

基于反射系数估算的半空间边界阻抗和声源直接辐射重构

周达仁 卢奂采 程相乐 McFarland D. Michael

Reconstruction of half-space boundary impedance and sound source direct radiation based on reflection coefficient estimation

Zhou Da-Ren Lu Huan-Cai Cheng Xiang-Le McFarland D. Michael

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 71, 124301 (2022) DOI: 10.7498/aps.71.20211924

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.71.20211924>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于单元辐射叠加法的结构声源声场重建方法

Sound field reconstruction of structural source based on element radiation superposition method

物理学报. 2021, 70(13): 134301 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20201971>

基于混合场积分方程的半空间上方金属目标电磁散射特性高效分析

High-efficient analysis of metal target electromagnetics above the half-space based on mixed field integral equation

物理学报. 2022, 71(11): 114101 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20212152>

流体/准饱和和多孔介质中伪Scholte波的传播特性

Propagation characteristics of pseudo-Scholte waves at the interface between finite-thickness fluid layer and quasi-saturated porous half-space

物理学报. 2018, 67(20): 204302 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20180853>

基于大掠射角海底反射特性的深海地声参数反演

Inversion of deep water geoacoustic parameters based on the seabed reflection characteristics of large grazing angles

物理学报. 2022, 71(11): 114302 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20211915>

一种测量大气消光系数边界值的新方法

A new method of measuring boundary value of atmospheric extinction coefficient

物理学报. 2018, 67(5): 054205 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20172008>

基于大气声传播理论的爆炸声源能量估计

Energy estimation of explosion sound source based on atmospheric sound propagation theory

物理学报. 2021, 70(24): 244203 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20210562>

基于反射系数估算的半空间边界阻抗和声源直接辐射重构*

周达仁 卢奂采[†] 程相乐 McFarland D. Michael

(浙江工业大学机械工程学院, 杭州 310023)

(2021 年 10 月 17 日收到; 2022 年 1 月 24 日收到修改稿)

半空间中声源直接辐射声场重构的实施需要构造以边界声阻抗为参量的半空间基函数, 边界声阻抗的获取则通常需要借助原位测量方法. 基于半空间球面波基函数叠加的声场重构方法, 通过在声源近场布置全息测量面和一支参考传声器采集声压, 并以参考传声器声压重构误差取得最小值为准则, 估算各全息测点的声压反射系数, 就能在边界阻抗未知条件下实现声源直接辐射声压的重构, 从而摆脱了常规方法对声阻抗原位测量技术的依赖. 本文的目的是对这一方法进行详细的参数讨论, 并在估算声压反射系数的基础上, 进一步对边界声阻抗加以重构, 提出一种基于近场声全息的声阻抗测量方法. 以球形声源为例, 对声阻抗和声源直接辐射声压的重构进行了仿真, 定量地分析参考传声器坐标、边界有效流阻率和边界孔隙度随深度的降低率等参数对重构精度的影响.

关键词: 半空间, 边界阻抗, 反射系数, 近场声全息

PACS: 43.60.Sx, 43.60.Pt, 43.20.El

DOI: 10.7498/aps.71.20211924

1 引言

近场声全息^[1]利用布置在振动结构近场的全息测量面采集声场信息, 结合声场重构算法, 可实现结构表面和三维空间中的声压、流体介质质点振速和声强等声学量分布的可视化, 为结构声源的识别和定位提供技术支撑. 近四十年来, 傅里叶声学法^[2]、逆边界元法^[3]、球面波函数叠加法^[4]和等效源法^[5]等系列近场声全息方法的相继提出, 标志着近场声全息在自由声场中的数学建模和工程实施已经形成较为成熟的理论体系. 这些方法利用 Helmholtz 方程的基本解, 即自由空间格林函数建立结构表面声学量与空间场点声学量之间的关联, 通过求解逆问题, 将全息测量面上的声学量映射到重构面. 然而, 现实的测量环境通常不易满足理想

的自由空间的要求. 例如, 对于潜艇等大型装备而言, 其声辐射指标的测试通常只能在存在反射边界的船坞中进行, 这使得测量值不可避免地受边界反射的影响, 而不能真实反映声源的直接辐射量, 更不能结合建立在自由空间中的近场声全息方法来实施声源直接辐射声场的重构. 因此, 研究含有反射边界的半空间中声源直接辐射声场重构的理论和方法, 对于近场声全息进一步走向复杂环境下的工程应用具有重要意义.

半空间边界的声学特性可由声阻抗率表征. 在工程环境中, 边界声阻抗率的幅值一般为有限数值, 这一类边界称作有限声阻抗边界或阻抗边界. 参照近场声全息在自由空间的声场重构理论, 在含阻抗边界的半空间中, 若要实施声源直接辐射声场的重构, 先要构造以边界阻抗为参量的、满足 Helmholtz 方程和边界条件的半空间格林函数, 建

* 国家自然科学基金 (批准号: 51975525, 52005443) 和浙江省基础公益研究计划 (批准号: LQ21E050016) 资助的课题.

[†] 通信作者. E-mail: luancailu@zjut.edu.cn

立半空间中场点声学量与声源表面声学量之间的关联. Zea 和 Arteaga [6,7] 参照傅里叶声学法, 将半空间声压场表述为一组平面波基函数及其在边界处激发的反射波函数的叠加, 提出了专门针对平面形状声源直接辐射声场的重构方法. Zhao 和 Wu [8] 将球面坐标系中的自由空间格林函数替换为半空间格林函数, 参照逆边界元法, 对半空间中振动结构表面的声学量进行了重构. Bi 等 [9–11] 参照等效源法, 使用一组半空间格林函数的线性叠加来表述全息测量声压, 通过求解半空间格林函数系数, 实现半空间声学量的重构. Pan 等 [12,13] 将时域的半空间格林函数引入到等效源法中, 对半空间瞬态声场进行了重构.

上述方法将边界阻抗作为参量分别引入傅里叶声学法、逆边界元法和等效源法的数学模型, 建立半空间声场的数学模型和相应的声场重构算法. 由此可知, 声场重构的实施一般需要预先原位测得边界阻抗作为已知量. 材料的声阻抗、声压反射系数和吸声系数等声学特性的原位测量技术 [14], 经过六十多年的发展, 随着声场建模方案的不断优化和传感器技术的革新, 而趋于多元化和精确化. 其中, 以近场声全息数学模型为基础、结合传声器阵列作为前端的原位测量技术, 因其相比于传统的双传声器法具有更强的抗测量噪声干扰的能力, 而受到研究者的关注. Tamura [15] 在声源和材料之间布置双层平面传声器阵列, 基于傅里叶声学法, 在波数域内分离出各波数分量的入射声压角谱和反射声压角谱, 计算出材料的声压反射系数. Hald 等 [16] 基于统计最优近场声全息法, 使用双层平面传声器阵列采集声压信息, 计算出材料的声阻抗、声压反射系数和吸声系数. Richard 和 Fernandez-Grande [17] 使用等效源法, 结合球面传声器阵列作为测量前端, 重构出材料表面的声压和质点振速分布, 进而计算出声阻抗和吸声系数. Dupont 等 [18] 基于球面近场声全息的数学模型, 使用球面传声器阵列作为测量前端, 同样是通过重构材料表面的声压和质点振速分布, 而得到声阻抗和吸声系数. 总之, 由于近场声全息具有对声学量重构的强大能力, 将其应用于材料声学特性的建模与原位测量, 是一条高效的解决途径.

近期, Zhou 等 [19,20] 参照球面波函数叠加法, 将半空间声压场表述为一组半空间球面波基函数

的线性叠加, 通过求解基函数的系数, 获取声源在自由空间中辐射声压场的基函数系数, 进而实现含阻抗边界半空间中声源直接辐射声场的重构. Zhou 等 [20] 进一步提出, 在全息测量面的一侧设置一支参考传声器, 并定义全息测量面的声压反射系数均值, 以参考传声器所在位置的声压重构误差为最小为原则估算出反射系数均值, 就可以近似计算半空间球面波函数. 从而, 在边界阻抗未知的情况下, 也可以实现声源直接辐射声场的重构.

适用于边界阻抗为未知量的声场重构方法, 不再需要在现场布置标准声源和特定分布的传感器来预先测量边界阻抗, 摆脱了常规方法对声阻抗原位测量技术的依赖, 从而在很大程度上提高了工程实施效率. 然而, 现有的研究仅对该方法在一种阻抗参数条件下的声压重构进行了初步的仿真和实验验证, 参考传声器坐标和边界阻抗等参数的变化对声压反射系数均值计算和声压重构误差的影响机理尚未得到研究. 因此, 本文将系统地考察该方法在不同参考传声器坐标和边界参数条件下, 对声源直接辐射声压的重构精度; 同时在估算声压反射系数均值的基础上, 重构边界的声阻抗率, 为声阻抗的原位测量提供一种基于近场声全息的解决方案.

