \rangle \end{pmatrix}. \quad (6)$$

将 (5) 式代入到 (6) 式的协方差矩阵中, 并对其部分转置处理, 再求其最小辛本征值. 若最小辛本征值小于 1, 则表明两个输出的关联模式之间存在纠缠. 此外, 最小辛本征值越小, 说明光束之间的纠缠程度越好. 由 (6) 式求出的最小辛本征值与 G_1 , G_2 , η_1 , η_2 和 η_3 有关, 表达式为

$$\begin{aligned} \lambda = \min & \left[\left(\left| 1 + 2(-1 + G_1)^2\eta_2^2 + 2(-1 + G_1)\eta_2(1 + 2G_1G_2\eta_1\eta_3) \right. \right. \right. \\ & + 2[-1 + G_2 + (-1 + G_1)G_2\eta_1]\eta_3[1 + (-1 + G_2 + (-1 + G_1)G_2\eta_1)\eta_3] \\ & - 2\left\{ [1 + (-1 + G_1)\eta_2 + (-1 + G_2 + (-1 + G_1)G_2\eta_1)\eta_3]^2 \right. \\ & \times [(-1 + G_1)^2\eta_2^2 + 2(-1 + G_1)(1 + G_2(-1 + \eta_1 + G_1\eta_1))\eta_2\eta_3 \\ & + (-1 + G_2 + (-1 + G_1)G_2\eta_1)^2\eta_3^2] \left. \right\}^{1/2} \left. \right)^{1/2}, \\ & \left(\left| 1 + 2(-1 + G_1)^2\eta_2^2 + 2(-1 + G_1)\eta_2(1 + 2G_1G_2\eta_1\eta_3) \right. \right. \\ & + 2[-1 + G_2 + (-1 + G_1)G_2\eta_1]\eta_3[1 + (-1 + G_2 + (-1 + G_1)G_2\eta_1)\eta_3] \\ & + 2\left\{ [1 + (-1 + G_1)\eta_2 + (-1 + G_2 + (-1 + G_1)G_2\eta_1)\eta_3]^2 \right. \\ & \times [(-1 + G_1)^2\eta_2^2 + 2(-1 + G_1)(1 + G_2(-1 + \eta_1 + G_1\eta_1))\eta_2\eta_3 \\ & + (-1 + G_2 + (-1 + G_1)G_2\eta_1)^2\eta_3^2] \left. \right\}^{1/2} \left. \right)^{1/2} \left. \right]. \end{aligned} \quad (7)$$

单个四波混频过程已经被确认可以产生双模纠缠态, 即对任何 $G_1 > 1$, 单个四波混频过程产生的 EPR 光束的最小辛本征值都小于 1. 在实验上, 探针光和共轭光的传输损耗一般为 20% 和 10%, 因此本文将 \hat{a}_1 , \hat{b}_1 和 \hat{a}_2 的传输效率分别设定为 $\eta_1 = 0.8$, $\eta_2 = 0.9$ 和 $\eta_3 = 0.8$, 来模拟实验中光束的传输损耗. 下面固定 G_1 , 研究 \hat{a}_2 和 \hat{b}_1 两个关联光束的纠缠特性与 G_2 的关系. 图 2 中的 3 条曲线分别是当 $G_1 = 1.5$, $G_1 = 2.5$, $G_1 = 50.0$ 时将 PPT 判据应用于光束 \hat{a}_2 和 \hat{b}_1 的最小辛本征值 (smallest symplectic eigenvalue). 在图 2 中, \hat{a}_2 和 \hat{b}_1 之间的纠缠强度随增益 G_2 的增大而减小. 此外还可以看出, 当 G_2 增大到一定值后若继续增大, 最小辛本征值将大于 1, 表明在特定的真空噪声影响下, 对第一个四波混频过程产生的 EPR 光束进行单模放大后, 初始双模纠缠态的纠缠性质会随着增益的增大而减小, 直至纠缠特性消失.

