

## 风成噪声背景下垂直阵阵列信噪比随声源深度的变化规律

李明杨 赵航芳 孙超

## Variation of signal-to-noise ratio of vertical array with sound source depth under wind-generated noise background

Li Ming-Yang Zhao Hang-Fang Sun Chao

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 71, 044302 (2022) DOI: 10.7498/aps.71.20211654

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.71.20211654>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

### 您可能感兴趣的其他文章

#### Articles you may be interested in

#### 涡旋对深海风成噪声垂直空间特性的影响

Effect of mesoscale eddies on the vertical spatial characteristics of wind-generated noise in deep ocean

物理学报. 2020, 69(14): 144301 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20200059>

#### 表面声道对深海风成噪声垂直空间特性的影响规律

Influence of surface duct on the vertical spatial characteristics of wind-generated noise in deep ocean

物理学报. 2019, 68(2): 024302 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20181794>

#### 用于精密测量玻尔兹曼常数的量子电压噪声源芯片研制

Development of quantum voltage noise source chip for precision measurement of Boltzmann constant

物理学报. 2018, 67(10): 108501 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20172643>

#### 多普勒差分干涉仪干涉图信噪比对相位不确定度研究

A propagation of interferogram signal-to-noise (SNR) and phase uncertainty in Doppler asymmetric spatial heterodyne spectrometer

物理学报. 2020, 69(1): 014202 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20191179>

#### 宽频带海洋环境噪声矢量场空间相关特性建模

Modeling of spatial correlation characteristics of broadband ocean ambient noise vector field

物理学报. 2022, 71(2): 024301 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20211518>

#### 一种强噪声背景下微弱超声信号提取方法研究

Weak ultrasonic signal detection in strong noise

物理学报. 2018, 67(21): 210501 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20180789>

# 风成噪声背景下垂直阵阵列信噪比 随声源深度的变化规律\*

李明杨<sup>1)</sup> 赵航芳<sup>1)†</sup> 孙超<sup>2)</sup>

1) (浙江大学, 信息与电子工程学院, 杭州 310027)

2) (西北工业大学, 航海学院, 西安 710072)

(2021 年 9 月 6 日收到; 2021 年 10 月 14 日收到修改稿)

风成噪声是海洋中最广泛存在的环境噪声、是被动声纳处理性能的重要影响因素. 它具有一个典型的物理性质是很大程度上只对应中高阶模态. 阵列信噪比计入了阵列采样辐射声强、背景噪声功率和阵处理增益, 是决定声纳阵列处理性能的关键物理量. 本文研究了受风成噪声模态结构影响, 典型夏季浅海环境中垂直阵阵列信噪比随声源深度的变化关系. 在简正波模深函数采样完整的假设条件下, 理论证明了阵列信噪比随声源深度的变化可近似为低阶模态幅度强度 (模深函数模值的平方) 随深度变化的线性叠加, 且模态阶数越低, 贡献越大; 并且, 在强风成噪声背景、显著负梯度环境下该变化规律可由 1 阶模态幅度强度随深度的变化近似独立表征. 以上结果表明, 在同一声源距离条件下, 声源置于水体下半部分时的阵列信噪比比置于海面附近更大, 并且在位于 1 阶模态峰值点所在深度附近时达到最大. 典型负声速梯度浅海环境中的仿真实验结果对理论分析进行了验证, 并表明在一定条件下阵列信噪比随声源深度的变化与声源距离近似无关.

**关键词:** 风成噪声, 阵列信噪比, 声源深度, 负梯度环境, 距离无关性

**PACS:** 43.60.Bf, 43.60.Cg, 43.60.+d, 43.30.+m

**DOI:** 10.7498/aps.71.20211654

## 1 引言

风成噪声是海洋环境中最广泛存在的环境噪声, 是浅海环境中被动声纳系统关心频段范围内的主要噪声成分和限制声纳性能发挥的主要因素<sup>[1]</sup>. 过去几十年里相继开展了一系列有关风成噪声理论建模和特性研究的工作<sup>[2-5]</sup>, 以期建立合适的数学物理模型对风成噪声的特性进行预报和利用, 以达到降低噪声对声纳工作性能的影响并提升声纳处理性能的目的.

风成噪声建模是风成噪声特性预报的基础, 包括风成噪声源建模和声传播建模两方面. 代表性的风成噪声模型有 Cron 和 Sherman<sup>[6]</sup> 提出的 C-S 模型<sup>[6]</sup> 以及由 Kuperman 和 Ingenito<sup>[7]</sup> 提出的 K-I 模型. 前者将风成噪声源建模为分布于无穷大

海表上的指向性声源, 后者将其建模为位于水面下方一无穷大平面上的单极子声源, 尽管两种建模方式略有不同, 但可以证明它们在特定条件下是等价的<sup>[8]</sup>. C-S 模型和 K-I 模型最主要的区别在于它们对水下声传播的处理方式不同. C-S 模型假设声波沿直线传播, 且不与海底发生任何作用, 这种假设使其应用场景较为局限, 通常只适用于均匀深海环境. K-I 模型则直接采用波动理论来处理声传播问题, 无论在浅海或深海环境中均适用, 因而也成为后续研究中最广泛使用的风成噪声模型. 基于 K-I 模型, 对风成噪声的空间相关性、噪声级垂直分布特性、空间指向性等进行了大量分析, 并发现了“噪声凹槽”现象 (即在风成噪声垂直方向响应图的水平方向上总是存在一个凹槽), 此外, 还深入分析了声速剖面、底质特性参数等环境参数以及海

\* 国家自然科学基金青年科学基金 (批准号: 12004335) 和自然科学基金 (批准号: 62071429) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: hfzhao@zju.edu.cn

面起伏、风速、表面声道等有关噪声特性的影响 [2,7–12].

风成噪声的空间相关特性是阵列处理算法设计的关键. 以往研究通过将基于 K-I 模型推导得到的风成噪声空间协方差矩阵引入接收信号建模中, 并结合统计阵列信号处理理论推导得到了一系列基于垂直阵接收数据的目标检测、定位及辐射声功率估计算法, 很大程度上提高了风成噪声背景下的被动声纳处理性能 [13–18]. 然而, 这些研究大多关注的只是算法设计本身. 与目标辐射声波相同, 风成噪声也是通过源辐射、波导传播到达接收阵, 因此, 它也具有与前者相类似的多模态结构. 即根据简正波理论 [5,19], 声源激励的声场可以分解为若干阶简正波之和的形式, 各阶简正波对声场的贡献与声源深度上该阶简正波对应的模深函数幅度成正比. 由于风成噪声源位于海面附近, 对应的低阶模态幅度非常小, 因此, 风成噪声很少对应低阶模态、其大部分能量都来源于中高阶模态 (这也是“噪声凹槽”出现的本质原因), 尤其是在负声速梯度环境中 [20]. 而另一方面, 信号场对应的模态结构与声源深度息息相关; 随声源深度的变化, 风成噪声场与信号场两者之间的模态结构差异势必发生变化, 进而导致算法性能也出现一定的变化. 这一变化为何? 是否存在一些特定的变化规律? 以上问题的答案对于声纳设备的使用以及目标机动隐蔽具有重要的指导意义, 但至今未见报道.

考虑到无论是对于目标检测或是参数估计, 计入了垂直阵采样声强、背景噪声功率、阵处理增益的阵列信噪比 (signal-to-noise ratio, SNR) 是决定被动声纳处理性能最关键的物理量 [13–15,21], 本文研究聚焦于风成噪声背景下垂直阵采样 SNR 随声源深度的变化. 本文在 K-I 模型的基础上, 对典型夏季浅海环境中风成噪声的模态结构进行研究, 探究风成噪声空间协方差矩阵特征向量与垂直阵模态采样之间的对应关系, 在此基础上, 结合辐射声场的模态结构, 进一步对 SNR 展开理论推导, 揭示 SNR 随声源深度的变化规律.

## 2 垂直阵模态采样及典型夏季浅海环境中风成噪声特征模态结构

### 2.1 垂直阵模态采样

一简谐声源在浅海环境中可以激发出若干阶简正波. 每一阶简正波对应了一阶特征函数和特征

值, 两者分别被称为模深函数 (后文简称模态) 和水平波数. 模态的形状和阶数, 以及水平波数均由海洋环境和声源频率决定 [5].

一个  $N$  元垂直阵可以对各阶模态进行采样, 得到的模态信息通常表示为如下  $N \times M$  维的模态矩阵:

$$\Psi = (\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_M) \\ = \begin{pmatrix} \Psi_1(z_1) & \cdots & \Psi_M(z_1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \Psi_1(z_N) & \cdots & \Psi_M(z_N) \end{pmatrix}, \quad (1)$$

其中,  $M$  表示感兴趣频率声源在给定浅海环境中激发的模态数,  $\Psi_m(z)$  表示第  $m$  阶模态 ( $m = 1, 2, \dots, M$ ),  $z_n$  为第  $n$  个阵元所在深度 ( $n = 1, 2, \dots, N$ ),  $\Psi_m(z_n)$  为第  $n$  个阵元对第  $m$  阶模态的采样,  $\Psi$  的第  $m$  列  $\psi_m = (\Psi_m(z_1), \Psi_m(z_2), \dots, \Psi_m(z_N))^T$  称为第  $m$  阶模态采样.

