



## 用于磁旋转光谱的环形永磁阵列的匀场分布仿真优化

贾丰鸣 梅教旭 王瑞峰 程刚 刘昆 高晓明

### Optimization of distribution of permanent magnet rings for Faraday rotation spectroscopy

Jia Feng-Ming Mei Jiao-Xu Wang Rui-Feng Cheng Gang Liu Kun Gao Xiao-Ming

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 71, 080701 (2022) DOI: 10.7498/aps.71.20212031

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.71.20212031>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

#### 金属光栅异常透射增强黑磷烯法拉第旋转的理论研究

Enhancement of Faraday rotation of black phosphorus by extraordinary optical transmission of the metal grating

物理学报. 2020, 69(23): 237802 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20201056>

#### 基于旋转永磁体的超低频机械天线电磁特性分析

Performance analysis of spinning magnet as mechanical antenna

物理学报. 2019, 68(18): 188401 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20190339>

#### 空心圆柱形永磁体内径对单畴GdBCO超导块材磁悬浮力的影响

Effect of inner diameter of hollow cylindrical permanent magnet on levitation force of single domain GdBCO bulk superconductor

物理学报. 2018, 67(7): 077401 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20172418>

#### 稀土永磁体及复合磁体反磁化过程和矫顽力

Magnetization reversal and coercivity in rare-earth permanent magnets and composite magnets

物理学报. 2019, 68(17): 177501 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20190364>

#### 质子辐照对永磁合金微观结构演化的研究

Effect of proton irradiation on microstructure evolution of permanent magnet

物理学报. 2018, 67(1): 016104 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20172025>

#### 外磁场作用下的磁等离子体动力学过程仿真

Simulation of magnetoplasma dynamic process with applied magnetic field

物理学报. 2022, 71(5): 055204 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20211383>

# 用于磁旋转光谱的环形永磁阵列的 匀场分布仿真优化\*

贾丰鸣<sup>1)2)</sup> 梅教旭<sup>1)†</sup> 王瑞峰<sup>1)2)</sup> 程刚<sup>3)</sup> 刘锟<sup>1)</sup> 高晓明<sup>1)</sup>

1) (中国科学院合肥物质科学研究院, 安徽光学精密机械研究所, 合肥 230031)

2) (中国科学技术大学, 合肥 230026)

3) (安徽理工大学, 深部煤矿采动响应与灾害防控国家重点实验室, 淮南 232001)

(2021 年 11 月 2 日收到; 2021 年 11 月 23 日收到修改稿)

法拉第磁旋转光谱 (Faraday rotation spectroscopy, FRS) 技术因其高灵敏度, 零背景噪声, 以及能有效避免抗磁性物质干扰的特性广泛应用于各类顺磁性痕量气体的探测. 目前大部分 FRS 技术采用线圈构造电磁场, 存在能耗高、发热多等问题. 为此, 开展了基于组合环形永磁体的空间磁场分布建模仿真研究, 意在建立轴向分布的磁场, 为测量 FRS 提供基于永磁体的沿光轴方向的匀强磁场. 仿真采用有限元网格剖分的方法, 基于麦克斯韦方程组, 开展组合磁环的磁场分布仿真研究, 并通过实验测量实际钕铁硼永磁体磁环阵列的磁场分布, 证明了建立物理模型的可靠性. 在此基础上提出了对永磁体磁环阵列的 3 种优化方案——单理想值优化、多段式单理想值优化和梯度优化方案, 来构造中心轴线磁感应强度分布均匀的匀强磁场. 最后通过引入磁场均匀度, 计算评估并分析比较了不同优化方案的优化效果, 为研发基于永磁体的 FRS 光谱设备提供参考.

**关键词:** 永磁体磁环, 磁场分布, 仿真优化, 法拉第磁旋转光谱

**PACS:** 07.55.Db, 33.15.Kr, 42.62.Fi, 42.15.Eq

**DOI:** 10.7498/aps.71.20212031

## 1 引言

法拉第磁旋转光谱 (Faraday rotation spectroscopy, FRS) 是以分子吸收线在磁场的作用下发生 Zeeman 效应, 从而引起磁致双折射效应为基本原理<sup>[1,2]</sup>, 基本原理图如图 1 所示. 激光通过起偏器变成线偏振光并通过轴向磁场, 当在沿光轴的磁场中存在顺磁性分子时, 分子的能级由于 Zeeman 效应而对称地分裂为多个 Zeeman 子能级. 其中满足  $\Delta M_J = +1$  和  $\Delta M_J = -1$  的跃迁选择定则的能级分别吸收右旋圆偏振光和左旋圆偏振光, 由于不同旋向的圆偏振光在介质中的折射率不同, 从而产生磁

致双折射效应. 线偏振光是右旋圆偏振光和左旋圆偏振光的叠加态, 所以线偏振光在沿光轴的磁场中通过一段距离为  $L$  的顺磁性分子样品池时, 由于磁致双折射效应, 它的偏振面将产生角度为  $\varphi$  的偏转. 在样品腔后放置检偏器, 通过光电探测器可探测因磁致双折射效应而发生偏振面偏转的透射光强, 其强度与样品浓度成正比关系, 通过标定可实

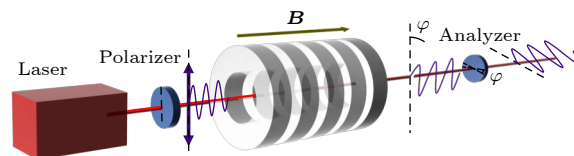


图 1 FRS 原理示意图

Fig. 1. Schematic diagram of FRS.

\* 中国科学院科研仪器设备研制项目 (批准号: YJKYYQ20190054) 和国家自然科学基金 (批准号: 41730103, 41575030, 41475023) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: jxm@aiofm.ac.cn

现样品浓度的检测分析. 详细的 FRS 理论可参考文献 [3–5].

相对于传统的吸收光谱, FRS 因其对光的偏振态敏感, 故对顺磁性分子具有更高的灵敏度和选择性, 可以有效降低光源噪声, 而且不受非顺磁性分子的干扰, 尤其是不受  $\text{H}_2\text{O}$  和  $\text{CO}_2$  分子的干扰, 这大大提高了 FRS 探测大气顺磁性分子的选择性 [1], 可广泛用于多种顺磁性痕量气体的探测, 如  $\text{NO}$  [6–15],  $\text{NO}_2$  [1,16,17],  $\text{O}_2$  [18,19] 和  $\text{OH}$  自由基 [20] 等.