2 数学模型

2.1 基于半空间球面波基函数叠加的声场重构理论基础

在含阻抗边界的半空间中, 如图 1 所示, 声源几何中心 O_1 到边界距离记为 h_s , 以 O_1 在边界的投影 O 为原点建立全局坐标系, 其中, O_1 的全局坐标为 $\mathbf{x}_{O_1} = (0, 0, h_s)$. 那么, 声源在半空间中任一场点 \mathbf{x} 的稳态声压响应 $p_{\text{half}}(\mathbf{x}; \omega)$ 为声源直接辐射与边界反射贡献的总声压, 可以用不同阶次的半空间球面波基函数的线性叠加来表述 [20]:

$$p_{\text{half}}(\mathbf{x}; \omega) \approx \sum_{j=1}^J c_j(\omega) \psi_{j\text{half}}(\mathbf{x}; \omega), \quad (1)$$

其中, $\psi_{j\text{half}}(\mathbf{x}; \omega)$ 为满足 Helmholtz 方程和阻抗边界条件的半空间球面波基函数 [19,20], ω 为声波角频率, j 为基函数展开项序数, J 为基函数展开项项数; $c_j(\omega)$ 为待求解的基函数展开项系数.

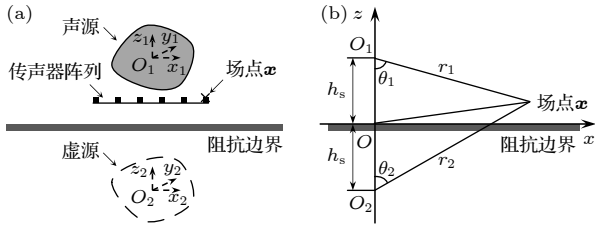


图 1 半空间声场示意图 (a) 声源、传声器阵列和阻抗边界的布置; (b) 声源几何中心及其关于边界的镜像点与场点、阻抗边界之间的几何关系

Fig. 1. Schematic of the half-space sound field: (a) Setup of the source, the microphone array and the impedance boundary; (b) geometric relationship between the geometric center of the source, the mirror point, the field point and the impedance boundary.

分别以 O_1 及其关于边界的镜像点 O_2 为坐标原点建立局部坐标系, 场点 \mathbf{x} 在两局部坐标系中的坐标分别记为 $\mathbf{x}_1 \equiv (r_1, \theta_1, \phi_1)$ 和 $\mathbf{x}_2 \equiv (r_2, \theta_2, \phi_2)$, 它们与全局坐标 \mathbf{x} 之间的关系为

$$\mathbf{x}_1 = \mathbf{x} - h_s \mathbf{e}_z, \quad \mathbf{x}_2 = \mathbf{x} + h_s \mathbf{e}_z, \quad (2)$$

其中, \mathbf{e}_z 为 z 向单位向量. 利用两组局部坐标, $\psi_{j\text{half}}(\mathbf{x}; \omega)$ 可以表示为^[20]

$$\begin{aligned} \psi_{j\text{half}}(\mathbf{x}; \omega) = & \psi_j(\mathbf{x} | \mathbf{x} - h_s \mathbf{e}_z; \omega) \\ & + R_p(\theta_2; \omega) \psi_j(\mathbf{x} | \mathbf{x} + h_s \mathbf{e}_z; \omega), \end{aligned} \quad (3)$$

其中, $\psi_j(\mathbf{x} | \mathbf{x} - h_s \mathbf{e}_z; \omega)$ 为表述声源直接辐射的第 j 项球面波函数, $\psi_j(\mathbf{x} | \mathbf{x} + h_s \mathbf{e}_z; \omega)$ 为表述镜像虚源辐射的第 j 项球面波函数; $R_p(\theta_2; \omega)$ 为声压反射系数.

球面波函数在球面坐标系中的表达式为^[4]

$$\psi_j(\mathbf{x}; \omega) \equiv \psi_{nl}(r, \theta, \phi; \omega) = h_n^{(1)}(kr) Y_n^l(\theta, \phi), \quad (4)$$

其中, $h_n^{(1)}(kr)$ 为第一类球汉克尔函数, $Y_n^l(\theta, \phi)$ 为球谐函数. 在 (1) 式、(3) 式和 (4) 式中, 整数 n , l 和 j 满足 $j = n^2 + n + l + 1$, 其中, $-n \leq l \leq n$, $0 \leq n \leq N$, N 为阶数 n 的截断值.

声压反射系数 $R_p(\theta_2; \omega)$ 的表达式为^[21]

$$R_p(\theta_2; \omega) = \frac{\cos \theta_2 - \beta}{\cos \theta_2 + \beta}, \quad (5)$$

式中, β 为归一化的边界声导纳,

$$\beta = \frac{\rho_0 c}{Z} = \frac{1}{Z_0}, \quad (6)$$

其中, Z 为边界声阻抗率, ρ_0 为半空间流体介质密度, c 为声速, Z_0 为归一化的边界声阻抗率. 注意到, (5) 式与平面入射波在边界的声压反射系数形式相同, 所以 (3) 式右边的第 2 项对反射声场的表

述是近似解. 随着场点与边界之间距离的增大, 且大于半个声波波长时, 场点接收到的反射波趋近于平面波, (3) 式趋于精确解^[21]. 另外, 当边界声阻抗率逐渐增大, 阻抗边界向完全刚性边界转变时, 半空间任意场点的反射系数均逐渐趋近于 1, 此时, (3) 式也趋于精确解.

如图 1(a) 所示, 布置传声器阵列作为全息测量面, 根据 (1) 式, 可以得到如下线性方程组:

$$\begin{aligned} \{\mathbf{p}_{\text{half}}(\mathbf{x}_m^{\text{meas}}; \omega)\}_{M \times 1} \\ = [\Psi_{\text{half}}(\mathbf{x}_m^{\text{meas}}; \omega)]_{M \times J} \{\mathbf{C}(\omega)\}_{J \times 1}, \end{aligned} \quad (7)$$

其中, $\{\mathbf{p}_{\text{half}}(\mathbf{x}_m^{\text{meas}}; \omega)\}_{M \times 1}$ 为半空间总声压测量值组成的列向量; $\mathbf{x}_m^{\text{meas}}$ 为测点坐标, $m = 1, 2, \dots, M$, M 为阵列所含的测点数目; $\{\mathbf{C}(\omega)\}_{J \times 1}$ 为半空间球面波函数的系数列向量; $[\Psi_{\text{half}}(\mathbf{x}_m^{\text{meas}}; \omega)]_{M \times J}$ 为各测点的半空间球面波函数展开项 $\psi_{j\text{half}}(\mathbf{x}_m^{\text{meas}}; \omega)$ 组成的矩阵. 通常, 测点数目大于基函数展开项数, 系数向量 $\{\mathbf{C}(\omega)\}_{J \times 1}$ 可通过对 (7) 式求逆求解, 即:

$$\begin{aligned} \{\mathbf{C}(\omega)\}_{J \times 1} \\ = [\Psi_{\text{half}}(\mathbf{x}_m^{\text{meas}}; \omega)]_{J \times M}^{\dagger} \{\mathbf{p}_{\text{half}}(\mathbf{x}_m^{\text{meas}}; \omega)\}_{M \times 1}, \end{aligned} \quad (8)$$

其中, 上标 \dagger 表示对矩阵求伪逆:

$$\begin{aligned} [\Psi_{\text{half}}(\mathbf{x}_m^{\text{meas}}; \omega)]_{J \times M}^{\dagger} \\ = \left([\Psi_{\text{half}}(\mathbf{x}_m^{\text{meas}}; \omega)]_{J \times M}^H [\Psi_{\text{half}}(\mathbf{x}_m^{\text{meas}}; \omega)]_{M \times J} \right)^{-1} \\ \times [\Psi_{\text{half}}(\mathbf{x}_m^{\text{meas}}; \omega)]_{J \times M}^H, \end{aligned} \quad (9)$$

其中, 上标 H 表示矩阵的共轭转置.

