

## 退相位环境下Werner态在石墨烯基量子通道中的隐形传输

张乐 袁训锋 谭小东

## Teleportation of Werner state via graphene-based quantum channels under dephasing environment

Zhang Le Yuan Xun-Feng Tan Xiao-Dong

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 71, 070304 (2022) DOI: 10.7498/aps.71.20211881

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.71.20211881>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

### 您可能感兴趣的其他文章

#### Articles you may be interested in

基于部分测量增强量子隐形传态过程的量子Fisher信息

Enhancement of quantum Fisher information of quantum teleportation by optimizing partial measurements

物理学报. 2018, 67(14): 140304 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20180330>

硼或氮掺杂的锯齿型石墨烯纳米带的非共线磁序与电子输运性质

Non-collinear magnetism and electronic transport of boron or nitrogen doped zigzag graphene nanoribbon

物理学报. 2019, 68(2): 027101 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20181754>

HgTe/CdTe量子阱中自旋拓扑态的退相干效应

Dephasing effect of quantum spin topological states in HgTe/CdTe quantum well

物理学报. 2019, 68(22): 227301 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20191072>

石墨烯纳米带电极同分异构喹啉分子结电子输运性质

Electron transport properties of isomeric quinoline molecule junction sandwiched between graphene nanoribbon electrodes

物理学报. 2019, 68(23): 237302 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20191154>

六方氮化硼表面石墨烯纳米带生长与物性研究

Synthesis and characterization of graphene nanoribbons on hexagonal boron nitride

物理学报. 2019, 68(16): 168102 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20191036>

量子中继过程中纠缠态的选择

Selection of entanglement state in quantum repeater process

物理学报. 2021, 70(23): 230303 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20211211>

# 退相位环境下 Werner 态在石墨烯基量子通道中的隐形传输<sup>\*</sup>

张乐 袁训锋 谭小东<sup>†</sup>

(商洛学院电子信息与电气工程学院, 商洛 726000)

(2021 年 10 月 10 日收到; 2021 年 12 月 10 日收到修改稿)

基于有效低能理论, 研究了退相位环境下 Werner 态在石墨烯基量子通道中的隐形传输. 结果表明, 输出态纠缠度总是随着输入态纠缠度的增大而增大, 而相应的保真度却正好相反; 对于给定的输入态, 量子通道中的纠缠越大, 输出态的品质就越高. 对于石墨烯基量子通道, 低温和弱库仑排斥势可以减缓其纠缠资源在退相位环境中的衰减, 且温度低于 40 K, 电子间库仑排斥势小于 6 eV 时, 输出态的平均保真度可以达到 80% 以上. 这就说明石墨烯材料在量子信息领域中具有潜在的应用价值.

**关键词:** 石墨烯纳米带, Werner 态, 量子隐形传态, 退相位

**PACS:** 03.67.Hk, 03.67.-a, 03.65.Yz

**DOI:** 10.7498/aps.71.20211881

## 1 引言

量子隐形传态 (quantum teleportation, QT) 是以量子纠缠作为资源, 并结合经典通信将一未知量子态从一个地方传送到另外一个地方的全新通信技术<sup>[1]</sup>. 它不仅是一种重要的量子通信方式, 而且是发展量子计算<sup>[1]</sup>和量子网络<sup>[2]</sup>的基础. 自 1993 年 Bennett 等<sup>[3]</sup>首次提出 QT 以来, 许多新的量子技术也随之发展起来, 如量子中继<sup>[4,5]</sup>、测量为基础的量子计算<sup>[6,7]</sup>、量子门的远程传输<sup>[8,9]</sup>以及无需纠缠资源协助的量子态安全传输等<sup>[10]</sup>. 在过去的十几年里, QT 已经在各种各样的物理系统中实现, 如光子系统<sup>[11–15]</sup>、囚禁原子系统<sup>[16,17]</sup>、原子系综<sup>[18,19]</sup>、固态系统<sup>[20–22]</sup>以及 IBM Q Experience 在线量子平台等<sup>[23,24]</sup>. 2017 年, 我国建成了全球首条量子通信“京沪干线”, 结合“墨子号”量子卫星实现了天地

一体化的广域量子通信体系, 并完成了星地间的 QT 实验<sup>[25]</sup>. 在这些量子系统中, 固态量子系统易与现代微纳加工工艺接轨, 且大规模可扩展性问题能自然得到解决, 是未来发展固态量子计算的重要研究方向. 进而固态量子系统中量子信息的传递与存储也引起了人们极大的研究兴趣<sup>[26]</sup>. 光子到固态物质的量子态传输已经在光子比特和固态量子存储为基础的实验中实现<sup>[20,27]</sup>. 固态物质间的量子态传输也已经在超导量子电路中实现<sup>[21]</sup>. 最近, Llewellyn 等<sup>[28]</sup>还在硅基光子芯片间实现了量子隐形传态和多光子纠缠. 这些对于发展固态量子计算与量子通信具有深远的意义. 然而, 由于外界环境的影响, 量子退相干是所有量子系统所面临的共同难题. 因此, 要发展固态量子系统, 就必须找到能够保持较长相干时间的材料.

石墨烯<sup>[29]</sup>中自旋-轨道耦合和精细作用非常微弱, 电子自旋能够保持较长的相干时间, 因此是

<sup>\*</sup> 陕西省自然科学基金项目 (批准号: 2021JQ-837)、国家自然科学基金 (批准号: 11847042)、商洛学院科学与技术研究项目 (批准号: 19SKY025) 和商洛市科技局创新团队 (批准号: SK2017-46) 资助的课题.

<sup>†</sup> 通信作者. E-mail: [txd10@163.com](mailto:txd10@163.com)

非常理想的固态量子材料. 为了获得更加优异的电磁学性能, 经常把石墨烯裁剪成准一维的结构, 即石墨烯纳米带 (graphene nanoribbon, GNR). 根据边缘结构的不同, 常见的 GNR 有呈金属性但无磁性的扶手椅型 GNR 和呈半导体性且有边缘磁性的锯齿型 GNR<sup>[30–32]</sup>. 目前实验上已经能够制备出高品质的带有两个锯齿端的扶手椅型 GNR<sup>[33,34]</sup>. 基于有效低能理论<sup>[35]</sup>, Golor 等<sup>[36]</sup> 研究了该 GNR 两个锯齿端间的磁性关联, 结果发现纳米带两端的自旋是相互纠缠的. 进一步, Gräfe 和 Szameit<sup>[37]</sup> 发现石墨烯的边缘几何形状对边缘态中的量子关联演化有非常显著的影响. 为了探索石墨烯材料在量子信息领域中的应用, 相关学者提出在石墨烯量子点<sup>[38,39]</sup>、石墨烯纳米带量子点<sup>[40]</sup> 和钒基酞菁/石墨烯/SiC(0001) 杂化结构中<sup>[41]</sup> 制备自旋量子比特的方案. 基于自旋量子比特, Guo 等<sup>[42]</sup> 在“Z”字形 GNR 中设计了一种高效率和高保真度的可扩展量子计算方案. 后来, Dragoman 等在理论上提出了在室温条件下实现量子逻辑门的方案和改进的 Deutsch-Jozsa 算法<sup>[43]</sup>, 并在晶片尺寸的石墨烯基结构上进行了实验验证<sup>[44]</sup>. 以上结果均表明石墨烯材料在量子信息领域有潜在的应用价值.

考虑到石墨烯诸多优良的物理特性, 且带有两个锯齿端的高品质扶手椅型 GNR 已经可以在实验上制备, 本文将研究该特殊结构的石墨烯纳米带 (special graphene nanoribbon, SGNR) 在量子通信方面的应用——在 SGNR 构建的量子通道中实现 Werner 态的隐形传输. 考虑到真实的量子通道总是会受消相干环境的影响, 简单起见, 本文只考虑退相位环境对量子通道及输出态的影响. 通过计算输出态的纠缠度和保真度分析输出态的品质, 同时讨论温度和电子间的库仑排斥势对输出态的影响, 进而说明该量子通道的鲁棒性, 推动石墨烯材料在量子信息领域中的应用.