根据传播距离的远近, 模态可分为传播模态与泄露模态, 前者传播距离远, 对应水平波数虚部小 (虚部对应能量衰减); 后者传播距离近, 对应水平波数虚部大. 记传播模态阶数为  $M_p$ , 相应地,  $\Psi$  中前  $M_p$  列表示传播模态采样, 后  $M - M_p$  列表示泄露模态采样.

在理论分析中, 假定垂直阵孔径足够大、可以采集到各阶模态的完整信息. 此时, 根据简正波理论, 各阶模态采样近似单位正交 [5,22]:

$$\frac{\psi_m \psi_n^H}{\rho} \approx \psi_m \psi_n^H \approx \delta_{mn} = \begin{cases} 0, & m \neq n, \\ 1 & m = n, \end{cases} \quad (2)$$

式中,  $\delta_{mn}$  表示狄拉克函数, 且仅当  $m = n$  时,  $\delta_{mn}$  等于 1, 否则为 0, 上标 H 表示共轭转置, 水体密度  $\rho = 1 \text{ g/cm}^3$  及深度采样间隔 1 m 被省略.

### 2.2 风成噪声模型及模态结构分析

风成噪声通常假设由均匀分布在水面下一无穷大平面上的单极子声源产生 [7]. 对于该平面上的某个圆环微元, 其对应的第  $i$  号和第  $j$  号阵元上风成噪声的空间互谱密度为  $vq^2 p(r, z_i) p^*(r, z_j) 2\pi r dr$ , 其中,  $v$  表示噪声源密度,  $q$  表示单位噪声源强度,  $p(r, z_i)$ ,  $p(r, z_j)$  分别表示与垂直阵相距  $r$  的微元在深度  $z_i$ ,  $z_j$  上的声场格林函数, 上标 “\*” 表示共轭. 假定噪声源平面内各微元统计独立, 则第  $i, j$  号阵元上风成噪声的互谱密度  $C(z_i, z_j)$  为

$$C(z_i, z_j) \propto \int_0^R p(r, z_i) p^*(r, z_j) r dr, \quad (3)$$

其中,  $R$  为噪声源平面半径, 理论上为无穷大. 将 (3) 式中的声场格林函数表示成依深度变化的波数积分的形式, 进一步可以推导得到  $C(z_i, z_j)$  的近似理论表达式 [7]:

$$C(z_i, z_j) \propto \sum_{m=1}^M \frac{|\Psi_m(z_0)|^2 \Psi_m(z_i) \Psi_m(z_j)}{\kappa_m \alpha_m}, \quad (4)$$

其中,  $z_0$  为噪声源平面所在深度, 一般不大于波长的四分之一,  $\Psi_m(z_0)$  为噪声平面深度上第  $m$  阶模态的幅值,  $\kappa_m$  和  $\alpha_m$  分别表示第  $m$  阶模态对应水平波数的实部与虚部, 即衰减系数.

按照 (4) 式将风成噪声协方差矩阵  $C_{sn}$  中的各元素进行展开 (下标 “sn” 为 “surface noise” 的缩写), 可以得到  $C_{sn}$  的模态域形式:

$$C_{sn} \propto \Psi \Lambda \Psi^H, \quad (5)$$

其中,  $\Lambda$  表示  $M$  维的对角阵

$$\Lambda = \text{diag} \left( \frac{|\Psi_1(z_0)|^2}{\kappa_1 \alpha_1}, \frac{|\Psi_2(z_0)|^2}{\kappa_2 \alpha_2}, \dots, \frac{|\Psi_M(z_0)|^2}{\kappa_M \alpha_M} \right). \quad (6)$$

注意到各阶模态采样在采样完整情况下是正交归一化的, 因此, (5) 式恰好对应了风成噪声协方差矩阵  $C_{sn}$  的特征分解形式:

$$C_{sn} = U \Lambda U^H, \quad (7)$$

其中,  $\Lambda = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_M)$  为由  $M$  个非零特征值  $\lambda_m$  按照由大到小顺序排列而成的对角阵 ( $\lambda_1 > \lambda_2 > \dots > \lambda_M$ ),  $U = (\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_M)$  为  $N \times M$  维的特征矩阵, 第  $m$  列  $\mathbf{u}_m$  表示与特征值  $\lambda_m$  相对应的  $N \times 1$  维特征向量. 可见,  $C_{sn}$  的每一阶特征向量对应了一阶模态采样, 对应的特征值则与噪声源平面深度上该模态幅度的强度  $|\Psi_m(z_0)|^2$  成正比. 在负声速梯度环境中, 由于低阶模态在水面附近的幅值趋于 0, 而中高阶模态更为显著, 因此,  $C_{sn}$  的小特征值对应的特征向量主要表征低阶模态采样, 而大特征值对应的特征向量则主要表征中高阶模态采样.

例如, 图 1 给出了一典型的负声速梯度浅海三层波导, 包括 100 m 深的水体、2.5 m 厚的沉积层和半空间. 海面声速为 1500 m/s, 海底声速为 1480 m/s, 声速随深度线性变化; 沉积层和半空间为等声速层, 声速分别为 1650 m/s 和 1700 m/s, 两层的介质密度和压缩波衰减系数均相同, 分别为 1.80 g/cm<sup>3</sup> 和 0.35 dB/λ. 采用 KRAKENC 声

场计算软件 [23], 可以计算得到 200 Hz 声源在该波导中可以激发出 18 阶模态, 其中前 13 阶为传播模态、后 5 阶为泄露模态. 图 2 给出了这 18 阶模态的形状. 可以看到, 低阶模态在水面附近的幅值趋近于 0, 而中高阶模态幅值则较为显著, 如在 2 m 深度上, 前 3 阶模态的幅值依次为 0.0003, 0.0036, 0.01, 而第 8, 9, 10 阶模态幅值分别为 0.06, 0.07, 0.08.

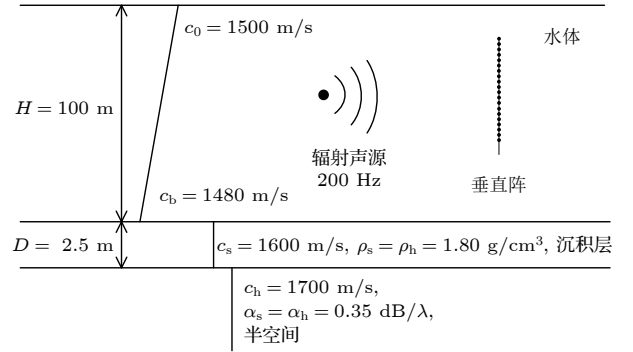


图 1 典型负声速梯度浅海环境

Fig. 1. Typical shallow sea environment with negative sound velocity gradient.

图 3 所示为垂直阵覆盖全水深时 (孔径 100 m、阵元间隔 1 m)  $C_{sn}$  的归一化特征值及其特征向量与各阶模态采样的相关系数  $|\mathbf{u}_m^H \mathbf{p}_n|$ . 噪声协方差矩阵中各元素由 (3) 式计算得到, 其中,  $R = 100$  km,  $z_0 = 1.875$  m (距海面四分之一波长). 从图 3(a) 和 (b) 可以看到, 该矩阵包含有趋近于 0 的小特征值, 与其对应的特征向量表征低阶模态采样, 并且, 由于阶数越低的模态在水面附近幅值越小, 因此, 特征值越小的特征向量表征的也是阶数越低的模态采样, 如最小、次小和第 13 阶特征值对应的特征向量分别表征 1, 2, 3 阶模态采样, 而大特征值对应的特征向量表征的则是第 8—11 阶模态采样.

由于在损耗型海底中模态一般都存在拖尾, 而低阶模态的拖尾可以忽略, 高阶模态则较为显著, 因此, 覆盖全水深的垂直阵只能采集到前者的完整信息, 相应地, 如图 3(b) 所示, 低阶模态采样与特征向量之间几乎一一对应, 如前 5 阶, 而中高阶模态采样则可能对应多个特征向量. 此外, 尽管泄露模态在水面附近的幅值也较大, 但由于这部分模态在传播过程中衰减快、对风成噪声的贡献较小 (即 (6) 式中衰减系数  $\alpha_m$  显著大于其余传播模态), 因此, 这部分模态采样表征的也主要是  $C_{sn}$  小特征值对应的特征向量.



