

基于因果检验的非线性系统的预测试验

张绿夷 王革丽 谭桂容 吴越

Experimental study on prediction of nonlinear system based on causality test

Zhang Lü-Yi Wang Ge-Li Tan Gui-Rong Wu Yue

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 71, 080502 (2022) DOI: 10.7498/aps.71.20211871

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.71.20211871>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

非线性调频信号激励下非线性系统的最优共振响应

Optimal resonance response of nonlinear system excited by nonlinear frequency modulation signal

物理学报. 2022, 71(5): 050503 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20211959>

选取任意庞加莱截面的新方法

A new method for selecting arbitrary Poincare section

物理学报. 2020, 69(4): 040503 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20191585>

基于石墨烯光力系统的非线性光学效应及非线性光学质量传感

Nonlinear optical effect and nonlinear optical mass sensor based on graphene optomechanical system

物理学报. 2020, 69(13): 134203 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20191745>

基于连续时间广义预测校正的水下非线性追踪博弈控制

Differential game guidance of underwater nonlinear tracking control based on continuous time generalized predictive correction

物理学报. 2018, 67(5): 050501 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20171185>

基于全保偏光纤结构的主振荡脉冲非线性放大系统

Master oscillator pulse nonlinear amplifier system based on all polarization-maintaining fiber

物理学报. 2019, 68(23): 234204 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20190925>

Peltier效应: 从线性到非线性

Peltier effect: From linear to nonlinear

物理学报. 2021, 70(10): 108402 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20201826>

基于因果检验的非线性系统的预测试验*

张绿夷¹⁾²⁾³⁾ 王革丽^{1)†} 谭桂容³⁾ 吴越⁴⁾

1) (中国科学院大气物理研究所, 中层大气和全球环境探测重点实验室, 北京 100029)

2) (中国气象局广州热带海洋气象研究所, 广州 510641)

3) (南京信息工程大学, 气象灾害教育部重点实验室, 气象灾害预报预警与评估协同创新中心,
气候与环境变化国际合作联合实验室, 南京 210044)

4) (四川省气候中心, 成都 610072)

(2021 年 10 月 8 日收到; 2021 年 12 月 20 日收到修改稿)

非线性、非平稳系统的预测是一个具有重要科学意义的研究课题. 最近一些工作已将收敛交叉映射算法 (convergent cross mapping, CCM) 用于检验变量之间的因果关系, 由于在 CCM 算法中, 相空间中相互靠近的点在时间上具有相似的发展趋势和运动轨迹, 因此该方法可以尝试应用于非线性、非平稳系统的预测试验研究中. 鉴于此, 本文将 CCM 算法分别应用于 Lorenz 系统和实际气候时间序列的预测中, 并检测不同相空间重构方法对预测效果的影响. 主要结果如下: 1) 不论是理想 Lorenz 模型还是实际气候序列, 对于单变量、多变量和多视角嵌入法 3 种重构相空间方法而言, 多视角嵌入法对变量的预测效果最好, 表明对于给定长度的时间序列, 重构相空间中包含的信息越多, 其预测能力越强; 2) 将 NAM (northern hemisphere annular mode) 加入 SAT (surface air temperature) 的重构相空间中可以改善 SAT 的预测效果. 在使用单变量、多变量和多视角嵌入法进行预测时, 利用复杂系统中变量中共有信息的特性, 在时间序列长度一定的情况下, 可以利用动力系统的复杂性来增加系统内的信息. 基于因果检验的预测建模方法, 通过挖掘数据中定量信息的提取, 对非线性、非平稳系统预测技巧的改进提供了一个新颖的思路.

关键词: 收敛交叉映射算法, 因果关系, 非线性预测, 非线性系统

PACS: 05.45.-a

DOI: 10.7498/aps.71.20211871

1 引言

对于气候预测而言, 目前的预测建模理论大多建立在传统的统计预报、数值模式以及机器学习等方法上^[1-5]. 气候系统作为一个非线性、非平稳的系统, 其过程比混沌运动更为复杂^[6], 气候系统多因子间相互作用的复杂性是其预测理论和技术的瓶颈, 有关非线性大气动力学的研究及预测依然是一个具有重大科学意义的前瞻性课题.

1980 年, Packard 等^[7]提出了时间序列的相空间重构理论, 通过一维时间序列的时间延滞来恢

复原系统的动力学; 1981 年, Takens^[8]提出的嵌入定理, 表明可以从一维时间序列中重构一个与原动力系统拓扑意义下等价的相空间, 奠定了非线性系统的理论基础. 随后, 一系列基于这些理论的非线性时间序列分析和预测方法便应运而生. 在非线性时间序列预测中, Farmer 等^[9]给出了混沌时间序列对单变量时间序列进行预测的方法; Casdagli^[10]则比较了局域近似、全局近似和辐射近似 3 种非线性预测方法的优劣. Yang 等^[11]和 Wang 等^[12]则参考场时间序列的思想, 分别利用神经网络建模方法和“场时间序列”的局域近似预测模型, 对臭氧浓

* 国家自然科学基金 (批准号: 42075054) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: wgl@mail.iap.ac.cn

度和北半球 500 hPa 高度场进行了预测试验, 结果表明利用场时间序列信息可有效提高预测技巧.

然而, 在一些非线性时间序列的分析和预测中, 均存在一个满足遍历性定理的假设^[13], 即该时间序列所在系统的驱动力不随时间变化. 气候系统作为一个复杂的非线性系统, 控制真实气候系统的外部条件并非一成不变^[14], 此时, 假定的遍历性定理也就不再成立^[15]. 驱动力的改变不仅破坏了系统的平稳性, 而且对时间序列分析和预测理论带来新的障碍^[15]. 特别是, 如何从实际的气候信号中识别并提取外部驱动力因子, 分析导致气候变化的可能动力机制, 并将其引入气候预测中是亟待解决的重要科学问题之一.