当 (7) 式的系数向量 $\{\mathbf{C}(\omega)\}_{J \times 1}$ 确定之后, 在半空间或者声源表面的任意场点 $\mathbf{x}_s^{\text{rec}}$ 处, 半空间总声压和声源直接辐射声压可由如下两式重构:

$$\{\mathbf{p}_{\text{half}}(\mathbf{x}_s^{\text{rec}}; \omega)\}_{S \times 1} = [\Psi_{\text{half}}(\mathbf{x}_s^{\text{rec}}; \omega)]_{S \times J} \{\mathbf{C}(\omega)\}_{J \times 1}, \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \{\mathbf{p}(\mathbf{x}_s^{\text{rec}}; \omega)\}_{S \times 1} \\ = [\Psi(\mathbf{x}_s^{\text{rec}} | \mathbf{x}_s^{\text{rec}} - h_s \mathbf{e}_z; \omega)]_{S \times J} \{\mathbf{C}(\omega)\}_{J \times 1}, \end{aligned} \quad (11)$$

其中, $\{\mathbf{p}_{\text{half}}(\mathbf{x}_s^{\text{rec}}; \omega)\}_{S \times 1}$ 和 $\{\mathbf{p}(\mathbf{x}_s^{\text{rec}}; \omega)\}_{S \times 1}$ 分别表示半空间总声压重构值和声源直接辐射声压重构值组成的列向量; $\mathbf{x}_s^{\text{rec}}$ 表示声压重构点坐标, $s = 1, 2, \dots, S$, S 为重构点数目; $[\Psi_{\text{half}}(\mathbf{x}_s^{\text{rec}}; \omega)]_{S \times J}$ 和 $[\Psi(\mathbf{x}_s^{\text{rec}} | \mathbf{x}_s^{\text{rec}} - h_s \mathbf{e}_z; \omega)]_{S \times J}$ 分别为半空间球面波函数展开项 $\psi_{j\text{half}}(\mathbf{x}_s^{\text{rec}}; \omega)$ 和自由空间球面波函数展开项 $\psi_j(\mathbf{x}_s^{\text{rec}} | \mathbf{x}_s^{\text{rec}} - h_s \mathbf{e}_z; \omega)$ 组成的矩阵. 此外, 为了克服求解 (7)–(11) 式过程中解的不适定性,

引入 Tikhonov 正则化方法^[1,8], 正则化参数由广义交叉检验方法^[1,8]确定.

2.2 边界阻抗和声源直接辐射声压的重构

由 (3) 式、(5) 式和 (6) 式可知, 半空间球面波函数以边界阻抗和场点坐标作为参量, 因此, 当边界阻抗未知时, 为了计算各全息测点的半空间球面波函数, 首先需要对各测点的声压反射系数进行估算.

对于具有有限声阻抗的物理边界而言, 测点的声压反射系数为有界函数, 满足如下关系:

$$|R_p(\theta_{2,m}^{\text{meas}}; \omega)| = \left| \frac{\cos \theta_{2,m}^{\text{meas}} - \beta}{\cos \theta_{2,m}^{\text{meas}} + \beta} \right| < 1, \quad (12)$$

其中, $|\cdot|$ 表示对复数取模, $\theta_{2,m}^{\text{meas}}$ 为第 m 个测点的局部坐标 θ_2 . 而 $\cos \theta_{2,m}^{\text{meas}}$ 随着 $\theta_{2,m}^{\text{meas}}$ 的波动幅度则取决于全息测量面的孔径及其与边界之间的距离. 因此, 通过合理设置全息测量面的孔径与坐标, 可以使得 $R_p(\theta_{2,m}^{\text{meas}}; \omega)$ 随 $\theta_{2,m}^{\text{meas}}$ 的波动幅度被约束在较小范围之内. 基于以上分析, 定义全息测量面的声压反射系数均值 $\bar{R}_p(\omega)$, 近似各个全息测点的实际反射系数 $R_p(\theta_{2,m}^{\text{meas}}; \omega)$ ^[20]. 反射系数均值 $\bar{R}_p(\omega)$ 简记为 \bar{R}_p , 依据如下方案进行计算^[20].

1) 在所布置的传声器阵列的一侧设置一支参考传声器, 其测点坐标记为 \mathbf{x}_{ref} , 同步测得全息声压值和参考声压值 $p_{\text{half}}(\mathbf{x}_{\text{ref}}^{\text{meas}}; \omega)$.

2) 建立如图 2 所示的直角坐标系, 其中, 横轴和纵轴分别为 R_p 的实部 $\text{Re}[R_p]$ 和虚部 $\text{Im}[R_p]$. 以坐标原点为中心画单位圆, 对圆内区域划分网格, 设置横轴和纵轴方向的网格步长各为 Δ_x 和 Δ_y . 由第 τ 个网格节点的坐标可确定反射系数 $R_{p\tau}$, 作为 \bar{R}_p 的备选值, 其中, $\tau = 1, 2, \dots, T$, T 为节点总数.

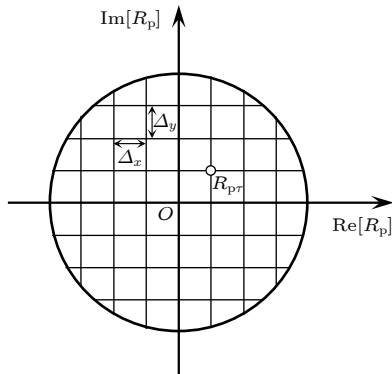


图 2 单位圆内部区域的网格划分
Fig. 2. Mesh of the region inside the unit circle.

3) 设定基函数展开项数 J 的取值上限为 J_{max} . 将基函数展开项数和反射系数均值的一组备选值 $(J, R_{p\tau})$ 赋给 (7)–(10) 式, 再以全息声压值作为输入, 重构参考测点处的半空间总声压 $p_{\text{half}}(\mathbf{x}_{\text{ref}}^{\text{rec}}; \omega)$, 并计算重构值与测量值的相对误差 E :

$$E = \frac{|p_{\text{half}}(\mathbf{x}_{\text{ref}}^{\text{rec}}; \omega) - p_{\text{half}}(\mathbf{x}_{\text{ref}}^{\text{meas}}; \omega)|}{|p_{\text{half}}(\mathbf{x}_{\text{ref}}^{\text{meas}}; \omega)|} \times 100\%. \quad (13)$$

如此遍历 $(J, R_{p\tau})$ 的所有备选值, 将 E 取得最小值 E_{min} 时所对应的反射系数确定为反射系数均值 \bar{R}_p .

将计算的反射系数均值 \bar{R}_p , 作为全息测量面的几何中心 \mathbf{x}_{cent} 的声压反射系数 $R_p(\theta_{2,\text{cent}}; \omega)$, 其中, 该点的局部坐标 $\theta_{2,\text{cent}}$ 为声波入射角. 再根据 (5) 式和 (6) 式, 可以重构边界的声阻抗率 Z_0^{rec} :

$$Z_0^{\text{rec}} = \frac{1 + \bar{R}_p}{(1 - \bar{R}_p) \cos \theta_{2,\text{cent}}}. \quad (14)$$

将计算的 \bar{R}_p 近似各个全息测点的声压反射系数 $R_p(\theta_{2,m}^{\text{meas}}; \omega)$, 计算半空间球面波函数, 再以全息声压值作为输入, 利用 (7)–(9) 式和 (11) 式即可重构半空间中声源的直接辐射声压场.

3 数值仿真实验

对脉动球声源和阻抗边界构成的半空间声场进行仿真. 脉动球、传声器阵列、参考传声器和阻抗边界的布置如图 3(a) 所示. 脉动球半径 $a = 0.05$ m, 表面振动速度 $V_0 = 0.01$ m/s, 球心 O_1 距离阻抗边界 $h_s = 0.30$ m. 传声器阵列为平面阵列, 孔径为 0.15 m \times 0.15 m, 其上均布 6×6 个声压测点, 相邻测点间距为 0.03 m. 阵列面与阻抗边界平行, 两者距离 $h_a = 0.20$ m. 声源和阵列面的几何中心均位于 z 轴. 阵列测点的编号如图 3(b) 所示, 其中, 第 1 号

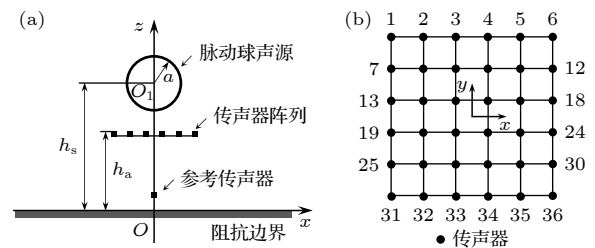


图 3 仿真声场示意图 (a) 脉动球声源、传声器阵列、参考传声器和阻抗边界的布置; (b) 阵列上传声器的编号

Fig. 3. Schematic of the simulated sound field: (a) Setup of the dilating sphere source, the microphone array, the reference microphone and the impedance boundary; (b) the indices of the microphones mounted on the array.