目前大部分 FRS 技术采用线圈电磁方式进行. 例如, Smith 等 [16] 报道了 FRS 高灵敏度探测  $\text{NO}$ , 其通过给线圈提供 3.5 A 的电流, 产生了 110 G ( $1 \text{ G} = 1 \times 10^{-4} \text{ T}$ ) 的磁场, 探测灵敏度达到了  $4 \times 10^{-9}$  (体积比, 后文无特殊说明均指体积比), 并应用于 2008 年的北京奥运会; Zaugg 等 [17] 采用 FRS 实现了  $\text{NO}_2$  的高灵敏度探测, 采用 7 A, 832 Hz 的交流电, 产生了 230 G 的轴向磁场, 达到了  $1 \times 10^{-9}$  的探测灵敏度. 在文献 [1] 中为产生 200 G 的轴向匀强磁场, 工作电流为 5 A 的交流电, 对  $\text{NO}_2$  的探测灵敏度达到  $2.5 \times 10^{-9}$ . 这种正弦交流电产生磁场的方法存在能耗高和发热多的局限性. 为此, 赵卫雄等 [20] 开展了基于超导线圈的 FRS 技术研究, 采用由 NbTi 超导材料制成的线圈, 用循环低温冷却器和 He 将线圈冷却至 5 K 以下, 以达到超导状态, 通电电流 12 A, 产生的磁场磁感应强度为 215 G. 这种采用超导电磁的 FRS 克服了线圈发热的问题, 能够产生较高的磁场, 但涉及超导的液氮制冷, 仅适用于实验室的分析研究, 基于目前的超导技术水平, 对发展便携式的 FRS 设备有一定的局限. 针对线圈电磁的问题, 2012 年, Brumfield 等 [18] 开展了基于永久磁铁的 FRS 探测  $\text{O}_2$  的研究, 其采用由 20 个圆柱状稀土磁体组成的八极磁体排列结构, 构造了在 110 mm 长度内磁感应强度为  $554 \pm 64 \text{ G}$  的磁场, 最终实现了  $1.3 \times 10^{-9}$  的灵敏度.

从以上文献分析可知, 目前大部分 FRS 以正弦调制的线圈电磁的方式实现, 虽然少量开展了基于永磁体磁场的 FRS 实验, 但对永磁体磁场的优化设计方面开展讨论和研究的还比较少见. FRS 的核心组件之一就是磁场, 而磁场的强度、均匀性和有效长度很大程度上会影响 FRS 系统的性能和检测灵敏度. 因此, 探索研究永久磁场的构建具有重要的理论研究意义和应用价值. 为此开展了基于环形永磁体阵列构建适用于 FRS 的仿真优化研

究, 以便通过永磁替代电磁, 降低能耗, 提升磁感应强度. 论文研究对发展低能耗、高性能的 FRS 仪器具有重要的参考价值. 本论文提出的仿真优化方法, 也可通过适当的调整应用于其他需要匀强磁场的应用中, 如激光陀螺中法拉第云室的构建 [21], 微波电子器械中的磁路设计等.

## 2 磁场设计理论依据

为了说明磁场磁感应强度和有效长度对 FRS 探测信号的影响, 以及构造适用于 FRS 装置的均匀强磁场, 首先对 FRS 基本的理论做简要介绍.

入射的线偏振光通过磁场中的气体分子后, 偏振面会旋转一个角度  $\varphi$ , 称为 Faraday 旋转角, 可表达为 [8]

$$\varphi = \text{const}(n_+ - n_-)BL, \quad (1)$$

式中,  $n_{\pm}$  分别是右旋圆偏振光 (+) 和左旋圆偏振光 (-) 的折射率,  $\text{const}(n_+ - n_-)$  的大小和顺磁性分子的浓度成正比,  $B$  是外磁场的磁感应强度,  $L$  是入射线偏振光和磁场中气体分子相互作用的程长. 对于气体分子, 该旋转角非常微小, 为了使该旋转角可测量, 故适当增加磁场的磁感应强度和长度来增大 Faraday 旋转角, 从而探测到 FRS 的信号. 同时, 从检偏器探测到的 FRS 的出射信号强度  $I$  可表达为 [8]

$$I = I_0[(1 - 2d)\cos^2(\Phi + \varphi) + d], \quad (2)$$

其中,  $I_0$  为入射光强度,  $d$  为两个正交偏振片的消光比 (最大为  $10^{-5}$ ),  $\Phi$  为两个偏振片偏振轴之间的夹角. 由 (2) 式可知, Faraday 旋转角的大小对最终探测到的 FRS 的信号强度有重要影响.

对于 FRS 的性能而言, 磁场强度和分布的长度是提升 FRS 性能的关键环节之一, 因此开展磁场构建的研究对 FRS 至关重要. 论文以磁环的物理模型为基础, 提出单理想值优化、多段式单理想值优化以及梯度优化的永磁体磁环阵列优化方案, 并运用计算机仿真建模手段分析各类方案的磁场特性.

## 3 磁环物理模型建立

根据第 2 节理论可知, 构建不同强度和长度的匀强磁场将获得不同的信号效果. 为此本文采用多个永磁体磁环组合的方式, 通过优化磁环的排列间距和磁环的磁化参数, 来实现满足 FRS 测量的磁

环阵列的优化方案, 为 FRS 的磁场构造提供参考.

首先, 构建正确的磁环物理模型. 对实验室现有的磁环封装进行测量, 该封装由 5 个型号为 N52 的钕铁硼磁环组成, 相邻磁环以 7.70 mm 的间隔隔开, 磁环的内径为 60 mm, 外径为 100 mm, 高度为 25 mm, 剩磁 1.42 T, 矫顽力  $H_{cb} = 828 - 907$  kA/m, 内禀矫顽力  $H_{cj} \geq 876$  kA/m, 最大磁能积  $(BH)_{\max} = 394 - 414$  kJ/m<sup>3</sup>, 工作温度  $\leq 70$  °C (宁波磁性材料厂出厂数据提供). 将磁环组放置于无磁性的实验平台上, 将高斯计的探头固定于滑轨上, 通过探头在滑轨上滑动的方式测量磁环组中心轴线的磁感应强度分布, 每隔 5 mm 读取高斯计测量值, 所得中心轴线的磁感应强度分布如图 2 所示.

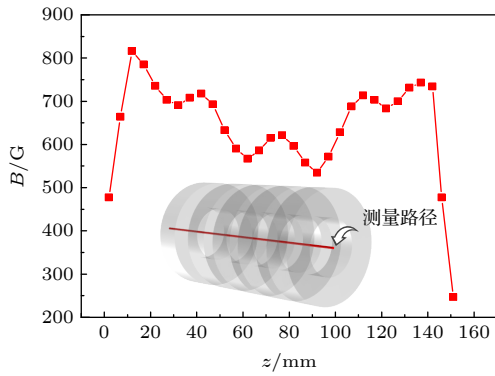


图 2 实验测量结果

Fig. 2. Measurement result of experiment.