## 2 模 型

本文考虑的特殊结构的石墨烯纳米带 SGNR 如图 1(a) 所示. Golor 等<sup>[36]</sup> 的工作已经证明, 对于带宽  $W = 3$  且带长  $L \geq 8$  的 SGNR 来讲, 两锯齿端上的自旋粒子间呈反铁磁耦合, 有效相互作用的哈密顿量  $H_0$  可以用海森伯模型描述<sup>[36]</sup>:

$$H_0 = J\boldsymbol{\sigma}_L \cdot \boldsymbol{\sigma}_R = J(\sigma_L^x \sigma_R^x + \sigma_L^y \sigma_R^y + \sigma_L^z \sigma_R^z), \quad (1)$$

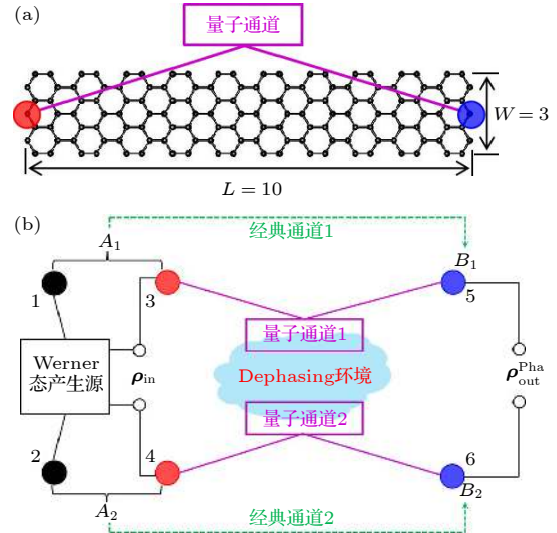


图 1 退相位环境下 Werner 态在石墨烯基量子通道中的隐形传输原理图 (a) 构建量子通道的特殊石墨烯纳米带 (SGNR) 几何结构. 带长 ( $L$ ) 和带宽 ( $W$ ) 分别用沿着扶手椅形和锯齿形边缘的六方格子的数目表征. 红色和蓝色小球表示一对呈反铁磁耦合的电子自旋, 它们就是构建量子通道的物理比特. (b) Werner 态的隐形传输原理图. 黑色小球 (1, 2) 表示产生 Werner 态的物理比特. 量子通道的物理比特分别由两个尺寸完全相同的 SGNR 锯齿端上的纠缠粒子对 (3, 5) 和 (4, 6) 承担

Fig. 1. Schematic illustration of teleporting the Werner state via the graphene-based quantum channels under the dephasing environment: (a) Lattice geometry of the special graphene nanoribbon (SGNR) used to form quantum channels. The ribbon length ( $L$ ) and width ( $W$ ) are characterized by the number of hexagons along the armchair and zigzag direction, respectively. The red and blue particles denote a pair of spins with the antiferromagnetic coupling, which serve as physical qubits to support quantum channels. (b) Schematic illustration of teleporting the Werner state. The black particles (1, 2) are physical qubits used to prepare the Werner state. The physical qubits of quantum channels are supported by two pairs of the entangled spins (3, 5) and (4, 6) in two same SGNRs, respectively.

其中  $\sigma_{L(R)}$  表示作用在左 (右) 锯齿端有效自旋粒子上的泡利算符, 它的 3 个分量分别由  $\sigma_{L(R)}^x$ ,  $\sigma_{L(R)}^y$ ,  $\sigma_{L(R)}^z$  表示,  $J = t^{*2}/U^*$  表示这两个自旋粒子间的反铁磁耦合系数. 这里  $t^* \approx 1.29 e^{-L/1.86}$  eV 表示电子从一个锯齿端跳跃到另外一个锯齿端所需的能量,  $U^* \approx 0.1U$  表示电子之间有效库仑排斥势. 当系统处于绝对温度为  $T$  的热平衡态时, 密度算符  $\rho_T$  为

$$\rho_T = \exp(-\beta H_0)/Z, \quad (2)$$

其中,  $\beta = 1/(k_B T)$ ,  $k_B$  为玻尔兹曼常数,  $Z = \text{Tr}[\exp(-\beta H_0)]$  为该系统的配分函数. 在标准基组  $\{|00\rangle, |01\rangle, |10\rangle, |11\rangle\}$  下, (2) 式可以表示为

$$\rho_T = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 + \langle \sigma_L^z \sigma_R^z \rangle & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 - \langle \sigma_L^z \sigma_R^z \rangle & \langle \sigma_L^x \sigma_R^x \rangle + \langle \sigma_L^y \sigma_R^y \rangle & 0 \\ 0 & \langle \sigma_L^x \sigma_R^x \rangle + \langle \sigma_L^y \sigma_R^y \rangle & 1 - \langle \sigma_L^z \sigma_R^z \rangle & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 + \langle \sigma_L^z \sigma_R^z \rangle \end{bmatrix}, \quad (3)$$

其中  $\langle \sigma_L^i \sigma_R^i \rangle = \text{Tr}(\sigma_L^i \sigma_R^i \rho_T)$  称为自旋关联函数,  $i = x, y, z$ . 由于哈密顿量  $H_0$  中的耦合系数  $J$  各向同性, 于是计算得到

$$\begin{aligned} \langle \sigma_L^x \sigma_R^x \rangle &= \langle \sigma_L^y \sigma_R^y \rangle = \langle \sigma_L^z \sigma_R^z \rangle = \text{Tr}(\sigma_L^z \sigma_R^z \rho_T) \\ &= c = (1 - \eta^4)/(3 + \eta^4), \end{aligned} \quad (4)$$

这里  $\eta$  是与自旋关联函数相关的参数, 表达式为

$$\eta = \exp\left(\frac{J}{k_B T}\right) = \exp\left(\frac{7.7244 \times 10^5 e^{-\frac{L}{0.93}}}{TU}\right), \quad (5)$$

其中  $U$  表示电子间的库仑排斥势. 于是, (3) 式用自旋关联函数  $c$  可简化为

$$\rho_T = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1+c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1-c & 2c & 0 \\ 0 & 2c & 1-c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1+c \end{bmatrix}. \quad (6)$$

利用共生纠缠度 Concurrence 可以对任意一个两体量子态  $\rho$  中的量子纠缠进行度量, 其定义为<sup>[45]</sup>

$$C(\rho) = \max\{0, \lambda_1 - \lambda_2 - \lambda_3 - \lambda_4\}, \quad (7)$$

其中  $\lambda_k (k = 1, 2, 3, 4)$  是算符  $R = \rho(\sigma_y \otimes \sigma_y) \times \rho^*(\sigma_y \otimes \sigma_y)$  本征值的方根, 且满足  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3 \geq \lambda_4$ ,  $\rho^*$  是  $\rho$  的复共轭. 通过计算, 得到热平衡态  $\rho_T$  的纠缠度为

$$C_T = C(\rho_T) = \max\{0, -(1 + 3c)/2\}. \quad (8)$$

由于 SGNR 两锯齿端上的自旋粒子间呈反铁磁耦合, 所以自旋关联函数  $c = \langle \sigma_L^z \sigma_R^z \rangle$  满足  $-1 \leq c \leq 0$ . 根据 (8) 式可得, 当  $-1 \leq c < -1/3$  时, 一定有  $C_T \neq 0$ . 因此, 对于给定的排斥势  $U$ , 只要外界温度不高于临界值

$$T_c = 2.6375 \times 10^6 e^{-\frac{L}{0.93}} / U, \quad (9)$$

那么 SGNR 两锯齿端上的自旋粒子间就一定存在量子纠缠  $C_T$ . 例如, 对于宽度  $W = 3$  长度  $L = 10$  的 SGNR, 当温度  $T = 5$  K,  $U = 3$  eV 时, 将 (4) 式和 (5) 式代入 (8) 式计算可得两自旋粒子间的纠缠度为  $C_T \approx 0.9293$ . 因此可以利用该纠缠粒子对作为量子通道去实现量子态的隐形传输. 在后续的讨论中固定选择宽度  $W = 3$  长度  $L = 10$  的两条

SGNR 来构建量子通道. 以 Werner 态作为输入态来考察该量子通道的性能. Werner 态的一般形式为<sup>[46]</sup>  $\rho_{\text{in}} = (1 - b)I + b|\Psi^-\rangle\langle\Psi^-|$ , 其中  $|\Psi^-\rangle = (|01\rangle - |10\rangle)/\sqrt{2}$ ,  $b \in [0, 1]$ . 在标准基组  $\{|00\rangle, |01\rangle, |10\rangle, |11\rangle\}$  下, Werner 态可以表示为

$$\rho_{\text{in}} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1-b & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1+b & -2b & 0 \\ 0 & -2b & 1+b & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1-b \end{bmatrix}. \quad (10)$$

Werner 态的传输原理如图 1(b) 所示. 假设 Alice 要将一个未知的 Werner 态发送给 Bob, 首先 Alice 对  $A_1$  和  $A_2$  处的量子比特 (1, 3) 和 (2, 4) 进行联合贝尔基测量, 结果将等概率地得到表 1

表 1 Alice 执行联合贝尔基测量所得的 16 种可能结果与对应每种测量结果 Bob 为复原 Werner 态所执行的么正操作

Table 1. Sixteen possible results of joint Bell-state measurements performed by Alice and the unitary operations performed by Bob according to each measurement result for restoring the Werner state.

