

耦合界面张力的三维流体界面不稳定性的格子Boltzmann模拟

马聪 刘斌 梁宏

Lattice Boltzmann simulation of three-dimensional fluid interfacial instability coupled with surface tension

Ma Cong Liu Bin Liang Hong

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 71, 044701 (2022) DOI: 10.7498/aps.71.20212061

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.71.20212061>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

表面张力对高雷诺数Rayleigh–Taylor不稳定性后期增长的影响

Effect of surface tension on late-time growth of high-Reynolds-number Rayleigh–Taylor instability

物理学报. 2021, 70(11): 114701 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20201960>

高雷诺数下非混相Rayleigh–Taylor不稳定性的格子Boltzmann方法模拟

Lattice Boltzmann method simulations of the immiscible Rayleigh–Taylor instability with high Reynolds numbers

物理学报. 2020, 69(4): 044701 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20191504>

可压流体Rayleigh–Taylor不稳定性的离散Boltzmann模拟

Discrete Boltzmann simulation of Rayleigh–Taylor instability in compressible flows

物理学报. 2018, 67(8): 080501 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20171952>

爆轰加载下高纯铜界面Rayleigh–Taylor不稳定性实验研究

Experimental research on Rayleigh–Taylor instability of oxygen-free high conductivity copper under explosive loading

物理学报. 2020, 69(9): 094701 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20191999>

经典瑞利–泰勒不稳定性界面变形演化的改进型薄层模型

Improved thin layer model of classical Rayleigh–Taylor instability for the deformation of interface

物理学报. 2018, 67(9): 094701 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20172613>

耦合界面力的两相流相场格子Boltzmann模型

Phase field lattice Boltzmann model for two-phase flow coupled with additional interfacial force

物理学报. 2018, 67(22): 224701 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20181230>

耦合界面张力的三维流体界面不稳定性的 格子 Boltzmann 模拟*

马聪 刘斌 梁宏†

(杭州电子科技大学理学院, 杭州 310018)

(2021 年 11 月 6 日收到; 2021 年 11 月 26 日收到修改稿)

采用介观格子 Boltzmann 方法模拟界面张力作用下三维流体界面的 Rayleigh-Taylor (RT) 不稳定性的增长过程, 主要分析表面张力对流体界面动力学行为及尖钉和气泡后期增长的影响机制. 首先发现三维 RT 不稳定性的发生存在临界表面张力 (σ_c), 其值随着流体 Atwood 数的增大而增大, 且数值预测值与理论分析结果 $\sigma_c = (\rho_h - \rho_l)g/k^2$ 一致. 另外, 随着表面张力的增大, 不稳定性演化过程中界面卷吸程度和结构复杂性逐渐减弱, 系统中界面破裂形成离散液滴的数目也显著减少. 相界面的后期动力学行为也从非对称发展转向始终保持关于中轴线对称. 尖钉与气泡振幅在表面张力较小时对其变化不显著, 当表面张力增大到一定值后, 可以有效地抑制尖钉与气泡振幅的增长. 进一步发现, 高雷诺数三维 RT 不稳定性在不同表面张力下均经历 4 个不同的发展阶段: 线性阶段、饱和速度阶段、重加速和混沌混合阶段. 尖钉与气泡在饱和速度阶段以近似恒定的速度增长, 其渐进速度的值与修正的势流理论模型结果一致. 受非线性 Kelvin-Helmholtz 旋涡的剪切作用, 尖钉与气泡随后的增长被加速, 导致在重加速阶段的演化速度超过势流模型的解析解. 重加速阶段不能持续发展下去, 尖钉与气泡在不稳定性后期的增长速度会随时间上下波动, 这表明不稳定性的演化进入了混沌混合阶段. 通过数值分析, 证实了三维 RT 不稳定性在后期的混沌混合阶段具有二次增长的规律, 并且尖钉与气泡增长率总体上随着表面张力的增大而逐渐减少.

关键词: Rayleigh-Taylor 不稳定性, 格子 Boltzmann 方法, 界面张力, 雷诺数, 湍流混合

PACS: 47.11.Qr, 47.55.db, 47.55.df

DOI: 10.7498/aps.71.20212061

1 引言

Rayleigh-Taylor (RT) 不稳定性是低密度流体加速高密度流体时两者密度交界面的不稳定现象, 广泛存在于自然现象 (如卷云的形成、超新星爆发、地下盐丘和火山岛的形成) 和工程应用 (如超燃冲压发动机、惯性约束核聚变、气象学、海洋运动学) 中, 也是多相流体界面不稳定性、湍流混合等基础问题的理论基础^[1,2]. 因此, 研究 RT 不稳定性的发展与演化规律对于理论研究和工程实践

都具有重要的科学价值和现实意义. 著名学者 Rayleigh^[3] 和 Taylor^[4] 最早描述了 RT 不稳定性现象, 提出了著名的线性稳定性理论: 交界面处初始扰动随时间以指数形式增长. 后来, Lewis^[5] 实验证实了线性稳定性理论可以有效地描述扰动振幅的增长达到 0.4λ (λ 是初始扰动的波长), 并发现不稳定性随后进入非线性增长阶段. 2001 年, Waddell 等^[6] 实验研究了二维单模 RT 不稳定性问题, 观察到紧接着线性阶段, 尖钉与气泡振幅在非线性阶段的平均增长速度接近于常数. Goncharov^[7] 理论分析单模 RT 不稳定性的非线性增长, 并给出尖钉与

* 国家自然科学基金 (批准号: 11972142) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: lianghongstefanie@163.com

气泡在非线性阶段以恒定速度增长的势流模型:

$$u_b = \sqrt{\frac{2A_t g}{C_g k(1 + A_t)}}, \quad u_s = \sqrt{\frac{2A_t g}{C_g k(1 - A_t)}}, \quad (1)$$

其中, u_b 是气泡的速度; u_s 是尖钉的速度; g 是重力加速度; A_t 是 Atwood 数; k 是波数; C_g 对于三维流动取 1, 而对于二维情形则取 3. 受 Goncharov 工作^[7]的启发, Sohn^[8]进一步分析了流体黏性和表面张力对气泡渐进速度的影响, 提出了包含这些因素的修正势流模型, 三维情形下可以表述为

$$u_b = \sqrt{\frac{2A_t g}{(1 + A_t)k} - \frac{3k\sigma}{16\rho_h} + k^2\nu^2 - k\nu}, \quad (2)$$

其中 ν 是流体黏性, ρ_h 表示重流体的密度. Glimm 等^[9]基于前追踪方法模拟了二维单模 RT 不稳定性问题, 首次发现气泡与尖钉的演化速度经过恒定速度增长后会出现再加速行为. RT 不稳定性的再加速现象在后续的实验^[10]和数值模拟^[11]中被进一步证实, 并被归因于气泡与尖钉界面处形成的 Kelvin-Helmholtz 涡旋的作用. Bian 等^[12]采用直接数值模拟方法研究了不同雷诺数和阿特伍德数下涡量对三维单模 RT 不稳定性的再加速增长阶段的影响, 并确定了再加速过程与涡量之间有很强的相关性. 2012 年, Ramaprabhu 等^[13]数值研究了混相流体的三维单模 RT 不稳定性的后期增长规律, 首次发现不稳定性在高雷诺数时经历 4 个不同的发展阶段, 包括线性增长、饱和速度增长、再加速和混沌混合阶段. 同期, Wei 和 Livescu^[14]基于直接数值模拟方法高精度模拟了低阿特伍德数流体的二维单模 RT 不稳定性的后期增长过程, 同样观察到高雷诺数的单模 RT 不稳定性经历上述 4 个发展阶段, 并且报道气泡振幅在后期的混沌混合阶段具有平均二次增长的规律. Hu 等^[15]模拟了不同雷诺数下的二维单模 RT 不稳定性问题, 发现在中等雷诺数条件下, 气泡与尖钉在后期阶段会出现反复的加速与减速现象. 李德梅等^[16]近期利用离散 Boltzmann 方法研究了可压缩流体的二维单模 RT 不稳定性的非平衡效应. 另外, Liang 等^[17–19]针对非混相流体的单模 RT 不稳定性后期演化过程也开展了一系列介尺度数值研究, 分析了广泛的雷诺数和阿特伍德数对不稳定性的后期增长阶段和相界面动力学行为的影响.