接下来对该封装的磁环进行仿真建模. 用于磁环物理模型构建的磁化模型有很多种, 如相对磁导率, 磁损耗,  $B-H$  曲线, 等效  $B-H$  曲线, 剩余磁通密度, 非线性永磁体等. 考虑到厂家提供的参数和钕铁硼材料的属性, 采用剩余磁通密度  $B_r$  作为永磁体磁环的磁化模型, 基于  $B_r$  建立永磁体磁环空间磁场  $B-H$  的本构关系, 其中  $B$  为磁感应强度, 也称磁通密度,  $H$  为磁场强度, 且两者满足

$$B = \mu_0 \mu_{\text{rec}} H + B_r, \quad (3)$$

式中  $\mu_{\text{rec}}$  为回复磁导率,  $\mu_0$  为空气磁导率;  $B_r = \|B_r\| \frac{e}{\|e\|}$ ,  $\|B_r\|$  为剩余磁通密度模, 由材料属性决定;  $e$  是剩余磁通密度的方向矢量, 取  $e = (0, 0, -1)$ . 结合  $\nabla \times H = J$ ,  $B = \nabla \times A$ ,  $J = \sigma E$  可以得到永磁体等效的电流密度, 用磁通密度  $z$  分量表征磁体轴向磁场的空间分布特征.

因钕铁硼永磁体的典型回复磁导率  $\mu_{\text{rec}} = 1.05$ , 与空气的相对磁导率  $\mu_{\text{air}} = 1.00$  接近, 故多磁环组

的磁场分布可视为多个单磁环的磁场的线性叠加 [22]. 采用二维建模对磁环组进行仿真分析, 在旋转轴右侧距离旋转轴 30 mm 的位置构建宽 20 mm, 高 25 mm 的小矩形, 该小矩形代表磁环轴向截面的二分之一. 将矩形沿  $z$  轴方向阵列, 位移为 32.5 mm (矩形高度 25.0 mm + 间隔 7.7 mm), 最终得到等间距排列的 5 个小矩形 (第 4 节对该对称模型有详细叙述). 以旋转轴为一条边, 构建一个宽为 200 mm, 长为 600 mm 的大矩形作为磁环所处的空间, 并在该矩形的顶部、底部和右侧设置厚度为 20 mm 的边界层, 并定义该边界层为无限元域, 其构建可保证磁环在大矩形空间中的磁场分布不会因为边界限制受到影响; 采用内置的空气材料对整体 (小矩形和大矩形) 进行填充; 对代表磁环的小矩形, 采用安培定律和  $B-H$  本构关系对小矩形进行磁化, 为保证所得磁环中心轴线磁感应强度是正值, 以  $z$  轴负方向为磁化方向. 设置磁环的初始磁通密度为 1.42 T (基于厂家提供的  $B_r = 1.42$  T), 仿真过程中发现测量结果与仿真结果存在偏差, 调整  $B_r = 0.9$  T 时, 两者吻合最好, 最终确定建立模型  $\|B_r\| = 0.9$  T. 偏差的原因是永磁体的磁路中有空隙, 因此永磁体的实际工作点在退磁场的作用下由  $B_r$  点移至退磁曲线上的某点, 使永磁体的剩磁不再是  $B_r$  [23], 故仿真所用的  $B_r$  需进行适当调节. 基于有限元求解方法的流程, 对模型进行自由网格剖分, 得到的三角形网格单元数为 635, 四边形单元网格数为 260, 共计 628 个网格顶点, 34 个顶点单元且最小单元质量为 0.63020, 平均单元质量为 0.89710, 单元面积比为 0.02374; 对计算结果进一步整理, 采用二维旋转得到三维空间的磁感应强度分布结果, 通过设置磁环轴向截面观察磁场分布状况, 组合永磁体磁环的磁感应强度分布截面图如图 3 所示. 图 3(a) 中箭头方向表示磁感应强度方向, 图 3(b) 中的流线代表磁力线.

为与实验测量结果保持相同的精度, 设置的域点探针也每间隔 5 mm 提取中心轴线的磁感应强度  $z$  分量, 导出域点探针的数值, 磁环中心轴线磁感应强度和实验测量结果的比较如图 4(a) 所示, 误差棒表示实验值和测量值之差, 即测量值的误差. 磁环阵列总长 156.4 mm, 取磁环阵列中间点  $z_1 = 78.20$  mm (扫描路径 1) 和第二个间隔中间点  $z_2 = 61.64$  mm (扫描路径 2) 处的径向磁场磁感应强度分布绘制成图 4(b). 可以看出, 两条曲线都沿



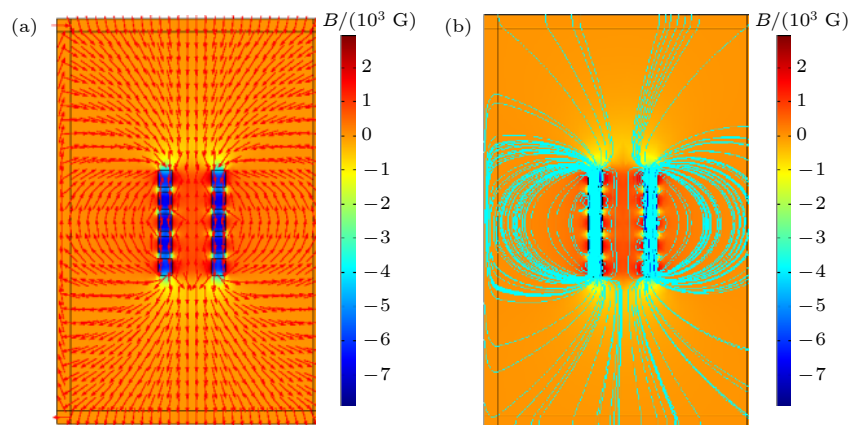


图3 永磁体磁环阵列仿真效果图 (a) 磁感应强度分布特征箭头图; (b) 磁感线分布特征流线图

Fig. 3. Modeling magnetic induction of array-ring permanent magnets: (a) Arrow distribution of magnetic induction intensity; (b) streamline diagram of magnetic induction.

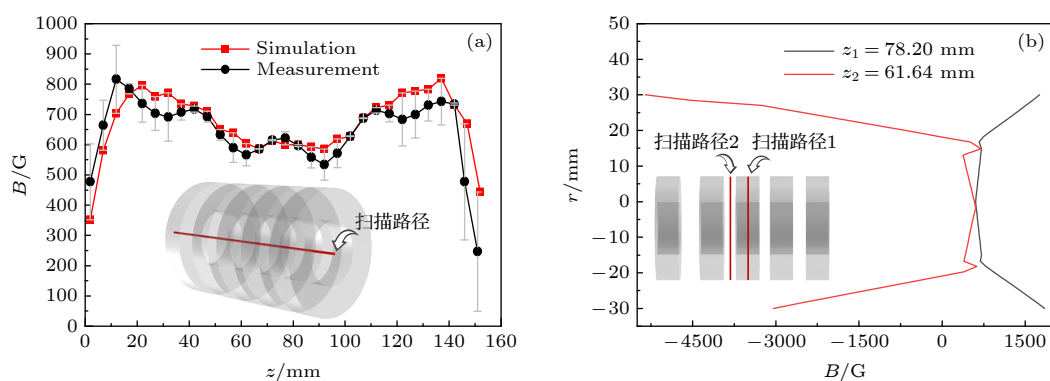


图4 五个磁环的实验与仿真结果 (a) 实验与仿真结果对比图; (b) 磁环体内部 ( $z_1 = 78.20$  mm) 和间隔 ( $z_2 = 61.64$  mm) 处的径向磁感应强度分布图

Fig. 4. Measurement and simulation results of five magnetic rings: (a) Comparison of experimental and simulation results; (b) radial magnetic induction intensity distribution inside the ring ( $z_1 = 78.20$  mm) of the group and gap ( $z_2 = 61.64$  mm).