3 双模放大方案

3.1 理论模型

图 3 是对 EPR 光束的两个模式分别进行放大的结构示意图. \hat{a}_0 和 \hat{b}_0 是真空态, 与泵浦光束 Pump₁ 共同注入到第一个热 ⁸⁵Rb 蒸气池中. \hat{a}_1 和 \hat{b}_1 分别是第一个四波混频过程 (FWM₁) 产生的探针光束和共轭光束. 将这两个 EPR 光束分别与两个泵浦光束 (Pump₂ 和 Pump₃) 作为第二个四波混频过程 (FWM₂) 和第三个四波混频过程 (FWM₃) 的注入, 产生了被放大的探针光束 \hat{a}_2 和共轭光束 \hat{b}_2 . 令第一

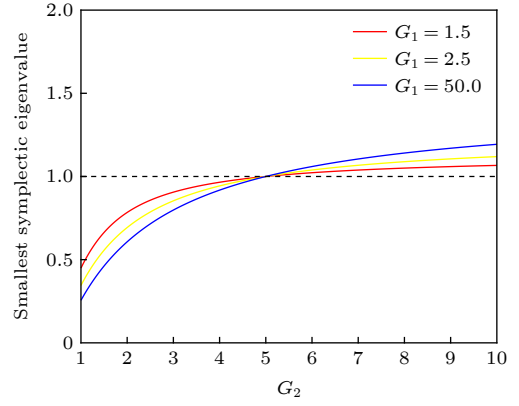


图 2 G_1 不同的情况下单模放大方案最小辛本征值与 G_2 的关系

Fig. 2. Relationship between the smallest symplectic eigenvalue and G_2 of the single-mode amplification scheme under different value of G_1 .

个四波混频过程的增益为 G_1 , 第二和第三个四波混频过程的增益都为 G_2 . 在考虑损耗的情况下, 令 \hat{a}_1 , \hat{b}_1 , \hat{a}_2 和 \hat{b}_2 的传输效率分别为 η_1 , η_2 , η_3 和 η_4 , 则这种双模放大结构的输入输出关系为

$$\begin{aligned} \hat{a}_2 = & \sqrt{\eta_1 \eta_3 G_1 G_2} \hat{a}_0 + \sqrt{\eta_1 \eta_3 G_2 (G_1 - 1)} \hat{b}_0^\dagger \\ & + \sqrt{\eta_3 (1 - \eta_1) G_2} \hat{v}_1 + \sqrt{\eta_3 (G_2 - 1)} \hat{v}_3^\dagger + \sqrt{1 - \eta_3} \hat{v}_5, \\ \hat{b}_2 = & \sqrt{\eta_2 \eta_4 G_2 (G_1 - 1)} \hat{a}_0^\dagger + \sqrt{\eta_2 \eta_4 G_1 G_2} \hat{b}_0 \\ & + \sqrt{\eta_4 (1 - \eta_2) G_2} \hat{v}_2 + \sqrt{\eta_4 (G_2 - 1)} \hat{v}_4^\dagger + \sqrt{1 - \eta_4} \hat{v}_6, \end{aligned} \quad (8)$$

其中 \hat{a}_2 和 \hat{b}_2 分别是被放大的探针光束和共轭光束的湮灭算符, \hat{v}_1 , \hat{v}_2 , \hat{v}_5 和 \hat{v}_6 表示真空场的湮灭算符, \hat{v}_3^\dagger 和 \hat{v}_4^\dagger 表示真空场的产生算符. 此方案中放大后的探针光束 \hat{a}_2 和共轭光束 \hat{b}_2 也是相互关联的, \hat{a}_2 和 \hat{b}_2 之间的纠缠特性在接下来会被研究.