近年来, Verdes 等^[16]和 Wiskott^[17]分别提出了从非平稳时间序列中提取外强迫因子的理论方法. Verdes 等^[16]提出的“交叉预测法”是根据局部线性映射来反演由此引起的外强迫因子; Wiskott^[17]提出的“慢特征分析法”则是通过提取快速变化的信号中的慢变特征, 从而评估一个单一的外强迫因子^[13,14]. 这两种方法都被应用于一些非平稳时间序列的分析中并得到了较好的结果^[18,19].

此外, 建立在因果关系上的驱动力分析, 近年来也得到了长足的发展. Wiener^[20]提出了一种因果关系的哲学概念, 即因必须有助于改善果的预测. 在此概念基础上, Granger^[21]提出了著名的格兰杰因果关系 (Granger causality), 然而此种方法并不适用于复杂的非线性系统^[22,23]. 2012 年, 生物学家 Sugihara 等^[24]提出了基于相空间重构和 Takens 定理的收敛交叉映射算法 (convergent cross mapping, CCM), 该方法可以检验自然界中非线性动力系统中的因果关系, 并已得到广泛的应用^[25–27]. 例如, Zhang 等^[28]利用 CCM 算法, 探讨了北半球环状模 (northern hemisphere annular mode, NAM) 与东北亚地区冬季地面气温 (surface air temperature, SAT) 的信息传递, 结果表明, 二者存在单向因果关系, NAM 作为驱动力因子影响东北亚地区冬季 SAT.

同时, 由于在 CCM 算法中相空间中相互靠近的点在时间上具有相似的发展趋势和运动轨迹, 还可以尝试利用此方法对变量进行预测. 因此, 本文运用 CCM 方法建立预测模型, 并以 Lorenz 系统以及东北亚地区冬季地面温度时间序列为例, 将 NAM 信号加入 SAT 的重构相空间中, 检验对 SAT

的预测效果. 借助因果检验的手段识别影响气候变化要素的外强迫因子, 并将其应用在实际的气候预测中, 检验预测建模效果. 本文首先简要介绍收敛交叉映射算法以及预测建模的思路, 给出理想序列的预测检验和包含 NAM 信息的东北亚地区冬季 SAT 时间序列的预测分析, 对非线性、非平稳系统预测技巧的改进提供了一个新颖的思路.

2 收敛交叉映射算法在预测上的应用

2.1 CCM 算法

CCM 算法基于相空间重构理论和 Takens 嵌入定理, 其基本思想是通过两变量间的重构相空间的相互预测来判定二者之间的因果关系^[24]. 若变量 Y 为变量 X 的驱动力因子 (Y 影响 X), 利用变量 X 的重构相空间 M_X 预测 Y 时, 随着时间序列长度 L 的增大, 邻近点间的距离不断减小, $\hat{Y}(t)|M_X$ 逐渐收敛于 $Y(t)$, 并且 $\hat{Y}(t)|M_X$ 与观测值 $Y(t)$ 的相关系数会逐渐增大, 且二者的相关系数不断增大且达到收敛.

假设变量 X, Y 的时间序列长度为 L , 重构相空间的嵌入维度为 E , 采样间隔为 τ , 在 t 时刻 X 和 Y 的重构相空间 M_X, M_Y 坐标为

$$\underline{x}(t) = \langle X(t), X(t-\tau), X(t-2\tau), \dots, X(t-(E-1)\tau) \rangle, \quad (1)$$

$$\underline{y}(t) = \langle Y(t), Y(t-\tau), Y(t-2\tau), \dots, Y(t-(E-1)\tau) \rangle, \quad (2)$$

由 (1) 和 (2) 式得到 X 和 Y 的重构相空间为 $M_X = \{\underline{x}(t)\}$, $M_Y = \{\underline{y}(t)\}$. 定义 $\hat{Y}(t)|M_X$ 为从 M_X 坐标通过交叉映射预测得到的 $Y(t)$.

首先确定 t 时刻重构相空间 M_X 上的向量 $\underline{x}(t)$, 并找到距离其最近的 $E+1$ 个邻近点, 离其最近的点记为 $\underline{x}(t_1)$, 依次类推, 第 $E+1$ 个邻近点记为 $\underline{x}(t_{E+1})$. 并找到 $E+1$ 个邻近点在 M_Y 上的映射点 $\underline{y}(t_1), \underline{y}(t_2), \dots, \underline{y}(t_{E+1})$. 则预测得到的 $\hat{Y}(t)|M_X$ 为

$$\hat{Y}(t)|M_X = \sum w_i \underline{y}(t_i), \quad i = 1, 2, \dots, E+1, \quad (3)$$

其中 w_i 是基于 M_X 上 $\underline{x}(t)$ 和它的第 i 个邻近点的距离权重:

$$w_i = u_i / \sum u_j, \quad j = 1, 2, \dots, E+1, \quad (4)$$

$$u_i = \exp\{-d[\underline{x}(t), \underline{x}(t_i)]/d[\underline{x}(t), \underline{x}(t_1)]\}, \quad (5)$$

其中 $d[\underline{x}(t), \underline{x}(t_i)]$ 代表两向量之间的欧几里德距离. 变量 Y 到 X 的交叉映射 (预测) 与上述定义类似. 计算 $\hat{Y}(t)|M_X$ 与 $Y(t)$ 之间的相关系数 ρ . 公式如下:

$$\rho = \frac{\sum_{i=1}^L (Y(i) - \bar{Y}) (\hat{Y}(i)|M_X - \overline{\hat{Y}|M_X})}{\sqrt{\sum_{i=1}^L (Y(i) - \bar{Y})^2 \sum_{i=1}^L (\hat{Y}(i)|M_X - \overline{\hat{Y}|M_X})^2}}. \quad (6)$$

2.2 收敛交叉映射算法中三种重构相空间的方法

利用 CCM 算法可以使用历史轨迹上的信息来预测未来值, 而不是依赖于求解固定的方程式或方程组. 相空间重构的方法是利用 CCM 算法预测的关键. 到目前为止, 在动态经验模型的框架中, 已提出三种不同的方法分别为: 单变量嵌入法^[29,30]、多变量嵌入法^[31,32] 多视角嵌入法^[33].