测点坐标为 $(-0.075 \text{ m}, 0.075 \text{ m}, 0.200 \text{ m})$, 第 36 号测点坐标为 $(0.075 \text{ m}, -0.075 \text{ m}, 0.200 \text{ m})$. 参考传声器坐标设为 $\mathbf{x}_{\text{ref}} = (0, 0, 0.05 \text{ m})$. 假定阻抗边界坐标为 $z = 0$, 其表面声阻抗率满足声阻抗模型^[22]:

$$Z_0 = 0.436(1 + i)(\sigma_e/f)^{0.5} + 19.48i\alpha_e/f, \quad (15)$$

其中, σ_e 为边界有效流阻率, α_e 为边界孔隙度随边界深度的降低率, f 为声波频率. 选取参数 σ_e 和 α_e 的值分别为 $38 \text{ kPa}\cdot\text{s}/\text{m}^2$ 和 15 m^{-1} . 空气介质密度 $\rho_0 = 1.20 \text{ kg}/\text{m}^3$, 声速 $c = 343 \text{ m}/\text{s}$. 在仿真计算中, 根据脉动球声源在自由空间中的辐射声压场和在半空间中激励的声压场的解析表达式^[20], 得到声源直接辐射声压的理论值和传声器测量的半空间总声压值. 考虑传声器测量误差的影响, 对传声器阵列和参考传声器测得的半空间总声压值附加信噪比为 30 dB 的高斯白噪声.

为了对声阻抗率和声源直接辐射声压重构精度进行定量分析, 定义声阻抗率的重构值 Z_0^{rec} 与理论值 Z_0 之间的相对误差为

$$\varepsilon^{\text{imp}} = \frac{|Z_0^{\text{rec}} - Z_0|}{|Z_0|} \times 100\%, \quad (16)$$

定义声源直接辐射声压重构值与理论值之间的相对误差为

$$\varepsilon^{\text{pres}} = \frac{\left\| \{ \mathbf{p}(\mathbf{x}_s^{\text{rec}}; \omega) \}_{S \times 1} - \{ \hat{\mathbf{p}}(\mathbf{x}_s^{\text{rec}}; \omega) \}_{S \times 1} \right\|_2}{\left\| \{ \hat{\mathbf{p}}(\mathbf{x}_s^{\text{rec}}; \omega) \}_{S \times 1} \right\|_2} \times 100\%, \quad (17)$$

其中, $\{ \hat{\mathbf{p}}(\mathbf{x}_s^{\text{rec}}; \omega) \}_{S \times 1}$ 表示一组声压重构点处, 声

源直接辐射声压的理论值组成的列向量; $\|\cdot\|_2$ 表示向量的 2-范数.

首先给出频率 $f = 1700 \text{ Hz}$ 工况下, 声阻抗率和声源直接辐射声压重构的结果. 当频率 $f = 1700 \text{ Hz}$ 时, 由 (15) 式给定的边界声阻抗率为 $Z_0 = 2.06 + 2.23i$, 再根据 (5) 式和 (6) 式, 可得位于全息测量面的场点声压反射系数 $R_p(\theta_2; \omega)$ 的变化范围为 $0.565 \leq \text{Re}[R_p] \leq 0.573$, $0.311 \leq \text{Im}[R_p] \leq 0.315$. 这表明, 在本算例所设定的声场参数条件下, 全息测量面的场点声压反射系数随着 θ_2 的变化, 在很小的范围内波动.

设定网格步长为 $\Delta_x = \Delta_y = 0.01$, 基函数展开项数取值上限为 $J_{\text{max}} = 4$, 计算反射系数均值 \bar{R}_p . 当基函数展开项数 $J = 1$ 时, 参考测点的半空间总声压重构的相对误差取得最小值 $E_{\text{min}} = 0.75\%$, 求得反射系数均值 $\bar{R}_p = 0.57 + 0.33i$.

图 4(a) 所示为当 $J = 1$ 时, 参考测点的总声压重构的相对误差 E 随反射系数 R_p 变化的三维曲面分布. 从图 4(a) 可知, 曲面上存在唯一的极小值点 $R_p^{\text{opt}} = 0.57 + 0.33i$; 并且, 随着 R_p 与 R_p^{opt} 之间的距离的增大, E 逐渐增大. 当展开项数 J 取 2, 3 和 4 时, 也能得到与图 4(a) 所示相似的图像. 这表明, 总是存在一个反射系数均值, 使得基于半空间球面波函数叠加的数学模型对阵列测点和参考测点的半空间总声压同时具有最高的描述精度. 因此, 以参考测点的总声压重构的相对误差取得最小值为准则, 来求取反射系数均值是可行的. 图 4(b) 所示

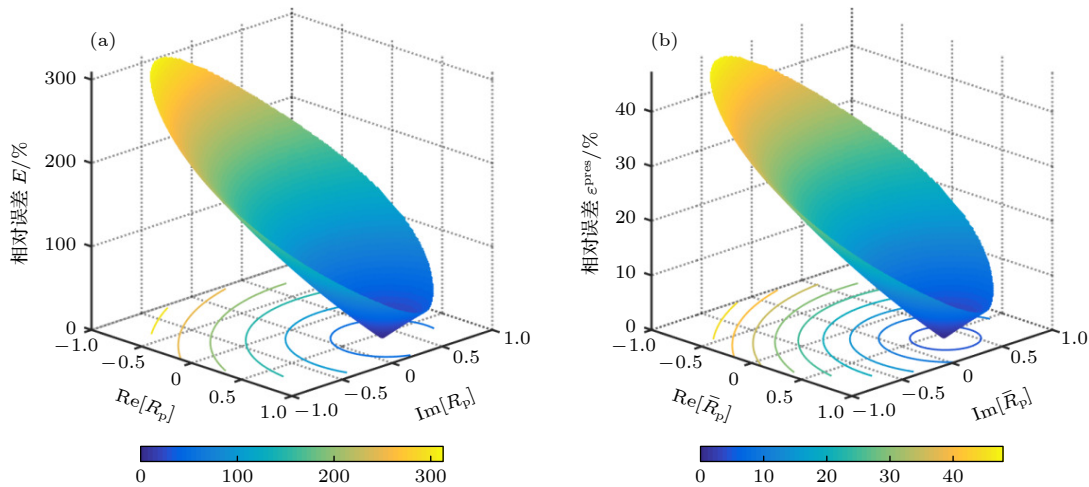


图 4 相对误差的曲面图 (a) 误差 E 随反射系数 R_p 变化的分布; (b) 误差 $\varepsilon^{\text{pres}}$ 随反射系数均值 \bar{R}_p 变化的分布

Fig. 4. Surface plot of the relative error: (a) The error E versus reflection coefficient R_p ; (b) the error $\varepsilon^{\text{pres}}$ versus mean value of the reflection coefficient \bar{R}_p .

为阵列测点的声源直接辐射声压重构的相对误差 $\varepsilon^{\text{pres}}$ 随反射系数均值 \bar{R}_p 变化的三维曲面分布, 其中, 基函数展开项数 $J = 1$. 与图 4(a) 相似, 图 4(b) 中也存在着唯一的极小值点 $\bar{R}_p^{\text{opt}} = 0.58 + 0.33i$; 随着 \bar{R}_p 与 \bar{R}_p^{opt} 之间距离的增大, $\varepsilon^{\text{pres}}$ 呈增大趋势. 图 4(b) 表明, 总是存在一个反射系数均值, 使得基于半空间球面波函数叠加的数学模型对阵列测点的半空间总声压和声源直接辐射声压同时具有最高的描述精度. 从而, 以反射系数均值近似阵列测点的声压反射系数, 对半空间总声压场进行建模, 能实现对声源直接辐射声压的精确重构. 当求得的 \bar{R}_p 越逼近其最优值 \bar{R}_p^{opt} 时, 声源直接辐射声压重构的精度越高. 为了使 \bar{R}_p 尽可能地逼近 \bar{R}_p^{opt} , 则需要通过合理地设置参考传声器的坐标来实现.

在求得反射系数均值 \bar{R}_p 之后, 令 $\mathbf{x}_{\text{cent}} = (0, 0, 0.20 \text{ m})$, $\theta_{2,\text{cent}} = 0$, 利用 (14) 式和 (16) 式, 得到声阻抗率重构值为 $Z_0^{\text{rec}} = 1.93 + 2.25i$, 重构值与理论值之间的相对误差为 $\varepsilon^{\text{imp}} = 4.41\%$.

利用 (7)–(9) 式和 (11) 式, 重构出阵列各测点处声源的直接辐射声压响应. 图 5 为无量纲声压幅值 $|p|/(\rho_0 c V_0)$ 在阵列测点的分布曲线, 包括半空间总声压值、声源直接辐射声压的重构值和理论值. 从图 5 可见, 半空间总声压值相对于声源直接辐射声压理论值存在明显的偏差, 说明传声器阵列测得的总声压被边界反射污染, 完全不能反映声源真实的直接辐射量. 而在声场重构之后, 声源直接辐射声压重构值与理论值的分布曲线能够很好地吻合. 在本工况下, 声压重构的相对误差为 $\varepsilon^{\text{pres}} = 0.29\%$. 结果表明, 该方法能以较高的精度抑制阻

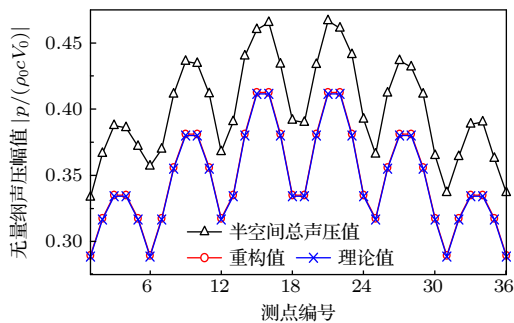


图 5 半空间总声压、声源直接辐射声压的重构值和声源直接辐射声压的理论值在阵列测点的分布

Fig. 5. Sound pressure distributions at the measurement points on the array, including the total values in the half-space, the reconstructed values and the benchmark values radiated directly from the source.