上述研究丰富了人们对单模 RT 不稳定性演化机制的认识, 但均未考虑两相流体间界面张力对

不稳定性增长的影响. 已有研究表明, 表面张力会显著影响多相流体界面输运现象及流体界面不稳定性行为, 特别是 RT 不稳定性在界面张力作用下可以显示出毛细波、收缩、破裂等独特的界面动力学行为. 鉴于此, 一些学者尝试探索表面张力对单模 RT 不稳定性增长的影响, 如 Daly^[20]采用有限差分方法模拟了界面张力对单模 RT 不稳定性早期增长的影响, 发现增大表面张力可以减小线性增长率; Zhang 等^[21]利用多相流格子 Boltzmann 方法模拟了表面张力作用下二维单模 RT 不稳定性的演化过程, 发现存在表面张力作用可以抑制气泡与尖钉的增长; Young 和 Ham^[22]模拟了表面张力作用下单模与多模 RT 不稳定性的演化机制, 发现增大界面张力可以抑制混合层的生长; Matsuoka^[23]采用边界积分法模拟了耦合表面张力的可压缩流体的二维单模 RT 不稳定性的演化过程, 发现存在表面张力有利于诱导界面发生夹断行为以及抑制不稳定性湍流现象的发生; Sohn^[24]与夏同军等^[25]分析了表面张力对单模 RT 不稳定性的饱和速度增长阶段的影响, 给出了包含表面张力效应的气泡渐进速度的解析表达式; 黄皓伟等^[26]数值研究了表面张力对高雷诺数的二维单模 RT 不稳定性后期增长的影响, 发现增大表面张力可以减弱演化过程中相界面结构的复杂程度以及有效抑制后期阶段相界面破裂行为, 并进一步给出了不同表面张力下气泡与尖钉的后期增长率.

综上所述, 对耦合界面张力的单模 RT 不稳定性的研究已取得了一些进展, 但相关研究还不够深入. 绝大多工作^[20–25]局限于不稳定性发展的中前期阶段, 所考虑的雷诺数较小, 且所研究的物理工况均为二维情形^[20–26], 而对表面张力作用下三维单模 RT 不稳定性的演化后期及气泡与尖钉增长描述尚未报道. 本文将基于介观格子 Boltzmann 方法系统研究高雷诺数的三维单模 RT 不稳定性的后期演化机制, 主要分析界面张力对相界面动力学行为及气泡与尖钉后期增长的影响.

2 数值模型与问题描述

格子 Boltzmann 方法是基于气体动理学理论的介观数值方法, 具有清晰的物理背景和粒子演化特性, 并行计算效率高, 可以从底层方便地描述流体内部与环境间的相互作用, 因而在模拟多相多组

分等复杂流体输运问题上具有很大的优势^[27]. 根据流体间作用力的不同物理背景, 现有的多相流格子 Boltzmann 模型主要可以分为 4 类: 颜色模型、伪势模型、自由能模型和相场模型. 不同于前 3 类模型, 相场格子 Boltzmann 模型需要求解明确的界面追踪方程, 相界面求解精度高, 适用于模拟界面大拓扑变化的多相流问题^[28,29]. 因此, 本文采用相场格子 Boltzmann 模型研究三维非混相 Rayleigh-Taylor 不稳定性的后期增长规律. 该模型利用两套粒子分布函数 f_i 和 g_i , 并采用多松弛碰撞算子以提高模型处理高雷诺数流动的数值稳定性. 双分布函数的多松弛格子 Boltzmann 方法的演化方程可以表示为如下的统一形式^[30]:

$$\begin{aligned} & f_i(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \delta_t, t + \delta_t) - f_i(\mathbf{x}, t) \\ &= -(\mathbf{M}_f^{-1} \mathbf{S}^f \mathbf{M}_f)_{ij} [f_j(\mathbf{x}, t) - f_j^{\text{eq}}(\mathbf{x}, t)] \\ &+ \delta_t \left[\mathbf{M}_f^{-1} \left(\mathbf{I} - \frac{\mathbf{S}^f}{2} \right) \mathbf{M}_f \right]_{ij} F_j(\mathbf{x}, t), \quad (3a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & g_i(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \delta_t, t + \delta_t) - g_i(\mathbf{x}, t) \\ &= -(\mathbf{M}_g^{-1} \mathbf{S}^g \mathbf{M}_g)_{ij} [g_j(\mathbf{x}, t) - g_j^{\text{eq}}(\mathbf{x}, t)] \\ &+ \delta_t \left[\mathbf{M}_g^{-1} \left(\mathbf{I} - \frac{\mathbf{S}^g}{2} \right) \mathbf{M}_g \right]_{ij} G_j(\mathbf{x}, t), \quad (3b) \end{aligned}$$

其中, $f_i(\mathbf{x}, t)$ 为序参数的粒子分布函数, $g_i(\mathbf{x}, t)$ 为刻画流场的粒子分布函数, $f_i^{\text{eq}}(\mathbf{x}, t)$ 和 $g_i^{\text{eq}}(\mathbf{x}, t)$ 则为粒子分布函数所对应的平衡态分布函数, \mathbf{M}_f 和 \mathbf{M}_g 表示碰撞矩阵, \mathbf{S}_f 和 \mathbf{S}_g 为松弛矩阵, $F_i(\mathbf{x}, t)$ 和 $G_i(\mathbf{x}, t)$ 分别表示源项和外力分布函数. 为了恢

复正确的相场方程和不可压流体动力学方程, 平衡态分布函数 $f_i^{\text{eq}}(\mathbf{x}, t)$ 和 $g_i^{\text{eq}}(\mathbf{x}, t)$ 分别构造为^[30]

$$f_i^{\text{eq}} = \begin{cases} \phi + (\omega_i - 1)\eta\mu, & i = 0, \\ \omega_i\eta\mu + \omega_i\phi \frac{\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u}}{c_s^2}, & i \neq 0, \end{cases} \quad (4)$$

$$g_i^{\text{eq}} = \begin{cases} \frac{p}{c_s^2}(\omega_i - 1) + \rho s_i(\mathbf{u}), & i = 0, \\ \frac{p}{c_s^2}\omega_i + \rho s_i(\mathbf{u}), & i \neq 0, \end{cases} \quad (5)$$

且

$$s_i(\mathbf{u}) = \omega_i \left[\frac{\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u}}{c_s^2} + \frac{(\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u})^2}{2c_s^4} - \frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{u}}{2c_s^2} \right], \quad (6)$$

其中, η 是与迁移率相关的调节参数; c_s 为声速; \mathbf{c}_i 和 ω_i 分别为速度空间的离散速度和权重系数, 取值依赖于选取的格子模型. 针对三维的 Cahn-Hilliard 方程, 格子 Boltzmann 方法至少需要 7 个离散速度才能满足恢复宏观控制方程所约束的矩条件^[31], 因此, 为了提高计算效率, 在序参数分布函数的演化方程 (3a) 中采用高效的 D3Q7 格子模型, 其对应的权重系数 ω_i 为 $\omega_0 = 1/4$, $\omega_{1-6} = 1/8$, $c_s^2 = c^2/4$, 离散速度 \mathbf{c}_i 定义为

$$\mathbf{c}_i = c \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}. \quad (7)$$

