

玻色-费米超流混合体系中的相互作用调制隧穿动力学

徐红萍 贺真真 鱼自发 高吉明

Interaction-modulated tunneling dynamics of a mixture of Bose-Fermi superfluid

Xu Hong-Ping He Zhen-Zhen Yu Zi-Fa Gao Ji-Ming

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 71, 090301 (2022) DOI: 10.7498/aps.71.20212168

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.71.20212168>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

玻色-爱因斯坦凝聚中的环状暗孤子动力学

Dynamics of ring dark solitons in Bose-Einstein condensates

物理学报. 2020, 69(1): 010302 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20191424>

超冷费米气体的膨胀动力学研究新进展

Recent progress of expansion dynamics in strongly-interacting ultracold Fermi gases

物理学报. 2019, 68(4): 046702 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20182293>

线性塞曼劈裂对自旋-轨道耦合玻色-爱因斯坦凝聚体中亮孤子动力学的影响

Effects of linear Zeeman splitting on the dynamics of bright solitons in spin-orbit coupled Bose-Einstein condensates

物理学报. 2019, 68(8): 080301 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20182013>

耦合前包钦格复合体神经元中复杂混合簇放电的动力学

Dynamics of mixed bursting in coupled pre-Btzing complex

物理学报. 2021, 70(12): 120501 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20210093>

三体相互作用下准一维玻色-爱因斯坦凝聚体中的带隙孤子及其稳定性

Gap solitons and their stabilities in a quasi one-dimensional Bose-Einstein condensate under three-body interaction

物理学报. 2020, 69(1): 010301 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20191278>

光晶格中自旋轨道耦合玻色-爱因斯坦凝聚体的非线性能谱特性

Nonlinear energy band structure of spin-orbit coupled Bose-Einstein condensates in optical lattice

物理学报. 2021, 70(20): 200302 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20210705>

玻色-费米超流混合体系中的相互作用 调制隧穿动力学*

徐红萍[†] 贺真真 鱼自发 高吉明

(西北师范大学物理与电子工程学院, 兰州 730070)

(2021 年 11 月 24 日收到; 2021 年 12 月 20 日收到修改稿)

研究了玻色-费米超流混合体系中的相互作用调制隧穿动力学特性, 其中玻色子位于对称双势阱中, 费米子位于对称双势阱中心的简谐势阱中. 采用双模近似方法得到描述双势阱玻色-爱因斯坦凝聚的动力学特性方程组, 并将其与简谐势阱中分子玻色-爱因斯坦凝聚的 Gross-Pitaevskii 方程进行耦合. 通过对不同参数下玻色-费米混合体系中的隧穿现象进行数值研究, 发现简谐势阱中费米子与双势阱中玻色子的相互作用使双势阱玻色-爱因斯坦凝聚的隧穿动力学特性更加丰富. 不但驱使双势阱中玻色-爱因斯坦凝聚从类约瑟夫森振荡转变为宏观量子自囚禁, 而且宏观量子自囚禁表现为三种不同的形式: 相位与时间呈负相关并随时间单调减小的自囚禁、相位随时间演化有界的自囚禁以及相位与时间呈正相关并随时间单调增大的自囚禁.

关键词: 玻色-费米混合物, 隧穿动力学, 约瑟夫森振荡, 自囚禁

PACS: 03.75.Lm, 03.75.Kk, 67.85.Hj, 05.30.Jp

DOI: 10.7498/aps.71.20212168

1 引言

20 世纪 80 年代以来, 量子光学发展了若干种方法: 冷原子云释放再捕获 (release and recapture, RR)^[1]、冷原子云受迫振荡^[2]、冷原子光谱分析^[3]、非平衡四波混频^[4]、飞行时间光谱 (time of flight, TOF)^[5] 和二维飞行时间吸收成像^[6] 等. 目前, 实验上不仅实现了稀薄超冷原子气体的玻色-爱因斯坦凝聚 (Bose-Einstein condensate, BEC)^[1], 还实现了双组份超冷玻色-费米混合气体的量子简并, 如: ^7Li - ^6Li ^[2], ^{41}K - ^{40}K ^[3], ^{23}Na - ^6Li ^[4], ^{87}Rb - ^6Li ^[5] 和 ^{87}Rb - ^{40}K ^[6] 体系. 超冷多体量子简并气体促进了当前原子分子物理、凝聚态物理、光学物理和量子信息等领域的研究. 超冷原子气体在实验上的可控性 (如利用 Feshbach 共振技术, 通过调节外部磁场来改变原子间相互作用, 以及操控光晶格外势对

系统进行周期调制, 改变原子在不同格点的占据数和跃迁等) 吸引研究者对该体系中的动力学特性展开了大量研究. 在理论上, 人们在对超冷双组份混合气体的研究中发现了一系列奇特的现象: 约瑟夫森振荡、隧穿现象、涡旋^[7]、对称性破缺^[8]、孤子^[9]、超固体^[10]、超流体^[11,12]、安德森局域化^[13]、量子液滴^[14] 等.