中心呈对称分布, 差别在于磁环体的径向磁感应强度分布呈中间低两侧高的趋势, 但间隔处的径向磁感应强度分布呈中间高两侧低的趋势, 两个图线的变化呈相反的趋势. 这种差异是因为磁环体内的磁场远大于它所处空间的磁场的磁感应强度.

图4(a)为磁环中心轴向磁场磁感应强度 $z$ 分量的理论仿真和实验测量结果, 两者相关性为0.838. 偏差主要有以下原因: 1) 实际磁环的尺寸(内外径, 高度)与仿真模型有误差; 2) 无法保证实际磁环的剩余磁化参数( $B_r$ )处处均匀; 3) 磁环的排列间距并非完全相等, 使得实际测量的磁环间隔处的空间磁场分布与仿真有一定的误差; 4) 滑轨上探头位置的测量和读取误差也需考虑在内. 考虑到这些误差因素, 结合实验测量与仿真结果的相对误差, 可以认为所建物理模型是可靠的, 可用于磁环组的磁场分布优化研究.

## 4 优化方案

为了最大程度地减少求解模型所需的计算资源和时间, 提高运算效率, 对磁环组的解析建模过程进行了优化. 研究过程中利用永磁体磁环的对称性质对模型进行简化. 采用二维轴对称构图对多个磁环组成的磁环阵列进行建模, 将对称边界定义为理想磁导体边界, 该边界条件代表等效电流的镜像对称平面. 因磁场方向和电场方向垂直, 磁场垂直穿过理想磁导体边界, 而电场则与理想磁导体边界平行. 在对称平面的另一侧, 等效电流将被精确镜像, 即等效电流仍沿切向流动, 且方向不发生变化, 也不会出现法向分量. 故永磁体的磁场可由等效电流的分布情况根据本构关系计算得出. 且磁环磁场具有空间分布的对称性, 圆环具有旋转对称性, 故采用二维轴对称模型对永磁体磁环组进行建模.

模型建立过程如图5所示. 基于磁环组的二维轴对称模型, 采用有限元方法对磁环组的排列间距和所需磁环个数进行仿真计算.

经过比较分析, 采用内径 180 mm, 外径 220 mm, 高度 25 mm 的磁环进行三种优化方案的比较. 在旋转轴右侧距离旋转轴 90 mm 的位置构建宽 20 mm, 高 25 mm 的矩形, 小矩形代表磁环轴向截面的 1/2. 在旋转轴右侧距离旋转轴 70 mm 的位置构建宽 60 mm, 高 27 mm 的矩形, 作为磁环优化的移动变形区域 1. 将上述两矩形沿  $z$  轴方向阵列, 位移为  $S_0 = 45$  mm (矩形高度 25 mm + 初始间距 20 mm) 最终得到等间距排列的 6 个嵌套的矩形. 在旋转轴右侧距离旋转轴 86.5 mm 的位置构建宽 27.0 mm, 高 350.0 mm 的矩形, 作为变形区域 2, 并且使变形区域 1 和 2 的交叉部分为一个正方形且恰好嵌套着小矩形. 在旋转轴右侧距离旋转轴 70 mm 的位置构建宽 60 mm, 高 350 mm 的矩形, 作为变形区域 3, 是整个磁环的优化区域, 包含变形区域 1 和 2, 以及所有小矩形. 以旋转轴为半径所在位置, 构建一个半径为 450 mm 的 1/4 圆作为磁环所处的空间, 并设置厚度为 30 mm 的边界层, 并定义该边界层为无限元域. 变形区域

的划分和网格剖分示意图如图6所示.

用内置的空气材料对整体 (6 个小矩形和 1/4 圆) 进行填充; 采用安培定律和  $B-H$  本构关系对小矩形进行磁化, 为保证所得磁环中心轴线磁感应强度是正值, 以  $z$  轴负方向为磁化方向, 剩余磁通密度模取值为 0.9 T; 截取旋转轴上  $z = 0$  mm 到  $z = 200$  mm 的一条线段, 作为优化算法的积分目标. (4.1 节—4.3 节提到的三种优化算法均基于 SNOPT 非线性求解器进行优化计算. 三种优化目标表达式后文将详细叙述, 且优化目标是本论文讨论的重点.) 为避免优化过程中出现磁环相交的情况, 每个磁环可移动的距离的上下限需有边界条件限制, 磁环可移动范围的边界约束条件为

$$\begin{aligned} -(S_0 - G_0)/2 &\leq d_{Z_1} \leq d_{Z_{\max}}, \\ -d_{Z_{\max}} &\leq d_{Z_2} \cdots, \quad d_{Z_6} \leq d_{Z_{\max}}, \\ G_0 &\leq (d_{Z_6} - d_{Z_5}), \quad G_0 \leq (d_{Z_5} - d_{Z_4}), \\ G_0 &\leq (d_{Z_4} - d_{Z_3}), \quad G_0 \leq (d_{Z_3} - d_{Z_2}), \\ G_0 &\leq (d_{Z_2} - d_{Z_1}), \end{aligned} \quad (4)$$

式中,  $d_{Z_1}, \dots, d_{Z_6}$  分别为第 1 到第 6 个磁环的移动量;  $S_0$  为两磁环质心的初始距离;  $G_0$  为相邻磁环的最小间隙;  $d_{Z_{\max}}$  为磁环的最大移动量. 引入优化

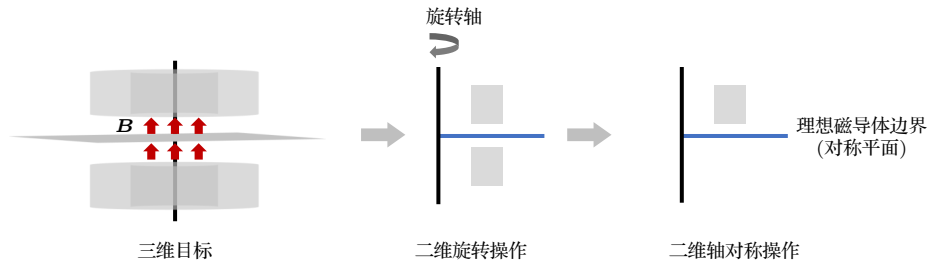


图5 建模过程

Fig. 5. Modeling process.