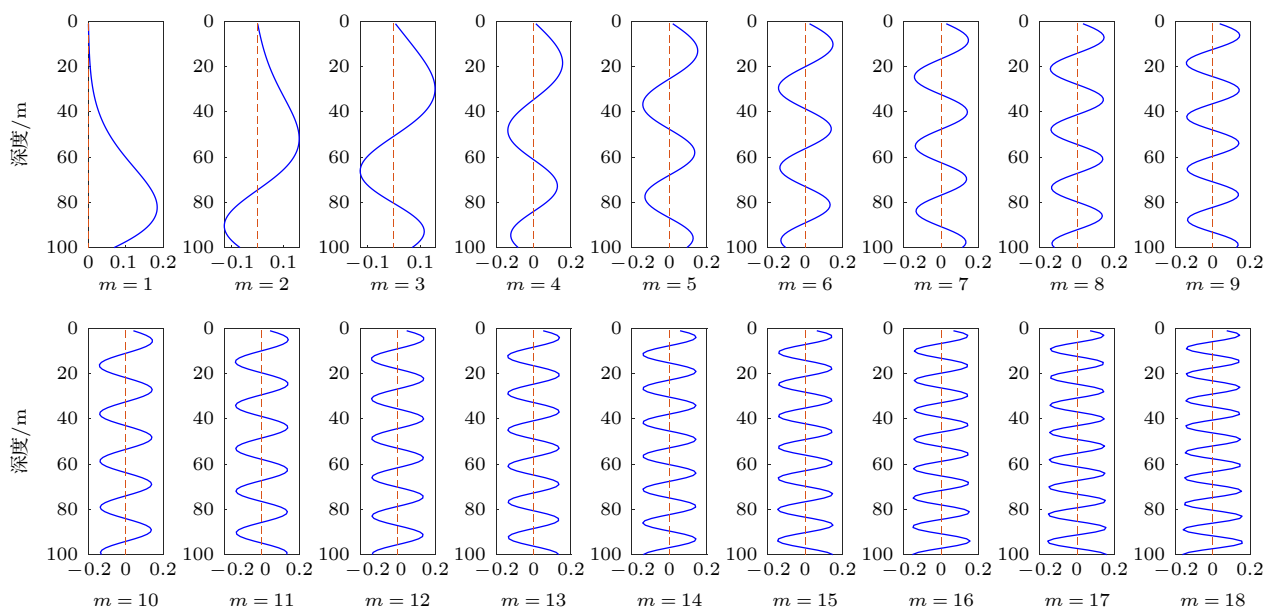


图2 200 Hz声源激发的18阶模态的形状

Fig. 2. Shapes of 18 modes excited by a 200 Hz source.

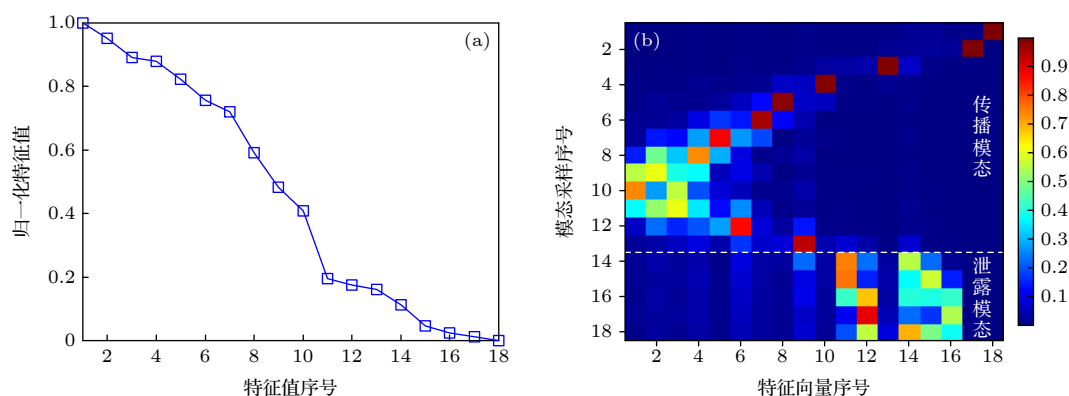


图3 垂直阵覆盖全水深时风成噪声协方差矩阵特征向量与模态采样的对应关系 (a) 归一化特征值; (b) 特征向量与模态采样的相关系数

Fig. 3. Corresponding relation analysis between eigenvectors of the surface noise covariance matrix and sampled modes for the vertical line array spanning the full water column: (a) Normalized eigenvalues; (b) correlations between eigenvectors and sampled modes.

### 3 垂直阵声场观测模型及阵列信噪比

#### 3.1 垂直阵声场观测模型

根据水声信道传播理论, 声源、海洋声信道、阵元在一定时间范围内可看作是一个分置式的线性时不变系统: 输入为声源辐射声信号, 输出为阵元采样的辐射声信号, 系统传递函数为阵元所在空间位置上由辐射声源激发的声场格林函数, 其是声源频率  $f$ 、声源位置  $\mathbf{S}$  (包括声源深度  $z_s$  和声源距离  $r_s$ ) 和环境参数集  $\Phi$  (包括水体深度、声速剖面、地声参数等) 的函数. 记第  $n$  号阵元所在空间位置上

的声场格林函数为  $g_n(f, \mathbf{S}, \Phi)$ , 相应地,  $N \times 1$  维的垂直阵采样声场频域快拍  $\mathbf{r}(f)$  可以表示为

$$\mathbf{r}(f) = s(f) \cdot \begin{pmatrix} g_1(f, \mathbf{S}, \Phi) \\ g_2(f, \mathbf{S}, \Phi) \\ \vdots \\ g_N(f, \mathbf{S}, \Phi) \end{pmatrix} + \mathbf{n}(f) \triangleq s(f) \cdot \mathbf{G}(f, \mathbf{S}, \Phi) + \mathbf{n}(f), \quad (8)$$

其中,  $s(f)$  表示辐射声信号复幅度;  $\mathbf{G}(f, \mathbf{S}, \Phi) \triangleq \{g_n(f, \mathbf{S}, \Phi)\}_{n=1}^N$  为  $N \times 1$  维的格林函数向量, 也称为信号波前;  $\mathbf{n}(f)$  表示  $N \times 1$  维的背景噪声向量,

假设服从均值为  $\mathbf{0}$ 、协方差阵为  $\mathbf{C}_{nn}(f)$  的复高斯分布, 即  $\mathbf{n}(f) \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, \mathbf{C}_{nn}(f))$  [15–18].

本文考虑简谐声源以及垂直阵位于声源远场的情况. 根据简正波理论, 并省略有关参数对频率的依赖, 水平不变浅海波导中各阵元上的声场格林函数可以表示为一系列简正波之和的形式 [5]:

$$g_n(\mathbf{S}, \Phi) = \frac{\sqrt{2\pi}e^{j\pi/4}}{\rho(z_s)} \sum_{m=1}^{M_p} \Psi_m(z_s) \Psi_m(z_n) \frac{e^{jk_{r,m}r_s}}{\sqrt{k_{r,m}r_s}}, \quad (9)$$

由于泄露模态经过远程传播后对声场的贡献几乎为零, 因此 (9) 式中仅保留传播模态. 将信号波前的所有元素均表示为 (9) 式的形式, 可以得到:

$$\mathbf{G}(\mathbf{S}, \Phi) = \sum_{m=1}^{M_p} d_m \psi_m, \quad (10)$$

其中,  $\mathbf{d} = (d_1, d_2, \dots, d_{M_p})^T$  表示  $M_p \times 1$  维的模式系数向量:

$$d_m = \frac{\sqrt{2\pi}e^{j\pi/4}}{\rho(z_s)} \frac{e^{jk_{r,m}r_s}}{\sqrt{k_{r,m}r_s}} \Psi_m(z_s), \quad (11)$$

(10) 式和 (11) 式表明, 垂直阵采样到的目标辐射声信号为各阶模态采样的线性组合, 各阶模态采样对信号波前的贡献与声源深度上该模态的幅值成正比.