抗边界反射的影响, 重构脉动球声源直接辐射的声压场, 也能较为精确地重构边界声阻抗率.

进一步, 对频率 $f = 100\text{--}3300 \text{ Hz}$ 范围内的其他工况进行考察, 得到如图 6 所示的相对误差 ε^{imp} 和 $\varepsilon^{\text{pres}}$ 随频率 f 的变化曲线. 图 6 显示, 对于多数频率工况, ε^{imp} 均保持在 25% 以下, 表明本方法具有一定的对声阻抗率的重构精度; 仅在 $f = 100$ 和 300 Hz 两个低频工况下, $\varepsilon^{\text{imp}} > 60\%$, 这是因为在低频条件下, 声波波长较长, 使得阵列接收到的反射声波偏离假定的平面波模型较远. $\varepsilon^{\text{pres}}$ 在整个频率范围内保持在 2.5% 以下, 且在大多数频率工况保持在 1.5% 以下, 表明本方法具有较高且稳定的对声源直接辐射声压的重构精度. 图 6 所示的两条误差曲线随频率的变化趋势具有一定的相似性, 这是因为声阻抗率和声源直接辐射声压重构的精度均依赖于声压反射系数均值与其最优值的逼近程度. 需要说明的是, 对于多数频率工况, 图 6 所示结果并非本方法所能取得的最小误差, 因为参考传声器坐标的设置会对重构精度产生较大影响.

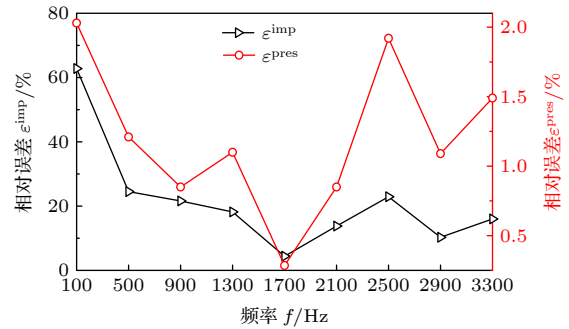


图 6 声阻抗率重构的相对误差 ε^{imp} 和声源直接辐射声压重构的相对误差 $\varepsilon^{\text{pres}}$ 随频率 f 的变化曲线

Fig. 6. Relative error of the reconstructed specific acoustic impedance ε^{imp} and the relative error of the reconstructed sound pressure $\varepsilon^{\text{pres}}$ radiated directly from the source versus frequency f .

4 参数讨论

本节考察参考传声器坐标以及边界有效流阻率、边界孔隙度随深度的降低率等参数对声阻抗率和声源直接辐射声压重构精度的影响. 仿真声场的布置如图 3(a) 所示, 声源、传声器阵列和阻抗边界的相关参数, 以及测量信号信噪比和网格划分步长等参数的初始值与第 3 节一致. 参数讨论遵循单一变量的原则, 即当考察某一参数的变化对重构精度的影响时, 其他参数保持不变.

4.1 参考传声器坐标

首先考察参考传声器坐标 \mathbf{x}_{ref} 的变化对边界声阻抗率和声源直接辐射声压重构精度的影响. 注意到, 在图 3(a) 所示的声场布置中, 球声源的几何中心正对着全息测量面的几何中心, 两者均位于 z 轴, 使得全息测量面接收到的声能量主要集中在入射角为 0 的方向. 因此, 为了充分获取该方向的声场信息, 将参考传声器置于 z 轴, 其坐标记为 $\mathbf{x}_{\text{ref}} = (0, 0, z_{\text{ref}})$. 考察 z_{ref} 的变化所导致的声阻抗率重构的相对误差 ε^{imp} 和声源直接辐射声压重构的相对误差

差 $\varepsilon^{\text{pres}}$ 的变化, 考察范围为 $z_{\text{ref}} = 0 - 0.19$ m. 当频率 $f = 100$ Hz, 900 Hz, 1700 Hz, 2500 Hz 和 3300 Hz 时, 使用本方法所得到的 ε^{imp} 和 $\varepsilon^{\text{pres}}$ 曲线分别如图 7(a) — (e) 所示.

先观察声压重构的相对误差 $\varepsilon^{\text{pres}}$ 随参考传声器坐标 z_{ref} 的变化趋势. 首先, 在图 7 所示的 5 幅子图中, 随着 z_{ref} 增大, $\varepsilon^{\text{pres}}$ 曲线均呈现出一定程度的振荡, 在 $z_{\text{ref}} = 0.19$ m 处取得最大值; 随着声波频率 f 的增大, 曲线振荡的次数增多. 例如, 当 $f = 900$ Hz 时, 曲线仅有 1 个波谷; 当 $f = 3300$ Hz

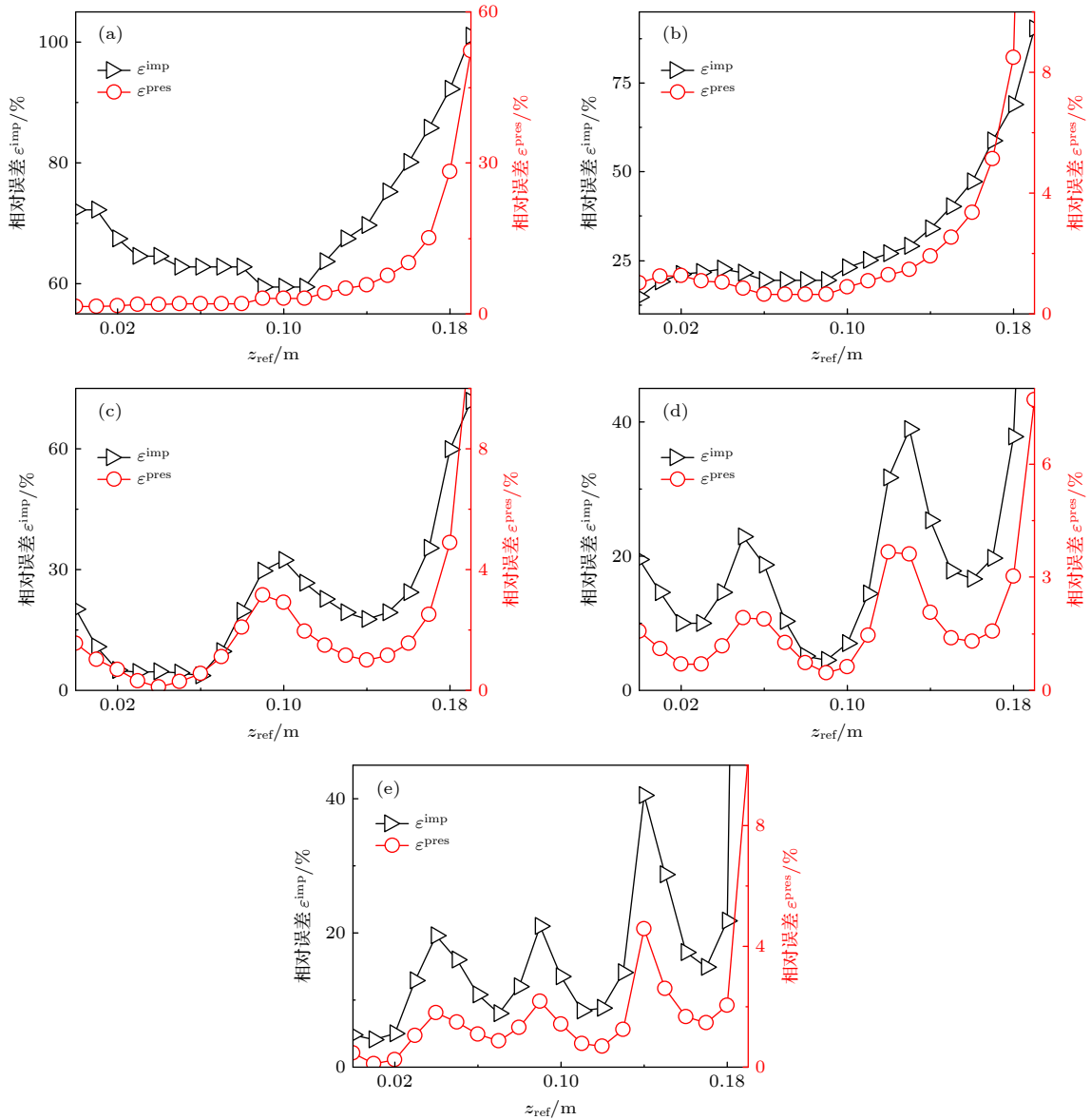


图 7 声阻抗率重构的相对误差 ε^{imp} 和声源直接辐射声压重构的相对误差 $\varepsilon^{\text{pres}}$ 随参考传声器坐标 z_{ref} 的变化曲线 (a) $f = 100$ Hz; (b) $f = 900$ Hz; (c) $f = 1700$ Hz; (d) $f = 2500$ Hz; (e) $f = 3300$ Hz

Fig. 7. Relative error of the reconstructed specific acoustic impedance ε^{imp} and the relative error of the reconstructed sound pressure $\varepsilon^{\text{pres}}$ radiated directly from the source versus coordinate of the reference microphone z_{ref} : (a) $f = 100$ Hz; (b) $f = 900$ Hz; (c) $f = 1700$ Hz; (d) $f = 2500$ Hz; (e) $f = 3300$ Hz.