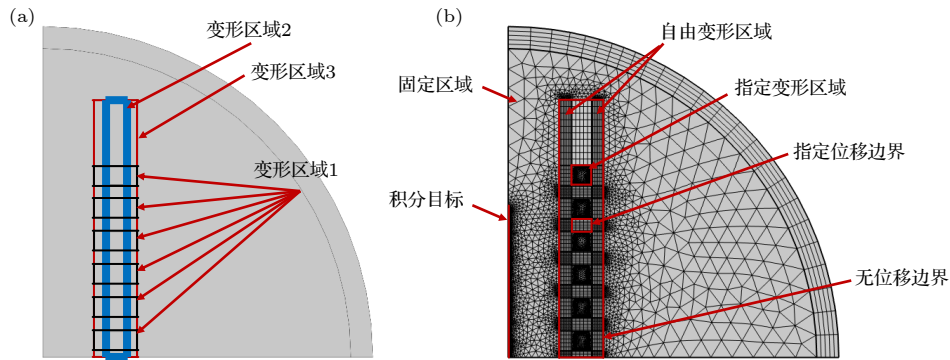


图6 有限元仿真区域网格剖分 (a) 变形区域的划分; (b) 间距优化网格剖分图

Fig. 6. Deformation and meshing division of finite element simulation: (a) Division of deformation zone; (b) gradient optimization mesh division diagram.

的全局不等式约束方程  $\Delta_1 = (S_0 + d_{Z_2} - d_{Z_1})/G_0$ ,  $\Delta_2 = (S_0 + d_{Z_3} - d_{Z_2})/G_0$ ,  $\Delta_3 = (S_0 + d_{Z_4} - d_{Z_3})/G_0$ ,  $\Delta_4 = (S_0 + d_{Z_5} - d_{Z_4})/G_0$ ,  $\Delta_5 = (S_0 + d_{Z_6} - d_{Z_5})/G_0$ , 通过调节  $G_0$ , 对  $d_{Z_1}, \dots, d_{Z_6}$  取值进行非线性优化求解. 并对旋转轴  $z = 0$  mm 点处的磁感应强度数值进行点约束, 使优化过程中该点数值接近目标磁场值. 设置小矩形和其外部的正方形区域的网格为变形网格, 从下到上的位移依次设置为  $d_{Z_1}, \dots, d_{Z_6}$ .

采用双线插值法计算变形区域边界的 Laplace 方程的解<sup>[24]</sup>, 对于不同的建模区域以及复杂的边界约束条件如固定区域、自由变形区域、指定变形区域、指定位移边界、无位移边界等, 需要对边界进行特殊的网格剖分. 网格剖分图如图 6(b) 所示, 其中三角形网格单元数为 67141, 四边形网格单元数为 2350, 边单元为 5255, 最小单元质量为 0.1886, 平均单元质量为 0.842, 单元面积比为  $2.036 \times 10^{-6}$ . 共计有边单元 5255 个, 顶点单元 86 个, 网格面积 1589 cm<sup>2</sup>. 下面基于以上网格剖分方案, 进行三种优化方案的研究和讨论.

#### 4.1 单理想值优化

单理想值优化方法, 即将中心轴线的磁场磁感应强度的  $z$  分量  $B_z$  与目标值  $B_0$  之间的差异最小化, 并沿磁环中心从  $z=0$  到  $z=L_0$  进行积分. 为使目标函数的值收敛, 该目标值相对于  $L_0$  是归一化的:

$$\text{minimize: } \frac{1}{L_0} \int_0^{L_0} \left( \frac{B_z}{B_0} - 1 \right)^2 dL_0, \quad (5)$$

其中  $L_0$  为目标磁场的长度, 此处取  $L_0 = 20$  cm;  $B_0$  为目标磁场磁感应强度的理想值, 此处  $B_0 = 0.024$  T (240 G).

经优化后, 发现当 (5) 式目标函数  $\frac{1}{L_0} \int_0^{L_0} \left( \frac{B_z}{B_0} - 1 \right)^2 dL_0$  的取值 (即目标值) 为  $4.8417 \times 10^{-4}$  时, 达到该方案下的最佳优化结果. 相应的 5 个全局不等式约束方程的取值 (即约束值) 分别为 1.0426, 1.1306, 1.0731, 1.3200 和 1.2875. 方程的目标值反映最终优化结果的优劣, 且数值越小, 优化结果越好. 图 7 绘制了中心轴线处的磁感应强度分布图, 即为目标区域的磁感应强度分布的均匀程度, 目标值越小, 目标磁场的优化结果越均匀. 约束值是与相邻两个磁环移动距离之差有关的变量, 该值越靠近 1, 说明结果收敛至局部最优解的收敛程度越好, 且反映优化参量  $G_0$  的取值恰当与否.

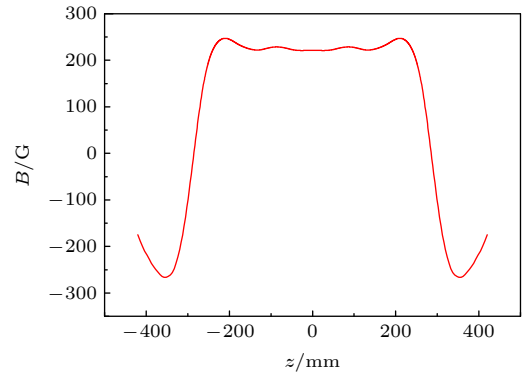


图 7 单目标值优化中心轴向磁感应强度分布

Fig. 7. Single value optimization of central axial magnetic induction.

最终优化结果如表 1 所列 (位移量为正, 磁环上移; 位移量为负, 磁环下移), 结合磁环的初始间隔, 可计算出相对于对称边界, 磁环的排列间距 (见表 2).

表 1 单理想值优化结果

Table 1. Results of single-objective optimization.

$d_{Z_1}/\text{mm}$	$d_{Z_2}/\text{mm}$	$d_{Z_3}/\text{mm}$	$d_{Z_4}/\text{mm}$	$d_{Z_5}/\text{mm}$	$d_{Z_6}/\text{mm}$
-1.80	-5.10	-4.87	-6.95	0.85	7.35

表 2 单理想值优化磁环排列间隔

Table 2. Magnetic rings gaps of single-objective optimization.

Gap <sub>1</sub> /2 /mm	Gap <sub>2</sub> /mm	Gap <sub>3</sub> /mm	Gap <sub>4</sub> /mm	Gap <sub>5</sub> /mm	Gap <sub>6</sub> /mm
8.20	16.70	20.22	17.92	27.80	26.50

设置域点探针, 用于提取中心轴线磁感应强度  $z$  分量的数值, 每隔 0.01 mm 读取一次探针数值, 绘制成中心轴向磁感应强度分布图 (图 7), 数据提取的扫描路径如图 8 所示. 与表 2 参数相对应的, 磁环组的间距排布见图 8.