单变量嵌入法使用单个变量的时间滞后值来重构相空间, 首先将预测变量的时间序列分为 X , Y 两部分, 然后用 X 的重构相空间 M_X 来预测 Y . t 时刻重构相空间 M_X 的坐标为

$$x(t) = \langle X(t), X(t-\tau), X(t-2\tau), \dots, X(t-(E-1)\tau) \rangle, \quad (7)$$

其中, E 为重构相空间的嵌入维数, τ 为采样间隔. 由 (7) 式得到重构流形 $M_X = \{x(t)\}$. 定义 $\hat{Y}(t+1)|M_X$ 为利用重构相空间 M_X 预测得到的 $Y(t+1)$.

确定 t 时刻 M_X 上的向量 $x(t)$, 并在 M_X 上找到距离其最近的 $E+1$ 个邻近点, 离其最近的点记为 $x(t_1)$, 第二近的点为 $x(t_2)$, 依次类推. 根据相空间的运动轨迹, 找到 $E+1$ 个邻近点在 $t+1$ 时刻的状态点 $x(t_1+1)$, $x(t_2+1)$... $x(t_{E+1}+1)$. 则 $Y(t+1)$ 为

$$\hat{Y}(t+1)|M_X = \sum w_i x(t_i+1), \quad i=1, 2, \dots, E+1, \quad (8)$$

其中 w_i 是 M_X 上 $x(t)$ 和其第 i 个邻近点 $x(t_i)$ 的距离的权重.

$$w_i = u_i / \sum u_j, \quad j=1, 2, \dots, E+1, \quad (9)$$

$$u_i = \exp\{-d[\underline{x}(t), \underline{x}(t_i)]/d[\underline{x}(t), \underline{x}(t_1)]\}. \quad (10)$$

多变量嵌入法为在单变量嵌入的基础上, 使用多个变量的时间滞后来重构相空间. 例如, 在 M 系统中包含 C_1 和 C_2 两个变量, 利用多变量嵌入法重构 M 的相空间, t 时刻重构相空间的坐标为 $\{C_1(t), C_1(t-\tau), C_2(t)\}$, 其重构相空间与 M 具有微分同胚的特点.

多视角嵌入法则通过组合多种与预测变量有关的变量来增加重构相空间中的信息^[33], 根据嵌入理论^[8], 即使系统中只存在几个变量, 通过多种有效嵌入也是可预测的. 在包含 n 个变量的动态系统中, 假设嵌入维数为 E , 允许最大的滞后时间步长为 l , 利用多视角嵌入法重构相空间时共有 $m = \binom{nl}{E} - \binom{n(l-1)}{E}$ 种组合形式. 根据重构相空间中嵌入变量的不同, 不同重构相空间中包含的信息有所差异. 不同的重构相空间是从不同的角度对原始动力系统进行重构, 其重构相空间均与原始动力系统的相空间微分同胚. 利用 CCM 算法进行预测时, 根据 m 个重构相空间预测能力大小进行排序, 通过对前 $k = \sqrt{m}$ 个预测值求平均得到最终的预测结果. 尽管所有变量组合都是有效的嵌入, 但是使用有限的数据可能无法很好地解决系统动力学问题. 因此, 多样视角嵌入中仅使用了按样本内预测能力排名的前 k 个进行重构, 然后将从 top- k 重构中预测的值平均, 计算单个预测值.

至此, 本文已经简要说明了 CCM 算法以及该算法中包含的三种嵌入方法. 接下来将用一组理想数据实验以及实际的气候时间序列来讨论 CCM 算法在预测上的应用.

3 理想数据实验

为了讨论 CCM 算法在预测上的应用以及上述 3 种嵌入方法的异同, 本文将 Lorenz 系统^[34] 作为理想模型来进行实验设计. Lorenz 模型是描述大气对流等问题的简化模型, 其方程的表达式如下:

$$\begin{cases} \dot{x} = \sigma(y - x), \\ \dot{y} = \rho x - y - xz, \\ \dot{z} = xy - \beta z. \end{cases} \quad (11)$$

当 $\sigma = 10$, $\beta = 8/3$, $\rho = 28$ 时, 系统出现混沌现象并且产生奇异吸引子, 其中 ρ 为 Rayleigh 数, 是系统的控制变量. 令 Lorenz 系统的初值 $x(1) = y(1) = z(1) = 10^{-17}$, 步长 $\Delta t = 0.1$, t 取 $[0, 8000]$, 迭代

80000 次, 取后 1000 个数据作为实验序列, 并对系统中的 x 分量进行预测.

在使用单变量嵌入法进行预测时, 首先要确定嵌入维数, 比较不同的嵌入维数 E 下 x 分量对应的时间序列重构相空间的预测的平均绝对误差 MAE (图 1). 结果表明, 当嵌入维数 $E = 3$ 时, 系统的平均绝对误差最小, 将 x 分量嵌入到一个三维相空间中可以很好地恢复其原始系统的动力学特征. 因此, 当对 Lorenz 系统中 x 分量进行预测时, 选择最佳嵌入维数 $E = 3$ (见图 1), 预测步数 $t_p = 1$.

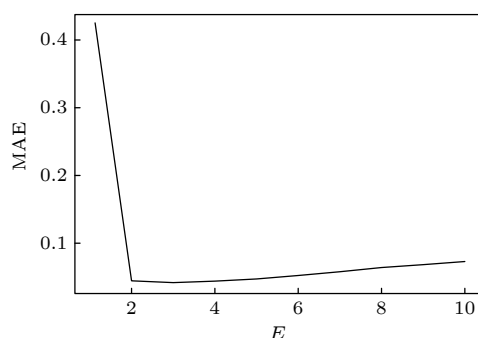


图 1 最佳嵌入维数 E 的选取

Fig. 1. Selection of the best embedding dimension E .