背景噪声通常由风成噪声与水听器噪声两部分构成, 由于彼此不相关, 因此, 背景噪声协方差矩阵可以表示为各自协方差矩阵之和的形式:

$$\mathbf{C}_{nn} = \mathbf{C}_{sn} + \mathbf{C}_{hn} = \mathbf{C}_{sn} + \sigma_w^2 \mathbf{I}_N, \quad (12)$$

其中,  $\mathbf{C}_{hn} \triangleq \sigma_w^2 \mathbf{I}_N$  为水听器噪声空间协方差矩阵, 即各水听器自噪声互不相关且功率  $\sigma_w^2$  相等, 下标 “hn” 为水听器噪声 “hydrophone noise” 的缩写; 风成噪声协方差阵由 (3) 式给出. 为衡量风成噪声与水听器噪声的相对比重, 定义:

$$\alpha = \frac{\text{tr}(\mathbf{C}_{sn})}{N\sigma_w^2}, \quad (13)$$

其中,  $\text{tr}(\cdot)$  表示矩阵的迹,  $\alpha$  表示的是风成噪声功率在各阵元上的平均与水听器噪声功率的比值. 随着声纳技术的不断发展, 当前水听器自噪声已大幅下降, 声纳系统背景噪声大多以环境噪声为主. 例如, 某型水听器的自噪声谱级在 200 Hz 附近约为 38 dB (参考值:  $1 \mu\text{Pa}^2/\text{Hz}$ ) [24], 比 0.5 级海况下的表面噪声谱级约低 10 dB、比 8 级海况条件下的表面噪声谱级约低 40—50 dB [25] ( $\alpha$  大致在  $10^4$ — $10^5$

量级). 当海况进一步升高,  $\alpha$  的取值还将进一步增大.

### 3.2 阵列信噪比

对于 (8) 式给出的垂直阵采样声场, SNR 定义如下 [13,21]

$$\text{SNR} = |s|^2 \mathbf{G}^H \mathbf{C}_{nn}^{-1} \mathbf{G}, \quad (14)$$

其中,  $\mathbf{G} \triangleq \mathbf{G}(\mathbf{S}, \Phi)$ ,  $|s|^2 \mathbf{G}^H \mathbf{G}$  为垂直阵采样的感兴趣目标辐射声总声强. (14) 式给出的 SNR 不仅计入了垂直阵采样声强、背景噪声功率, 同时还计入了阵处理增益, 其本质上是波束形成器所能达到的最大输出信噪比 [21]、是决定阵处理性能最关键的物理量; 对于匹配滤波器、模态空间检测器、能量检测器以及声源位置已知时的最大似然辐射声功率估计器等, 它甚至是唯一的性能决定因素 [13–15]. 一般情况下, SNR 越大, 阵处理性能越好, 如对目标的检测概率更高、参数估计的均方误差越小等. 本研究的目的是结合风成噪声和信号波前的模态结构, 研究负声速梯度环境中 SNR 随声源深度的变化规律. 注意到  $|s|^2$  为常数, 对此研究没有影响.

### 4 负声速梯度环境中阵列信噪比随声源深度的变化规律

将 (12) 式代入 (14) 式中, 并记  $\bar{\mathbf{C}}_{sn} = \mathbf{C}_{sn}/\text{tr}(\mathbf{C}_{sn})$ , 可得:

$$\begin{aligned} \text{SNR} &\propto \mathbf{G}^H (\sigma_w^2 \mathbf{I}_N + \mathbf{C}_{sn})^{-1} \mathbf{G} \\ &= \frac{1}{\sigma_w^2} \mathbf{G}^H (\mathbf{I}_N + N\alpha \bar{\mathbf{C}}_{sn})^{-1} \mathbf{G}, \end{aligned} \quad (15)$$

将  $\bar{\mathbf{C}}_{sn}$  替换为其特征分解的形式, 即  $\mathbf{U} \bar{\mathbf{\Lambda}} \mathbf{U}^H$ , 其中  $\bar{\mathbf{\Lambda}} = \mathbf{\Lambda}/\text{tr}(\mathbf{\Lambda}) = \text{diag}(\bar{\lambda}_1, \bar{\lambda}_2, \dots, \bar{\lambda}_N)$ ,  $\bar{\lambda}_n = \lambda_n/\text{tr}(\mathbf{\Lambda})$ , 并根据矩阵求逆引理, 可以推导得到:

$$\begin{aligned} \text{SNR} &\propto \mathbf{G}^H \left[ \mathbf{I}_N - \mathbf{I}_N \mathbf{U} \left( \mathbf{U}^H \mathbf{U} + \frac{1}{N\alpha} \bar{\mathbf{\Lambda}} \right)^{-1} \mathbf{U}^H \mathbf{I}_N \right] \mathbf{G} \\ &= \|\mathbf{G}\|_2^2 - \mathbf{G}^H \mathbf{U} \left( \mathbf{I}_M + \frac{1}{N\alpha} \mathbf{\Lambda}^{-1} \right)^{-1} \mathbf{U}^H \mathbf{G}, \end{aligned} \quad (16)$$

其中省略了常数因子  $1/\sigma_w^2$ . 由 2.2 节分析可知, 风成噪声协方差阵的各特征向量对应各阶模态采样, 因此, 信号波前在这些特征向量张成空间上的投影应等于其本身 ( $\mathbf{U} \mathbf{U}^H \mathbf{G} \approx \mathbf{G}$ ), 即  $\mathbf{G}^H \mathbf{U} \mathbf{U}^H \mathbf{G} \approx \|\mathbf{G}\|_2^2$ . 将其代入 (16) 式替换被减数, 并同时利用

(10) 式对信号波前进行展开:

$$\begin{aligned} \text{SNR} &= \sum_{m=1}^M \frac{1}{1 + N\alpha\bar{\lambda}_m} \|\mathbf{G}^H \mathbf{u}_m\|_2^2 \\ &= \sum_{m=1}^M \frac{1}{1 + N\alpha\bar{\lambda}_m} \left\| \sum_{n=1}^{M_p} d_n^* \psi_n^H \mathbf{u}_m \right\|_2^2, \quad (17) \end{aligned}$$

由于模态采样与特征向量之间是一一对应的, 且各阶模态采样之间是正交归一化的, 因此, (17) 式可以化简为

$$\text{SNR} = \sum_{m=1}^{M_p} \frac{1}{1 + N\alpha\bar{\lambda}_{n_m}} |d_m|^2, \quad (18)$$

其中, 下标  $n_m$  表示第  $m$  阶模态采样对应的风成噪声协方差矩阵特征值的序号.

(18) 式表明, 风成噪声背景下的 SNR 可以表示为各阶模态系数强度  $|d_m|^2$  的加权求和, 而各模态系数强度对应的权值:

$$w_m = \frac{1}{1 + N\alpha\bar{\lambda}_{n_m}}, \quad (19)$$

与该模态采样对应的风成噪声协方差矩阵  $\mathbf{C}_{\text{sn}}$  的特征值成反比. 如 2.2 的分析, 在负声速梯度环境中由于低阶模态采样对应的特征值趋近于 0, 中高阶模态对应的特征值更为显著, 因此, 低阶模态对应的权值更高、而中高阶模态对应的权值则相对很小. 例如, 如后文所示, 对于 200 Hz 频率、图 1 所示的典型夏季浅海波导, 1 阶和 2 阶模态对应的权值远大于其余模态. 进一步将 (11) 式代入 (18) 式中可得:

$$\text{SNR} \propto \sum_m \frac{1}{1 + N\alpha\bar{\lambda}_{n_m}} \frac{|\Psi_m(z_s)|^2}{|k_{r,m}|r_s} e^{-2\alpha_m r_s}, \quad (20)$$

从 (20) 式可总结得到 SNR 随声源深度的变化具有如下规律:

1) SNR 随声源深度的变化可以近似为低阶模态幅度强度  $|\Psi_m(z)|^2$  随深度变化的线性叠加, 且模态阶数越低、贡献越大. 需要指出的是, 尽管当声源位于海面附近时中高阶模态对 SNR 事实上也具有一定的贡献, 但由于这部分 SNR 相比其他声源深度上的 SNR (尤其是水体下半部分) 非常小, 因此, 这部分模态对 SNR 随声源深度的总体变化规律的影响很小.

2) 由于低阶模态在水面附近的幅值非常小、在水体下半部分较大, 特别是 1 阶模态, 因此, 在同一距离条件下, 相比放置于海面附近的情况, 声

源放置于水体下半部分时 SNR 总是更高 (放置于不同深度时声源级相同); 并且, 由于更高阶的模态在 1 阶模态峰值点下方均具有局部最大值点, 因此, SNR 最大值出现的声源深度通常对应了 1 阶模态峰值点下方某一深度.

3) 当声速负梯度较强时, 可以验证, 1 阶模态采样对应的风成噪声协方差矩阵特征值一般比 2 阶模态采样对应的特征值至少小 2—3 个数量级. 此时, 若风成噪声也非常强, 如特别地,  $\alpha \rightarrow +\infty$ , 可以得到:

$$\frac{1}{1 + N\alpha\bar{\lambda}_{n_1}} \approx \frac{1}{N\alpha\bar{\lambda}_{n_1}} \gg \frac{1}{1 + N\alpha\bar{\lambda}_{n_2}} \approx \frac{1}{N\alpha\bar{\lambda}_{n_2}}, \quad (21)$$

将其代入 (20) 式, 有:

$$\text{SNR} \propto \frac{1}{N\alpha\bar{\lambda}_{n_1}} \frac{|\Psi_1(z_s)|^2}{|k_{r,1}|r_s} e^{-2\alpha_1 r_s} \propto |\Psi_1(z_s)|^2, \quad (22)$$

即, 此时 SNR 随声源深度的变化近似可由 1 阶模态幅度强度随深度的变化独立表征. 相应地, 最大 SNR 出现的声源深度即为 1 阶模态峰值点所在深度.