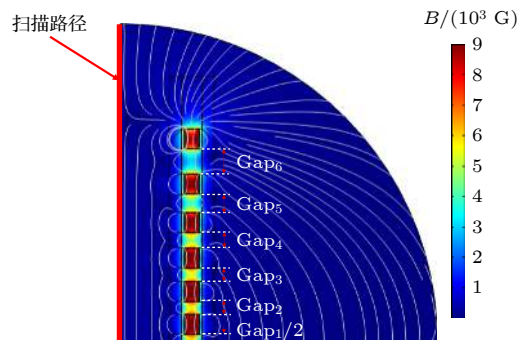


图 8 磁环组分布情况

Fig. 8. Distribution of magnetic ring arrangements.

## 4.2 多段式单理想值优化

基于对单理想值优化方案的讨论,发现目标磁场的优化结果仍有较大的不均匀分布,为了减小这种不均匀程度,采用多个理想值,对目标磁场区域分段优化,称为多段式单理想值优化方案.在多段式单理想值优化分析中,对磁环中心均匀分布的5个点进行理想值约束,其中受约束的点依次为 $z = 0, 5, 10, 15, 20$  cm.即采用多段式单理想值将磁场轴向分量与各理想值之间的差异最小化,将 $B_z$ 沿磁环中心从 $z = (n-1) \times L'_0$ 到 $z = n \times L'_0$  ( $n = 1, 2, 3, 4$ ) 进行积分.为了使函数目标值收敛,目标相对于 $L'_0$ 是归一化的,且满足

$$\begin{aligned} & \text{minimize} \quad : \frac{1}{L'_0} \int_{(n-1) \times L'_0}^{n \times L'_0} \left( \frac{B_z}{B_{n-0}} - 1 \right)^2 dL'_0, \\ & d_{Z_1}, \dots, d_{Z_6} \\ & n = 1, 2, 3, 4 \end{aligned} \quad (6)$$

其中 $L'_0 = 50$  mm,  $B_{n-0} = 0.024$  T.可适当调节 $B_{n-0}$ 在 $n$ 取不同值时的取值.对目标磁场区域的0—50 mm, 50—100 mm, 100—150 mm, 150—200 mm分别应用优化目标(6)式.

经优化后,发现当(6)式目标函数 $\frac{1}{L'_0} \int_{(n-1) \times L'_0}^{n \times L'_0} \left( \frac{B_z}{B_0} - 1 \right)^2 dL'_0$ 的取值(即目标值)分别为 $4.9136 \times 10^{-5}$ ,  $3.5521 \times 10^{-4}$ ,  $2.0623 \times 10^{-4}$ 和 $3.3421 \times 10^{-4}$ 时,达到该方案下的最佳优化结果.相应的5个全局不等式约束方程的取值(即约束值)分别为1.0344, 1.1216, 1.0811, 1.3054和1.3050.最终优化结果见表3(位移量为正,磁环上移;位移量为负,磁环下移),结合磁环组的初始间距,可计算出相邻两磁环间的距离,结果见表4.

表3 多段式单理想值优化结果

Table 3. Results of multi-part single objective optimization.

$d_{Z_1}/\text{mm}$	$d_{Z_2}/\text{mm}$	$d_{Z_3}/\text{mm}$	$d_{Z_4}/\text{mm}$	$d_{Z_5}/\text{mm}$	$d_{Z_6}/\text{mm}$
-1.55	-5.17	-5.31	-7.07	0.15	7.35

表4 多段式单理想值优化磁环排列间隔

Table 4. Magnetic rings gaps of multi-part single objective optimization.

$\text{Gap}_1/2/\text{m}$	$\text{Gap}_2/\text{m}$	$\text{Gap}_3/\text{m}$	$\text{Gap}_4/\text{m}$	$\text{Gap}_5/\text{m}$	$\text{Gap}_6/\text{m}$
8.45	16.38	19.86	18.24	27.22	27.20

设置域点探针,用于提取中心轴线磁感应强度 $z$ 分量的数值,为保证和单理想值优化结果的精

度相同,依然每隔0.01 mm读取一次探针数值,绘制成如图9所示的中心轴向磁感应强度分布图.

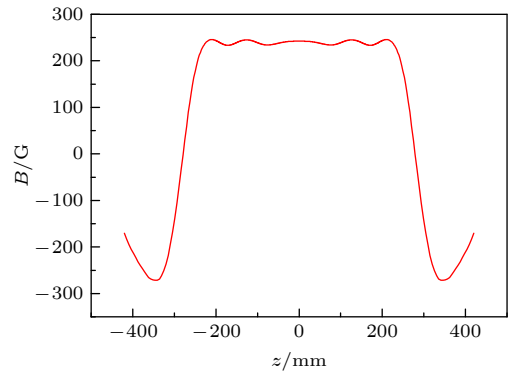


图9 多段式单理想值优化中心轴向磁感应强度分布

Fig. 9. Multi-part single objective optimization of central axial magnetic induction.

为比较两种优化方案,用200 mm目标磁场磁感应强度的方差衡量磁场均匀程度,称为磁场均匀度参数 $\zeta$ ,每间隔0.01 mm取磁感应强度数值,共取20000个中心轴线处的磁感应强度 $z$ 分量值 $B_{z-n}$ ,用于计算中心轴线磁场均匀度,其表达式为

$$\zeta = \sum_{n=1}^{20000} \frac{(B_{z-n} - B_{\text{ave}})^2}{n}. \quad (7)$$

式中, $B_{\text{ave}}$ 为由20000个中心轴线磁感应强度计算出来的平均值.对于单理想值优化,磁场均匀度 $\zeta = 23.2359$ ;多段式 $\zeta = 12.7926$ .此结果表明,相比于单理想值优化的磁场均匀度,多段式提高了44.9%,说明多段式单理想值磁场优化效果相比于单理想值优化效果好,但是该磁场均匀度仍不足以满足均匀磁场的要求.

## 4.3 梯度优化

针对前面单理想值优化、多段式单理想值优化构造的磁场均匀度有限的问题,结合多段式单理想值优化的优化方案能显著提升磁场均匀度的特点,对优化方法进行了进一步的改进,提出了梯度优化方法,即基于对磁场中心轴线方向的磁感应强度梯度进行二次积分作为优化目标,并进行归一化处理,研究讨论该情况下的局部最优解,

$$\text{minimize} \quad : \frac{1}{L_0 B_0} \int_0^{L_0} \left( \frac{\partial B_z}{\partial z} \right)^2 dL_0, \quad (8)$$

其中 $L_0 = 20$  cm,  $B_0$ 为目标磁场磁感应强度的理想值,此处定义 $B_0 = 0.024$  T,  $B_z$ 为轴向磁场的



$z$  分量. 考虑最小化沿优化区域的磁场梯度, 在需要构造的匀强磁场的中心点对场进行约束. 优化方程通过取轴向磁感应强度的  $z$  分量, 并计算  $z$  方向梯度的平方值, 之后将所得表达式对磁场长度进行积分, 并用  $L_0 B_0$  对前式进行归一化运算, 这一过程可表示为 (8) 式.