另外, 针对三维流体动力学方程, 在流场分布函数的演化方程 (3b) 中采用通用的 D3Q15 格子模型, 其对应的权重系数为 $\omega_0 = 2/9$, $\omega_{1-6} = 1/9$, $\omega_{7-14} = 1/72$, $c_s^2 = c^2/3$, 且离散速度 \mathbf{c}_i 设定为

$$\mathbf{c}_i = c \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}. \quad (8)$$

三维多松弛格子 Boltzmann 模型的其他元素中碰撞矩阵 \mathbf{M}_f 和 \mathbf{M}_g 的选取可参考文献^[31, 32]. 为了恢复正确的相界面追踪的 Cahn-Hilliard 方程, Liang 等^[30] 在演化方程 (3a) 中引入关于时间导数的局部源项以提高相界面求解的精度:

$$F_i = \frac{\omega_i \mathbf{c}_i \cdot \partial_t(\phi \mathbf{u})}{c_s^2}. \quad (9)$$

另一方面, 本文考虑了外力引入格子 Boltzmann 方法所产生的离散效应, 并采用了 He 等^[33] 提出

的完全消除离散误差的外力格式:

$$\begin{aligned} G_i &= \frac{(\mathbf{c}_i - \mathbf{u})}{c_s^2} \cdot [s_i(\mathbf{u}) \nabla(\rho c_s^2) \\ &+ (\mathbf{F}_s + \mathbf{F}_a + \mathbf{G})(s_i(\mathbf{u}) + \omega_i)], \quad (10) \end{aligned}$$

其中, \mathbf{G} 为流体系统所受的外力; \mathbf{F}_a 是为了恢复正确的动量方程而引入的额外界面力, 其定义为 $\mathbf{F}_a = \frac{d\rho}{d\phi} M \nabla^2 \mu \mathbf{u}$; $\mathbf{F}_s = \mu \nabla \phi$ 表示两相流体间的表面张力; μ 为相场模型中的化学势,

$$\mu = 4\beta\phi(\phi - 1)(\phi - 0.5) - k \nabla^2 \phi, \quad (11)$$

其中 β , k 为与界面张力 (σ) 和界面厚度 (D) 相关的模型参数, $D = \sqrt{8k/\beta}$, $\sigma = \sqrt{2k\beta}/6$. 通过计算粒子分布函数的零阶矩和一阶矩, 可以得到宏观统计量^[30]

$$\phi = \sum_i f_i, \quad (12a)$$

$$\rho \mathbf{u} = \sum_i \mathbf{c}_i g_i + \frac{\delta_t}{2} (\mathbf{F}_s + \mathbf{G} + \mathbf{F}_a), \quad (12b)$$

$$p = \frac{c_s^2}{(1 - \omega_0)} \left[\sum_{i \neq 0} g_i + \frac{\delta_t}{2} \mathbf{u} \cdot \nabla \rho + \rho s_0(\mathbf{u}) \right]. \quad (12c)$$

另外, 流体密度 ρ 可由序参数 ϕ 的线性插值计算,

$$\rho = \phi(\rho_h - \rho_l) + \rho_l, \quad (13)$$

其中, ρ_l 为轻流体的密度. 在实际模拟中, 需要采用合适的差分格式离散格子 Boltzmann 模型的导数项, 本文采用显式的欧拉格式计算时间导数项:

$$\partial_t(\chi) = \frac{\chi(t) - \chi(t - \delta_t)}{\delta_t}. \quad (14)$$

同时利用各向同性的二阶差分格式计算空间梯度和拉普拉斯算子:

$$\nabla \chi(\mathbf{x}) = \sum_{i \neq 0} \frac{\omega_i \mathbf{c}_i \chi(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \delta_t)}{c_s^2 \delta_t}, \quad (15)$$

$$\nabla^2 \chi(\mathbf{x}) = \sum_{i \neq 0} \frac{2\omega_i [\chi(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \delta_t) - \chi(\mathbf{x})]}{c_s^2 \delta_t^2}, \quad (16)$$

其中 χ 表示任意一个变量.

为了研究流体不稳定性的后期演化规律, 本文考虑的物理工况为 z 轴方向足够长的长方体通道. 如图 1 所示, L_x , L_y , L_z 分别表示管道的长度、宽度与高度, 且 $L_x \times L_y \times L_z = W \times W \times 16W$. 初始时刻, 重流体位于管道的上方而轻流体置于管道的下方, 并在两相流体界面 $z = 8W$ 处施加一个微小的扰动:

$$h(x, y) = 0.05W \left[\cos\left(\frac{2\pi x}{W}\right) + \cos\left(\frac{2\pi y}{W}\right) \right]. \quad (17)$$

根据相场理论, 序参量的初始分布设定为如下的双曲正切函数:

$$\phi(x, y, z) = 0.5 + 0.5 \tanh \frac{2[z - h(x, y) - 8W]}{D}, \quad (18)$$

其值在体相区取 0 和 1, 而在界面区域从 0 连续变化至 1. 为了表征 RT 不稳定性的演化特性, 需要引入两个重要的无量纲参数, 即雷诺数 (Reynolds number, Re) 和阿特伍德数 (Atwood number, A_t),

分别定义为^[33]

$$Re = \frac{W\sqrt{gW}}{\nu}, \quad A_t = \frac{\rho_h - \rho_l}{\rho_h + \rho_l}, \quad (19)$$

其中, ν 表示流体黏性, 重流体的密度 ρ_h 给定为 1, 而轻流体的密度 ρ_l 可以根据阿特伍德数的值来确定. 为了描述重力效应, 对管道中轻重流体均施加一个竖直方向上的浮力:

$$\mathbf{G} = \left[0, 0, -\left(\rho - \frac{\rho_l + \rho_h}{2}\right)g \right]. \quad (20)$$

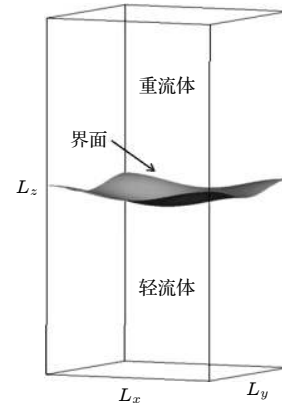


图 1 三维单模 RT 不稳定性的示意图

Fig. 1. Schematic of three-dimensional single-mode RT instability problem.

本文着重分析表面张力对高雷诺数 RT 不稳定性的后期演化特性的影响, 除特别声明, 流动的雷诺数和 Atwood 数分别固定为 $Re = 5000$, $A_t = 0.1$, 其他物理参数给定为 $W = 100$, $\sqrt{gW} = 0.04$, $D = 4$, 松弛矩阵 \mathbf{S}^f 和 \mathbf{S}^g 分别设定为

$$\mathbf{S}^f = \text{diag}(1, 1.25, 1.25, 1.25, 1.2, 1, 1), \quad (21)$$

$$\mathbf{S}^g = \text{diag}(1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, s_g, s_g, s_g, s_g, s_g), \quad (22)$$

其中, 松弛因子 s_g 由流体黏性 ν 确定, $\nu = \delta_x(1/s_g - 0.5)/3$. 边界条件则采用如下的处理格式: x, y 方向采用周期性边界格式, 而 z 方向应用无滑移半反弹边界格式, 即 $f_i(\mathbf{x}_f, t + \delta_t) = f'_i(\mathbf{x}_f, t)$, $g_i(\mathbf{x}_f, t + \delta_t) = g'_i(\mathbf{x}_f, t)$, 其中 $i = -\bar{i}$ 为指向系统外部的离散速度的方向, \mathbf{x}_f 为邻近壁面的流体点, f'_i 和 g'_i 均为碰撞后的粒子分布函数. 另外, 本文选取管道宽度 W 作为特征长度, \sqrt{gW} 为特征速度, 而特征时间则可表示为 $\sqrt{W/g}$, 下文的物理统计量均已被这些特征值无量纲化.