Alice对 $A_1$ 处的量子比特(1, 3)和 $A_2$ 处的量子比特(2, 4)执行联合贝尔基测量后所得结果	为了复原Werner态Bob对 $B_1$ 和 $B_2$ 处的量子比特(5,6)所执行的相应么正操作
$E_0^{A_1} \otimes E_0^{A_2}$	$I^{B_1}, I^{B_2}$
$E_0^{A_1} \otimes E_1^{A_2}$	$I^{B_1}, \sigma_x^{B_2}$
$E_0^{A_1} \otimes E_2^{A_2}$	$I^{B_1}, \sigma_y^{B_2}$
$E_0^{A_1} \otimes E_3^{A_2}$	$I^{B_1}, \sigma_z^{B_2}$
$E_1^{A_1} \otimes E_0^{A_2}$	$\sigma_x^{B_1}, I^{B_2}$
$E_1^{A_1} \otimes E_1^{A_2}$	$\sigma_x^{B_1}, \sigma_x^{B_2}$
$E_1^{A_1} \otimes E_2^{A_2}$	$\sigma_x^{B_1}, \sigma_y^{B_2}$
$E_1^{A_1} \otimes E_3^{A_2}$	$\sigma_x^{B_1}, \sigma_z^{B_2}$
$E_2^{A_1} \otimes E_0^{A_2}$	$\sigma_y^{B_1}, I^{B_2}$
$E_2^{A_1} \otimes E_1^{A_2}$	$\sigma_y^{B_1}, \sigma_x^{B_2}$
$E_2^{A_1} \otimes E_2^{A_2}$	$\sigma_y^{B_1}, \sigma_y^{B_2}$
$E_2^{A_1} \otimes E_3^{A_2}$	$\sigma_y^{B_1}, \sigma_z^{B_2}$
$E_3^{A_1} \otimes E_0^{A_2}$	$\sigma_z^{B_1}, I^{B_2}$
$E_3^{A_1} \otimes E_1^{A_2}$	$\sigma_z^{B_1}, \sigma_x^{B_2}$
$E_3^{A_1} \otimes E_2^{A_2}$	$\sigma_z^{B_1}, \sigma_y^{B_2}$
$E_3^{A_1} \otimes E_3^{A_2}$	$\sigma_z^{B_1}, \sigma_z^{B_2}$

中 16 个态中的一个. 标准的贝尔基为  $E_0 = |\Psi^-\rangle\langle\Psi^-|$ ,  $E_1 = |\Phi^-\rangle\langle\Phi^-|$ ,  $E_2 = |\Phi^+\rangle\langle\Phi^+|$ ,  $E_3 = |\Psi^+\rangle\langle\Psi^+|$ , 其中  $|\Psi^\pm\rangle = (|01\rangle \pm |10\rangle)/\sqrt{2}$ ,  $|\Phi^\pm\rangle = (|00\rangle \pm |11\rangle)/\sqrt{2}$ . 然后, Alice 将测量结果通过经典通道 (如打电话、发邮件等方式) 告诉 Bob. 最后, Bob 根据 Alice 的测量结果分别对  $B_1$  和  $B_2$  处的量子比特 (5, 6) 进行相应的么正操作 (见表 1), 如  $I = |0\rangle\langle 0| + |1\rangle\langle 1|$ ,  $\sigma_x = |0\rangle\langle 1| + |1\rangle\langle 0|$ ,  $\sigma_y = i|1\rangle\langle 0| - i|0\rangle\langle 1|$ ,  $\sigma_z = |0\rangle\langle 0| - |1\rangle\langle 1|$ , 就能复原 Werner 态. 从整体效果来看, Werner 态会在量子比特 1 和 2 上消失, 最后在量子比特 5 和 6 上出现. 以上就是实现两体量子态隐形传输的基本方案, 而在实际操作过程中由于环境的影响经常导致量子退相干现象的发生, 这会对量子通道带来极大的影响. 常见的退相干环境下的量子通道有振幅阻尼通道, 退相位通道和退极化通道 [47]. 本文主要考察退相位环境对 SGNR 量子通道的影响.

### 3 结果与讨论

假设 SGNR 锯齿端上的两自旋粒子各自分别与退相位环境作用. 在这样的一个集体退相位环境下, 量子态  $\rho_T$  将演化为

$$\rho_{\text{ch}}^{\text{Pha}} = \varepsilon(\rho_T) = \sum_{ij} K_i \otimes K_j \rho_T K_i^\dagger \otimes K_j^\dagger, \quad (11)$$

其中  $K_1 = \sqrt{1-p/2} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ,  $K_2 = \sqrt{p/2} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$  称为 Kraus 算符 [1,47], 满足  $\sum_i K_i^\dagger K_i = I$ ,  $I$  为单位算符. 这里  $p$  表示量子比特发生错误的概率, 它是关于时间的函数, 其表达式依赖于具体的物理系统, 理论上很难给出. 不失一般性, 在下面的讨论中以  $p$  作为基本参数来描述量子通道的动力学演化. 在标准基组  $\{|00\rangle, |01\rangle, |10\rangle, |11\rangle\}$  下, (11) 式可以进一步表示为

$$\rho_{\text{ch}}^{\text{Pha}} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1+c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1-c & 2(1-p)^2 c & 0 \\ 0 & 2(1-p)^2 c & 1-c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1+c \end{bmatrix}. \quad (12)$$

在退相位量子通道下, 最终的输出态为 [48]

$$\rho_{\text{out}}^{\text{Pha}} = \sum_{i,j=0}^3 \text{Tr}(E^i \rho_{\text{ch}}^{\text{Pha}}) \text{Tr}(E^j \rho_{\text{ch}}^{\text{Pha}}) \times (\sigma^i \otimes \sigma^j) \rho_{\text{in}} (\sigma^i \otimes \sigma^j), \quad (13)$$

其中,  $\sigma^0 = I$ ,  $\sigma^1 = \sigma_x$ ,  $\sigma^2 = \sigma_y$ ,  $\sigma^3 = \sigma_z$ ,  $E^0 = |\Psi^-\rangle\langle\Psi^-|$ ,  $E^1 = |\Phi^-\rangle\langle\Phi^-|$ ,  $E^2 = |\Phi^+\rangle\langle\Phi^+|$ ,  $E^3 = |\Psi^+\rangle\langle\Psi^+|$ ,  $|\Psi^\pm\rangle = (|01\rangle \pm |10\rangle)/\sqrt{2}$ ,  $|\Phi^\pm\rangle = (|00\rangle \pm |11\rangle)/\sqrt{2}$ . 在标准基组  $\{|00\rangle, |01\rangle, |10\rangle, |11\rangle\}$  下, (13) 式可以进一步表示为

$$\rho_{\text{out}}^{\text{Pha}} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1-bc^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1+bc^2 & -2bc^2(1-p)^4 & 0 \\ 0 & -2bc^2(1-p)^4 & 1+bc^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1-bc^2 \end{bmatrix}. \quad (14)$$

根据 (7) 式, 通道态  $\rho_{\text{ch}}^{\text{Pha}}$  和输出态  $\rho_{\text{out}}^{\text{Pha}}$  的纠缠度分别为

$$C(\rho_{\text{ch}}^{\text{Pha}}) = \max \left\{ 0, -\left[2(1-p)^2 c + c + 1\right]/2 \right\}, \quad (15)$$

$$C(\rho_{\text{out}}^{\text{Pha}}) = \begin{cases} \max \left\{ 0, bc^2 \left[2(1-p)^4 + 1\right]/2 - 1/2 \right\}, & b > 0, \\ 0, & b \leq 0. \end{cases} \quad (16)$$