时, 波谷的个数增加至 4 个; 而当 $f = 100$ Hz 时, $\varepsilon^{\text{pres}}$ 单调递增, 曲线不存在波谷. 其次, 对比在不同的 f 条件下, $\varepsilon^{\text{pres}}$ 所取得的最小值, 发现在低频时, $\varepsilon^{\text{pres}}$ 的最小值相对较大, 而在高频时较小. 例如, 当 $f = 100$ Hz 时, $\varepsilon^{\text{pres}}$ 的最小值为 1.44%, 当 $f = 2500$ Hz 和 3300 Hz 时, $\varepsilon^{\text{pres}}$ 的最小值仅为 0.47% 和 0.12%. 再次, 观察不同的 f 条件下, $\varepsilon^{\text{pres}}$ 曲线的波谷所对应的 z_{ref} 值, 可以发现, 在 z_{ref} 约为 $1/4$ 声波波长时, 曲线第 1 次出现波谷, 而相邻两个波谷之间的间隔约为 $1/2$ 声波波长. 例如, 当 $f = 2500$ Hz 时, 对应声波波长为 0.137 m, $\varepsilon^{\text{pres}}$ 曲线的第 1 波谷在 $z_{\text{ref}} = 0.03$ m 处, 第 1 波谷与第 2 波谷的间隔为 0.06 m, 第 2 波谷与第 3 波谷的间隔为 0.07 m.

上述现象表明, 参考传声器坐标的设置会对声压重构精度产生较大影响, 并随着声波频率的不同而呈现差异. 当频率较低, 声波波长较长时, 传声器阵列接收到的边界反射波偏离平面波假设较远, 此时, 基于半空间球面波函数叠加的半空间数学模型对总声压场的描述精度较低, 使得 $\varepsilon^{\text{pres}}$ 曲线的最小值大于高频工况下的最小值; 同时, 由于波长较长, 参考传声器在较小范围内的移动对其所测得的半空间总声压并无太大影响, 导致 $\varepsilon^{\text{pres}}$ 随 z_{ref} 的增大, 呈缓慢地单调递增趋势. 因此, 在低频工况下, 宜将参考传声器设置在紧靠阻抗边界处.

随着频率逐渐增大, 声波波长变短, 半空间数学模型对总声压场的描述精度提高, 使得 $\varepsilon^{\text{pres}}$ 曲线的最小值降低; 同时, 当参考传声器坐标 z_{ref} 改变时, 测得的总声压随着 z_{ref} 的变化而发生周期性变化, 使得 $\varepsilon^{\text{pres}}$ 曲线出现振荡. 此时, 宜将参考传声器设置在距离阻抗边界约 $1/4$ 声波波长处.

边界声阻抗率重构的相对误差 ε^{imp} 曲线与 $\varepsilon^{\text{pres}}$ 曲线的变化趋势具有相似性, 仅在频率 $f = 100$ Hz 的工况略有差异. 两条曲线具有相似性, 是因为声阻抗率和声源直接辐射声压的重构均基于反射系数的估算, 其重构精度同时取决于所求得的反射系数均值是否能逼近于其最优值. 而差异性则表明, 声阻抗率的重构精度对所求得的反射系数均值更为敏感. 这是因为声压的重构是以阵列测得的一组总声压值作为输入, 反射系数均值近似实际反射系数所引入的误差, 会在求解基函数系数时得到补偿. 相比而言, 声阻抗率是根据反射系数均值直接计算得到, 反射系数均值与其最优值的偏离程度直

接对声阻抗率的重构结果产生影响.

4.2 边界参数

考察不同边界阻抗条件下, 本方法对声阻抗率和声源直接辐射声压的重构精度. 为了更符合物理实际, 仍然假定边界声阻抗率符合声阻抗模型 (15) 式, 通过考察有效流阻率 σ_e 和孔隙度随深度的降低率 α_e 两个边界参数, 来间接考察边界阻抗的变化所产生的影响.

首先, 考察参数 σ_e 的变化对重构精度的影响, 考察范围为 $\sigma_e = 10 - 1000$ kPa \cdot s/m². 设定声波频率 $f = 1700$ Hz, 孔隙度随深度的降低率 $\alpha_e = 15$ m⁻¹, 网格步长 $\Delta_x = \Delta_y = 0.001$. 由 4.1 节可知, 参考传声器的坐标会极大地影响重构精度, 见图 7(c). 在此, 考察参考传声器坐标在较优配置和较差配置条件下, 参数 σ_e 的变化对重构精度的影响. 在图 7(c) 所示误差曲线的“波峰”和“波谷”附近选取 4 个点, 其横坐标依次为 0, 0.05, 0.10 和 0.15 m. 在这 4 个参考传声器坐标条件下, 使用本方法重构边界声阻抗率和声源直接辐射声压, 所得相对误差 ε^{imp} 和 $\varepsilon^{\text{pres}}$ 随参数 σ_e 的变化曲线分别如图 8(a)–(d) 所示.

先观察声压重构的相对误差 $\varepsilon^{\text{pres}}$ 随有效流阻率 σ_e 的变化. 在图 8(a) 和图 8(c) 中, 随着 σ_e 的增大, $\varepsilon^{\text{pres}}$ 呈单调递增趋势. 在图 8(b) 和图 8(d) 中, $\varepsilon^{\text{pres}}$ 随着 σ_e 的增大而单调递减.

注意到, 参数 σ_e 的增大, 导致边界声阻抗率增大, 一方面会使得边界反射声在半空间总声压场中所占比重增大. 由于基于半空间球面波函数叠加的半空间数学模型对总声压场的描述是近似解, 对边界反射声的描述精度较低, 所以, 随着边界反射声所占比重的增大, 半空间数学模型对总声压场的描述精度将会降低. 另一方面, 随着边界声阻抗率增大, 阻抗边界逐渐向完全刚性边界转变, 半空间任意场点的反射系数均逐渐趋近于 1, 数学模型由近似解转变为精确解, 导致对总声压场的描述精度提高. 这两种效应对声压重构精度的影响完全相反, 哪一种效应占主导作用则取决于参考传声器坐标的设置.

在图 8(a) 和图 8(c) 中, 参考传声器坐标对应图 7(c) 所示曲线的波峰, 所求出的反射系数均值偏离其最优值, 以该反射系数均值近似实际反射系数之后, 所得半空间数学模型对边界反射声的描述精度较低. 随着反射声在总声压场中所占比重的