3 数值结果和讨论

通过数值计算发现, 当表面张力较大时, RT 不稳定性的初始扰动会发生振荡直至相界面变为稳定的水平平面, 即 RT 不稳定性现象将不会发生. 这表明 RT 不稳定性的发生存在一个临界表面张力, 当表面张力大于该临界值时, RT 不稳定性行为将不会出现, 而当表面张力小于该临界值时, RT 不稳定性现象将会发生. 本文统计了不同流体 Atwood 数下三维 RT 不稳定性发生的临界表面张力, 结果如图 2 所示. 可以发现, 临界表面张力随着 Atwood 数的增大而呈现递增规律. 进一步理论分析了 RT 不稳定性现象发生的临界表面张力. 根据线性稳定性理论^[6,10], RT 不稳定性的扰动振幅在初始阶段的生长具有指数形式, 即 $h = a_1 e^{\gamma t} + a_2 e^{-\gamma t}$, 其中 h 表示扰动振幅, t 是演化时间, a_1 和 a_2 为拟合系数, γ 是线性增长因子且可表示为^[6]

$$\gamma = \sqrt{A_t g k - \frac{\sigma k^3}{\rho_h + \rho_l}}. \quad (23)$$

要使 RT 不稳定性能够发生, 线性增长因子中被开方数的值必须大于 0, 从而可以推导出临界表面张力的解析表达式为

$$\sigma_c = (\rho_h - \rho_l) g / k^2, \quad (24)$$

其中波数 $k = 2\pi/W$. 图 2 进一步给出了不同 Atwood 数下临界表面张力的理论值, 可以发现理论值基本落在数值模拟所预测的范围内, 即数值模拟结果与理论分析结果一致. 在接下来的研究中, 只考虑 RT 不稳定性能够发生的情形, 即 $\sigma < \sigma_c$.

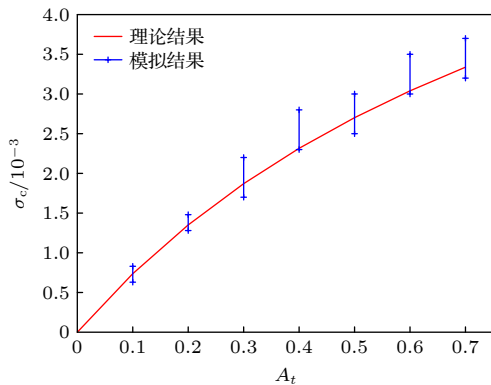


图 2 不同 Atwood 数下三维 RT 不稳定性的临界表面张力

Fig. 2. Critical surface tensions of three-dimensional RT instability at various Atwood numbers.

图 3 给出了不同界面张力作用下三维单模 RT 不稳定性的相界面的演化过程. 可以看出, 三维 RT 不稳定性在演化初期显示出相似的界面动力学特征, 重流体向下运动而轻流体向上升起, 即轻流体和重流体之间相互渗透, 且渗透深度随着时间的演化而逐渐增加, 从而轻流体上升形成了气泡, 而重流体下落形成了尖钉. 紧接着, 尖钉继续往下运动, 气泡继续上升. 与此同时, 两流体剪切作用产生的 Kelvin-Helmholtz 不稳定性开始发展, 其强度也随时间逐渐增强, 并开始影响相界面的动力学行为. 在 Kelvin-Helmholtz 不稳定性的作用下, 尖钉向上卷起, 形成了经典的蘑菇结构 (见图 3(a)—(c) 中 $t = 8$ 时刻与图 3(d) 的 $t = 10$ 时刻). 同时也注意到尖钉的卷起幅度在表面张力较小时差异不大, 但继续增大表面张力会减弱尖钉卷起程度, 并且卷起发生的时刻也会随之推迟. 接下来观察到三维单模 RT 不稳定性在不同的表面张力作用下, 表现出的显著不同的界面动力学行为. 当表面张力较小 ($\sigma = 10^{-6}$ 或 10^{-5}) 时, 尖钉随着时间继续往下运动, 在流体间剪切力的作用下, 卷起表面变得不光滑, 出现了凹凸不平的结构, 并且在卷起尾端形成了 4 个尺寸相同的类似于“卷发”的界面结构 (见 $t = 10$ 时刻). 随后, 不稳定性系统的非线性效应越来越剧烈, 在高强度的 Kelvin-Helmholtz 不稳定性的剪切作用下, 产生了许多不同尺度的旋涡, 进而使得流体界面变得异常不稳定, 演化后期相界面发生了多层次卷起、剧烈变形、混沌破裂, 形成了非常复杂的拓扑结构, 并且使得流体系统中产生了大量的游离的离散液滴. 另外可以发现, 在低界面张力的三维 RT 不稳定性的增长后期, 相界面的演化图案关于中心轴失去了对称性. 相界面的非对称性发展在高雷诺数下混相流体的三维单模 RT 不稳定性现象^[13] 中同样被观察到. 当表面张力增至 $\sigma = 2 \times 10^{-4}$, 流体间的剪切作用减弱, 流体界面卷起表面相对比较光滑, 未出现凹凸不平的结构, 形成的“卷发”长度也随之减小. 此后, 非线性 Kelvin-Helmholtz 不稳定性的强度随时间逐渐增强, 致使相界面在多个位置发生卷起甚至出现破裂行为, 最终在演化后期也形成了非常复杂的拓扑结构. 但不同于上述表面张力较低时的情形, 高雷诺数三维单模 RT 不稳定性在较大表面张力的作用下, 相界面演化图案始终保持着关于中轴线对称的特性, 并且整个演化过程中界面破裂