以上分析假定了所有模态采样与风成噪声协方差矩阵特征向量一一对应, 而由 2.2 节分析可知, 在损耗型海底的浅海环境中这对中高阶模态采样较为苛刻. 但由于这部分模态对 SNR 随声源深度的总体变化规律影响很小, 因此, 以上结论在该环境中仍然适用.

## 5 数值分析

本节在典型负声速梯度浅海环境中对 SNR 随声源深度的变化规律进行仿真研究. 仿真中使用的浅海环境、声源频率与 2.2 节保持一致. 首先在垂直阵覆盖全水深、对各阶模态采样较为完整的情况下 (阵列孔径为 100 m、阵元间距为 1 m) 开展研究, 而后分析风成噪声强度、水体声速梯度、阵列孔径带来的影响. 不同声源位置处的 SNR 均由其定义 (14) 式计算得到, 信号波前由 KRAKEN 声场软件计算得到 [23]. 如无其他说明,  $\alpha$  设定为 10, 对应于风成噪声平均功率比水听器自噪声功率高 10 dB 的情况. 为体现 SNR 随声源深度的变化规律, 不同声源距离的 SNR 均关于该距离上的最大 SNR 进行归一化处理.

### 5.1 SNR 随声源深度的变化分析

图 4(a) 和 (b) 分别给出了不同声源距离上归一化 SNR 随声源深度的变化关系以及  $r_s = 10$  km 上的结果. 由图 4 可知, SNR 随声源深度的变化在不同距离上近似相同 (这并不说明 SNR 本身与声源距离无关, 由 (20) 式可知, SNR 与  $r_s$  总体成反比), 当声源深度由 1 m 增大到 85 m 时, 归一化 SNR 由 0.0007 增大到 1, 而后随声源深度的增大迅速减小. 在不同距离上, 最大 SNR 均出现在声源位于 85 m 深度附近, 该深度略大于 1 阶模态峰值点对应深度 82 m; 并且当声源位于水体下半部分时 SNR 总是高于其位于海面附近的情况, 例如, 当  $z_s \leq 20$  m 时的 SNR (归一化值不超过 0.063) 至少要比声源位于 85 m 深度附近时低 12 dB ( $10\log_{10}(1/0.063)$ ).

为了更好地理解以上 SNR 随声源深度的变化结

果, 图 5(a) 给出了风成噪声协方差矩阵各特征向量关于 SNR 的归一化权值 (关于最小特征向量/1 阶模态采样对应权值进行了归一化). 结合图 3 可知, 前 3 阶模态采样对应的归一化权值分别为 1, 0.4, 0.05, 而其余特征向量/模态采样对应的权值几乎可以忽略, 相应地, SNR 随声源深度的变化可由前 2 阶模态幅度强度随深度的变化来表征 (最小两阶特征向量). 图 5(b) 给出的各特征向量对 SNR 的贡献  $w_m \|G^H u_m\|_2^2$  随声源深度的变化关系 ( $r_s = 10$  km) 对此进行进一步的验证. 对比图 2 和图 5(b) 也可以看到, 最小两阶特征向量对 SNR 贡献随声源深度的变化分别与 1 阶和 2 阶模态函数的形状相吻合.

根据上述分析, 图 4 所示结果不难理解: 1) 可以验证, 前两阶模态对应的指数衰减  $e^{-2\alpha_m r_s}$  在不同声源距离上近似保持相对不变, 因此, 由 (20) 式

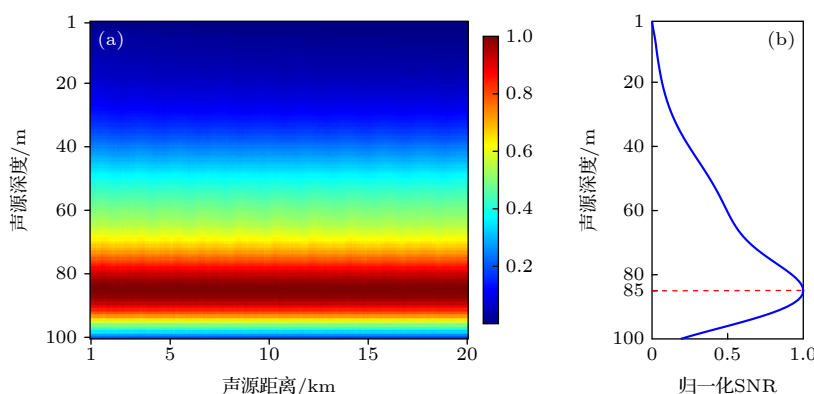


图 4 归一化 SNR 随声源深度的变化结果 (a) 不同声源距离; (b)  $r_s = 10$  km (在每个声源范围内, SNR 由该范围内的最大 SNR 归一化)

Fig. 4. Normalized SNR versus source depths: (a) Different source ranges; (b)  $r_s = 10$  km (at each source range the SNR is normalized by the greatest SNR at that range).

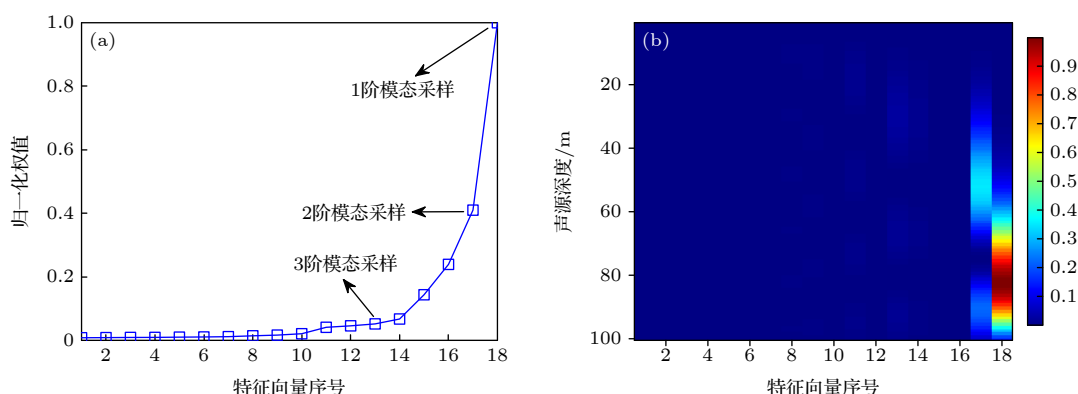


图 5 阵列覆盖全水深时不同特征向量 (a) 关于 SNR 的权值; (b) 对 SNR 的贡献随声源深度的变化 (关于图中最大值进行了归一化)

Fig. 5. For the vertical line array spanning the full water column different eigenvectors: (a) Weights to SNR; (b) contributions to SNR versus source depths(normalized by the greatest value).



可知, SNR 随声源深度的变化在不同声源距离上近似相同; 2) 尽管 1 阶模态幅度在 0—20 m 深度范围内随深度变化不大、趋近于 0, 但由于第 2 阶模态幅度在此范围内随深度存在一定程度的增大, 因此, SNR 也将随声源深度在此范围内增大而增大; 随后, 在两阶模态的共同作用下, SNR 随声源深度的增大而持续增大、并在深度增大到 1 阶模态峰值点下方时, 即 85 m 深度上, 达到最大; 在靠近海底的深度上, 由于 1, 2 阶模态幅度均随深度增大迅速减小, 因此, SNR 随声源深度的增大也迅速减小。

图 6(a) 进一步给出了  $\alpha$  取 20, 50, 100, 1000 时归一化 SNR 随声源深度的变化结果. 根据 (19) 式可以计算得到, 风成噪声越强将导致关于 SNR 的权值越来越集中在 1 阶模态上, 因此, 在这几种  $\alpha$  取值情况下 SNR 随声源深度的变化规律也与声源距离近似无关, 这里只给出  $r_s = 10$  km 的结果. 由于更高阶模态对 SNR 的贡献是 SNR 随声源深度在海面附近增大而增大以及使最大 SNR 对应声源深度偏离 1 阶模态峰值点的主要原因, 因此, 从图 6(a) 可以看到,  $\alpha$  由 20 增大到 1000, 声源位于海面附近时的归一化 SNR 逐渐变小, 最大 SNR 对应的声源深度也由 84 m 减小至 82 m. 特别当  $\alpha = 1000$  时, 最大 SNR 对应的声源深度恰好是 1 阶模态峰值点所在深度 (82 m). 这是因为此时 SNR 随声源深度的变化可由 1 阶模态幅度强度随深度的变化近似独立表征 (前两阶模态采样对 SNR 的

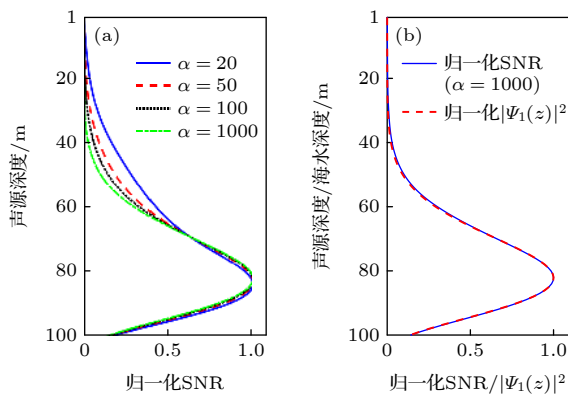


图 6 声源距离 10 km 上归一化 SNR 随声源深度的变化结果 (a) 不同风成噪声强度; (b)  $\alpha = 1000$  时 SNR 随声源深度与 1 阶模态幅度强度随深度变化对比

Fig. 6. Normalized SNR versus source depths at  $r_s = 10$  km: (a) Different  $\alpha$ ; (b) comparison of source depths and the 1st-order mode-amplitude intensity varying with water depths for  $\alpha = 1000$ .