为了检验输出态的品质, 需要计算保真度, 其定义为 [49]

$$F(\rho_{\text{in}}, \rho_{\text{out}}) = \left( \text{Tr} \sqrt{\sqrt{\rho_{\text{in}}} \rho_{\text{out}} \sqrt{\rho_{\text{in}}}} \right)^2, \quad (17)$$

其中  $\rho_{\text{in}}$  和  $\rho_{\text{out}}$  分别表示输入态和输出态的密度矩阵. 将 (10) 式和 (14) 式代入 (17) 式, 最终计算得到

$$F(\rho_{\text{in}}, \rho_{\text{out}}^{\text{Pha}}) = \frac{3 - (1 - 3b)bc^2 - b}{8} + \frac{b^2c^2(1-p)^4}{2} + \frac{1}{8}\sqrt{(1-b)(1+3b)\left[(1+bc^2)^2 - 4b^2c^4(1-p)^8\right]} \\ + \frac{1-b}{4}\sqrt{(1-bc^2)\left[1+bc^2-2bc^2(1-p)^4\right]} + \frac{1}{4}\sqrt{(1-b)(1+3b)(1-bc^2)\left[1+bc^2+2bc^2(1-p)^4\right]}. \quad (18)$$

下面通过数值计算来具体讨论退相位环境对 SGNR 量子通道的影响. 图 2 给出的是退相位环境下通道态  $\rho_{\text{ch}}^{\text{Pha}}$  的纠缠度  $C_{\text{ch}}^{\text{Pha}}$  随温度  $T$  和出错概率  $p$  的变化. 从可以看出, 对于给定的库仑排斥势  $U$ , 在低温且  $p$  比较小 (即演化时间比较短) 的条件下, 通道态  $\rho_{\text{ch}}^{\text{Pha}}$  的纠缠度  $C_{\text{ch}}^{\text{Pha}}$  几乎趋近于最大值 1; 当温度  $T$  升高时,  $C_{\text{ch}}^{\text{Pha}}$  快速衰减, 最终当温度达到某一确定值  $T_c$  时衰减为零; 随着  $p$  的增大,  $C_{\text{ch}}^{\text{Pha}}$  不断衰减, 最终在  $p = 1$  处衰减为零; 通过比较图 2(a)—图 2(d) 发现, 对于给定的  $p$ , 纠缠消失的临界温度  $T_c$  会随着  $U$  的增大而减小; 当  $p = 0$  时,  $T_c$  的变化由 (9) 式决定. 为了进一步考察  $U$  对量子通道的影响, 计算了  $C_{\text{ch}}^{\text{Pha}}$  随  $U$  和  $p$  的变化, 结果如图 3 所示. 当  $T = 0$  K 时, 如图 3(a) 所示,  $C_{\text{ch}}^{\text{Pha}}$  随着  $p$  逐渐衰减, 但其完全不受  $U$  的影响. 通过计算绝对零度下的自旋关联函数, 得到  $c = -1$ , 于是由 (15) 式

可得  $C_{\text{ch}}^{\text{Pha}} = (1-p)^2$ , 这就解释了图 3(a) 的结果. 当  $T = 5$  K 时, 从图 3(b) 可以看出,  $C_{\text{ch}}^{\text{Pha}}$  随着  $U$  的增大而减弱. 当温度进一步升高时, 通过与图 3(c) 和图 3(d) 的比较发现: 温度越高,  $C_{\text{ch}}^{\text{Pha}}$  随  $U$  的衰减就越剧烈. 这是因为当  $T$  和  $U$  增大时, 由 (5) 式可知  $\eta$  在不断减小, 于是由 (4) 式可知自旋关联函数  $c$  在不断增大. 根据 (15) 式, 对于给定的  $p$ ,  $C_{\text{ch}}^{\text{Pha}}$  是关于  $c$  的单调递减函数, 因此高温和强库仑排斥势对  $C_{\text{ch}}^{\text{Pha}}$  有着非常强的抑制作用. 这也就意味着, 在实际量子通信过程中, 要尽量降低温度或者减弱库仑排斥势, 这样才能使量子通道处在比较理想的状态.

在退相位环境下 Werner 态经量子 and 经典通道的传输, 最终得到的输出态  $\rho_{\text{out}}^{\text{Pha}}$  的纠缠度  $C_{\text{out}}^{\text{Pha}}$  随参数  $b$  和出错概率  $p$  的变化如图 4 所示. 对于 Werner 态, 当  $0 \leq b \leq 1/3$  时, 结合 (7) 式与 (10) 式可得

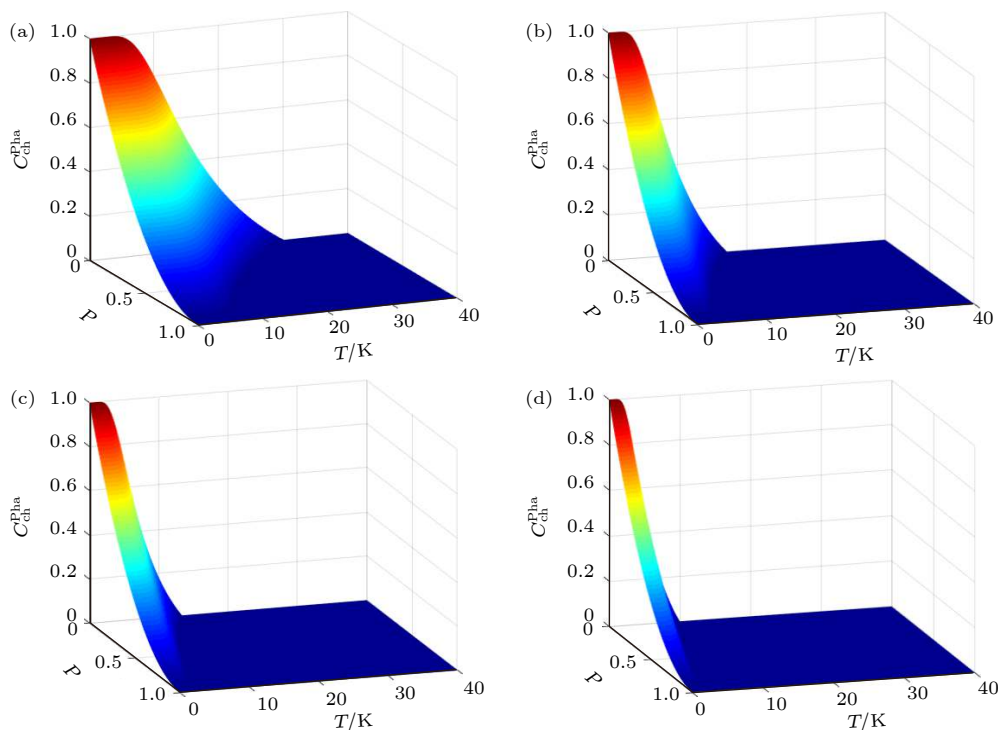


图 2 退相位环境下通道态  $\rho_{\text{ch}}^{\text{Pha}}$  的纠缠度  $C_{\text{ch}}^{\text{Pha}}$  随温度  $T$  和出错概率  $p$  的变化 (a)  $U = 2.0$  eV; (b)  $U = 3.5$  eV; (c)  $U = 4.5$  eV; (d)  $U = 6.0$  eV

Fig. 2. Concurrence  $C_{\text{ch}}^{\text{Pha}}$  for the channel state  $\rho_{\text{ch}}^{\text{Pha}}$  in the dephasing environment as a function of temperature  $T$  and probability  $p$ : (a)  $U = 2.0$  eV; (b)  $U = 3.5$  eV; (c)  $U = 4.5$  eV; (d)  $U = 6.0$  eV.