图 2(a)—(c) 给出了分别使用单变量嵌入法、多变量嵌入法、多视角嵌入法对上述 Lorenz 系统中 x 分量重构相空间的预测结果, 预测步数 $t_p = 1$. 实验结果表明, 在 CCM 算法中三种重构相空间方法的预测能力从大到小依次为: 多视角嵌入法、多变量嵌入法、单变量嵌入法, 且预测能力越强, 对应的平均绝对误差就越小 (图 2(d)). 多视角嵌入法的预测能力优于多变量嵌入法和单变量嵌入法, 说明利用复杂系统中变量中共有信息的特性, 可以提高对系统的预测能力.

图 3 给出了利用三种嵌入方法对 Lorenz 系统中 x 分量的多步预测结果, 可以看出, 随着预测步数 t_p 的增加, 三种方法的预测效果均逐渐减弱. 同时, 考虑到真实气候系统数据的长度, 作为初步探索, 下文仅考虑了向后一步的预测.

利用 Lorenz 系统对比了三种重构相空间方法的预测能力并简单讨论了预测能力随预测步数 t_p 的变化. 接下来为了更好地说明 CCM 算法在预测上的应用, 将其应用于实际大气时间序列中, 并对其预测试验结果进行检验比较.

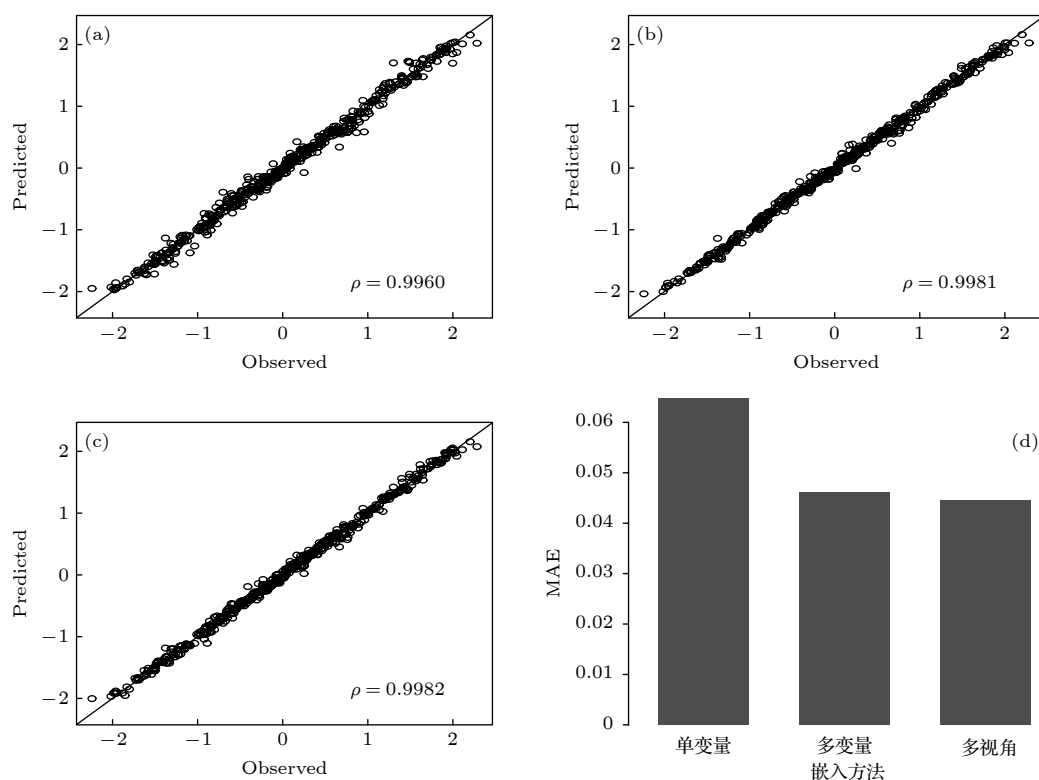


图 2 (a) 单变量嵌入法预测结果; (b) 多变量嵌入法预测结果; (c) 多视角嵌入法预测结果; (d) 三种嵌入法预测结果的平均绝对误差比较

Fig. 2. Forecast results: (a) Univariate embedding; (b) multivariate embedding; (c) multiview embedding; (d) average absolute error of the prediction results of the three embedding methods.

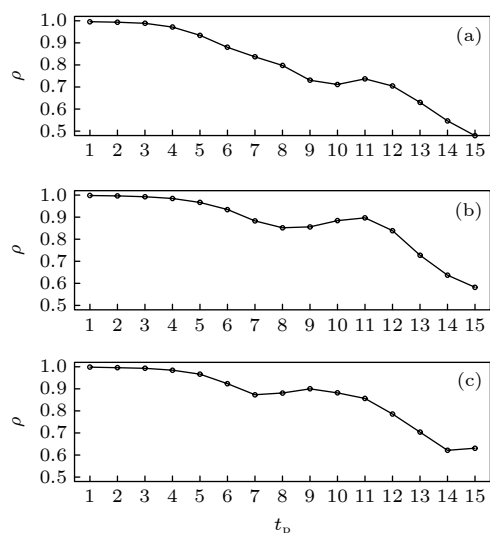


图3 三种嵌入方法预测能力随步长的变化 (a) 单变量嵌入法; (b) 多变量嵌入法; (c) 多视角嵌入法

Fig. 3. The prediction ability of three embedding methods varies with step size: (a) Univariate embedding; (b) multivariate embedding; (c) multiview embedding.

4 东北亚地区冬季 SAT 时间序列的预测分析

4.1 所用资料

1) 美国气候预测中心 (Climate Prediction Center, CPC) 提供的逐月北半球环状模指数 (NAM index, NAMI).

2) 美国气象环境预报中心/美国国家大气研究中心 (NCEP/NCAR) 提供的 1000 hPa 逐月地面

温度, 水平分辨率为 $2.5^\circ \times 2.5^\circ$.

本文主要研究的区域为东北亚区域: $40^\circ\text{--}50^\circ$ (N), $90^\circ\text{--}130^\circ$ (E). 时间跨度为 1950 年 11 月—2019 年 2 月. 冬季定义为 11 月至次年 2 月.