宏观量子隧穿显示了量子多体波函数的聚集隧穿行为, 在各种系统中都被研究过. 两个弱耦合 BEC 之间的量子隧穿包括约瑟夫森振荡、非线性朗道-齐纳隧穿^[15]、Rosen-Zener 隧穿^[16] 等. 特别地, 随着时间的演化, 在对称双势阱中的 BEC 的大多数粒子局域在一个势阱中, 表现出高度不对称的宏观量子自囚禁现象 (macroscopic quantum self-trapping, MQST)^[17]. 量子隧穿现象中很多参数在实验上可以被直接调节, 如: 基态能量差、隧穿系数、粒子数等, 因此超冷原子气体背景下的宏

* 国家自然科学基金 (批准号: 11764039, 11305132, 11274255) 资助的课题.

[†] 通信作者. E-mail: xhpwxs8@126.com

观量子隧穿现象的研究受到了广泛关注. 光晶格中费米超流气体约瑟夫森振荡现象的研究为探究整个 Bardeen-Cooper-Schrieffer (BCS) 超流端到 BEC 端渡越区中的费米超流体提供了难得的机会. 在实验方面, 研究者在光晶格中观察、研究了玻色-费米混合体系的输运现象. 但是, 在不同势阱中具有种间、种内相互作用的玻色-费米混合体系的动力学研究很少受到关注.

本文利用双模近似研究了玻色-费米超流混合物中的相互作用调制隧穿动力学, 其中对称双势阱中玻色子的隧穿性质受到位于双势阱中心的简谐势中的费米子相互作用的调制. 首先利用双模近似求解耦合含时 Gross-Pitaevskii (GP) 方程, 得到系统的动力学方程组, 在不同的参数下绘制了 0-模和 π -模下的动力学相图, 并对这些相图进行了分析. 发现简谐势阱中费米子与双势阱玻色子的相互作用, 丰富了双势阱 BEC 的隧穿动力学特性. 不但通过改变不同的初始参数使双势阱 BEC 从类约瑟夫森振荡转变为 MQST, 而且发现 MQST 表现为三种不同的形式.

2 物理模型

基于玻色-费米混合体系的实验和理论研究, 探究了玻色-费米超流混合体系的隧穿动力学. 其中弱排斥相互作用的玻色原子气体囚禁于双势阱中, 在双势阱中心位置处对称放置的简谐势阱中囚禁了粒子数相等的双组份费米气体. 当体系的温度足够低时, 对于粒子数足够多且处于同一量子态的玻色原子, 可以用 GP 方程来描述其动力学特性. 对于简谐势阱中的费米气体, 利用 Feshbach 共振技术调节费米原子间的相互作用可以实现从 BCS 超流端渡越到 BEC 端. 此时, 自旋方向向上和向下的两个费米原子构成了弱相互作用的两体束缚态. 远离么正区域时, 处于 BEC 端的费米气体可以看作弱相互作用的分子 BEC, 因此 BEC 端的费米气体也可以用 GP 方程来描述. 这里仅探究一维的情况, 耦合含时玻色-费米超流混合物在零温时可以用如下 GP 方程来表述^[18–20]:

$$i\hbar \frac{\partial \psi_b}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m_b} \frac{\partial^2 \psi_b}{\partial x^2} + (V_D + g_b |\psi_b|^2 + g_{bf} |\psi_f|^2) \psi_b, \quad (1)$$

$$i\hbar \frac{\partial \psi_f}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m_f} \frac{\partial^2 \psi_f}{\partial x^2} + (V_H + g_f |\psi_f|^2 + g_{bf} |\psi_b|^2) \psi_f, \quad (2)$$