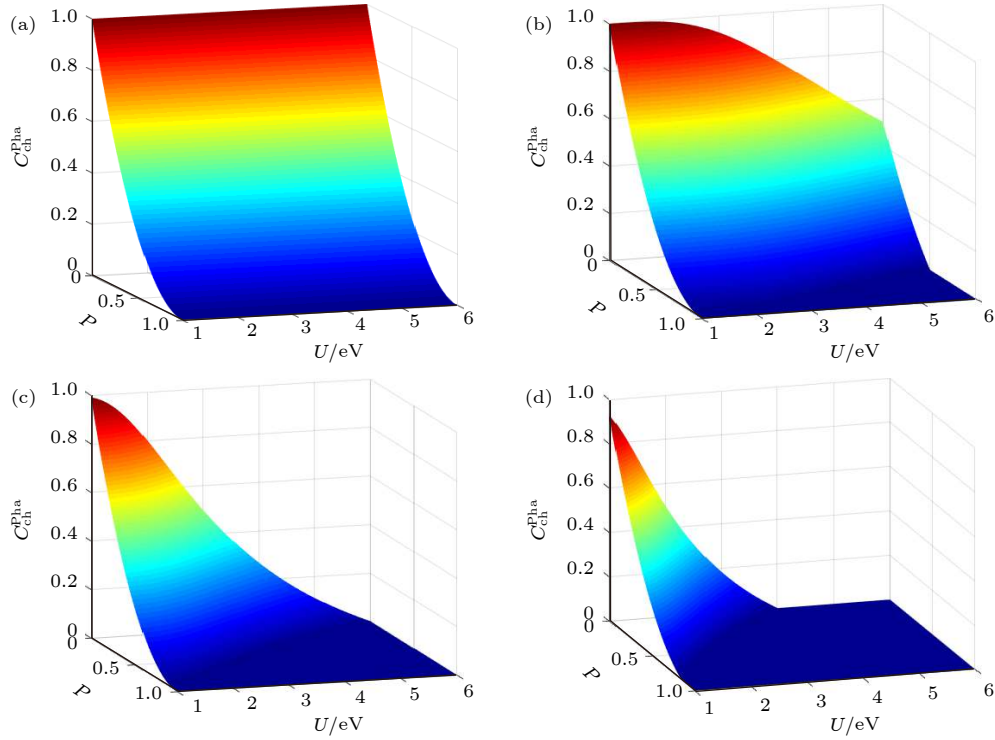


图 3 退相位环境下通道态  $\rho_{\text{ch}}^{\text{Pha}}$  的纠缠度  $C_{\text{ch}}^{\text{Pha}}$  随库仑排斥势  $U$  和出错概率  $p$  的变化 (a)  $T = 0$  K, (b)  $T = 5$  K, (c)  $T = 10$  K, (d)  $T = 15$  K

Fig. 3. Concurrence  $C_{\text{ch}}^{\text{Pha}}$  for the channel state  $\rho_{\text{ch}}^{\text{Pha}}$  in the dephasing environment as a function of Coulomb repulsion  $U$  and probability  $p$ : (a)  $T = 0$  K; (b)  $T = 5$  K; (c)  $T = 10$  K; (d)  $T = 15$  K.

$C(\rho_{\text{in}}) = 0$ , 而当  $1/3 < b \leq 1$  时,  $C(\rho_{\text{in}}) = (3b - 1)/2$ . 显然, 输入态的纠缠度是关于  $b$  的单调递增函数. 从图 4(a) 可以看出, 当  $T = 5$  K,  $U = 3.5$  eV 时,  $C_{\text{out}}^{\text{Pha}}$  随着  $b$  的增大而增大, 随着  $p$  的增大而不断衰减; 只有当输入态的纠缠比较鲁棒且演化时间比较短的情况下才有较为显著的纠缠输出. 当  $T = 5$  K,  $U = 6.0$  eV 时, 如图 4(b) 所示,  $C_{\text{out}}^{\text{Pha}}$  被进一步削弱. 当  $T = 10$  K,  $U = 3.5$  eV 时, 只有在  $b = 1$  且  $p = 0$  附近才有微弱的纠缠输出, 见图 4(c). 当  $T = 10$  K,  $U = 6.0$  eV 时, 如图 4(d) 所示, 输出纠缠  $C_{\text{out}}^{\text{Pha}} = 0$ , 即在此条件下无法完成纠缠态的传输, 原因是此时量子通道中已经没了纠缠资源.

与图 4 对应, 图 5 给出的是  $\rho_{\text{out}}^{\text{Pha}}$  的保真度  $F(\rho_{\text{in}}, \rho_{\text{out}}^{\text{Pha}})$  随  $b$  和  $p$  的变化. 从图 5 可以看到, 对于给定的  $b$  值,  $F(\rho_{\text{in}}, \rho_{\text{out}}^{\text{Pha}})$  会随着  $p$  的增大而缓慢衰减; 只有对于较大的  $b$  值,  $F(\rho_{\text{in}}, \rho_{\text{out}}^{\text{Pha}})$  随  $p$  才有显著的衰减. 当  $0 \leq b \leq 1/3$  时,  $C(\rho_{\text{in}}) = 0$ , 这时输出态的保真度不会低于 90%. 从图 5 还可以看到,  $F(\rho_{\text{in}}, \rho_{\text{out}}^{\text{Pha}})$  总是随着  $b$  的增大而减小. 前文已经指出输入态  $\rho_{\text{in}}$  的纠缠度  $C(\rho_{\text{in}})$  是关于  $b$  的增函数. 因此, 较大的  $b$  值对应纠缠度较大的 Werner 态. 于

是可以得到以下结论:  $F(\rho_{\text{in}}, \rho_{\text{out}}^{\text{Pha}})$  会随着输入态纠缠度  $C(\rho_{\text{in}})$  的增大而减小, 且  $C(\rho_{\text{in}})$  越大  $F(\rho_{\text{in}}, \rho_{\text{out}}^{\text{Pha}})$  随  $p$  的衰减也就越显著. 这是因为受环境的影响, SGNR 量子通道处于混合态, 并非最大纠缠纯态. 而量子通道处于非最大纠缠态时, 输入态的纠缠度越大, 传输其需要利用量子通道中的纠缠资源就越多. 所以, 对于给定的 SGNR 量子通道, 当输入态纠缠度不断增大甚至超过量子通道所能提供的最大纠缠资源时, 一定会导致输出态的品质下降. 通过比较还可以发现: 相同的温度下, 库仑排斥势越大,  $F(\rho_{\text{in}}, \rho_{\text{out}}^{\text{Pha}})$  越小; 相同的库仑排斥势下, 温度越高  $F(\rho_{\text{in}}, \rho_{\text{out}}^{\text{Pha}})$  越小. 因此, 在实际应用中要提高输出态的保真度就需要想办法降低高温或减弱库仑排斥势.

为了更加客观地反映 SGNR 量子通道的传输质量, 计算了在此通道下传输一个任意 Werner 态的平均保真度

$$F_A(\rho_{\text{in}}, \rho_{\text{out}}^{\text{Pha}}) = \int_0^1 F(\rho_{\text{in}}, \rho_{\text{out}}^{\text{Pha}}) db, \quad (19)$$

其中  $F(\rho_{\text{in}}, \rho_{\text{out}}^{\text{Pha}})$  由 (18) 式给出. 在电子间的库仑排斥势  $U$  给定的条件下, 首先计算了退相位环境