4.2 单变量、多变量嵌入法的预测试验研究

Zhang 等^[28]的工作已经表明, NAM 与东北亚地区冬季地面气温 SAT 存在因果关系, NAM 作为驱动力因子能够影响东北亚地区冬季 SAT. 因此, 本文在此工作基础上, 使用 CCM 并结合单变量、多变量嵌入法及多视角嵌入法对东北亚地区冬季 SAT 进行预测试验研究.

首先使用单变量嵌入法进行预测 (图 4(a)), 单变量嵌入法为使用单个变量的时滞特性来重建相空间. 在预测试验中, 选取东北亚地区冬季 SAT 系统中的 2 月份重构系统的相空间. 允许最大的滞后时间步长 $\max_lag = 4$, 采样间隔 $\tau = 1$, 预测步数 $t_p = 1$, t 时刻重构相空间的坐标为 $\{X_2(t), X_2(t - \tau), X_2(t - 2\tau), X_2(t - 3\tau)\}$. 理论上, 其重构相空间虽然在形状、大小方面发生了变化, 但是两个不动点以及其基本的动力特征没有发生改变^[8]. 然而由于时间序列长度的限制, 在较短的时间序列中, SAT 的重构 x 吸引子非常稀疏, 阻碍了对来自临近点的动力状态的准确推断. 使用单变量嵌入法对 SAT 进行预测的预测能力仅为 0.12, 加入 NAM 信号后预测能力稍有提升, 但预测效果仍不佳, 其预测能力为 0.18.

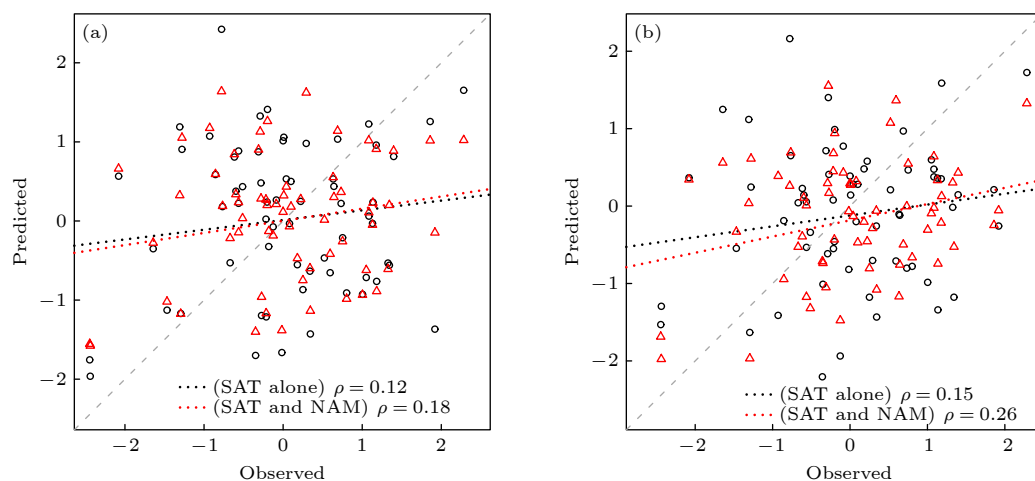


图4 (a) 单变量嵌入法和在目标变量中加入 NAM 信号后的预测结果; (b) 多变量嵌入法的预测结果 (黑色圆圈代表仅利用 SAT 序列进行预测, 红色三角代表加入 NAM 信号后)

Fig. 4. (a) Univariate embedding method and prediction result after adding NAM signal to the target variable; (b) prediction result of multivariate embedding method (black circle represents prediction using only SAT sequence, red triangle represents after adding NAM signal).

然后运用多变量嵌入法来重构东北亚地区冬季 SAT 的相空间 (图 4(b)). 与单变量嵌入法不同的是, 多变量嵌入法使用多个变量来重构相空间, 而不是运用原变量的滞后值. 因此在对 2 月份的 SAT 的相空间进行重构时, 可将其前三个月 (即 11, 12, 1 月) 的值视作为系统中的另外三个变量, 并且由于在冬季系统中, NAM 信号与东北亚冬季 SAT 存在单向因果关系, NAM 是东北亚地区冬季 SAT 的驱动力因子, 二者微分同胚, 所以可将变量 NAM 中的信息加入 SAT 的重构相空间中来预测 SAT. 分别选取 1950—2018 年 11 月-次年 2 月的 SAT 以及 NAM 信号, 利用多变量嵌入法重构 2 月的 SAT 相空间, 该相空间中吸引子同样具有微分同胚的特点. 图 4(b) 中黑色圆圈代表仅用多个月份的 SAT 信号嵌入进行预测的结果, 红色三角代表加入 NAM 后运用多变量嵌入法对 2 月 SAT 进行预测的结果.

对比图 4(a) 和图 4(b) 可以看出, 多变量嵌入法的预测能力大于单变量嵌入法, 将 NAM 加入冬季 SAT 系统中后, 对 SAT 的预测能力会显著提高, 并且预测值和观测值之间的相关系数更高 (将红色虚线与黑色虚线进行比较). 然而, 尽管多变量嵌入法的预测能力大于单变量嵌入法, SAT 的实际观测值和预测值仍存在很大误差, 表明系统中仍然存在很多无法解释的变化. 此类方法可能会受到序列长度的限制, 并且可能会受到噪音的影响. 此外, 观测误差将导致精度降低, 即使时间序列足够长以密集地吸引吸引子, 临近点也可能无法形成平滑的曲线, 从而影响预测结果.

上述结果表明, 单变量嵌入和多变量嵌入的方法十分依赖数据长度, 时间序列长度越长, 说明序列中可能包含的信息越多, 用来重构相空间的点就

越多; 若数据长度过短, 则不能很好地恢复系统中时间序列的动力学特性. 因此在时间序列长度较短时, 两种方法的预测能力均不佳. 但将 NAM 信号加入 SAT 的重构相空间中, 增加了 SAT 相空间中的信息, 有助于改善其预测效果.