其中, $\psi_b(x, t)$ 和 $\psi_f(x, t)$ 分别为玻色子和费米子的序参量, 满足 $\int dx |\psi_{b,f}(x, t)|^2 = N_{b,f}$, N_b , N_f 分别为玻色子和费米子的原子数; m_f 为费米子的质量; 玻色子的质量 $m_b = 2m_f$; 参照文献 [15], 取双势阱 $V_D = (1/2) m\omega^2 x^2 + d e^{-x^2/\sigma}$, 简谐势阱 $V_H = (1/2) \times m\omega^2 x^2$, d 为双势阱的势垒高度, ω 为简谐势的捕获频率, σ 为高斯势垒宽度; $g_b = 4\pi \hbar^2 a_{bb}/m_b$ 为玻色-玻色种内相互作用系数, $g_f = 4\pi \hbar^2 a_{ff}/m_f$ 为费米-费米种内相互作用系数, $g_{bf} = 2\pi \hbar^2 a_{bf}/m_R$ 为玻色-费米种间相互作用系数, $m_R = m_b m_f / (m_b + m_f)$ 为约化质量, a_{bb} , a_{ff} 和 a_{bf} 分别为玻色-玻色散射长度、费米-费米散射长度和玻色-费米间散射长度. 取简谐振动的无量纲单位 $\hbar = m_f = \omega = 1$.

双模近似方法在研究双势阱中 BEC 的动力学特性时被广泛使用^[21–23]. 在弱耦合极限下, 采用双模近似, 双势阱中玻色原子凝聚体的序参量 $\psi_b(x, t)$ 可以写为

$$\psi_b = b_1(t)\psi_1(x) + b_2(t)\psi_2(x), \quad (3)$$

其中, 假设双势阱的左右阱中凝聚体的波函数 $\psi_{1,2}(x)$ 是实函数, 满足正交归一条件 $\int dx \psi_i(x) \psi_j(x) = \delta_{ij}$; $b_{1,2}(t) = \sqrt{N_{1,2}(t)} e^{i\theta_{1,2}(t)}$, $|b_{1,2}(t)|^2 = N_{1,2}(t)$, $N_1(t) + N_2(t) = N_b$, $b_{1,2}(t)$ 为每个阱中凝聚体波函数的振幅, $N_{1,2}(t)$ 为每个势阱中的玻色原子数, N_b 为双势阱中总的玻色原子数, $\theta_{1,2}(t)$ 为双势阱中 BEC 随时间演化的相位.

将方程 (3) 代入到方程 (1) 中, 在方程两边分别乘以 $\psi_1(x)$ 和 $\psi_2(x)$, 然后在全空间积分, 利用正交归一条件, 可以得到 $b_{1,2}(t)$, $\theta_{1,2}(t)$ 所满足的动力学方程:

$$i \frac{\partial b_1(t)}{\partial t} = (E_1^0 + U_1 N_1 + U_{bf}^1) b_1(t) - k b_2(t), \quad (4)$$

$$i \frac{\partial b_2(t)}{\partial t} = (E_2^0 + U_2 N_2 + U_{bf}^2) b_2(t) - k b_1(t), \quad (5)$$

这里, E_1^0 , E_2^0 为左右阱中的零点能; U_1 , U_2 是与左右阱中玻色子相互作用能有关的系数; U_{bf}^1 , U_{bf}^2 是与左右阱中玻色子-费米子之间的相互作用能有关的系数; k 是与隧穿振幅有关的参数.

其中,

$$E_i^0 = \int \left(\frac{1}{4} |\nabla \psi_i(x)|^2 + V_D |\psi_i(x)|^2 \right) dx \quad (i = 1, 2), \quad (6)$$

$$U_i = g_b \int |\psi_i(x)|^4 dx, \quad (7)$$

$$U_{\text{bf}}^i = g_{\text{bf}} \int (|\psi_{\text{f}}(x)|^2 |\psi_i(x)|^2) dx, \quad (8)$$

$$k = - \int \left(\frac{1}{4} \nabla \psi_1(x) \nabla \psi_2(x) + \psi_1(x) V_{\text{D}} \psi_2(x) \right. \\ \left. + g_{\text{bf}} \psi_1(x) |\psi_{\text{f}}(x)|^2 \psi_2(x) \right) dx. \quad (9)$$

定义每个阱中的粒子布居数差 $Z_b(t) = \frac{N_1(t) - N_2(t)}{N_b}$ 和相对相位 $\phi_b(t) = \theta_2(t) - \theta_1(t)$, 取 $d = 7$, $\sigma = 5$, 在对称双势阱中有 $V_{\text{D}}(x) = V_{\text{D}}(-x)$, 所以 $\psi_1(x) = \psi_2(-x)$, 由此可以得到 $E_1^0 - E_2^0 = 0$, $U_1 = U_2 = U_b$.