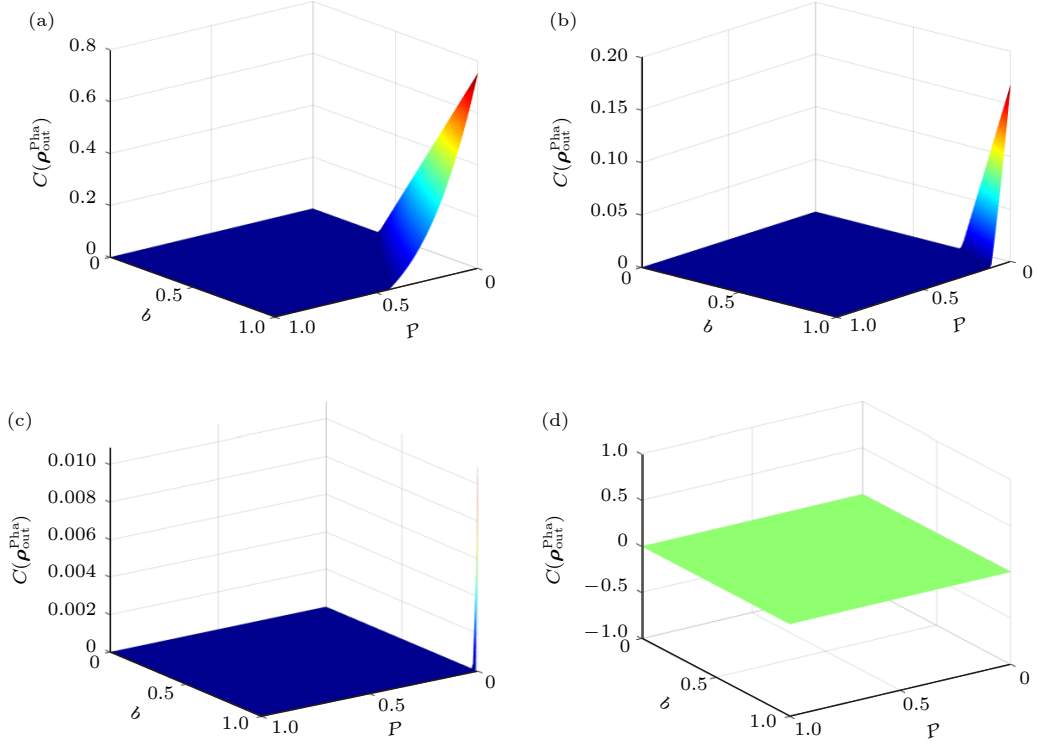


图 4 退相位环境下输出态  $\rho_{out}^{Pha}$  的纠缠度  $C_{out}^{Pha}$  随参数  $b$  和出错概率  $p$  的变化 (a)  $T = 5$  K,  $U = 3.5$  eV; (b)  $T = 5$  K,  $U = 6.0$  eV; (c)  $T = 10$  K,  $U = 3.5$  eV; (d)  $T = 10$  K,  $U = 6.0$  eV

Fig. 4. Concurrence  $C_{out}^{Pha}$  for the output state  $\rho_{out}^{Pha}$  under the dephasing channel as a function of parameter  $b$  and probability  $p$ : (a)  $T = 5$  K and  $U = 3.5$  eV; (b)  $T = 5$  K and  $U = 6.0$  eV; (c)  $T = 10$  K and  $U = 3.5$  eV; (d)  $T = 10$  K and  $U = 6.0$  eV.

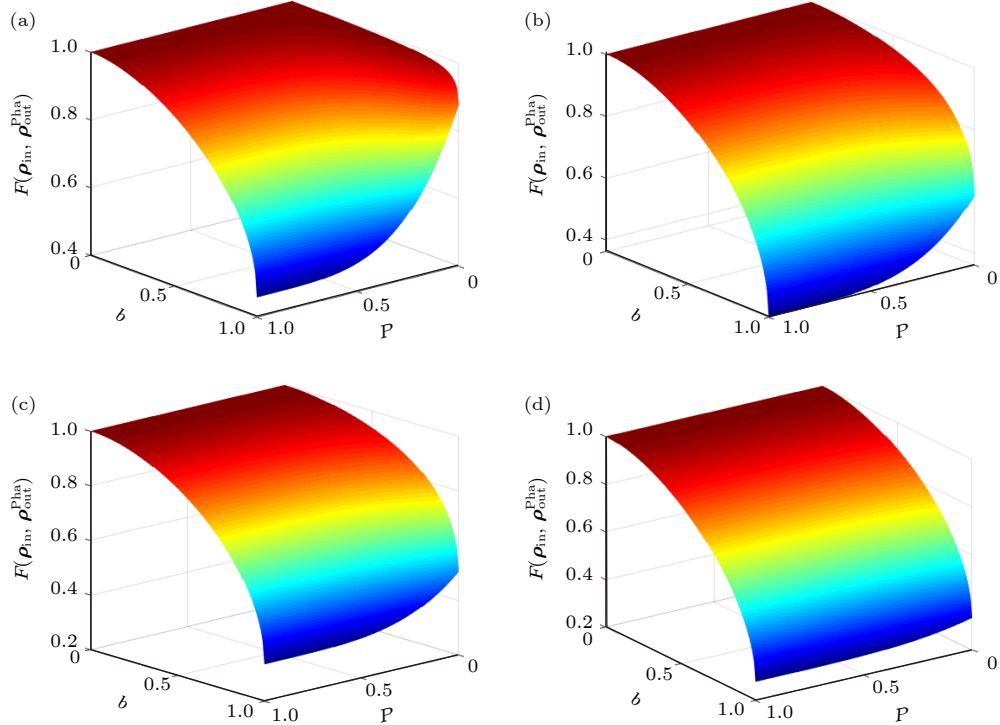


图 5 退相位环境下输出态  $\rho_{out}^{Pha}$  的保真度  $F(\rho_{in}, \rho_{out}^{Pha})$  随参数  $b$  和出错概率  $p$  的变化 (a)  $T = 5$  K,  $U = 3.5$  eV; (b)  $T = 5$  K,  $U = 6.0$  eV; (c)  $T = 10$  K,  $U = 3.5$  eV; (d)  $T = 10$  K,  $U = 6.0$  eV.

Fig. 5. Fidelity  $F(\rho_{in}, \rho_{out}^{Pha})$  for the output state  $\rho_{out}^{Pha}$  under the dephasing channel as a function of parameter  $b$  and probability  $p$ : (a)  $T = 5$  K and  $U = 3.5$  eV; (b)  $T = 5$  K and  $U = 6.0$  eV; (c)  $T = 10$  K and  $U = 3.5$  eV; (d)  $T = 10$  K and  $U = 6.0$  eV.

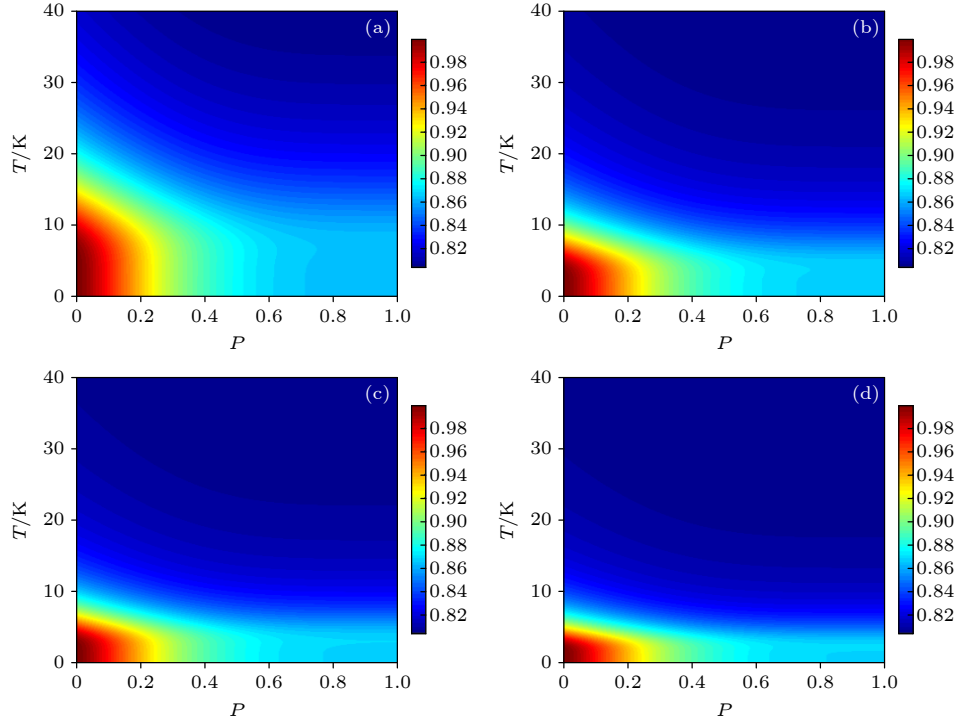


图 6 退相位环境下输出态  $\rho_{\text{out}}^{\text{Pha}}$  的平均保真度  $F_A(\rho_{\text{in}}, \rho_{\text{out}}^{\text{Pha}})$  随出错概率  $p$  和温度  $T$  的变化 (a)  $U = 2.0$  eV; (b)  $U = 3.5$  eV; (c)  $U = 4.5$  eV; (d)  $U = 6.0$  eV.