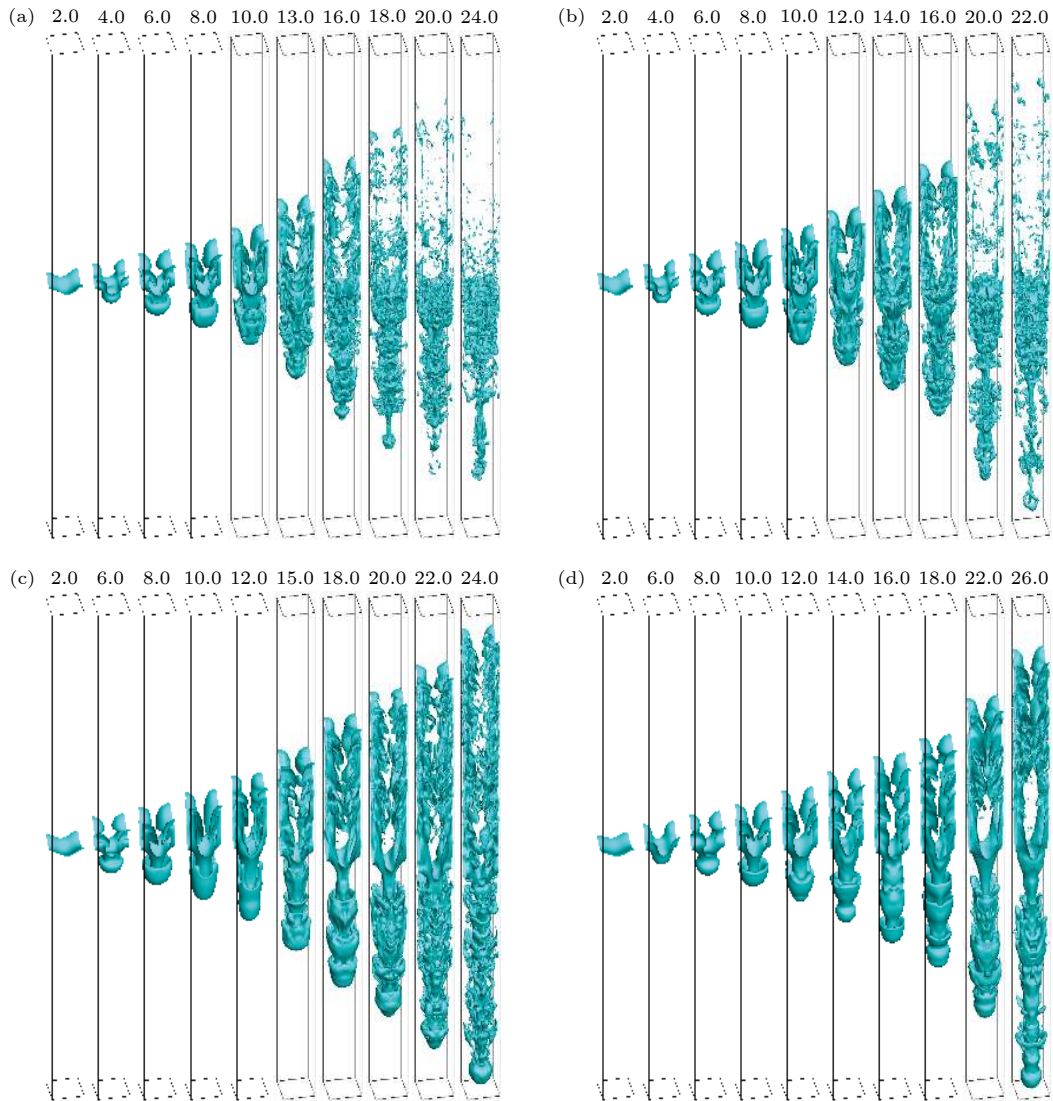


图3 表面张力对高雷诺数三维单模RT不稳定性相界面演化的影响, $Re = 5000$, $A_t = 0.1$ (a) $\sigma = 1 \times 10^{-6}$; (b) $\sigma = 1 \times 10^{-5}$; (c) $\sigma = 2 \times 10^{-4}$; (d) $\sigma = 5 \times 10^{-4}$

Fig. 3. Effect of the surface tension on the evolution of phase interface in three-dimensional single-mode RT instability with high Reynolds number, $Re = 5000$, $A_t = 0.1$: (a) $\sigma = 1 \times 10^{-6}$; (b) $\sigma = 1 \times 10^{-5}$; (c) $\sigma = 2 \times 10^{-4}$; (d) $\sigma = 5 \times 10^{-4}$.

的现象减少, 系统中形成离散液滴的数量也相应地减少. 特别地, 将表面张力增大至 $\sigma = 5 \times 10^{-4}$, 在卷起末端未观察到明显的“卷发”结构, 虽然在演化后期仍然观察到界面的多层次卷起行为, 但界面卷起程度和界面结构的复杂性显著减弱, 系统中生成的离散液滴数目也显著减少. 另外, 在整个不稳定性的演化过程中, 相界面始终维持关于中轴线的对称性.

为了更细致地显示表面张力对界面动力学行为的影响, 给出了上述界面张力作用下三维RT不稳定性中对角平面 ($x = y$) 的界面演化图案, 结果如图4所示. 可以看出, 在最初阶段, 流体界面在不同界面张力作用下均表现出相似的行为, 重流体

在重力作用下向下运动形成尖钉, 而密度较小的流体向上升起形成了气泡, 并受 Kelvin-Helmholtz 不稳定性的影响, 界面在两层位置发生卷吸现象, 从而形成了两对旋转方向相反的旋涡. 界面卷起的程度会随着表面张力的增大而逐渐减弱, 卷起发生的时间也会随之而推迟. 界面两层卷起行为是三维单模RT不稳定性独有的特征, 在二维单模RT不稳定性的演化过程中并未出现. 接下来, 对于低表面张力 ($\sigma = 10^{-6}$ 或 10^{-5}) 情形, 形成的两对旋涡随着时间演化而逐渐增大, 导致在各自卷起末端处分别形成了一对二级旋涡. 在多个旋涡相互作用下, 界面在多个位置发生卷起行为, 形成了一些不同尺度的旋涡结构. 最终, 在高流体界面剪切作用

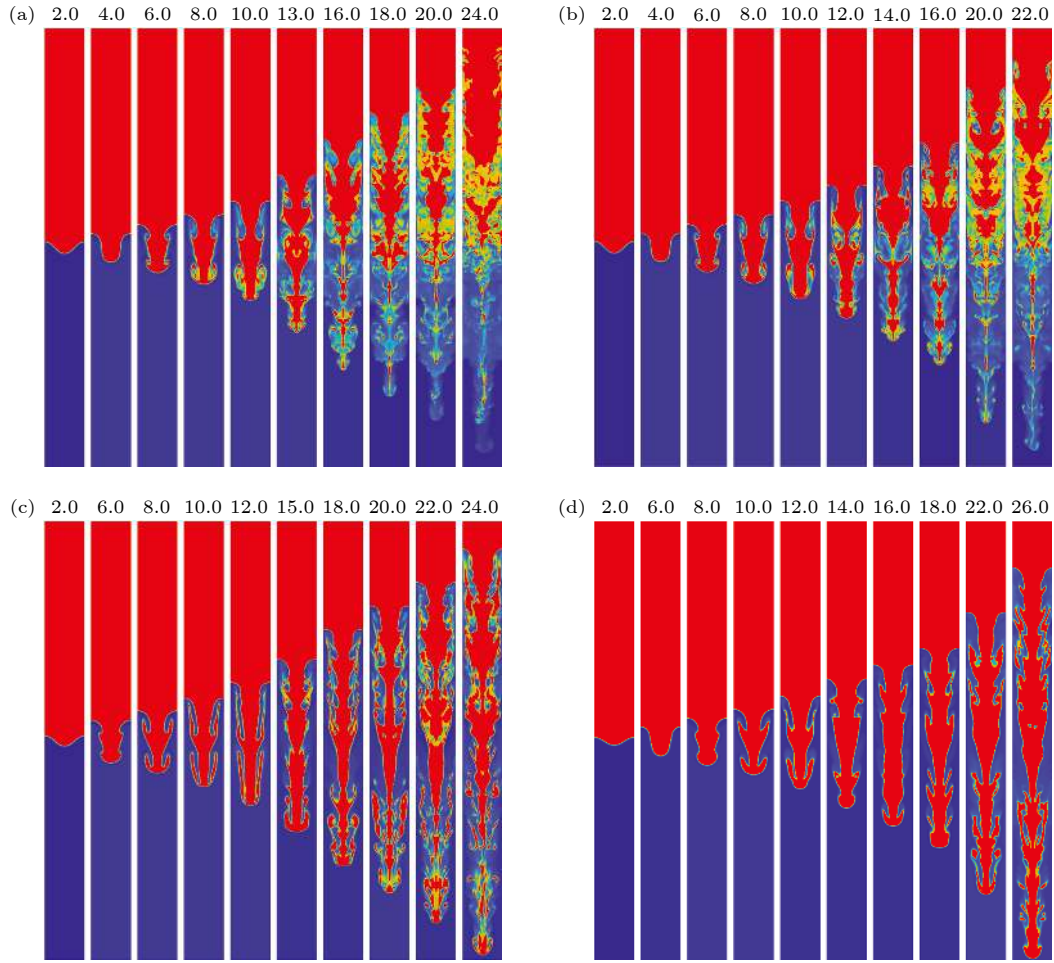


图4 表面张力对高雷诺数三维单模RT不稳定性的对角平面($x=y$ 平面)的相界面演化的影响, $Re = 5000$, $A_t = 0.1$ (a) $\sigma = 1 \times 10^{-6}$; (b) $\sigma = 1 \times 10^{-5}$; (c) $\sigma = 2 \times 10^{-4}$; (d) $\sigma = 5 \times 10^{-4}$

Fig. 4. Effect of the surface tension on the evolution of phase interface in the diagonal plane of three-dimensional single-mode RT instability with high Reynolds number, $Re = 5000$, $A_t = 0.1$: (a) $\sigma = 1 \times 10^{-6}$; (b) $\sigma = 1 \times 10^{-5}$; (c) $\sigma = 2 \times 10^{-4}$; (d) $\sigma = 5 \times 10^{-4}$.