通过把 $b_{1,2}(t)$ 的表达式代入到 (4) 式和 (5) 式, 分离虚部和实部, 再把方程 (3) 代入到方程 (2) 中, 可以得到玻色-费米超流混合体系最终的演化方程:

$$\dot{Z}_b(t) = -2k \sqrt{1 - Z_b^2} \sin \phi_b, \quad (10)$$

$$\dot{\phi}_b(t) = U_b N_b Z_b + 2k \frac{Z_b}{\sqrt{1 - Z_b^2}} \cos \phi_b + (U_{\text{bf}}^1 - U_{\text{bf}}^2), \quad (11)$$

$$i \frac{\partial \psi_{\text{f}}}{\partial t} = \left(-\frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + V_{\text{H}} + g_{\text{f}} |\psi_{\text{f}}|^2 + \frac{1}{2} g_{\text{bf}} (1 + Z_b) \right. \\ \left. \times N_b |\psi_1|^2 + \frac{1}{2} g_{\text{bf}} (1 - Z_b) N_b |\psi_2|^2 \right) \psi_{\text{f}}. \quad (12)$$

3 数值模拟

目前, 各研究小组已经研究了双组份 BEC 在双势阱中的玻色-玻色隧穿动力学^[24,25]、费米-费米隧穿动力学^[26]及玻色-费米隧穿动力学^[27]. 研究结果表明, 玻色-爱因斯坦凝聚的隧穿动力学大致可以分为 3 种模式: 1) 0 相位振荡模式 (0-模), 即粒子布居数差在一个周期内的平均值 $\langle Z_b(t) \rangle = 0$, 相位平均值 $\langle \phi_b(t) \rangle = 0$ 的振荡模式; 2) π 相位振荡模式 (π -模), 即粒子布居数差在一个周期内的平均值 $\langle Z_b(t) \rangle = 0$, 相位平均值 $\langle \phi_b(t) \rangle = \pi$ 的振荡模式; 3) MQST 模式, 即粒子布居数差在一个周期内的平均值 $\langle Z_b(t) \rangle \neq 0$, 相位平均值可以为正负、零或 π 的振荡模式. 下面对以上 3 种模式进行详细讨论.

1) 双势阱中的初始粒子数 N_b 对 0-模的影响

当 $N_b = 0.3N_{\text{f}}$ 时, 玻色原子数较小, 原子间相互作用较弱, 原子可以自由地在两个势阱中来回隧

穿. 双势阱中玻色子的粒子布居数差随时间的变化表现为正弦振荡, 相位随时间的变化是有界的, Z_b - ϕ_b 相图表现为一个封闭的圆圈, 这种振荡模式被称为类约瑟夫森振荡, 如图 1(a) 所示. 当 $N_b = N_{\text{f}}$ 时, 随着玻色原子数增加, 原子间排斥相互作用增强, 粒子隧穿效应受到抑制, 进而局域在双势阱的某一侧, 体系进入了自囚禁状态, 具体表现为 $\langle Z_b(t) \rangle < Z_b(0)$. 相位与时间呈负相关, 并随时间单调减小, 此时 Z_b - ϕ_b 相图不再封闭, 称此囚禁模式为 MQST₁ 模式, 如图 1(b) 所示. 当 $N_b = 2.2N_{\text{f}}$ 时, 由于玻色子和费米子种内相互作用相差很小, 不会改变玻色原子所处的相, 体系又回到与图 1(a) 相同的类约瑟夫森振荡, 如图 1(c) 所示. 继续增大玻色粒子数, 当 $N_b = 5.5N_{\text{f}}$ 时, 玻色原子种内相互作用大于费米原子种内相互作用, 由于非线性相互作用的增大会抑制原子隧穿, 此时体系处于自囚禁状态 $\langle Z_b(t) \rangle > Z_b(0)$, 相位随时间演化是有界的, 此时 Z_b - ϕ_b 相图是封闭的, 称这种囚禁模式为 MQST₂ 模式, 如图 1(d) 所示. 当 $N_b = 7N_{\text{f}}$ 时, 体系仍然处于自囚禁状态 $\langle Z_b(t) \rangle > Z_b(0)$, 此时相位与时间呈正相关, 并随时间单调增大, 此时 Z_b - ϕ_b 相图不再封闭, 称此囚禁模式为 MQST₃ 模式, 如图 1(e) 所示.