4.3 多视角嵌入法的预测试验

与上述两种嵌入方式不同, 多视角嵌入通过组合多种与预测变量有关的变量来增加重构相空间中的信息^[31]. 选用 1950—2018 年冬季 SAT 和 NAM, 运用多视角嵌入法对东北亚地区冬季 SAT 进行预测, 并对比其预测能力.

首先仅用东北亚地区冬季 SAT 进行预测, 选择与上述单变量和多变量嵌入法相同的嵌入维数 $E = 4$, 允许最大滞后时间步长 $l = 4$, 预测步数 $t_p = 1$, 使用多视角嵌入法进行相空间重构共有 $m = \binom{4 \times 4}{4} - \binom{4 \times (4-1)}{4} = 1325$, 即 1325 种重构相空间. 根据其预测值和观测值的相关系数从大到小进行排列, 挑选出其中预测能力最强的前 4 个重构相空间, 并将预测值和观测值的相关系数进行比较, 如图 5 所示, 其中 k 为嵌入的次数. 可以看出当 k 取 40—43 时, SAT 的预测效果最好, 其预测能力最大可达 0.6638.

同样地, 将 1950—2018 年 11 月至次年 2 月的 NAM 信号加入 SAT 的重构相空间中, 选择嵌入维数 $E = 4$, 允许最大滞后时间步长 $l = 4$, 预测步数 $t_p = 1$, 使用多视角嵌入法整合所有与预测变量有关的增量进行相空间重构. 图 6 中仅选择了其中 1 个月的 NAM 加入 SAT 的重构相空间中, 共有 3480 种重构相空间, 挑选出其中预测能力最强的前 4 个重构相空间的预测值, 并将预测值和观测

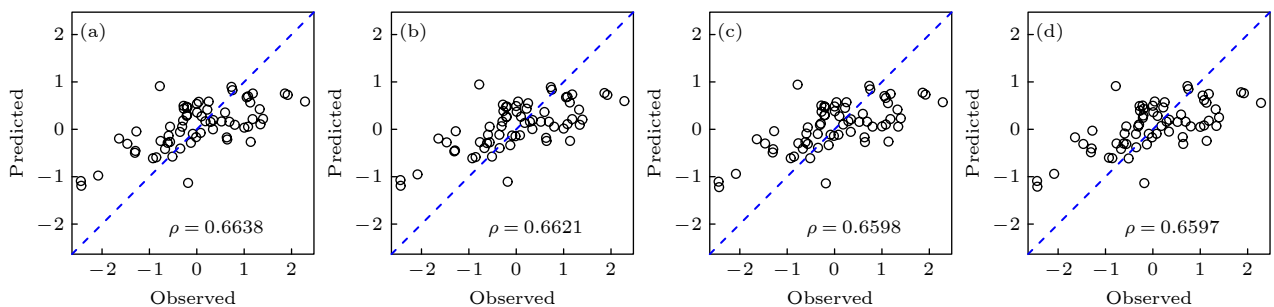


图 5 仅用东北亚地区冬季 SAT 重构相空间, (a)—(d) 分别表示 k 取 40, 41, 42, 43 的预测结果

Fig. 5. Only using Northeast Asia winter surface air temperature reconstruct the phase space: (a)—(d) represent the prediction results of k taking 40, 41, 42, 43 respectively.

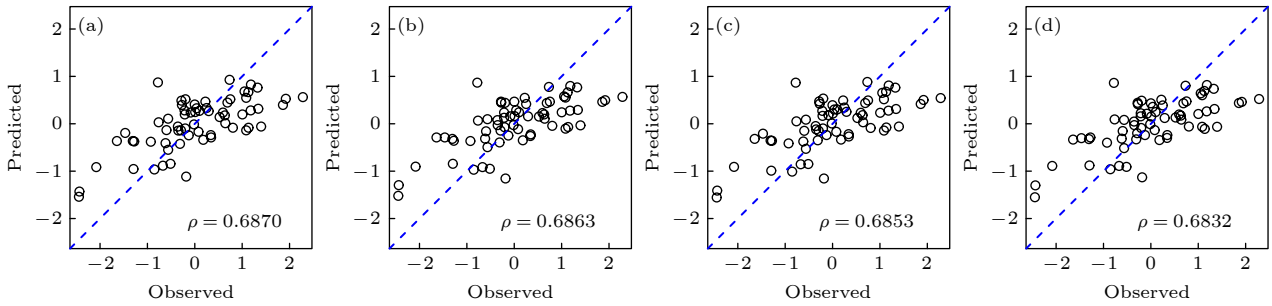


图 6 仅将 2 月的 NAM 信号加入 SAT 的重构相空间中, (a)—(d) 分别表示 k 取 30, 36, 31, 34 的预测结果

Fig. 6. Only adding the NAM signal in February to the reconstructed phase space of the SAT: (a)–(d) represent the prediction results of k taking 30, 36, 31, and 34, respectively.

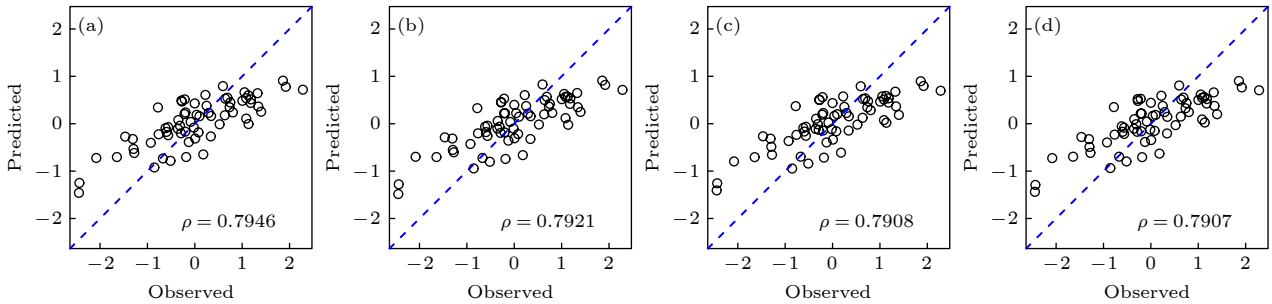


图 7 将 12 月至次年 2 月的 NAM 信号加入 SAT 的重构相空间中, (a)—(d) 分别表示当 k 取 38, 39, 36, 37 时的预测结果

Fig. 7. Adding the NAM signals from December to next February to the reconstructed phase space of the SAT: (a)–(d) show the prediction results when k takes 38, 39, 36, and 37, respectively.