下, 中轴线上界面的多处位置发生卷吸、变形、混沌的破裂, 形成了许多离散的小液滴. 另外, 进一步可以发现, 对于低表面张力情形, 流体界面在演化后期难以维持关于中轴线的对称性. 当表面张力较大 ($\sigma = 2 \times 10^{-4}$) 时, 两对一级旋涡随时间继续增长, 伴随着卷起部分的长度越来越长, 并逐渐开始收缩, 与中轴线附近的流体界面发生接触, 相比低表面张力情形, 在界面卷起的尾端未出现二级旋涡的界面结构. 随后, 非线性 Kelvin-Helmholtz 不稳定性的影响逐渐加强, 导致界面多个位置发生卷起变形, 形成较复杂的结构, 但相界面在整个演化过程中始终保持中轴线的对称性. 当界面张力继续增大时, 流体界面变得相对简单与光滑, 界面卷起的长度和程度也随之减小, 未观察到剧烈拓扑变化的复杂界面结构.

上述研究分析了表面张力对三维 RT 不稳定性的相界面动力学的影响, 而尖钉与气泡振幅及增长速度是描述 RT 不稳定性演化特征的几个重要物理量. 为了进一步表征界面张力效应, 定量统计了广泛表面张力条件下尖钉与气泡振幅、增长速度随时间的演化规律. 尖钉与气泡的振幅定义为尖钉与气泡的实时位置与初始位置在 z 方向的间距, 因此在初始时刻, 尖钉与气泡振幅均为零. 图 5 给出了尖钉与气泡振幅在不同表面张力下随时间变化的演化曲线. 可以看出, 尖钉与气泡振幅在不同表面张力下随时间演化不断增长, 并在较小表面张力时, 同一时刻可以获得更大的尖钉与气泡的振幅. 具体而言, 当表面张力在较小范围内, 尖钉与气泡振幅的演化曲线几乎相互重合, 即界面张力对不稳定性增长的影响不再显著. 在非混相不可压流体

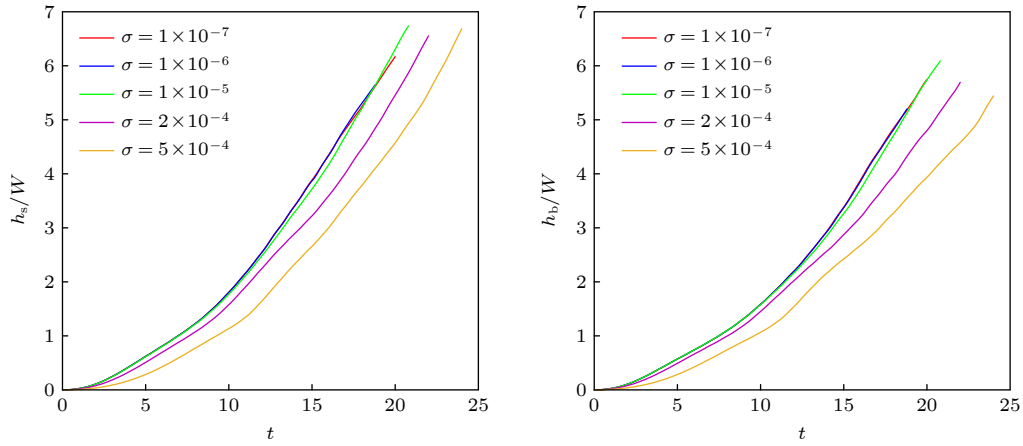


图 5 表面张力对随时间演化的尖钉 (左) 和气泡 (右) 振幅的影响

Fig. 5. Influence of surface tension on the time evolutions of spike (left) and bubble (right) amplitudes.

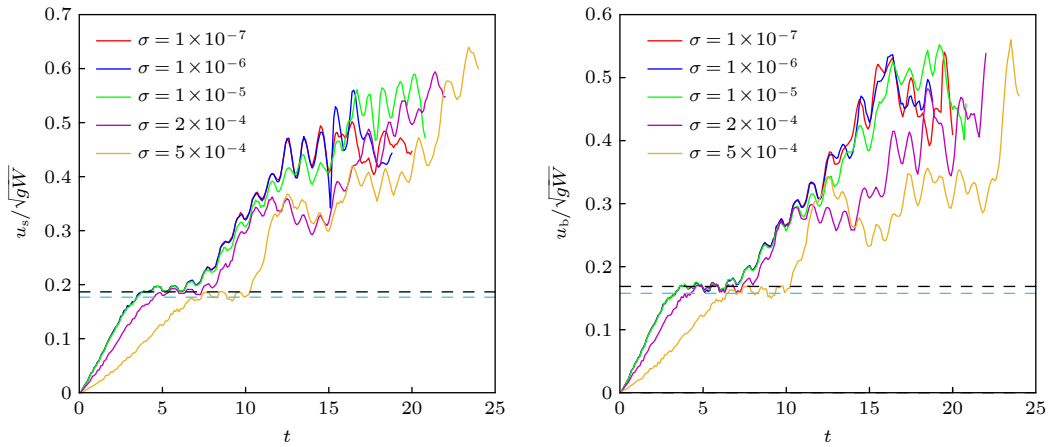

 图 6 表面张力对随时间演化的尖钉 (左) 和气泡 (右) 增长速度的影响. 黑色和蓝色虚线分别表示修正的势能模型所预测尖钉与气泡渐进速度在 $\sigma = 1 \times 10^{-5}$ $\sigma = 5 \times 10^{-4}$ 时的解析解

 Fig. 6. Influence of surface tension on the time evolutions of spike (left) and bubble (right) growth velocities. The black and blue dotted lines represent the analytical solutions of the spike and bubble asymptotic velocities from the modified potential flow model at $\sigma = 1 \times 10^{-5}$ and $\sigma = 5 \times 10^{-4}$.

的 RT 不稳定性的演化中, 尖钉与气泡的动力学特征理论上由单位质量的重力、黏性耗散力、界面张力之间的竞争决定^[34]. 针对表面张力极小的情形, 表面张力远远小于系统中重力与耗散力, 因此对不稳定性中尖钉与气泡发展的影响可以忽略. 当表面张力增大到一定值后, 它可以有效地抑制尖钉与气泡振幅的增长, 即尖钉与气泡振幅随着表面张力的增长而显著减小. 进一步模拟了不同 Atwood 数下界面张力对三维单模 RT 不稳定性增长的影响, 同样发现表面张力较小时对三维不稳定性中尖钉与气泡的增长影响不大, 继续增大表面张力可以有效抑制不稳定性的发展. 图 6 描述了不同界面张力下尖钉与气泡随时间演化的增长速度. 根据速度演化曲线, 发现高雷诺数的三维单模 RT 不稳定性在不

同界面张力下的增长仍然可以划分为 4 个阶段: 线性增长阶段、饱和速度阶段、重加速阶段和混沌混合阶段. 当表面张力充分小时, 气泡和尖钉的增长速度曲线在线性阶段相互重合, 继续增大表面张力可以抑制尖钉与气泡的线性增长, 这符合线性稳定性理论的分析结果: 线性增长因子如 (23) 式所示, 在表面张力较小时差别不大, 随着表面张力的增大而逐渐减小. 紧接着, 尖钉与气泡均以近似恒定的速度增长, 这表明三维 RT 不稳定性的演化进入了饱和速度增长阶段. 经典的势流理论模型^[7] 预测了理想流体的单模 RT 不稳定性中尖钉与气泡在饱和速度阶段的渐进速度. 随后, Sohn^[24] 基于上述势流模型分析了流体黏性和界面张力对气泡饱和速度增长的影响, 给出了气泡渐进速度的理论解, 如