2) 双势阱中初始粒子数 N_b 对 π -模的影响

如图 2 所示, 双势阱中玻色子的振荡开始表现为类约瑟夫森振荡, 随玻色原子数的增加依次由 MQST₂ 模式转变为 MQST₁ 模式再回到类约瑟夫森振荡, 最后进入 MQST₃ 模式. 然而 0-模时体系开始表现为类约瑟夫森振荡, 之后随着玻色原子数的增加, 经历由 MQST₁ 模式到类约瑟夫森振荡再到 MQST₂ 模式的转变, 最后进入 MQST₃ 模式, 其中 MQST₁ 模式时 $\langle Z_b(t) \rangle < Z_b(0)$, MQST₃ 模式时 $\langle Z_b(t) \rangle > Z_b(0)$. 而对于 π -模, MQST₁ 模式时 $\langle Z_b(t) \rangle > Z_b(0)$, MQST₃ 模式时 $\langle Z_b(t) \rangle < Z_b(0)$, 这与 0-模时的情况有显著不同.

4 相图和相变分析

已经分析了当费米粒子数不变, 0-模和 π -模时双势阱中玻色粒子数目对双势阱中 BEC 隧穿动力学的影响. 接下来, 当费米粒子数目 $N_{\text{f}} = 300$ 时, 改变玻色粒子布居数差, 得到了 Z_b - ϕ_b 平面内的相图, 如图 3 所示. 当 $N_b = 10$ 时, 体系在 0-模及 π -模