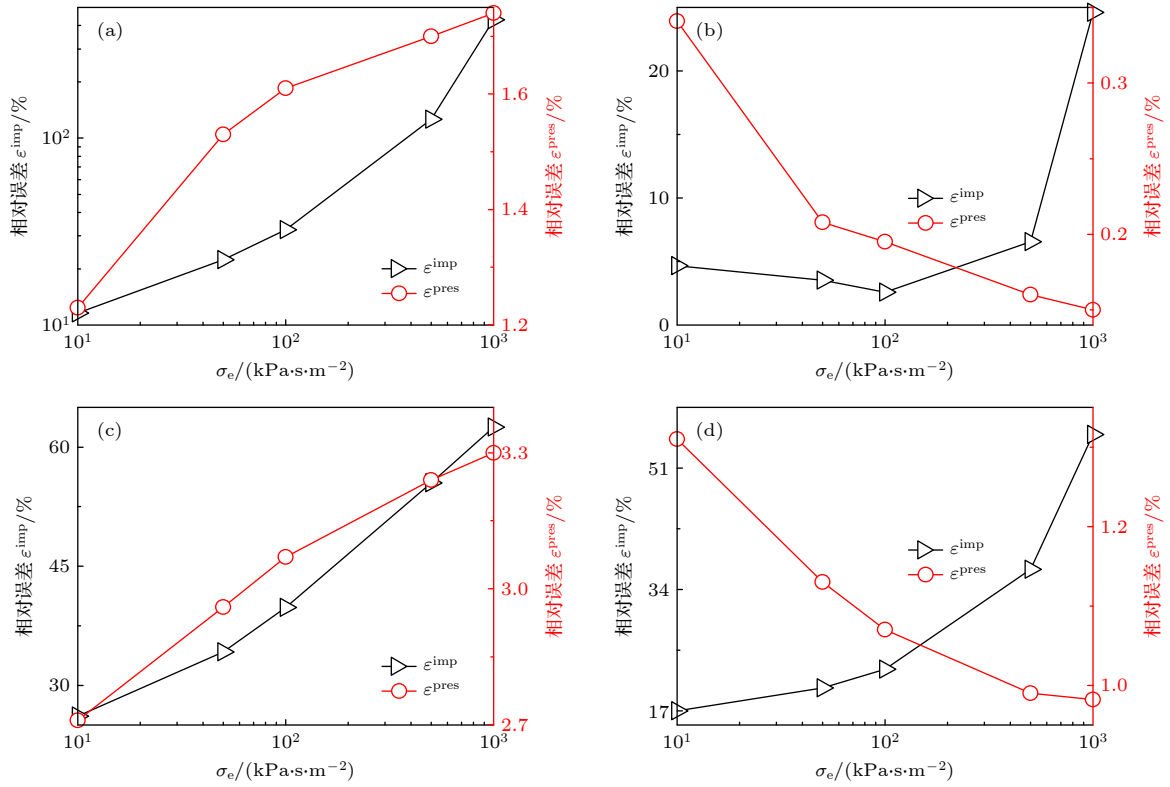


图 8 声阻抗率重构的相对误差 ε^{imp} 和声源直接辐射声压重构的相对误差 $\varepsilon^{\text{pres}}$ 随边界参数 σ_e 的变化曲线 (a) $z_{\text{ref}} = 0$; (b) $z_{\text{ref}} = 0.05 \text{ m}$; (c) $z_{\text{ref}} = 0.10 \text{ m}$; (d) $z_{\text{ref}} = 0.15 \text{ m}$

Fig. 8. Relative error of the reconstructed specific acoustic impedance ε^{imp} and the relative error of the reconstructed sound pressure $\varepsilon^{\text{pres}}$ radiated directly from the source versus boundary parameter σ_e : (a) $z_{\text{ref}} = 0$; (b) $z_{\text{ref}} = 0.05 \text{ m}$; (c) $z_{\text{ref}} = 0.10 \text{ m}$; (d) $z_{\text{ref}} = 0.15 \text{ m}$.

增大, 声压重构精度逐渐降低, $\varepsilon^{\text{pres}}$ 逐渐增大. 在图 8(b) 和图 8(d) 中, 参考传声器坐标对应曲线的波谷, 所求出的反射系数均值接近其最优值, 半空间数学模型对总声压场描述精度相对较高. 同时, 随着 σ_e 的增大, 半空间数学模型趋近于精确解, 使得声压重构精度提高, $\varepsilon^{\text{pres}}$ 逐渐减小.

在图 8 所示的 4 幅子图中, 声阻抗率重构的相对误差 ε^{imp} 随有效流阻率 σ_e 的增大均呈递增趋势. 这表明, 边界反射声在半空间总声压场中所占比重是影响声阻抗率重构精度的主要因素. 由于声压反射系数均值的求取是以参考测点处总声压重构的相对误差为最小作为准则, 当边界反射声所占比重逐渐增大时, 为了使得总声压的重构误差最小, 算法会自动调整反射系数均值, 使其偏离于全息测量面几何中心处的实际反射系数, 因此, ε^{imp} 随着 σ_e 的增大而逐渐增大.

接着, 考察孔隙度随深度的降低率 α_e 这一边界参数的变化对重构精度的影响, 考察范围为 $\alpha_e = 10\text{--}250 \text{ m}^{-1}$. 设定声波频率 $f = 1700 \text{ Hz}$, 有效流

阻率 $\sigma_e = 38 \text{ kPa}\cdot\text{s}/\text{m}^2$, 网格步长 $\Delta_x = \Delta_y = 0.001$. 当 z_{ref} 分别为 0, 0.05, 0.10 和 0.15 m 时, 使用所提方法重构边界声阻抗率和声源直接辐射声压, 所得相对误差 ε^{imp} 和 $\varepsilon^{\text{pres}}$ 随参数 α_e 的变化曲线分别如图 9(a)—(d) 所示.

先观察 $\varepsilon^{\text{pres}}$ 的变化趋势. 在图 9(a) 和图 9(c) 中, 随着 α_e 的增大, $\varepsilon^{\text{pres}}$ 单调递增; 而在图 9(b) 和图 9(d) 中, $\varepsilon^{\text{pres}}$ 呈下降趋势. 这一变化趋势与图 8 所示类似, 因为与参数 σ_e 一样, 参数 α_e 的增大同样能使得边界声阻抗率增大, 而产生了两种影响声源直接辐射声压重构结果的效应. 这两种效应对声压重构精度的影响机理已如前所述.

观察 ε^{imp} 的变化趋势发现, 在图 9(a) 和图 9(c) 中, ε^{imp} 随 α_e 的增大而逐渐增大, 仅在 $\alpha_e = 250 \text{ m}^{-1}$ 时, 图 9(c) 中的 ε^{imp} 略有减小, 这与图 8(a) 和图 8(c) 中的变化趋势相似. 而在图 9(b) 和图 9(d) 中, ε^{imp} 随着 α_e 的增大, 呈现先减小后增大、或先增大后减小的趋势, 这与图 8(b) 和图 8(d) 所示的单调变化趋势有所不同. 这是因为, 由声阻抗模型 (15) 式可

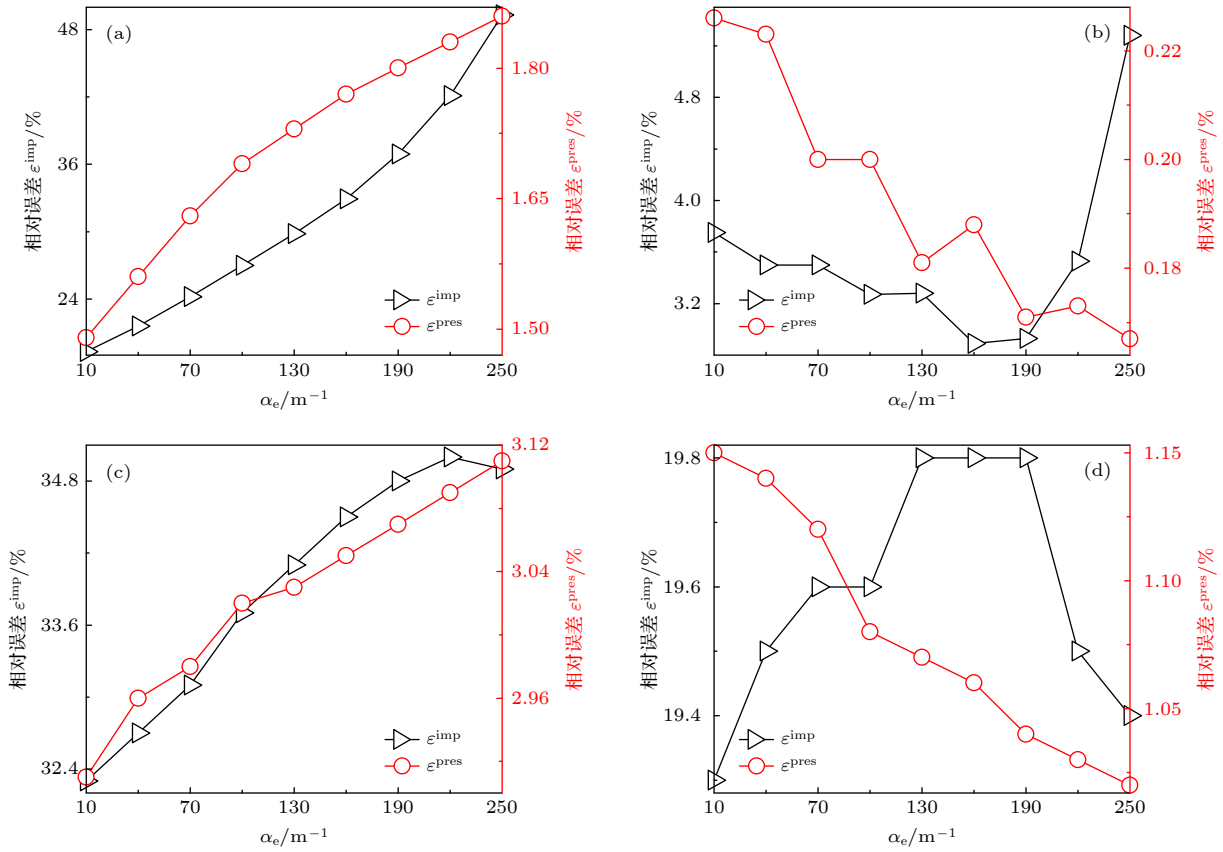


图 9 声阻抗率重构的相对误差 ε^{imp} 和声源直接辐射声压重构的相对误差 $\varepsilon^{\text{pres}}$ 随边界参数 α_e 的变化曲线 (a) $z_{\text{ref}} = 0$; (b) $z_{\text{ref}} = 0.05 \text{ m}$; (c) $z_{\text{ref}} = 0.10 \text{ m}$; (d) $z_{\text{ref}} = 0.15 \text{ m}$