权值分别为 1, 0.01): 图 6(b) 对两者进行了对比, 可以看到它们是近乎重合的. 进一步增大  $\alpha$  将不会对以上结果产生明显影响.

需要指出的是, 当风成噪声较弱时, 部分中高阶模态对 SNR 将产生较大的贡献 (权值变大). 相比低阶模态, 由于这部分模态随声源距离的增大衰减更快, 因此, 此时 SNR 随声源深度的变化规律在不同声源距离上将略有不同. 图 7 给出了  $\alpha = 1$  时不同声源距离上归一化 SNR 随声源深度的变化结果 (实际中  $\alpha$  通常大于此值, 这里主要关注  $\alpha$  变化对 SNR 随声源深度变化规律的距离无关性的影响趋势). 可以看到, 由于中高阶模态具有幅值变化频率高、在水面附近幅值增长快的特点, 因此, 在距离声源较近的情况下垂直阵采样 SNR 随声源深度在海面附近增大而增大的速度要比距离较远时更快, 同时还伴随着一定的振荡.

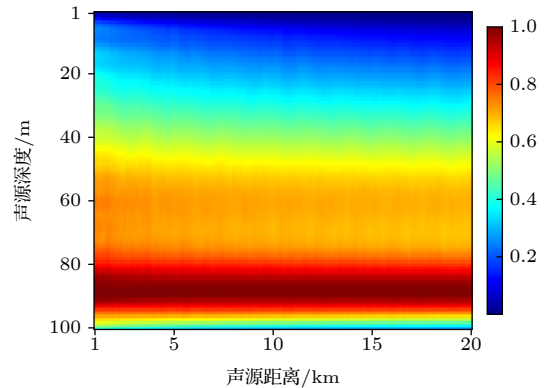


图 7  $\alpha = 1$  时不同声源距离上归一化 SNR 随声源深度的变化结果

Fig. 7. Normalized SNR versus source depths across different source ranges for  $\alpha = 1$ .

## 5.2 水体声速梯度对 SNR 随声源深度变化的影响

水体声速梯度定义为海底声速与海面声速的差值与水深之比, 记为  $g$ , 其表征声速随深度变化的快慢, 很大程度上决定了模态的形状. 本节研究水体声速梯度对 SNR 随声源深度变化的影响. 固定海面声速为 1500 m/s, 海底声速分别取 1495, 1493, 1490, 1470 m/s, 以此生成 4 种不同的负声速梯度环境:  $g = -0.05, -0.07, -0.10$  和  $-0.30 \text{ s}^{-1}$ .

图 8 给出了这 4 种环境中不同声源距离上 SNR 随声源深度的变化结果. 从中可以观察到与图 4(a) 相类似的结果, 但由于在弱负梯度环境中

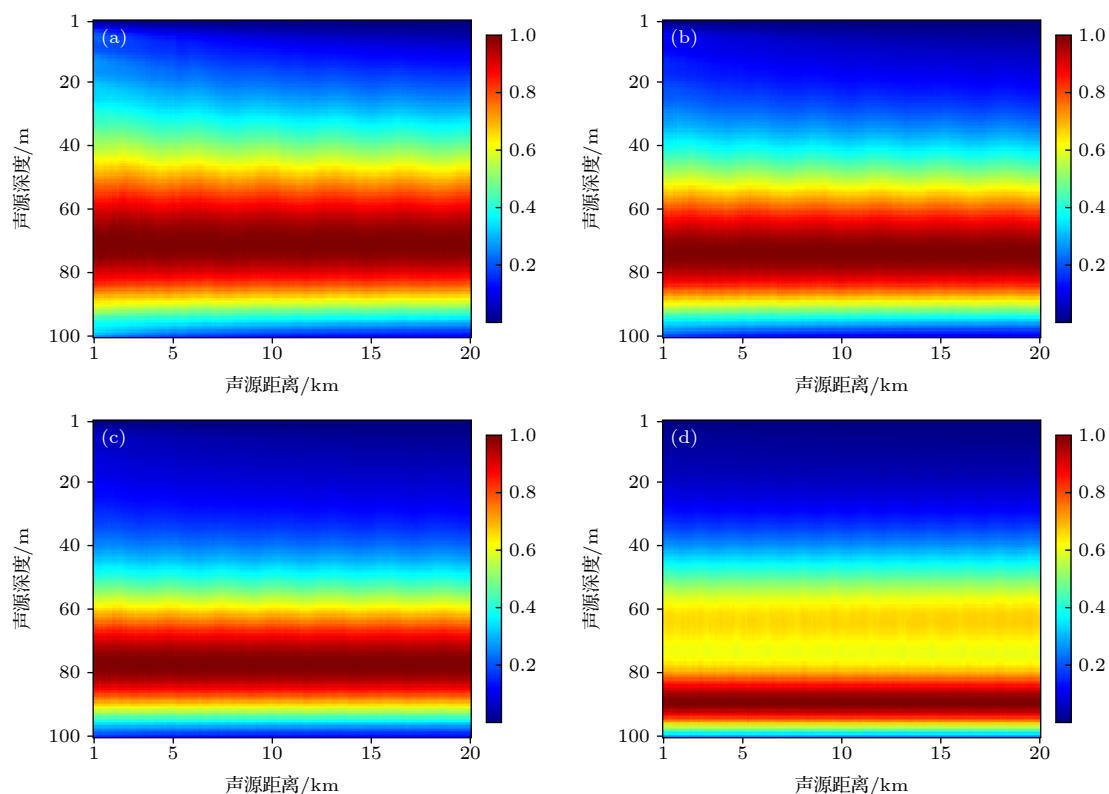


图 8 不同声源距离上归一化 SNR 随声源深度的变化结果 (a)  $g = -0.05 \text{ s}^{-1}$ ; (b)  $g = -0.07 \text{ s}^{-1}$ ; (c)  $g = -0.10 \text{ s}^{-1}$ ; (d)  $g = -0.30 \text{ s}^{-1}$   
 Fig. 8. Normalized SNR versus source depths at different source ranges: (a)  $g = -0.05 \text{ s}^{-1}$ ; (b)  $g = -0.07 \text{ s}^{-1}$ ; (c)  $g = -0.10 \text{ s}^{-1}$ ; (d)  $g = -0.30 \text{ s}^{-1}$ .

低阶模态与中高阶模态在水面附近的幅值差异并不大、部分中高阶模态对 SNR 也存在一定的贡献, 因此, 如图 8(a) 所示, 当  $g = -0.05 \text{ s}^{-1}$  时, SNR 随声源深度的变化在不同声源距离上有一定差异, 但对比图 8(b)—(d) 可知, 随着负梯度的增强, 由于低阶模态与中高阶模态在水面附近的幅值差异越来越大, SNR 随声源深度变化将主要受低阶模态的影响, 而这部分模态对应的指数衰减项在不同声源距离上通常差别不大、甚至近似相同, 因此, SNR 随声源深度的变化将呈现出越来越好的距离无关性。

图 9 对这 4 种环境中  $r_s = 10 \text{ km}$  上 SNR 随声源深度的变化结果进行对比.  $g$  由  $-0.05 \text{ s}^{-1}$  减小到  $-0.30 \text{ s}^{-1}$ , 声源位于海面附近时的归一化 SNR 越来越小、最大 SNR 相对其优势越来越明显, 同时, 最大 SNR 出现的声源深度也越来越大, 由  $71 \text{ m}$  增大到  $89 \text{ m}$ . 这是因为声速负梯度越强, 低阶模态在海面附近的幅值将越趋近于 0, 同时, 1 阶模态峰值点所在深度也将越大, 在  $g = -0.05 \text{ s}^{-1}$ ,  $g = -0.07 \text{ s}^{-1}$ ,  $g = -0.10 \text{ s}^{-1}$  和  $g = -0.30 \text{ s}^{-1}$  环境中该深度依次为  $69, 73, 76, 85 \text{ m}$ .