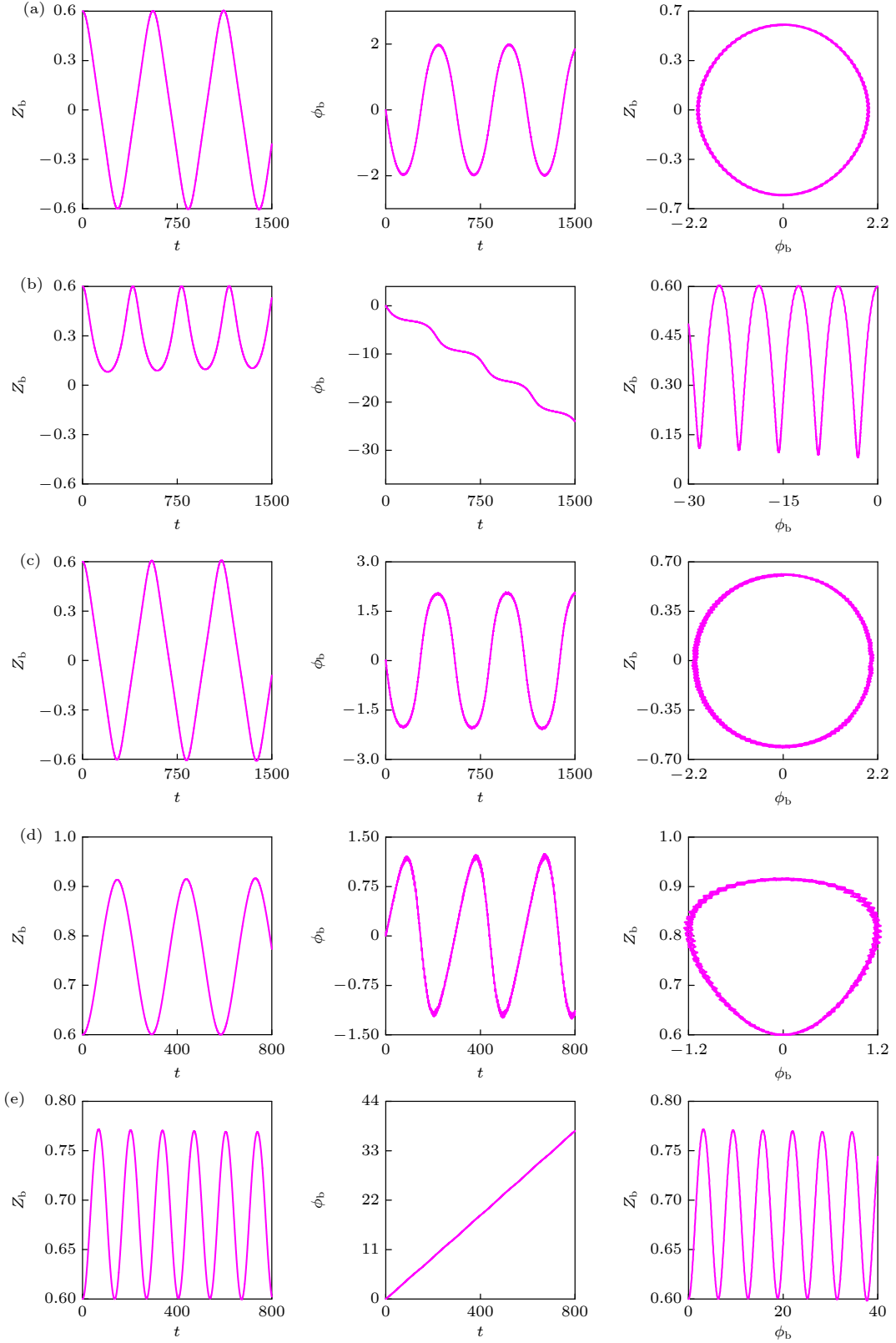


图 1 0-模时双势阱玻色子初始粒子布居数差 $Z_b(t)$ 和相对相位 $\phi_b(t)$ 随时间 t 的变化关系, 以及 Z_b - ϕ_b 相图 (a) $N_b = 0.3N_f$; (b) $N_b = N_f$; (c) $N_b = 2.2N_f$; (d) $N_b = 5.5N_f$; (e) $N_b = 7N_f$. (a)–(e) 图中的初始条件为 $Z_b(0) = 0.6$, $\phi_b(0) = 0$, $N_f = 260$, $g_b = 2 \times 10^{-4}$, $g_f = 2 \times 10^{-4}$, $g_{bf} = 2 \times 10^{-2}$

Fig. 1. For zero mode, population imbalance change with time t , phase change with t and population imbalance change with the phase of the double-well: (a) $N_b = 0.3N_f$; (b) $N_b = N_f$; (c) $N_b = 2.2N_f$; (d) $N_b = 5.5N_f$; (e) $N_b = 7N_f$. For (a)–(e) figures the initial condition is set to $Z_b(0) = 0.6$, $\phi_b(0) = 0$, $N_f = 260$, $g_b = 2 \times 10^{-4}$, $g_f = 2 \times 10^{-4}$, $g_{bf} = 2 \times 10^{-2}$.