当目标函数 (8) 式  $\frac{1}{L_0 B_0} \int_0^{L_0} \left( \frac{\partial B_z}{\partial z} \right)^2 dL_0$  的取值 (即目标值) 为  $2.6148 \times 10^{-4}$  时, 达到该方案下的最优优化结果. 相应的 5 个全局不等式约束方程的取值 (即约束值) 分别为 1.0689, 1.0990, 1.1548, 1.2645 和 1.4214. 此时的优化结果见表 5, 结合磁环组的初始间距, 可计算出相邻两磁环间的距离, 结果见表 6.

表 5 梯度优化结果

Table 5. Results of gradient optimization.

$d_{Z_1}/\text{mm}$	$d_{Z_2}/\text{mm}$	$d_{Z_3}/\text{mm}$	$d_{Z_4}/\text{mm}$	$d_{Z_5}/\text{mm}$	$d_{Z_6}/\text{mm}$
-1.31	-3.55	-4.59	-3.40	2.18	14.04

表 6 梯度优化磁环排列间隔

Table 6. Magnetic rings gaps of gradient optimization.

$\text{Gap}_1/2/\text{mm}$	$\text{Gap}_2/\text{mm}$	$\text{Gap}_3/\text{mm}$	$\text{Gap}_4/\text{mm}$	$\text{Gap}_5/\text{mm}$	$\text{Gap}_6/\text{mm}$
8.45	17.76	18.96	21.19	25.58	31.86

设置域点探针, 用于提取中心轴线磁感应强度  $z$  分量的数值, 每隔 0.01 mm 读取一次探针数值, 绘制成如图 10 所示的中心轴向磁感应强度分布图.

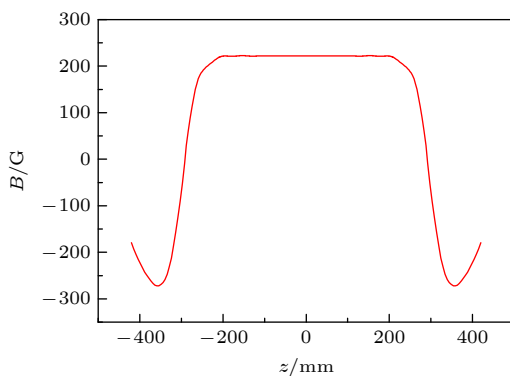


图 10 梯度优化中心轴向磁通密度分布

Fig. 10. Gradient optimization center axial magnetic flux density distribution.

为方便对以上三种方案的优化结果进行比较, 均采用 (7) 式计算三种优化结果的磁场均匀度, 最终结果见表 7.

表 7 三种优化方案的磁场均匀度结果比较

Table 7. Comparison of magnetic field uniformity of three optimization method.

优化方案	单理想值优化	多理想值优化	梯度优化
$\zeta$ (磁场均匀度)	23.236	12.793	0.027

相比于均匀缠绕的螺线管产生的均匀磁场, 想用永磁体磁环产生匀强磁场, 需将磁环阵列进行不等间距的排列. 这样的排列方式是由磁环本身的空间磁场分布特性决定的. 单个磁环中心轴线上的磁场分布并非处处相同, 且对于不同规格尺寸的磁环, 尤其是磁环轴向长度的取值, 会使中心轴线上的磁场呈现一定程度的不均匀性. 这个特点和永磁体退磁场的均匀性质相关.

等间距排列的磁环中心轴线的磁场分布显示 (见图 2), 磁环阵列的中心区域出现了大幅衰减. 磁环实际的空间磁场分布情况与磁化场和磁体本身的退磁场两部分相关, 且退磁场的方向与外加磁化场方向相反. 永磁体的实际工作点将从剩磁点移动到磁滞回线的第二象限, 即退磁曲线上的某一点. 因此永磁体的空间磁场分布应采用退磁曲线上的物理量来描述. 退磁场的强度  $H_d$  与磁体的几何形状和磁极的强度  $M$  有关, 且满足关系  $H_d = -\alpha M$ , 其中  $\alpha$  称为退磁因子, 仅与材料的形状有关, 且与磁化方向的轴长度成反比. 如对于沿长轴方向磁化的细长样品,  $\alpha$  接近于 0, 但是对于短而粗的样品,  $\alpha$  可以很大. 仅少数几何形状的样品能计算退磁因子, 比如椭球体, 球体, 细长圆柱体等. 对于环状物体的退磁因子, 还无法准确数值计算 [23]. 由此, 磁环的实际空间磁场分布大多由仿真或实际测量来表述. 论文旨在给出适用于磁环优化的一般性解决方案, 但对于不同永磁材料和规格的环形永磁体, 还需根据实际情况进行优化方案的选取和参数的调节.

## 5 结 论

构建了正确模拟永磁体磁环空间磁场分布的物理模型, 首先利用微位移平台测量了实验室 5 个磁环样品中心轴线上的磁感应强度的分布, 并对 5 个钕铁硼磁环组进行仿真建模, 实验测量与仿真结果相关性较强, 证明了基础物理模型的构造正确; 基于间距调整的有限元网格剖分方案, 采用三种优化方案构建了三类优化模型: 单理想值优化方

案, 多段式单理想值优化方案, 梯度优化方案. 由于以上方案返回的结果均为局部最优解, 故在优化参量相同的情况下, 所得结果也不尽相同. 单理想值优化方案基于磁场轴向分量与理想值之间的差异最小化为原则, 对中心点处的磁通密度值进行约束. 为进一步探索理想值优化的局部最优结果, 提出多段式单理想值优化方案, 采用多个理想值, 分别对总目标磁场的不同区域磁场进行理想值优化, 所得优化方程的目标值优于单理想值方案, 即此种方案的优化结果优于单理想值优化结果. 基于以上分析研究, 将优化区域无限细分, 即做微元处理后再积分, 提出梯度优化方案. 该方案的优化结果比其他两种方案低 3 个数量级, 说明优化的磁场均匀性明显高于另外两种方案. 根据本论文的仿真分析, 发现在磁环高度和内外径差保持不变的情况下, 同时大幅度增加磁环的内外半径, 更有利于构建均匀强磁场. 论文为 FRS 光学谐振腔采用永磁体磁环阵列构造均匀强磁场的设计方案提供了参考和借鉴. 从而替代电磁方式, 构造出能够长时、稳定工作的无能耗磁场, 可以为发展 FRS 检测技术和应用研究提供参考.