表 1 多种嵌入方法的预测结果

Table 1. Predicted results of multiple embedding methods.

| Embedding method | Reconstructing phase space with SAT only | | | Adding NAM to SAT to reconstruct the phase space | | |
|------------------|--|------|------|--|------|------|
| | ρ | MAE | RMSE | ρ | MAE | RMSE |
| Univariate | 0.12 | 1.06 | 1.30 | 0.18 | 0.97 | 1.18 |
| Multivariate | 0.15 | 1.02 | 1.27 | 0.26 | 0.95 | 1.12 |
| Multi-angle | 0.66 | 0.62 | 0.75 | 0.79 | 0.59 | 0.66 |

值的相关系数进行比较. 可以看出, 当 k 为 30, 36, 31, 34 时预测效果最好, 预测值和真实值的相关系数最高可达 0.687.

图 7 所示为将 11 月到次年 2 月的全部 NAM 信号加入 SAT 的重构相空间中对 SAT 的预测结果. 在东北亚地区冬季温度的重构相空间中继续加入 NAM 信号后, 其可重构的相空间数量又有所增多, 共有 25334 种重构相空间. 挑选出其中预测能力最强的前 4 个重构相空间的预测值, 并将预测值和观测值的相关系数进行比较, 当 k 为 38, 39, 36, 37 时对 SAT 的预测效果最好, 预测值和真实值的相关系数最高可达 0.7946.

可以看出, 使用多视角嵌入法进行预测时, 利用复杂系统中变量中共有信息的特性, 在时间序列长度一定的情况下, 利用冬季动力系统的复杂性来

增加系统内的信息, 将 NAM 加入 SAT 的重构相空间中可以改善对 SAT 的预测效果.

4.4 三种重构相空间方法的比较

表 1 对比了单变量嵌入、多变量嵌入、多视角嵌入三种重构相空间方法对 1950—2018 年 2 月份 SAT 的预测能力 (ρ)、平均绝对误差 (MAE)、均方根误差 (RMSE), 得到三种嵌入方法的预测能力如下: 多视角嵌入法 > 多变量嵌入法 > 单变量嵌入法; 使用三种嵌入法预测的平均绝对误差和均方根误差如下: 单变量嵌入法 > 多变量嵌入法 > 多视角嵌入法. 经上述对比可知, 使用多视角嵌入法对变量的预测能力最强, 其对应的均方根误差和平均绝对误差最小, 表明对于已知长度的时间序列, 重构相空间中包含的有用信息越多, 预测效果越好.

此外,对比仅用 SAT 重构相空间和将 NAM 加入 SAT 重构相空间的预测能力可知,将 NAM 加入 SAT 的重构相空间中可以改善 SAT 的预测效果.

此外,从理想数据结果和实际应用的结果可以看出,就单变量嵌入法而言,系统内部的所有信息最终都反映在单一变量时间序列的全部演化过程中,对于变量较少且系统中能量较大的分量所产生的作用很快就会体现在时间序列的短期变化上.而在实际的非平稳系统中,系统的高阶项或较弱分量产生的影响在短时间无法反映出来,几乎不可能从长度有限的时间序列中提取系统的全部特征.多视角嵌入法通过整合多种与预测变量有关的变量来增加重构相空间中的信息,从而恢复系统的动力学特征,该方法包含的信息最多,因此在实际应用中,多视角嵌入法的预测结果要明显优于其他两种嵌入方法.

5 结 论

将 CCM 算法应用于非线性系统的预测,是因果分析及其预测应用上研究进展之一.同时,它也加深了我们对非线性的气候系统内部规律的认识,使进一步探究系统的驱动机理成为可能.本文通过两组预测试验,讨论了结合 CCM 方法,探讨加入驱动力因素对预测结果的影响并比较 3 种不同预测建模方法,并得到如下结果.

1) 对于理想 Lorenz 模型和实际气候时间序列,单变量、多变量和多视角嵌入法三重构相空间方法对变量的预测能力均为:多视角嵌入法 > 多变量嵌入法 > 单变量嵌入法.利用多视角嵌入法对变量的预测效果最好,表明对于给定长度的时间序列,重构相空间中包含的信息越多,其预测能力越强.

2) 将 NAM 加入 SAT 的重构相空间中有助于改善 SAT 的预测效果.在气候系统预测中,可以考虑利用复杂系统中变量共有信息的特性,构建包含多种影响因子的东亚气温预测模型.

由于在 CCM 算法中相空间中相互靠近的点在时间上具有相似的发展趋势和运动轨迹,CCM 算法在理想模型和东北亚地区冬季温度预测上的应用,进一步展示了基于因果检验在非线性系统的预测能力.然而,文中的试验仍是初步的.本文并没有考虑变量之间的相互作用及其物理过程,此类问题的深入和扩展将是未来工作的方向.同时,实

际的时间序列中含有噪声,解决预测模型对噪声的抗干扰能力也是一个重要课题.此外,预测中对于挖掘数据中定量信息的提取,可能对观测数据和质量提出新的要求.