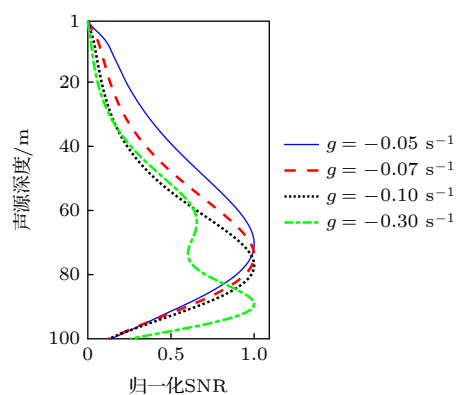


图 9 不同声速梯度环境中归一化 SNR 随声源深度的变化结果 ( $r_s = 10 \text{ km}$ )  
 Fig. 9. Normalized SNR versus source depths at  $r_s = 10 \text{ km}$  in various gradient cases.

注意到低阶模态在海面附近的幅值越趋近于 0, 同时也意味着越来越多的低阶模态将对 SNR 产生更大的影响 (特征值越趋近于 0、权值越大), 因此, 随着负梯度的增强, 最大 SNR 对应的声源深度将越来越偏离 1 阶模态峰值点对应深度, 例如, 在  $g = -0.05 \text{ s}^{-1}$  时, 最大 SNR 对应声源深度偏离 1 阶模态峰值点对应深度  $71 - 69 = 2 \text{ m}$ , 而在  $g = -0.20 \text{ s}^{-1}$  和  $g = -0.30 \text{ s}^{-1}$  两种情况下, 这一深度

偏离分别为  $85 - 82 = 3$  m 和  $89 - 85 = 4$  m.

### 5.3 阵列孔径对 SNR 随声源深度变化的影响

前述分析均假设垂直阵列孔径足够大、覆盖全水深, 本节分析孔径不足、阵列仅覆盖部分水体带来的影响. 不失一般性, 考虑  $g = -0.20 \text{ s}^{-1}$ .

图 10 给出了阵列覆盖 10—100 m 时不同声源距离上归一化 SNR 随声源深度的变化结果. 对比图 10 和图 4(a) 可以发现, 该结果与垂直阵列覆盖全水深时近似相同. 事实上, 可以验证, 此时 1 阶和 2 阶模态采样分别对应了风成噪声协方差矩阵最小特征值和第 16 阶特征值对应的特征向量, 这两阶模态采样之所以在此情况下仍能与特征向量一一对应, 是因为它们在水面附近的幅值非常小, 即便垂直阵列没有覆盖这部分水体也仍能采集到这些模态的完整信息, 而这两阶模态对 SNR 的贡献与阵列覆盖全水深时近似相同——归一化权值分别为 1 和 0.40——其余模态采样/特征向量对 SNR 的贡献均非常小. 相应地, 在此阵列布放条件下 SNR 随声源深度的变化与阵列覆盖全水深时理应相同.

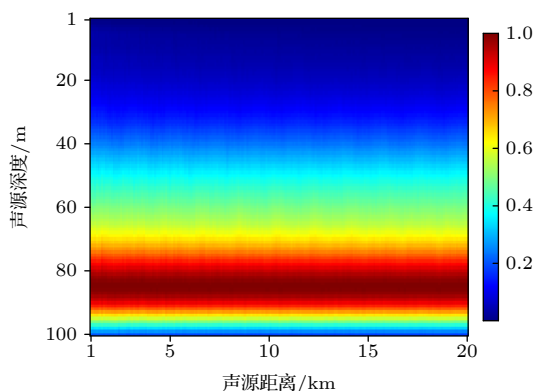


图 10 垂直阵列覆盖 10—100 m 时不同声源距离上归一化 SNR 随声源深度的变化关系

Fig. 10. Normalized SNR versus source depths across different source ranges for the vertical line array spanning from 10 to 100 m in depth.

图 11 进一步给出了当阵列仅覆盖水体下半部分时 (50—100 m) 的结果. 从中仍可以观察到与前述类似的结果, 但不同的是, 此时 SNR- $z_s$  关于声源距离呈现近似周期性的变化趋势、最大 SNR 对应的声源深度在 1 阶模态峰值点 (82 m) 所在深度附近振荡.

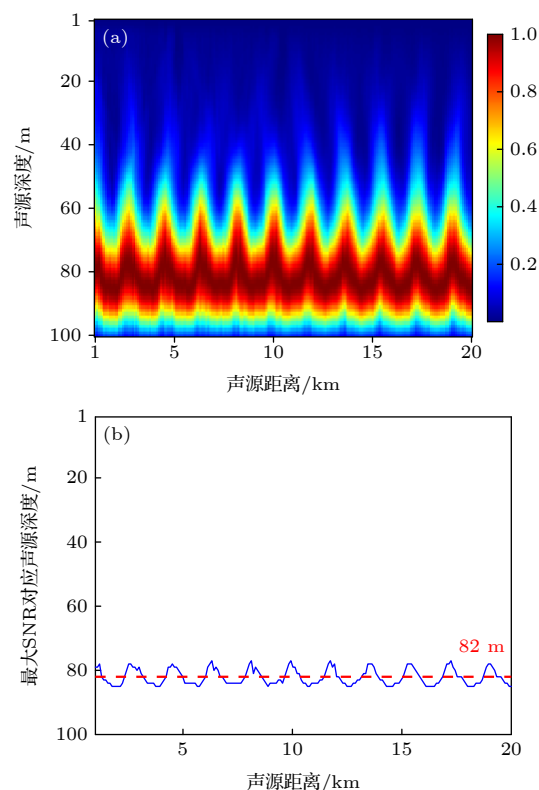


图 11 垂直阵列覆盖 50—100 m 时 (a) 不同声源距离上 SNR 随声源深度的变化结果和 (b) 最大 SNR 对应的声源深度 (红色虚线为 1 阶模态峰值点所在深度)

Fig. 11. For the vertical line spanning from 50 to 100 m in depth: (a) Normalized SNR versus source depths; (b) the source depth presenting the largest SNR at different source ranges (The red dashed line is the depth of the peak point of the first-order mode).

图 12 给出了此时风成噪声协方差矩阵特征向量与各阶模态采样的对应关系以及各特征向量关于 SNR 的归一化权值 (关于第 11 阶特征向量对应的权值做归一化). 由于阵列孔径小到一定程度时各阶模态采样之间将具有近似的复共线性, 即某几阶模态采样可由其余模态采样近似线性表示<sup>[26,27]</sup>, 因此, 此时所有模态采样可由前 11 阶特征向量近似表征. 其中, 第 11 阶、10 阶特征向量对 SNR 具有最大的权值、且同时对应了前两阶模态, 相应地, 这两阶特征值对 SNR 的贡献均为两阶模态系数的相干求和, 如对于第 11 阶特征向量, 有:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{1 + N\alpha\bar{\lambda}_{11}} \left\| \sum_{n=1}^{M_p} d_n^* \psi_n^H \mathbf{u}_{11} \right\|_2^2 \\ &= \frac{1}{1 + N\alpha\bar{\lambda}_{11}} \|d_1^* \psi_1^H \mathbf{u}_{11} + d_2^* \psi_2^H \mathbf{u}_{11}\|_2^2, \quad (23) \end{aligned}$$

包含于模态系数中复指数项  $e^{-jk_{r,m}r_s}$  的叠加即是最

大 SNR 对应声源深度关于声源距离呈现出近似周期性变化的原因.

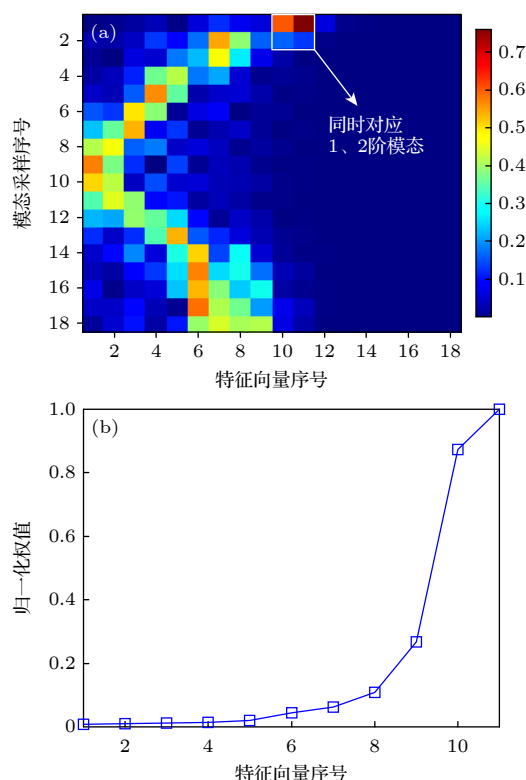


图 12 垂直阵覆盖 50—100 m 时影响 SNR 的模式采样分析 (a) 模式采样与特征向量相关系数; (b) 不同特征向量对 SNR 的归一化权值, 通过第 11 个特征向量的归一化

Fig. 12. Analysis of mode's contribution to the SNR for the vertical line array spanning from 50 to 100 m in depth: (a) The correlation between sampled modes and eigenvectors; (b) the weights of different eigenvectors to the SNR, normalized by that of the 11 th eigenvector.