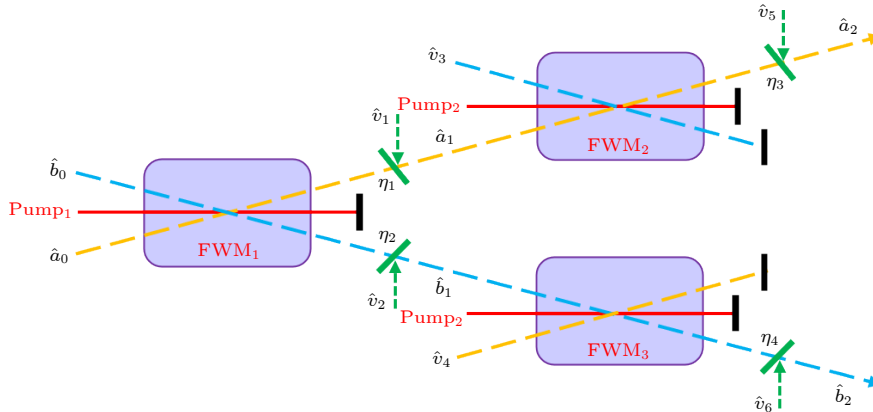


图 3 一种对 EPR 光束进行双模放大的方案

Fig. 3. A scheme for two-mode amplification of EPR beams.

3.2 纠缠特性分析

双模放大方案输出的 \hat{a}_2 和 \hat{b}_2 这两个关联模式的协方差可以写为

$$\begin{aligned}\langle \hat{X}_a^2 \rangle &= \langle \hat{Y}_a^2 \rangle = 2\eta_1\eta_3G_1G_2 + 2\eta_3(1 - \eta_1)G_2 - 2\eta_3 + 1, \\ \langle \hat{X}_b^2 \rangle &= \langle \hat{Y}_b^2 \rangle = 2\eta_2\eta_4G_1G_2 + 2\eta_4(1 - \eta_2)G_2 - 2\eta_4 + 1, \\ \langle \hat{X}_a\hat{X}_b \rangle &= \langle \hat{X}_b\hat{X}_a \rangle = 2G_2\sqrt{\eta_1\eta_2\eta_3\eta_4G_1(G_1 - 1)}, \\ \langle \hat{Y}_a\hat{Y}_b \rangle &= \langle \hat{Y}_b\hat{Y}_a \rangle = -2\sqrt{\eta_1\eta_2\eta_3G_1G_2(G_1 - 1)}.\end{aligned}\quad (9)$$

将 (9) 式代入到 (6) 式中, 并进行部分转置处理, 得到的最小辛本征值与 G_1 , G_2 , η_1 , η_2 , η_3 和 η_4 有关, 表达式为

$$\begin{aligned}\lambda = \min & \left[\left(\left| 1 + 2[-1 + G_2 + (-1 + G_1)G_2\eta_1]^2\eta_3^2 + 2[-1 + G_2 + (-1 + G_1)G_2\eta_2]\eta_4 \right. \right. \right. \\ & \times \left\{ 1 + [-1 + G_2 + (-1 + G_1)G_2\eta_2]\eta_4 \right\} - 2 \left[\left\{ -1 - [-1 + G_2 + (-1 + G_1)G_2\eta_1]\eta_3 \right. \right. \\ & + \left. \eta_4 + G_2(-1 + \eta_2 - G_1\eta_2)\eta_4 \right\}^2 \left([-1 + G_2 + (-1 + G_1)G_2\eta_1]^2\eta_3^2 \right. \\ & + 2 \left\{ -(-1 + G_2)[-1 + G_2 + (-1 + G_1)G_2\eta_1] + (-1 + G_1)G_2[1 + G_2(-1 + \eta_1 + G_1\eta_1)]\eta_2 \right\} \eta_3\eta_4 \\ & \left. \left. \left. + [-1 + G_2 + (-1 + G_1)G_2\eta_2]^2\eta_4^2 \right) \right]^{1/2} + 2\eta_3 \left[-1 + G_2 + (-1 + G_1)G_2\eta_1(1 + 2G_1G_2\eta_2\eta_4) \right] \right| \right)^{1/2}, \\ & \left(\left| \left(1 + 2[-1 + G_2 + (-1 + G_1)G_2\eta_1]^2\eta_3^2 + 2[-1 + G_2 + (-1 + G_1)G_2\eta_2]\eta_4 \right. \right. \right. \\ & \times \left\{ 1 + [-1 + G_2 + (-1 + G_1)G_2\eta_2]\eta_4 \right\} + 2 \left[\left\{ -1 - [-1 + G_2 + (-1 + G_1)G_2\eta_1]\eta_3 \right. \right. \\ & + \left. \eta_4 + G_2(-1 + \eta_2 - G_1\eta_2)\eta_4 \right\}^2 \left([-1 + G_2 + (-1 + G_1)G_2\eta_1]^2\eta_3^2 \right. \\ & + 2 \left\{ -(-1 + G_2)[-1 + G_2 + (-1 + G_1)G_2\eta_1] + (-1 + G_1)G_2[1 + G_2(-1 + \eta_1 + G_1\eta_1)]\eta_2 \right\} \eta_3\eta_4 \\ & \left. \left. \left. + [-1 + G_2 + (-1 + G_1)G_2\eta_2]^2\eta_4^2 \right) \right]^{1/2} + 2\eta_3 \left[-1 + G_2 + (-1 + G_1)G_2\eta_1(1 + 2G_1G_2\eta_2\eta_4) \right] \right| \right)^{1/2} \right]. \quad (10)\end{aligned}$$