Fig. 9. Relative error of the reconstructed specific acoustic impedance ε^{imp} and the relative error of the reconstructed sound pressure $\varepsilon^{\text{pres}}$ radiated directly from the source versus boundary parameter α_e : (a) $z_{\text{ref}} = 0$; (b) $z_{\text{ref}} = 0.05 \text{ m}$; (c) $z_{\text{ref}} = 0.10 \text{ m}$; (d) $z_{\text{ref}} = 0.15 \text{ m}$.

知, 参数 α_e 的增大所引起的边界阻抗的变化幅度远远不及参数 σ_e . 尽管边界反射声所占比重在一定范围内的增大会导致 ε^{imp} 增大, 然而, 由于参考传声器处于波谷, 边界阻抗的增大使得半空间数学模型的描述精度提高, 所求得反射系数均值能够在一定程度上逼近于最优值, 这两种因素的共同作用使得图 9(b) 和图 9(d) 中的 ε^{imp} 曲线呈现出非单调变化的趋势.

5 结 论

基于半空间球面波基函数叠加的声源直接辐射重构方法, 将半空间总声压表述为有限项半空间球面波基函数的叠加, 建立半空间各场点总声压之间、以及场点总声压与声源直接辐射声压之间的数学关系, 通过在声源近场布置声压全息测量面并设置一支参考传声器, 估算各全息测点的声压反射系数, 进而重构声源直接辐射的声压场. 从而, 该方

法的提出摆脱了常规方法对于声阻抗原位测量技术的依赖, 极大地提高了工程实施的效率. 本文对这一方法进行详细的参数讨论, 并在估算声压反射系数的基础上, 进一步对边界声阻抗加以重构, 提出一种基于近场声全息的声阻抗测量方法.

选取脉动球为声源对象, 选取以有效流阻率和孔隙度随深度的降低率作为参数的声阻抗模型来模拟实际的物理边界, 对边界声阻抗和声源直接辐射声压的重构进行了仿真, 定量地分析参考传声器坐标、边界有效流阻率和边界孔隙度随深度的降低率等参数对重构精度的影响. 结果表明, 本文提出的方法在所考察的频率范围内, 能够精确地重构出脉动球声源的直接辐射声压场, 并能以一定的精度重构出边界的声阻抗; 合理地设置参考传声器坐标对于提高边界声阻抗和声压重构精度至关重要, 一般应将参考传声器设置在距离阻抗边界约 $1/4$ 声波波长处, 以获取高精度的重构结果; 当参考传声器坐标设置不合理时, 有效流阻率和孔隙度随深度

的降低率两个边界参数的增大, 均会导致声阻抗和声压重构精度的降低; 而当参考传声器坐标合理设置时, 两个边界参数的增大均会促进声压重构精度的提高.

本文的研究内容为半空间中声源直接辐射声场重构方法在实施过程中的参数设置提供了参考, 也为边界声阻抗的原位测量开辟了新途径.

参考文献

- [1] Wu S F 2008 *J. Acoust. Soc. Am.* **124** 2680
- [2] Williams E G (translated by Lu H C) 2016 *Fourier Acoustics: Sound Radiation and Nearfield Acoustical Holography* (Beijing: Tsinghua University Press) pp152–170 (in Chinese) [威廉姆斯 E G 著 (卢奂采 译) 2016 傅里叶声学: 声辐射与近场声全息 (北京: 清华大学出版社) 第152—170页]
- [3] Luo Z W, Comesana D F, Zheng C J, Bi C X 2019 *J. Sound Vib.* **439** 43
- [4] Lu H, Wu S F 2009 *J. Acoust. Soc. Am.* **125** 1538
- [5] Shi Z, Xiang Y, Lu J, Wang Y, Zhang Y 2021 *AIP Adv.* **11** 075220
- [6] Zea E, Arteaga I L 2016 *J. Sound Vib.* **380** 129
- [7] Zea E, Arteaga I L 2019 *Appl. Acoust.* **149** 181
- [8] Zhao X, Wu S F 2005 *J. Acoust. Soc. Am.* **117** 555
- [9] Bi C X, Jing W Q, Zhang Y B, Lin W L 2017 *J. Sound Vib.* **386** 149
- [10] Bi C X, Chen X Z, Zhou R, Chen J 2007 *ASME J. Vib. Acoust.* **129** 323
- [11] Bi C X, Chen X Z, Chen J 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 4268 (in Chinese) [毕传兴, 陈心昭, 陈剑 2004 物理学报 **53** 4268]
- [12] Pan S W, Jiang W K, Zhang H B, Xiang S 2014 *J. Acoust. Soc. Am.* **136** 1744
- [13] Pan S W, Jiang W K, Xiang S, Liu X J 2014 *Wave Motion* **51** 1273
- [14] Brandão E, Lenzi A, Paul S 2015 *Acta Acust. United Ac.* **101** 443
- [15] Tamura M 1990 *J. Acoust. Soc. Am.* **88** 2259
- [16] Hald J, Song W, Haddad K, Jeong C, Richard A 2019 *Appl. Acoust.* **143** 74
- [17] Richard A, Fernandez-Grande E 2019 *J. Acoust. Soc. Am.* **146** 501
- [18] Dupont S, Melon M, Berry A 2020 *J. Acoust. Soc. Am.* **147** 3613
- [19] Zhou D, Lu H, McFarland D M, Xiao Y 2020 *J. Theor. Comput. Acous.* **28** 2050019
- [20] Zhou D R, Xiao Y X, Lu H C 2021 *Acta Acust.* **46** 321 (in Chinese) [周达仁, 肖永雄, 卢奂采 2021 声学学报 **46** 321]
- [21] Morse P M, Ingard K U 1968 *Theoretical Acoustics* (New York: McGraw-Hill) pp370–371
- [22] Attenborough K 1992 *J. Acoust. Soc. Am.* **92** 418

Reconstruction of half-space boundary impedance and sound source direct radiation based on reflection coefficient estimation^{*}

Zhou Da-Ren Lu Huan-Cai[†] Cheng Xiang-Le McFarland D. Michael

(College of Mechanical Engineering, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310023, China)

(Received 17 October 2021; revised manuscript received 24 January 2022)

Abstract

When implementing the reconstruction of the sound field radiated directly from a source located in a half-space, the half-space basis functions need to be formulated with boundary impedance as a parameter. The boundary impedance is usually obtained via *in situ* acoustic impedance measurement techniques. In a reconstruction method based on expansion in half-space spherical wave basis functions, a hologram surface and a single reference microphone placed in the near-field are used to collect sound pressures. The sound pressure at the reference microphone is first reconstructed and the error of the reconstructed pressure relative to the measured pressure is then calculated. The sound pressure reflection coefficient corresponding to the minimum error is chosen as the estimated value of the reflection coefficient at each of the measurement points. Thus, this method is applicable to reconstructing the directly radiated sound pressures without knowledge of the boundary impedance, without the *in situ* acoustic impedance measurements necessary for conventional methods. The purpose of this work is to discuss the various parameters affecting the accuracy of reconstruction. Moreover, the boundary impedance is reconstructed based on the estimation of the reflection coefficient. In this way, an acoustic impedance measurement technique implemented via the near-field acoustical holography is proposed. Taking the source to be spherical, numerical simulations are conducted to verify the proposed method of reconstructing the boundary impedance and the directly radiated sound pressures. The influences of reference microphone coordinates, the effective flow resistivity of the boundary, and the rate of decrease of porosity with depth of the boundary on the accuracy of reconstruction are quantitatively analyzed.

Keywords: half-space, boundary impedance, reflection coefficient, near-field acoustical holography

PACS: 43.60.Sx, 43.60.Pt, 43.20.El

DOI: 10.7498/aps.71.20211924

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 51975525, 52005443) and the Zhejiang Provincial Research Foundation for Basic Public Welfare Research, China (Grant No. LQ21E050016).

[†] Corresponding author. E-mail: luanailu@zjut.edu.cn