Fig. 6. Average fidelity  $F_A(\rho_{\text{in}}, \rho_{\text{out}}^{\text{Pha}})$  of the output state under the dephasing channel as a function of probability  $p$  and temperature  $T$ : (a)  $U = 2.0$  eV; (b)  $U = 3.5$  eV; (c)  $U = 4.5$  eV; (d)  $U = 6.0$  eV.

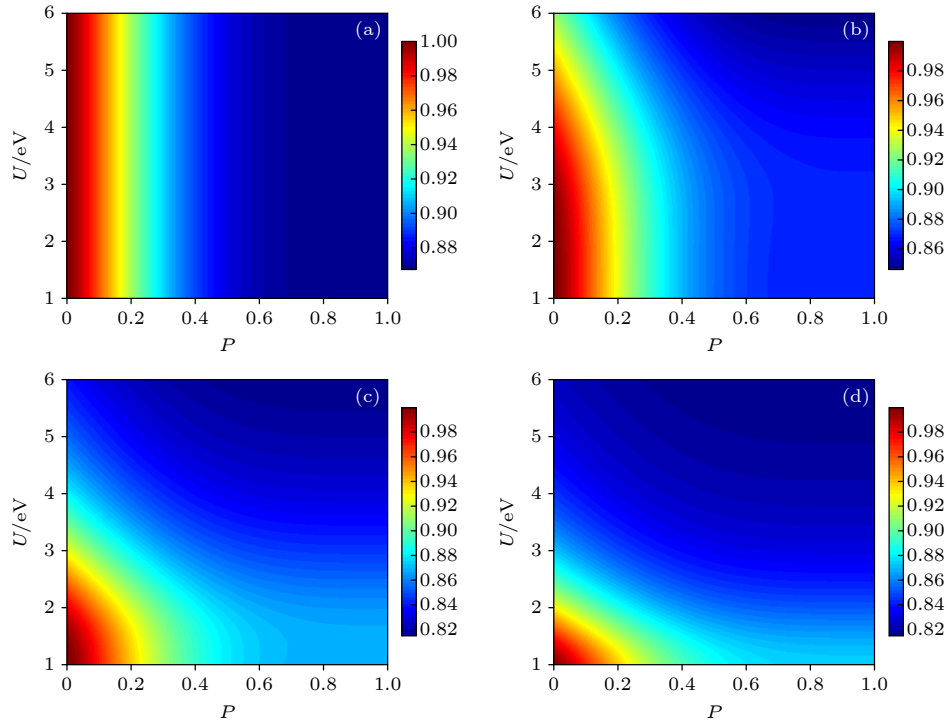


图 7 退相位环境下输出态  $\rho_{\text{out}}^{\text{Pha}}$  的平均保真度  $F_A(\rho_{\text{in}}, \rho_{\text{out}}^{\text{Pha}})$  随出错概率  $p$  和库仑排斥势  $U$  的变化 (a)  $T = 0$  K; (b)  $T = 5$  K; (c)  $T = 10$  K; (d)  $T = 15$  K

Fig. 7. Average fidelity  $F_A(\rho_{\text{in}}, \rho_{\text{out}}^{\text{Pha}})$  of the output state  $\rho_{\text{out}}^{\text{Pha}}$  under the dephasing channel as a function of probability  $p$  and Coulomb repulsion  $U$ : (a)  $T = 0$  K; (b)  $T = 5$  K; (c)  $T = 10$  K; (d)  $T = 15$  K, respectively.

下输出态  $\rho_{\text{out}}^{\text{Pha}}$  的平均保真度  $F_A(\rho_{\text{in}}, \rho_{\text{out}}^{\text{Pha}})$  随出错概率  $p$  和温度  $T$  的变化, 结果如图 6 所示. 理论上已经证明: 对于任意一个态的经典传输, 其最大的经典保真度为  $F_{\text{class}} = 2/3$ . 所以, 对于量子隐形传态, 平均保真度大于  $2/3$  是最基本的要求. 从图 6 可以看出, 虽然输出态的平均保真度  $F_A(\rho_{\text{in}}, \rho_{\text{out}}^{\text{Pha}})$  随着  $T$  的增大而逐渐减小, 但是在  $0 \leq T \leq 40$  K 这一温度范围内, 很明显  $F_A(\rho_{\text{in}}, \rho_{\text{out}}^{\text{Pha}}) > 80\%$ . 特别是当  $T$  和  $p$  的取值很小时,  $F_A(\rho_{\text{in}}, \rho_{\text{out}}^{\text{Pha}})$  几乎接近于最大值 1. 总的来看,  $F_A(\rho_{\text{in}}, \rho_{\text{out}}^{\text{Pha}})$  随  $p$  的衰减并不是十分明显. 这也就表明, 在退相位环境下 SGNR 量子通道有着非常好的鲁棒性. 接下来通过数值计算再来考察  $F_A(\rho_{\text{in}}, \rho_{\text{out}}^{\text{Pha}})$  随  $p$  和库仑排斥势  $U$  的变化, 所得结果如图 7 所示. 当  $T = 0$  时, 如图 7(a) 所示,  $F_A(\rho_{\text{in}}, \rho_{\text{out}}^{\text{Pha}})$  不受  $U$  的影响, 只是随着  $p$  的增大略微有些减小. 当  $T \neq 0$  时, 比较图 7(b)—图 7(c) 可以看出,  $F_A(\rho_{\text{in}}, \rho_{\text{out}}^{\text{Pha}})$  会随着  $U$  的增大而略有减小, 且温度越高,  $F_A(\rho_{\text{in}}, \rho_{\text{out}}^{\text{Pha}})$  取较大值的分布将不断向  $p$  和  $U$  的低值区域收缩.

## 4 结 论

本文研究了退相位环境下 Werner 态在 SGNR 量子通道中的隐形传输. 结果表明, 输出态的纠缠度和保真度对量子通道中的纠缠资源以及输入态的纠缠度有很强的依赖性. 对于给定的输入态, 量子通道中的纠缠越大, 输出态的品质就越高; 对于给定的量子通道, 输出态的纠缠度总是随着输入态纠缠度的增大而增大, 而相应的保真度却总是随着输入态纠缠度的增大而减小. 由于受退相位环境的影响, 量子通道中的纠缠资源会随着时间演化而不断损耗, 高温和强库仑排斥势会加剧这种损耗, 从而导致输出态的品质下降. 但是当温度小于 40 K, 且电子间的库仑排斥势小于 6 eV 时, 输出态的平均保真度总可以达到 80% 以上, 且平均保真度在退相位环境中的衰减并不明显. 因此, SGNR 量子通道在退相位环境下有非常好的鲁棒性. 特别是对于低温和微弱的排斥势, 输出态的平均保真度几乎接近最大值 1. 以上结果充分说明石墨烯材料在量子信息领域中具有潜在的应用价值.

## 参考文献

[1] Nielsen M A, Chuang I L 2002 *Quantum Computation and*

*Quantum Information* (Cambridge: Cambridge University Press)