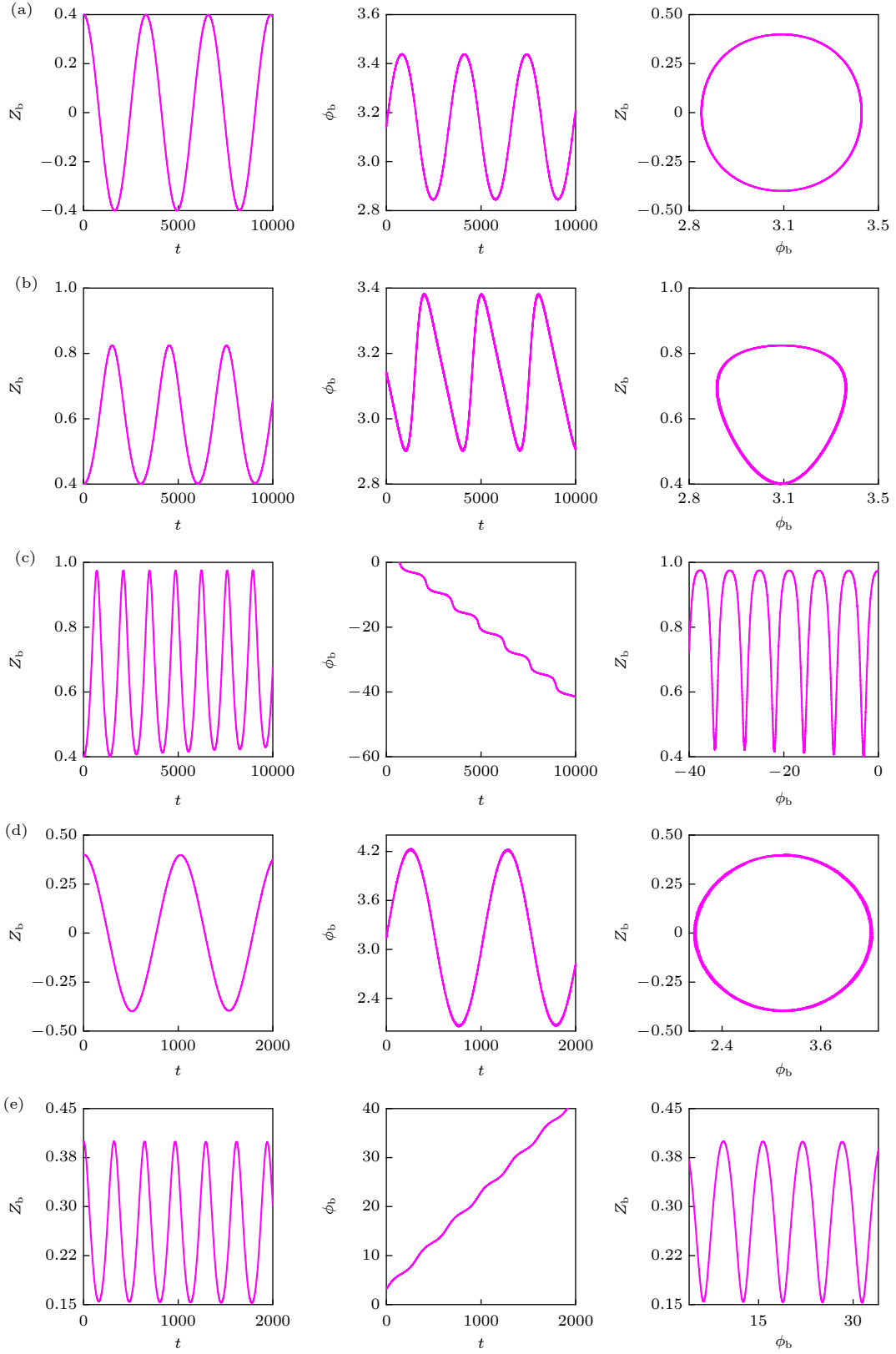


图 2 π -模时双势阱玻色子初始粒子布居数差 $Z_b(t)$ 和相对相位 $\phi_b(t)$ 随时间 t 的演化, 以及 $Z_b - \phi_b$ 相图 (a) $N_b = 1/30N_f$; (b) $N_b = 0.1N_f$; (c) $N_b = N_f$; (d) $N_b = 2N_f$; (e) $N_b = 4N_f$. (a)–(e) 图中的初始条件为 $Z_b(0) = 0.4$, $\phi_b(0) = \pi$, $N_f = 300$, $g_b = 2 \times 10^{-4}$, $g_f = 2 \times 10^{-4}$, $g_{bf} = 1 \times 10^{-2}$.

Fig. 2. For π mode, population imbalance change with time t , phase change with t and population imbalance change with the phase of the double-well: (a) $N_b = 1/30N_f$; (b) $N_b = 0.1N_f$; (c) $N_b = N_f$; (d) $N_b = 2N_f$; (e) $N_b = 4N_f$. For (a)–(e) figures the initial condition is set to $Z_b(0) = 0.4$, $\phi_b(0) = \pi$, $N_f = 300$, $g_b = 2 \times 10^{-4}$, $g_f = 2 \times 10^{-4}$, $g_{bf} = 1 \times 10^{-2}$.