将双模放大方案中 \hat{a}_1 , \hat{b}_1 , \hat{a}_2 和 \hat{b}_2 的传输效率分别设定为 $\eta_1 = 0.8$, $\eta_2 = 0.9$, $\eta_3 = 0.8$ 和 $\eta_4 = 0.9$, 来模拟实验中光束的传输损耗. 图 4 中的 3 条曲线分别是当 $G_1 = 1.5$, $G_1 = 2.5$ 和 $G_1 = 50.0$ 时最小辛本征值随 G_2 的变化关系. 在图 4 中, 最小辛本征值随 G_2 的增大呈线性增大, 直到大于 1, 说明 \hat{a}_2 和 \hat{b}_2 之间的纠缠强度随第二和第三个四波混频过程增益的增大而减小, 且当 G_2 到达一定值时纠缠消失. 结果表明在特定的真空场噪声影响下, 对第一个四波混频过程产生的 EPR 光束的两个模式同时进行放大后, 初始双模纠缠态的纠缠特性会随第二和第三个四波混频过程增益的增大而减小, 直至纠缠消失.

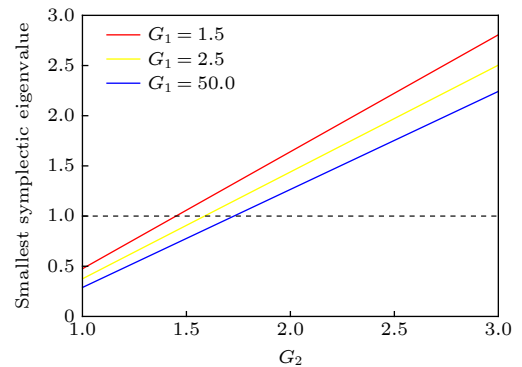


图 4 G_1 不同的情况下双模放大方案最小辛本征值与 G_2 的关系

Fig. 4. Relationship between the smallest symplectic eigenvalue and G_2 of the two-mode amplification scheme under different value of G_1 .

4 结 论

本文基于四波混频过程从理论上提出了对 EPR 纠缠光束的其中一个模式进行放大和对两个模式同时进行放大的方案, 在考虑放大过程中损耗引入的真空场噪声的情况下, 计算分析了两个方案中输出模式的量子纠缠特性. 利用部分转置正定判据研究了两个方案的放大增益对初始双模纠缠态纠缠程度的影响. 结果表明在特定的真空场噪声影响下, 当放大 EPR 光束的强度增益处于一定范围内时, 单模放大方案和双模放大方案中初始双模纠缠态的纠缠特性可以保持, 并且增益越大, 纠缠越弱, 直至纠缠消失. 另外, 通过比较两种方案中初始双模纠缠态随增益的变化, 可以看出双模放大方案中初始双模纠缠态的纠缠比在单模放大方案中消失得更快. 本文的理论计算结果为实验上实现 EPR 光束的放大提供了可靠的理论依据.