(2) 式所示. 受 Goncharov 势能模型^[7]的启发, 尖钉在饱和速度增长阶段的渐进速度可以表示为

$$u_s = \sqrt{\frac{2A_t g}{(1-A_t)k} - \frac{3k\sigma}{16\rho_h} + k^2\nu^2 - k\nu}. \quad (25)$$

根据 Sohn^[24] 改进的势流模型, 可以发现气泡与尖钉在界面张力 $\sigma < 1 \times 10^{-5}$ 时饱和速度的解析解差别极小, 因此在图 6 中仅给出 $\sigma = 1 \times 10^{-5}$ 和 $\sigma = 5 \times 10^{-4}$ 时尖钉与气泡渐进速度的理论值. 可以发现, 本文通过格子 Boltzmann 方法所预测的尖钉与气泡渐进速度与势流理论模型的结果一致, 进一步可以发现, 尖钉与气泡在表面张力较小时更早地进入饱和速度阶段, 并且该阶段的持续时间随着表面张力的增大而增长. 接下来, 受系统中非线性 Kelvin-Helmholtz 旋涡的剪切作用, 使得尖钉和气泡的增长速度超过势流模型的理论值, 这预示着不稳定性的演化进入了重加速阶段. 重加速阶段是由远离初始中心平面的轻流体与尖钉的界面处产生的涡旋向气泡尖端传播, 导致气泡重新加速, 其发生必须满足两个条件: (a) 涡旋需要在竖直方向上比气泡更快地移动; (b) 涡旋的结构必须要保持足够长时间. 结合相界面动力学图案, 可以发现对所有表面张力情形, 高雷诺数三维 RT 不稳定性均可以产生保留时间足够长的旋涡, 导致出现重加速阶段, 但由于旋涡的强度随着界面张力的增大而减小, 表面张力较小的 RT 不稳定性可以更早地进入重加速阶段. 重加速阶段不能持续地发展下去,

从图 6 可以发现, 对所有表面张力情形, 尖钉与气泡在演化后期的增长速度随时间上下波动, 其值反复地加速与减速, 这表明 RT 不稳定性的发展最终进入了混沌混合阶段. 已有的高精度直接数值模拟研究显示单模 RT 不稳定性在高雷诺数条件下会出现后期的混沌混合增长阶段, 在该阶段尖钉与气泡的振幅呈现平均二次增长的规律, 即 $h_{s,b} = \alpha_{s,b} g A_t t^2$, 其中 $\alpha_{s,b}$ 表示尖钉与气泡的后期增长率. $\alpha_{s,b}$ 反映了不稳定性在混沌混合阶段的发展规律, 因此是 RT 不稳定性后期研究中最重要物理统计量. 为了计算不稳定性湍流混合阶段的增长率, 一些学者基于振幅与演化时间的二次关系提出多种不同的测量方法, Liang 等^[19] 近期在二维单模 RT 不稳定性的后期研究中详细地比较了这些测量方法, 指出 Olson 等^[35] 提出的计算增长率的方法具有良好的收敛性与一致性, 并被用于本文测量不同表面张力下三维单模 RT 不稳定性的后期增长率. Olson 等^[35] 对演化后期的振幅与时间的二次关系式两边开方得到 $\sqrt{h_{s,b}} = \sqrt{\alpha_{s,b} g A_t} t$, 因此通过 $\sqrt{h_{s,b}}$ 与演化时间 t 的线性拟合可以获得拟合直线的斜率, 进而通过计算可以得到尖钉与气泡的后期增长率 $\alpha_{s,b}$. 图 7 给出了不同表面张力条件下尖钉与气泡振幅的开方 $\sqrt{h_{s,b}}$ 与 $\sqrt{g A_t} t$ 的关系曲线以及在后期相应的线性拟合直线. 从图 7 可以发现, 两者在不稳定性的演化后期确实成线性关系, 这也验证了三维单模 RT 不稳定性在后期混沌混合阶段具有二次增长的规律. 进一步通过线性拟

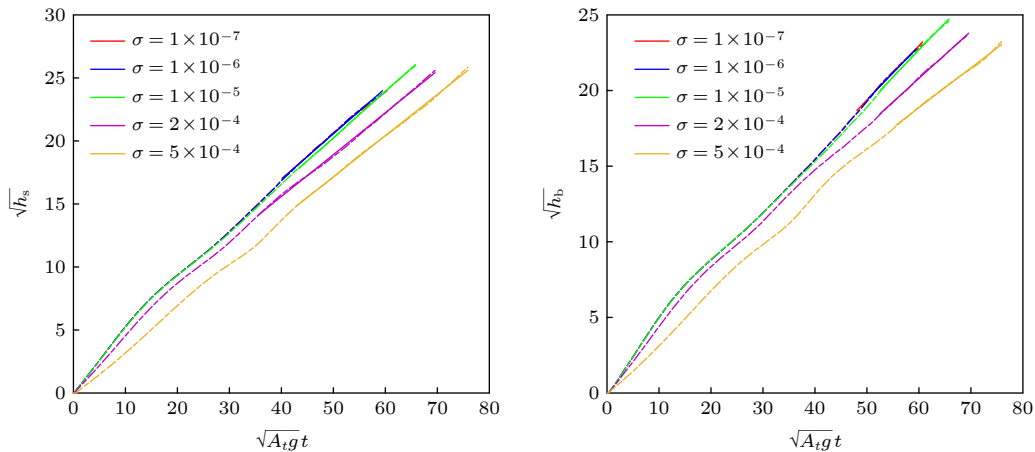


图 7 不同界面张力下三维 RT 不稳定性中尖钉 (左) 与气泡 (右) 振幅的开方 $\sqrt{h_{s,b}}$ 与演化时间 $\sqrt{g A_t} t$ 的关系曲线, 实线表示在后期混沌混合阶段的线性拟合结果

Fig. 7. Relations between the square roots of the spike and bubble amplitudes $\sqrt{h_{s,b}}$ and the time $\sqrt{g A_t} t$ in the three-dimensional RT instability with different surface tensions. The solid lines represent the linear fitting results at the late-time chaotic mixing stage.

合, 可以获得尖钉增长率在表面张力 $\sigma = 1 \times 10^{-7}$, 1×10^{-6} , 1×10^{-5} , 2×10^{-4} , 5×10^{-4} 时分别为 0.1293, 0.1304, 0.1348, 0.1106, 0.1069, 而对应的气泡增长率依次为 0.1286, 0.1268, 0.1275, 0.0976, 0.0691. 可以发现, 对于相同的界面张力, 尖钉的后期增长率大于气泡的增长率, 即尖钉比气泡运动得更快. 另外, 当界面张力较小时, 界面张力对尖钉与气泡增长率的影响不再显著, 而当界面张力增加至一定值时, 尖钉与气泡增长率则随着界面张力的继续增大而减小, 即界面张力会抑制尖钉与气泡的后期增长.

4 结 论

本文采用多相流的介观格子 Boltzmann 方法模拟了三维非混相、不可压流体的 RT 不稳定性问题, 系统分析表面张力对不稳定性中界面动态过程和尖钉与气泡定量增长的影响. 通过数值模拟发现, 三维 RT 不稳定性的发生存在着一个临界表面张力, 当表面张力小于该临界值时, RT 不稳定性现象才会发生. 根据线性稳定性理论建立了临界表面张力的解析表达式, 发现临界表面张力随着流体 Atwood 数的增大而增大, 且数值预测的临界值与理论分析结果一致. 另外发现, 界面张力对流体界面动力学起着稳定因子的作用, 即增大表面张力可以抑制界面的卷吸与破裂行为, 相界面的后期演化也从混沌的非对称发展转化为关于中轴线的对称发展. 还定量统计了表面张力对尖钉与气泡振幅、演化速度和无量纲加速度的影响. 在表面张力较小时, 界面张力对尖钉与气泡增长的影响不再显著, 而继续增大界面张力则可以抑制尖钉与气泡的增长. 根据速度演化曲线, 高雷诺的三维 RT 不稳定性在所有界面张力情形下均呈现线性增长、饱和和速度增长、重加速、混沌混合 4 个不同的发展阶段. 尖钉与气泡在饱和速度阶段的渐进速度与包含界面张力效应的势流理论模型相符合. 进一步发现, 随着界面张力的增大, 由于系统中形成旋涡的数目与强度逐渐减弱, 导致不稳定性进入饱和速度增长和重加速阶段的时间随之推迟. 最后, 通过尖钉与气泡振幅的开方 $\sqrt{h_{s,b}}$ 与时间 $\sqrt{gA}t$ 的线性拟合, 从数值上证明了三维单模 RT 不稳定性在后期的混沌混合阶段符合二次增长的规律, 并且发现尖钉与气泡后期增长率与表面张力呈现出递减关系.