- [2] Davis S I, Peña C, Xie S, Lauk N, Narváez L, Valivarthi R, Allmaras J P, Beyer A D, Gim Y, Hussein M, Iskander G, Kim H L, Korzh B, Mueller A, Rominsky M, Shaw M, Tang D, Wollman E E, Simon C, Spentzouris P, Oblak D, Sinclair N, Spiropulu M 2020 *PRX Quantum* **1** 020317
- [3] Bennett C H, Brassard G, Crépeau C, Jozsa R, Peres A, Wootters W K 1993 *Phys. Rev. Lett.* **70** 1895
- [4] Briegel H J, Dür W, Cirac J I, Zoller P 1998 *Phys. Rev. Lett.* **81** 5932
- [5] Sangouard N, Simon C, de Riedmatten H, Gisin N 2011 *Rev. Mod. Phys.* **83** 33
- [6] Gottesman D, Chuang I L 1999 *Nature* **402** 390
- [7] Raussendorf R, Briegel H J 2001 *Phys. Rev. Lett.* **86** 5188
- [8] Chou K S, Blumoff J Z, Wang C S, Reinhold P C, Axline C J, Gao Y Y, Frunzio L, Devoret M H, Jiang L, Schoelkopf R J 2018 *Nature* **561** 368
- [9] Wan Y, Kienzler D, Erickson S D, Mayer K H, Leibfried D 2019 *Science* **364** 875
- [10] Wang M Y, Wang X D, Ruan D, Long G L 2021 *Acta Phys. Sin.* **70** 190301 (in Chinese) [王明宇, 王馨德, 阮东, 龙桂鲁 2021 物理学报 **70** 190301]
- [11] Bouwmeester D, Pan J W, Mattle K, Eibl M, Zeilinger A 1997 *Nature* **390** 575
- [12] Yin J, Ren J, Lu H, Cao Y, Pan J 2012 *Nature* **488** 185
- [13] Ma X S, Herbst T, Scheidl T, Wang D, Kropatschek S, Naylor W, Wittmann B, Mech A, Kofler J, Anisimova E, Makarov V, Jennewein T, Ursin R, Zeilinger A 2012 *Nature* **489** 269
- [14] Metcalf B J, Spring J B, Humphreys P C, Thomas-Peter N, Barbieri M, Kolthammer W S, Jin X, Langford N K, Kundys D, Gates J C, Smith B J, Smith P G R, Walmsley I A 2014 *Nat. Photonics* **8** 770
- [15] Im D, Lee C, Kim Y, Nha H, Kim M S, Lee S, Kim Y 2021 *npj Quantum Inf.* **7** 86
- [16] Barrett M D, Chiaverini J, Schaetz T, Britton J, Itano W M, Jost J D 2004 *Nature* **429** 737
- [17] Nölleke C, Neuzner A, Reiserer A, Hahn C, Rempe G, Ritter S 2013 *Phys. Rev. Lett.* **110** 140403
- [18] Bao X H, Xu X F, Li C M, Yuan Z S, Lu C Y, Pan J W 2012 *Proc. Natl. Acad. Sci. U. S. A.* **109** 20347
- [19] Krauter H, Salart D, Muschik C A, Petersen J M, Shen H, Fernholz T, Polzik E S 2013 *Nat. Phys.* **9** 400
- [20] Gao W B, Fallahi P, Togan E, Delteil A, Chin Y S, Miguel-Sanchez J, Imamoğlu A 2013 *Nat. Commun.* **4** 2744
- [21] Steffen L, Salathe Y, Oppliger M, Kurpiers P, Baur M, Lang C, Eichler C, Puebla-Hellmann G, Fedorov A, Wallraff A 2013 *Nature* **500** 319
- [22] Pfaff W, Hensen B J, Bernien H, van Dam S B, Blok M S, Taminiau T H, Tiggelman M J, Schouten R N, Markham M, Twitchen D J, Hanson R 2014 *Science* **345** 532
- [23] Huang N, Huang W, Li C 2020 *Sci. Rep.* **10** 3093
- [24] Yu Y, Zhao N, Pei C X, Li W 2021 *Commun. Theor. Phys.* **73** 085103
- [25] Ren J G, Xu P, Yong H L, Zhang L, Liao S K, Yin J, Liu W Y, Cai W Q, Yang M, Li L 2017 *Nature* **549** 70
- [26] Pirandola S, Eisert J, Weedbrook C, Furusawa A, Braunstein S L 2015 *Nat. Photonics* **9** 641
- [27] Bussi eres F, Clausen C, Tiranov A, Korzh B, Verma V B, Nam S W, Marsili F, Ferrier A, Goldner P, Herrmann H, Silberhorn C, Sohler W, Afzelius M, Gisin N 2014 *Nat. Photonics* **8** 775

- [28] Llewellyn D, Ding Y, Faruque I I, Paesani S, Bacco D, Santagati R, Qian Y, Li Y, Xiao Y, Huber M, Malik M, Sinclair G F, Zhou X, Rottwitz K, O'Brien J L, Rarity J G, Gong Q, Oxenlowe L K, Wang J, Thompson M G 2020 *Nat. Phys.* **16** 148
- [29] Novoselov K S, Geim A K, Morozov S V, Jiang D, Zhang Y, Dubonos S V, Grigorieva I V, Firsov A A 2004 *Science* **306** 666
- [30] Castro Neto A H, Guinea F, Peres N M R, Novoselov K S, Geim A K 2009 *Rev. Mod. Phys.* **81** 109
- [31] Wakabayashi K, Sasaki K, Nakanishi T, Enoki T 2010 *Sci. Technol. Adv. Mater.* **11** 054504
- [32] Yazyev O V 2010 *Rep. Prog. Phys.* **73** 056501
- [33] Talirz L, Söde H, Cai J, Ruffieux P, Blankenburg S, Jafaar R, Berger R, Feng X, Müllen K, Passerone D, Fasel R, Pignedoli C A 2013 *J. Am. Chem. Soc.* **135** 2060
- [34] van der Lit J, Boneschanscher M P, Vanmaackelbergh D, Ijäs M, Uppstu A, Ervasti M, Harju A, Liljeroth P, Swart I 2013 *Nat. Commun.* **4** 2023
- [35] Schmidt M J, Golor M, Lang T C, Wessel S 2013 *Phys. Rev. B* **87** 245431
- [36] Golor M, Koop C, Lang T C, Wessel S, Schmidt M J 2013 *Phys. Rev. Lett.* **111** 085504
- [37] Gräfe M, Szameit A 2015 *2 D Materials* **2** 034005
- [38] Burkard G, Bulaev D V, Trauzettel B, Loss D 2007 *Nat. Phys.* **3** 192
- [39] Recher P, Trauzettel B 2010 *Nanotechnology* **21** 302001
- [40] Chen C, Chang Y 2015 *Phys. Rev. B* **92** 245406
- [41] Cimatti I, Bondi L, Serrano G, Malavolti L, Cortigiani B, Velez-Fort E, Betto D, Ouerghi A, Brookes N B, Loth S, Mannini M, Totti F, Sessoli R 2019 *Nanoscale Horizons* **4** 1202
- [42] Guo G, Lin Z, Tu T, Cao G, Li X, Guo G 2009 *New J. Phys.* **11** 123005
- [43] Dragoman D, Dragoman M 2015 *Nanotechnology* **26** 485201
- [44] Dragoman M, Dinescu A, Dragoman D 2018 *IEEE Trans. Nanotechnol.* **17** 362
- [45] Wootters W K 1998 *Phys. Rev. Lett.* **80** 2245
- [46] Werner R F 1989 *Phys. Rev. A* **40** 4277
- [47] Aolita L, de Melo F, Davidovich L 2015 *Rep. Prog. Phys.* **78** 042001
- [48] Bowen G, Bose S 2001 *Phys. Rev. Lett.* **87** 267901
- [49] Jozsa R 1994 *J. Mod. Opt.* **41** 2315

# Teleportation of Werner state via graphene-based quantum channels under dephasing environment\*

Zhang Le Yuan Xun-Feng Tan Xiao-Dong<sup>†</sup>

(School of Electronic Information and Electrical Engineering, Shangluo University, Shangluo 726000, China)

( Received 10 October 2021; revised manuscript received 10 December 2021 )

## Abstract

The teleportation of Werner state in the graphene-based quantum channels under the dephasing environment is studied through the effective low-energy theory in this paper. The results show that the output entanglement normally reaches a higher level as the input entanglement increases, while the performance of the corresponding fidelity is opposite. Given the input state, the greater entanglement in the quantum channel can provide the higher-quality output state. For graphene-based quantum channels, the low temperature and weak Coulomb repulsive potential can decelerate the attenuation of entanglement resources in the dephasing environment. Moreover, when the temperature is lower than 40 K and the coulomb repulsive potential between electrons is less than 6 eV, the average fidelity of the output state reaches more than 80%. These results indicate that graphene has potential applications in quantum information.

**Keywords:** graphene nanoribbon, Werner state, quantum teleportation, dephasing

**PACS:** 03.67.Hk, 03.67.-a, 03.65.Yz

**DOI:** 10.7498/aps.71.20211881

\* Project supported by the Natural Science Basic Research Program of Shaanxi Province, China (Grant No. 2021JQ-837), the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11847042), the Science and Technology Research Program of Shangluo University, China (Grant No. 19SKY025), and the Innovation Team of Science and Technology Bureau in Shangluo, China (Grant No. SK2017-46).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: [txd10@163.com](mailto:txd10@163.com)