以上分析仅讨论了垂直阵覆盖下半部分水体的情况. 当阵列覆盖上半部分水体时, 由于低阶模态主要信息丢失、风成噪声协方差矩阵的特征向量与模式采样之间不再具有上述对应关系, 因此, 以上 SNR 随声源深度的变化规律也将消失.

## 6 结 论

本文研究了受风成噪声影响, 典型夏季浅海环境中垂直阵 SNR 随声源深度的变化关系: 1) 在一定条件下, SNR 随声源深度的变化与声源距离近似无关; 2) 当风成噪声越强时 (一定范围内), 同一距离上最大 SNR 相对于声源位于海面附近时的 SNR 优势越明显、最大 SNR 对应的声源深度将越靠近 1 阶模态峰值点, 并且 SNR 随声源深度的变

化规律将呈现出越来越好的距离无关性; 3) 当声速负梯度越强时, 上述 SNR 优势也越明显、SNR 随声源深度的变化规律也将呈现出更好的距离无关性, 但最大 SNR 对应的声源深度将越来越偏离 1 阶模态峰值点; 4) 该变化规律尽管是在垂直阵覆盖全水深条件下研究得到的, 但事实上只要垂直阵覆盖水体下半部分、对低阶模态采样较为完整时即可观察到. 只不过当阵列孔径小到一定程度时, 模态采样之间的近似复共线性将导致该变化规律随声源距离呈现出近似周期性的变化, 而最大 SNR 出现的声源深度也将在 1 阶模态峰值点对应深度附近作周期振荡.

## 参考文献

- [1] Urick R J 1984 *Ambient Noise in the Sea* (Washington: Undersea Warfare Technology Office) pp2-30
- [2] Hamson R M 1985 *J. Acoust. Soc. Am.* **78** 1702
- [3] Zakarauskas P 1986 *Canadian Acoust.* **14** 3
- [4] Dahl P, Miller J, Cato D, Andrew R 2007 *Acoust. Today* **3** 23
- [5] Jensen F B, Kuperman W A, Porter M B, Schmidt H 2000 *Computational Ocean Acoustics* (New York, USA: Springer-Verlag) chap 9, pp338-340
- [6] Cron B F, Sherman C H 1962 *J. Acoust. Soc. Am.* **34** 1732
- [7] Kuperman W A, Ingenito F 1980 *J. Acoust. Soc. Am.* **67** 1988
- [8] Liggett W S, Jacobson M J 1965 *J. Acoust. Soc. Am.* **38** 303
- [9] Yang T C, Kwang Y 1997 *J. Acoust. Soc. Am.* **101** 2541
- [10] Zhou J B, Piao S C, Liu Y Q, Zhu H H 2017 *Acta Phys. Sin.* **66** 014301 (in Chinese) [周建波, 朴胜春, 刘亚琴, 祝捍皓 2017 物理学报 **66** 014301]
- [11] Jiang D, Li Z, Qin J, Peng Z, Shao H 2017 *Sci. China Phys. Mech.* **60** 124321
- [12] Jiang G Y, Sun C, Xie L, Liu X H 2019 *Acta Phys. Sin.* **68** 024302 (in Chinese) [蒋光禹, 孙超, 谢磊, 刘雄厚 2019 物理学报 **68** 024302]
- [13] Kay S 1993 *Fundamentals of Statistical Signal Processing Volume II: Detection Theory* (New Jersey: Prentice Hall) pp197-200, 478-479
- [14] Kong D Z, Sun C, Li M Y, Xie L 2021 *Defence Technology* **17** 1414
- [15] Li M Y, Sun C, Zhao H, Willett P 2022 *IEEE J. Ocean. Eng.* **47** 201
- [16] Baggeroer A B, Kuperman W A, Schmidt H 1987 *J. Acoust. Soc. Am.* **83** 571
- [17] Buck J R, Preisig J C, Wage K E 1998 *J. Acoust. Soc. Am.* **103** 1813
- [18] Xiang L F, Sun C, Li M Y 2015 *Acta Acustica* **40** 779 (in Chinese) [向龙凤, 孙超, 李明杨 2015 声学学报 **40** 779]
- [19] Wang N, Liu J Z 2002 *Chin. Phys. B* **11** 456
- [20] Kim K, Woojae S, Keunhwa L 2010 *IEEE J. Ocean. Eng.* **35** 120
- [21] Van Trees H L 2002 *Optimum Array Processing: Part IV of Detection, Estimation, and Modulation Theory* (New York: John Wiley & Sons) pp449-450
- [22] Neilsen T B, Westwood E K 2002 *J. Acoust. Soc. Am.* **111** 748
- [23] Porter M B 1991 *The KRAKEN Normal Mode Program* (La



Spezia: SCALANT Undersea Research Center)

[24] <https://www.bksv.com/media/doc/bp0317.pdf>[25] Wenz G M 1962 *J. Acoust. Soc. Am.* **34** 1936[26] Yang T C 1987 *J. Acoust. Soc. Am.* **82** 1736[27] Li M Y, Sun C, Shao X 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 204302 (in Chinese) [李明杨, 孙超, 邵炫 2014 物理学报 **63** 204302]

# Variation of signal-to-noise ratio of vertical array with sound source depth under wind-generated noise background\*

Li Ming-Yang<sup>1)</sup> Zhao Hang-Fang<sup>1)†</sup> Sun Chao<sup>2)</sup><sup>1)</sup> (College of Information Science and Electronic Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)<sup>2)</sup> (School of Marine Science and Technology, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

( Received 6 September 2021; revised manuscript received 14 October 2021 )

## Abstract

Wind-generated noise is ubiquitous in ocean environments and highly influences the passive sonar performance. Since it originates from sources near the ocean surface, one of its physical features is that it largely represents only the intermediate- and high-order modes. The array-level signal-to-noise ratio (SNR), which includes the array-sampled sound intensity, background noise power, and array gain, is an essential quantity determining the sonar array performance. What is investigated in this work is how the array-level SNR of the vertical line array (VLA) varies with the source depth in downward-refracting shallow water, contributed by the modal structure of the surface noise. On the assumption that the modes are well sampled, it is theoretically demonstrated that the SNR varying with the source depth can be approximated as a linear combination of the lower-order mode-amplitude intensities varying with the water depth. Particularly, when the surface noise especially dominates and the water channel is highly downward refractive, this variation can be represented nearly only by the 1<sup>st</sup>-order mode-amplitude intensity varying with depth. The structure is meaningful in practice. It suggests the SNR will be inherently larger when the source is submerged than it is near the ocean surface, and will be maximized at a source depth slightly below the 1<sup>st</sup>-order mode peak across different source ranges. The above assertions are demonstrated in a typical downward-refracting shallow-water channel; the effects from the dominant degree of the surface noise, sound speed gradient in water column, and array aperture are investigated numerically. The obtained results are shown below. 1) Under certain circumstances, the variation of SNR with source depth is nearly irrelevant to the source range. 2) When the surface noise is more significant, the largest SNR in a certain source range will be more significantly larger than the SNR for the source near the surface, the corresponding source depth will be closer to that presenting the 1<sup>st</sup>-order mode's peak, and the variation of SNR with source depth is increasingly irrelevant to the source range. 3) A stronger downward-refracting sound speed also enhances this SNR superiority and irrelevance to the source range, but causes the source depth presenting the largest SNR to be more deviated from the 1<sup>st</sup>-order mode's peak. 4) Although the structure is unraveled on the assumption that the VLA spans the full water column, it can be seen when the VLA does not but covers the low-order modes' main part; when the array aperture is insufficiently large it will become approximately periodic in the source range, with the source depth presenting the largest SNR fluctuating lightly and nearly periodically around the 1<sup>st</sup>-order mode peak.

**Keywords:** surface noise, array-level signal-to-noise ratio, source depth, downward-refracting channel, source-range irrelevance

**PACS:** 43.60.Bf, 43.60.Cg, 43.60.+d, 43.30.+m

**DOI:** 10.7498/aps.71.20211654

\* Project supported by the Young Scientists Fund of the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 12004335) and the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 62071429).

† Corresponding author. E-mail: [hfzhao@zju.edu.cn](mailto:hfzhao@zju.edu.cn)