参考文献

- [1] Horodecki R, Horodecki P, Horodecki M, Horodecki K 2009 *Rev. Mod. Phys.* **81** 865
- [2] Braunstein S L, Loock P van 2005 *Rev. Mod. Phys.* **77** 513
- [3] Weedbrook C, Pirandola S, García-Patrón R, Cerf N J, Ralph T C, Shapiro J H, Lloyd S 2012 *Rev. Mod. Phys.* **84** 621
- [4] Ekert A K 1991 *Phys. Rev. Lett.* **67** 661
- [5] Ralph T C 1999 *Phys. Rev. A* **61** 010303
- [6] Naik D S, Peterson C G, White A G, Berglund A J, Kwiat P G 2000 *Phys. Rev. Lett.* **84** 4733
- [7] Bennett C H, Wiesner S J 1992 *Phys. Rev. Lett.* **69** 2881
- [8] Zhang J, Peng K C 2000 *Phys. Rev. A* **62** 064302
- [9] Heaney L, Vedral V 2009 *Phys. Rev. Lett.* **103** 200502
- [10] Ou Z Y, Pereira S F, Kimble H J, Peng K C 1992 *Phys. Rev. Lett.* **68** 3663
- [11] Bouwmeester D, Pan J W, Mattle K, Eibl M, Weinfurter H, Zeilinger A 1997 *Nature* **390** 575
- [12] Furusawa A, Sørensen J L, Braunstein S L, Fuchs C A, Kimble H J, Polzik E S 1998 *Science* **282** 706
- [13] Li X Y, Pan Q, Jing J T, Zhang J, Xie C D, Peng K C 2002 *Phys. Rev. Lett.* **88** 047904
- [14] McCormick C F, Boyer V, Arimondo E, Lett P D 2007 *Opt. Lett.* **32** 178
- [15] Boyer V, Marino A M, Pooser R C, Lett P D 2008 *Science* **321** 544
- [16] Boyer V, Marino A M, Lett P D 2008 *Phys. Rev. Lett.* **100** 143601
- [17] Kumar P, Kolobov M I 1994 *Opt. Commun.* **104** 374
- [18] Qin Z Z, Jing J T, Zhou J, Liu C J, Pooser R C, Zhou Z F, Zhang W P 2012 *Opt. Lett.* **37** 3141
- [19] McCormick C F, Marino A M, Boyer V, Lett P D 2008 *Phys. Rev. A* **78** 043816
- [20] MacRae A, Brannan T, Achal R, Lvovsky A I 2012 *Phys. Rev. Lett.* **109** 033601
- [21] Pooser R C, Lawrie B 2015 *Optica* **2** 393
- [22] Marino A M, Trejo N V C, Lett P D 2012 *Phys. Rev. A* **86** 023844
- [23] Li T, Anderson B E, Horrom T, Jones K M, Lett P D 2016 *Opt. Express* **24** 19871
- [24] Marino A M, Pooser R C, Boyer V, Lett P D 2009 *Nature* **457** 859
- [25] Fan W J, Lawrie B J, Pooser R C 2015 *Phys. Rev. A* **92** 053812
- [26] Li Z P, Wang X L, Li C Y, Zhang Y F, Wen F, Ahmed I, Zhang Y P 2016 *Laser Phys. Lett.* **13** 025402
- [27] Abdisa G, Ahmed I, Wang X X, Liu Z C, Wang H X, Zhang Y P 2016 *Phys. Rev. A* **94** 023849
- [28] Li C B, Jiang Z H, Zhang Y Q, Zhang Z Y, Wen F, Chen H X, Zhang Y P, Xiao M 2017 *Phys. Rev. Appl.* **7** 014023
- [29] Li C B, Li W, Zhang D, Zhang Z Y, Gu B L, Li K K, Zhang Y P 2019 *Laser Phys. Lett.* **17** 015401
- [30] Pooser R C, Marino A M, Boyer V, Jones K M, Lett P D 2009 *Phys. Rev. Lett.* **103** 010501
- [31] Werner R F, Wolf M M 2001 *Phys. Rev. Lett.* **86** 3658
- [32] Simon R 2000 *Phys. Rev. Lett.* **84** 2726
- [33] Jasperse M, Turner L D, Scholten R E 2011 *Opt. Express* **19** 3765