参考文献

- [1] Wei F Y 2006 *J. Appl. Meteor. Sci.* **6** 736 (in Chinese) [魏凤英 2006 *应用气象学报* **6** 736]
- [2] Ding R Q, Li J P 2009 *Acta Meteor. Sin.* **67** 241 (in Chinese) [丁瑞强, 李建平 2009 *气象学报* **67** 241]
- [3] Li H R, Jin F F, Song L C 2017 *J. Meteorol. Res.* **31** 204
- [4] Ding Y H 2004 *Meteor. Mon.* **30** 11 (in Chinese) [丁一汇 2004 *气象* **30** 11]
- [5] Hsu P C, Zang Y X, Zhu Z W 2020 *Trans. Atmos. Sci.* **43** 212 (in Chinese) [徐邦琪, 臧钰歆, 朱志伟 2020 *大气科学学报* **43** 212]
- [6] Yang P C, Bian J C, Wang G L, Zhou X J 2003 *Chin. Sci. Bull.* **48** 1470 (in Chinese) [杨培才, 卞建春, 王革丽, 周秀骥 2003 *科学通报* **48** 1470]
- [7] Packard N H, Crutchfield J P, Farmer J D, Shaw R S 1980 *Phys. Rev. Lett.* **45** 712
- [8] Takens F 1981 *Lect. Notes Math.* **898** 366
- [9] Farmer J D, Sidorowich J 1987 *Phys. Rev. Lett.* **59** 845
- [10] Casdagli M 1989 *Phys. D* **35** 335
- [11] Yang P C, Zhou X J, Bian J C 2000 *J. Geophys. Res.* **105** 12253
- [12] Wang G L, Yang P C, Lv D R 2004 *Adv. Atmos. Sci.* **21** 296
- [13] Pan X N, Wang G L, Yang P C 2017 *Acta Phys. Sin.* **66** 080501 (in Chinese) [潘昕浓, 王革丽, 杨培才 2017 *物理学报* **66** 080501]
- [14] Chen X X, Wang G L, Jin L J 2015 *China Environ. Sci.* **35** 694 (in Chinese) [陈潇潇, 王革丽, 金莲姬 2015 *中国环境科学* **35** 694]
- [15] Yang P C, Zhou X J 2005 *Acta Meteor. Sin.* **63** 556 (in Chinese) [杨培才, 周秀骥 2005 *气象学报* **63** 556]
- [16] Verdes P F, Granitto P M, Navone H D, Ceccatto H A 2001 *Phys. Rev. Lett.* **87** 124101
- [17] Wiskott L 2003 *Neural Comput.* **15** 2147
- [18] Verdes P F 2007 *Phys. Rev. Lett.* **99** 1
- [19] Gunturkun U 2010 *Phys. D* **239** 1095
- [20] Wiener N (Beckenbach E F Ed.) 1956 *Modern Mathematics for Engineers* p165
- [21] Granger C W J 1969 *Econometrica* **37** 424
- [22] Barnett L, Barrett A B, Seth A K 2009 *Phys. Rev. Lett.* **103** 238701
- [23] Bressler, Steven L, Seth A K 2011 *NeuroImage* **58** 323
- [24] Sugihara G, May R M, Ye H 2012 *Science* **338** 496
- [25] Deyle E R, Maher M C, Hernandez R D 2016 *PNAS* **113** 13081
- [26] Runge J, Bathiany S, Bollt E 2019 *Nat. Commun.* **10** 2553
- [27] Tsonis A A, Deyle E R, May R M 2015 *PNAS* **112** 3253
- [28] Zhang N N, Wang G L, Tsonis A A 2019 *Climate Dyn.* **52** 3175
- [29] Sugihara G, May R M 1990 *Nature* **344** 734
- [30] Dixon P A, Milicich M J, Sugihara G 2001 *Nonlinear Dynamics and Statistics* (Boston: Birkhauser) p339
- [31] Sugihara G 1994 *Philos. Trans. Royal Soc.* **348** 477
- [32] Dixon P A, Milicich M J, Sugihara G 1999 *Science* **283** 1528
- [33] Ye H, Sugihara G 2016 *Science* **335** 922
- [34] Lorenz E N 1963 *J. Atmos. Sci.* **20** 130

Experimental study on prediction of nonlinear system based on causality test^{*}

Zhang Lü-Yi¹⁾²⁾³⁾ Wang Ge-Li^{1)†} Tan Gui-Rong³⁾ Wu Yue⁴⁾

1) (*Key Laboratory of Middle Atmosphere and Global Environment Observation, Institute of Atmospheric Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100029, China*)

2) (*Guangzhou Institute of Tropical and Marine Meteorology, Guangzhou 510641, China*)

3) (*Joint International Research Laboratory of Climate and Environment Change, Collaborative Innovation Center on Forecast and Evaluation of Meteorological Disasters, Key Laboratory of Meteorological Disaster, Ministry of Education, Nanjing University of Information Science and Technology, Nanjing 210044, China*)

4) (*Sichuan Climate Center, Chengdu 610072, China*)

(Received 8 October 2021; revised manuscript received 20 December 2021)

Abstract

The prediction of nonlinear and non-stationary systems is a research topic of great scientific significance. In some recent work the convergent cross mapping (CCM) algorithm is used to detect the causal relationship between variables. In the CCM algorithm, the points close to each other in the phase space have similar trends and trajectories in time. Therefore, this method can be applied to the prediction of experimental researches of nonlinear and non-stationary systems. Therefore, in this paper the CCM algorithm is applied to the prediction of the Lorenz system and the actual climate time series, and the effects of different phase space reconstruction methods on the prediction skill are investigated. The preliminary results are as follows. 1) No matter whether the ideal Lorenz model or the actual climate series, of the three reconstruction phase space methods of univariate, multivariate, and multiview embedding method, the multiview embedding method is the best predictive skill, indicating that for a given length of time series, the more the information contained in the reconstructed phase space, the stronger its predictive ability is. 2) Adding the data of NAM (northern hemisphere annular mode) to the reconstructed phase space of SAT (surface air temperature) can improve the prediction effect on prediction of SAT. Using the univariable, multivariable, and multiview embedding method for implementing prediction, the characteristics of common information in the complex system are considered. On condition that the length of the time series is fixed, the complexity of the dynamic system can be used to increase the information of the system. Based on causality detection, through the extraction of quantitative information of data, a novel idea for the improvement of predictive skills in nonlinear and non-stationary systems can be obtained.

Keywords: convergent cross mapping, causality, nonlinear prediction, nonlinear system

PACS: 05.45.-a

DOI: [10.7498/aps.71.20211871](https://doi.org/10.7498/aps.71.20211871)

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 42075054).

[†] Corresponding author. E-mail: wgl@mail.iap.ac.cn