参考文献

- [1] Zhou Y 2017 *Phys. Rep.* 720
- [2] Boffetta G, Mazzino A 2017 *Annu. Rev. Fluid Mech.* **49** 119
- [3] Rayleigh L 1883 *Proc. London Math. Soc.* **14** 170
- [4] Taylor G I 1950 *Proc. R. Soc. London Ser. A* **201** 192
- [5] Lewis D J 1950 *Proc. R. Soc. London Ser. A* **202** 81
- [6] Waddell J T, Niederhaus C E, Jacobs J W 2001 *Phys. Fluids* **13** 1263
- [7] Goncharov V N 2002 *Phys. Rev. Lett.* **88** 134502
- [8] Sohn S I 2009 *Phys. Rev. E* **80** 055302(R)
- [9] Glimm J, Li X L, Lin A D 2002 *Acta Math. Appl. Sin.* **18** 1
- [10] Wilkinson J P, Jacobs J W 2007 *Phys. Fluids* **19** 124102
- [11] Ramaprabhu P, Dimonte G, Young Y N, Calder A C, Fryxell B 2006 *Phys. Rev. E* **74** 066308
- [12] Bian X, Aluie H, Zhao D X, Zhang H S, Livescu D 2020 *Physica D* **403** 132250
- [13] Ramaprabhu P, Dimonte G, Woodward P, Fryer C, Rochefeller G, Muthuraman K, Lin P H, Jayaraj J 2012 *Phys. Fluids* **24** 074107
- [14] Wei T, Livescu D 2012 *Phys. Rev. E* **86** 046405
- [15] Hu Z X, Zhang Y S, Tian B L, He Z W, Li L 2019 *Phys. Fluids* **31** 104108
- [16] Li D M, Lai H L, Xu A G, Zhang G C, Lin C D, Gan Y B 2018 *Acta Phys. Sin.* **67** 080501 (in Chinese) [李德梅, 赖惠林, 许爱国, 张广财, 林传栋, 甘延标 2018 物理学报 **67** 080501]
- [17] Liang H, Li Q X, Shi B C, Chai Z H 2016 *Phys. Rev. E* **93** 033113
- [18] Hu X L, Liang H, Wang H L 2020 *Acta Phys. Sin.* **69** 044701 (in Chinese) [胡晓亮, 梁宏, 王会利 2020 物理学报 **69** 044701]
- [19] Liang H, Xia Z H, Huang H W 2021 *Phys. Fluids* **33** 082103
- [20] Daly B J 1969 *Phys. Fluids* **12** 1340
- [21] Zhang R Y, He X Y, Chen S Y 2000 *Comput. Phys. Commun.* **129** 121
- [22] Young Y N, Ham F E 2006 *J. Turbul.* **7** 71
- [23] Matsuoka C 2009 *Phys. Fluids* **21** 092107
- [24] Sohn S I 2009 *Physical Review E* **80** 055302(R)
- [25] Xia T J, Dong Y Q, Cao Y G 2013 *Acta. Phys. Sin.* **62** 214702 (in Chinese) [夏同军, 董永强, 曹义刚 2013 物理学报 **62** 214702]
- [26] Huang H W, Liang H, Xu J R 2021 *Acta Phys. Sin.* **70** 114701 (in Chinese) [黄皓伟, 梁宏, 徐江荣 2021 物理学报 **70** 114701]
- [27] Guo Z L, Shu C 2013 *Lattice Boltzmann Method and its Applications in Engineering* (Singapore: World Scientific Publishing Company) pp239–284
- [28] Wang H L, Yuan X L, Liang H, Chai Z H, Shi B C 2019 *Capillarity* **2** 33
- [29] Liang H, Hu X L, Huang X F, Xu J R 2019 *Phys. Fluids* **31** 112104
- [30] Liang H, Shi B C, Guo Z L, Chai Z H 2014 *Phys. Rev. E* **89** 053320
- [31] Liang H, Shi B C, Chai Z H 2017 *Comput. Math. Appl.* **73** 1524
- [32] d'Humieres D, Ginzburg I, Krafczyk M, Lallemand P, Luo L S 2002 *Philos. Trans. R. Soc. London, Ser. A* **360** 437
- [33] He X Y, Chen S Y, Zhang R Y 1999 *J. Comput. Phys.* **152** 642
- [34] Abarzhi S I, Gorobets A, Sreenivasan K R 2005 *Phys. Fluids* **17** 081705
- [35] Olson D H, Jacobs J W 2009 *Phys. Fluids* **21** 034103

Lattice Boltzmann simulation of three-dimensional fluid interfacial instability coupled with surface tension^{*}

Ma Cong Liu Bin Liang Hong[†]

(*School of Science, Hangzhou Dianzi University, Hangzhou 310018, China*)

(Received 6 November 2021; revised manuscript received 26 November 2021)

Abstract

In this paper, the development of three-dimensional fluid interfacial Rayleigh-Taylor (RT) instability coupled with the surface tension was numerically studied using the mesoscopic lattice Boltzmann method. We mainly analyzed the influence of surface tension on fluid interfacial dynamics and spike/bubble late-time growth. The numerical experiments show that there exists the critical surface tension (σ_c) in the three-dimensional RT instability, above which the RT phenomenon does not appear and below which it would take place. It is found that the critical surface tension increases with the fluid Atwood number and the corresponding numerical predictions show good agreements with those of the theoretical analysis $\sigma_c = (\rho_h - \rho_l)g/k^2$. In addition, we can find that increasing surface tension reduces the roll-up of the interface and the complexity of interfacial structure, also preventing the breakup of the interface into the individual droplets. The late-time dynamics of phase interface change from the asymmetric development to the symmetry with respect to the middle axis. When the surface tension is sufficiently low, the spike and bubble amplitudes almost no longer change with it, and further increasing the surface tension can slow down the growth of the spike and bubble amplitudes. Furthermore, we can observe that the development of the high-Reynolds-number RT instability under different surface tensions can also be divided into four distinct stages, including the linear growth, saturated velocity growth, reacceleration, and chaotic mixing. The spike and bubble grow with approximately constant velocities at the saturated stage and their asymptotic values are consistent with those of the modified potential flow theory. In the following, the spike and bubble driven by the increasing Kelvin-Helmholtz vortices are accelerated such that their evolutionary velocities exceed the solutions of the potential flow model at the reacceleration stage. The reacceleration stage cannot last infinitely and the spike and bubble velocities at the late time fluctuate with time, implying that the growth of the RT instability enters into the chaotic mixing stage. By numerical analysis, we demonstrate that the three-dimensional RT instability at the chaotic mixing stage has a quadratic growth and also report that the spike and bubble growth rates decrease with the surface tension in general.

Keywords: Rayleigh-Taylor instability, lattice Boltzmann method, surface tension, Reynolds number, turbulent mixing

PACS: 47.11.Qr, 47.55.db, 47.55.df

DOI: 10.7498/aps.71.20212061

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11972142).

[†] Corresponding author. E-mail: lianghongstefanie@163.com