Amplification of entangled beam based on four-wave mixing process^{*}

Xu Xiao-Yin¹⁾ Liu Sheng-Shuai^{1)†} Jing Jie-Tai^{1)2)3)4)‡}

1) (*State Key Laboratory of Precision Spectroscopy, East China Normal University, Shanghai 200062, China*)

2) (*Center for Excellence in Ultra-intense Laser Science, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800, China*)

3) (*Department of Physics, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China*)

4) (*Collaborative Innovation Center of Extreme Optics, Shanxi University, Taiyuan 030006, China*)

(Received 17 July 2021; revised manuscript received 23 October 2021)

Abstract

Two-mode entangled state is an important quantum resource for quantum information. In this paper, the amplification of a single mode of two-mode entangled state (single-mode amplification scheme) and two modes of two-mode entangled state (two-mode amplification scheme) are theoretically proposed. Here, the optical beam splitter model is used to simulate the vacuum noise introduced by the loss in the optical transmission process. By utilizing the positivity under partial transpose criterion, we analyze the effect of the gain of the four-wave mixing process on the entanglement degree of the initial two-mode entangled state in two different amplification schemes. In these two schemes, we set the gain of the initial two-mode entangled state generation process to be 1.5, 2.5 and 50.0 respectively, and then change the gain of the amplification process in a certain range. We also set the transmission efficiency of the amplified beams for each of the two schemes to be a definite value. The results show that the entanglement of the initial two-mode entangled state decreases with the gain increasing under the condition of specific transmission loss in two schemes. When the gain does not exceed a certain value, the entanglement of the initial two-mode entangled state can be maintained. Then, with the increase of the gain, the entanglement of the initial two-mode entangled state will disappear. Moreover, the entanglement of the initial two-mode entangled state of the two-mode amplification scheme disappears faster than that of the single-mode amplification scheme. Our theoretical results pave the way for the experimental realization of the amplification of two-mode entangled state based on four-wave mixing process.

Keywords: four-wave mixing, quantum entanglement, two-mode entangled state, optical parametric amplifier

PACS: 03.65.Ud, 03.67.Mn, 42.50.-p

DOI: 10.7498/aps.71.20211324

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11874155, 91436211, 11374140), the National Basic Research Program of China (Grant No. 2016YFA0302103), the Natural Science Foundation of Shanghai, China (Grant No. 17ZR1442900), the Innovation Program of Shanghai Municipal Education Commission, China (Grant No. 2021-01-07-00-08-E00100), the Basic Research Project of Shanghai Science and Technology Commission, China (Grant No. 20JC1416100), the Program of Scientific and Technological Innovation of Shanghai, China (Grant No. 17JC1400401), the Shanghai Municipal Science and Technology Major Project, China (Grant No. 2019SHZDZX01), the Shanghai Sailing Program, China (Grant No. 21YF1410800), the Minhang Leading Talents, China (Grant No. 201971), and the Program of Introducing Talents of Discipline to Universities, China (Grant No. B12024).

[†] Corresponding author. E-mail: ssliu@lps.ecnu.edu.cn

[‡] Corresponding author. E-mail: jtjing@phy.ecnu.edu.cn