## 参考文献

- [1] Liu K, Lewicki R, Tittel F K 2016 *Sensor. Actuat. B. Chem.* **237** 887
- [2] Boone C D, Dalby F W, Ozier I 2000 *J. Chem. Phys.* **113** 8594
- [3] Hinz A, Pfeiffer J, Bohle W, Urban W 1982 *Mol. Phys.* **45** 1131
- [4] Litfin G, Pollock C R, Curl R F, Tittel F K 1980 *J. Chem. Phys.* **72** 6602
- [5] Gianella M, Pinto T, Wu X, Ritchie G 2017 *J. Chem. Phys.* **147** 05420
- [6] Westberg J, Lathdavong L, Dion C M, Shao J, Kluczynski P, Lundqvist S, Axner O 2010 *J. Quant. Spectrosc. Ra.* **111** 2415
- [7] Blake T A, Chackerian C, Podolske J R 1996 *Appl. Opt.* **35** 973
- [8] Adams H, Reinert D, Kalkert P, Urban W 1984 *Appl. Phys. B* **34** 179
- [9] Zhang E, Huang S, Ji Q X, Silvernagel M, Wang Y, Ward B, Sigman D, Wysocki G 2015 *Sensors* **15** 25992
- [10] Fritsch T, Horstjann M, Halmer D, Sabana, Hering P, Mürtz M 2008 *Appl. Phys. B* **93** 713
- [11] Kluczynski P, Lundqvist S, Westberg J, Axner O. 2011 *Appl. Phys. B* **103** 451
- [12] Wang Y, Nikodem M, Zhang E, Cikach F, Barnes J, Comhair S, Dweik R A, Kao C, Wysocki G 2015 *Sci. Rep.* **5** 9096
- [13] Lewicki R, Doty III J H, Curl R F, Tittel F K, Wysocki G 2009 *P. Natl. Acad. Sci. USA* **106** 12587
- [14] Ganser H, Urban W, Brown J M 2003 *Mol. Phys.* **101** 545
- [15] Sabana H, Fritsch T, Onana M B, Bouba O, Hering P, Mürtz M 2009 *Appl. Phys. B* **96** 535
- [16] Smith J M, Bloch J C, Field R W, Steinfeld J I 1995 *J. Opt. Soc. Am. B* **12** 964
- [17] Zaugg C A, Lewicki R, Day T, Curl R F, Tittel F K 2011 *Conference on Quantum Sensing and Nanophotonic Devices VIII* San Francisco CA, January 23–27, 2011
- [18] Brumfield B, Wysocki G 2012 *Opt. Express* **20** 29727
- [19] So S G, Jeng E, Wysocki G 2011 *Appl. Phys. B* **102** 279
- [20] Zhao W, Fang B, Lin X, Gai Y, Zhang W, Chen W, Chen Z, Zhang H, Chen W 2018 *Anal. Chem.* **90** 3958
- [21] Di N, Zhao J L, Wang Z B 2009 *Chin. J. Lasers* **39** 2290 (in Chinese) [底楠, 赵建林, 王志兵 2009 中国激光 **39** 2290]
- [22] Peng Q L, Mcmurry S M, Coey J M D 2004 *J. Magn. Magn. Mater.* **268** 165
- [23] Yan M, Peng X L 2006 *Fundamentals of Magnetism and Magnetic Materials* (Vol. 1) (Hangzhou: Zhejiang University Press) pp10–12 (in Chinese) [严密, 彭晓领 2006 磁学基础与磁性材料(上卷) (杭州: 浙江大学出版社) 第10—12页]
- [24] Sabetghadam F, Sharafatmandjoor S, Norouzi F 2009 *J. Comput. Phys.* **228** 55

# Optimization of distribution of permanent magnet rings for Faraday rotation spectroscopy<sup>\*</sup>

Jia Feng-Ming<sup>1)2)</sup> Mei Jiao-Xu<sup>1)†</sup> Wang Rui-Feng<sup>1)2)</sup> Cheng Gang<sup>3)</sup>  
Liu Kun<sup>1)</sup> Gao Xiao-Ming<sup>1)</sup>

1) (*Anhui Institute of Optics and Fine Mechanics, Hefei Institute of Physical Science, Chinese Academy of Sciences, Hefei 230031, China*)

2) (*University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China*)

3) (*State Key Laboratory of Mining Response and Disaster Prevention and Control in Deep Coal Mines, Anhui University of Science and Technology, Huainan 232001, China*)

( Received 2 November 2021; revised manuscript received 23 November 2021 )

## Abstract

Faraday rotation spectroscopy (FRS) is generally used to detect the concentrations of various paramagnetic trace gases because of its high detection sensitivity, zero background noise and the ability to get rid of the interference of diamagnetic materials effectively. In most of FRS technologies, the used electromagnetic fields are produced by coils, thereby triggering off some problems such as high energy consumption and excessive heat generation. Thus the modeling and the simulation study of spatial magnetic field distribution based on the combined ring permanent magnets are carried out to establish an axially distributed homogeneous magnetic field and provide a permanent magnet-based homogeneous magnetic field along the optical axis for FRS measurement. In this simulation, the method of finite element mesh division is adopted based on basic electromagnetic relationship in Maxwell equations. By the simulation study of the magnetic field distribution of the actual Nd-Fe-B permanent magnet magnetic ring array, the physical model proves to be reliable. Basically, three methods of optimizing the permanent magnetic ring arrays. i.e. single ideal value optimization method, the multi-part single objective optimization method, and the gradient optimization method, are proposed. The single ideal value optimization method and the multiple ideal value optimization method are used to realize the optimization of magnets. However, by analyzing the two methods, it is clear that compared with the single ideal value optimization method, the multiple ideal value optimization method in which the whole region is divided into several small parts can achieve good uniformity of permanent magnet array. In this way, the third method, i.e. the gradient optimization method is used to realize the construction of a homogeneous magnetic field with a uniform central axis magnetic flux density distribution used for FRS. Finally, the standard magnetic field uniformity for measuring the quality of magnet field is suggested, and through the calculation and evaluation of the magnetic field uniformity, the optimization effects of different optimization methods are analyzed and compared with each other. And the final results about realizing a homogeneous magnetic field provide a reference for developing the FRS equipment based on permanent magnets.

**Keywords:** permanent magnetic rings, distribution of magnet, simulation and optimization, Faraday rotation spectroscopy

**PACS:** 07.55.Db, 33.15.Kr, 42.62.Fi, 42.15.Eq

**DOI:** 10.7498/aps.71.20212031

<sup>\*</sup> Project supported by the Research Instruments and Equipment Development Project of the Chinese Academy of Sciences, China (Grant No. YJKYYQ20190054) and the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 41730103, 41575030, 41475023).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: [jxmei@aiofm.ac.cn](mailto:jxmei@aiofm.ac.cn)