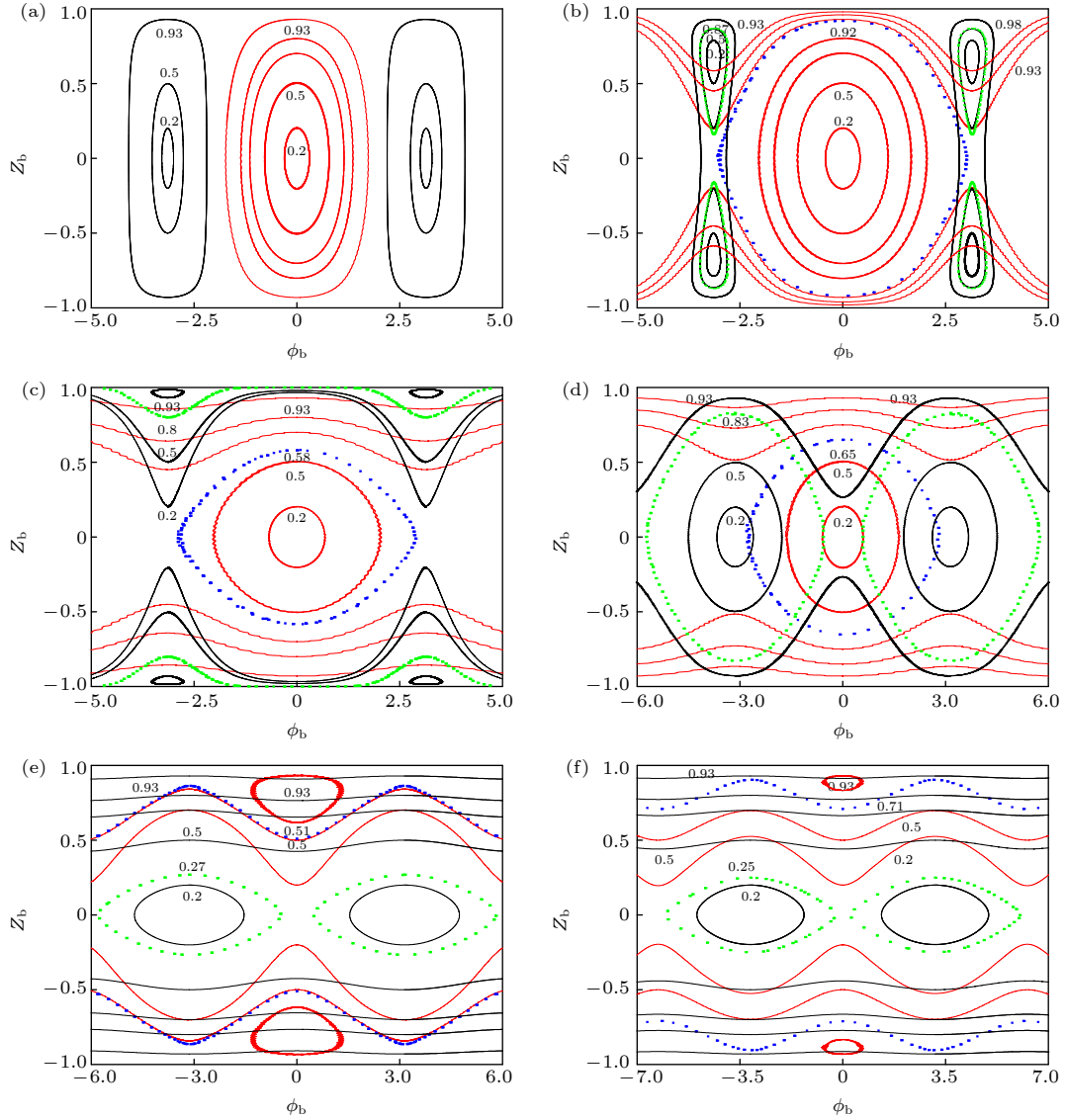


图 3 ϕ_b - Z_b 平面内的相图. 费米子数 $N_f = 300$, 其中图 (a)–(f) 中, $N_b = 10, 30, 300, 600, 1800, 2100$. 红色线表示 $\phi_b(0) = 0$ 时的演化轨迹, 黑色线表示 $\phi_b(0) = \pi$ 时的演化轨迹, 蓝色的点线表示 0-模时相轨迹转变的临界值, 绿色的点线表示 π -模时相轨迹转变的临界值.

Fig. 3. Phase diagram in the ϕ_b - Z_b . The number of fermions is $N_f = 300$ with (a)–(f) $N_b = 10, 30, 300, 600, 1800, 2100$. Trajectories with $\phi_b(0) = 0$ are depicted in red while those with $\phi_b(0) = \pi$ are depicted in black. The blue dot line indicates the critical value of phase trajectory transition at 0 phase mode. The green dot line indicates the critical value of phase trajectory transition at π phase mode.

时只存在类约瑟夫森振荡, 如图 3(a) 所示. 当 $N_b = 30$ 时, 体系存在 3 种振荡模式: 0-模时, 当 $Z_b(0)$ 较小时, 体系处于类约瑟夫森振荡; 随 $Z_b(0)$ 的增大, 体系由类约瑟夫森振荡向 MQST₁ 模式转变, 转变的临界值为 $Z_b(0) = 0.92$. π -模时, 当 $Z_b(0)$ 较小时, 体系处于 MQST₂ 模式; 随着 $Z_b(0)$ 的增大, 体系由 MQST₂ 模式向类约瑟夫森振荡转变, 转变的临界值为 $Z_b(0) = 0.87$, 如图 3(b) 所示. 当 $N_b = 300$ 时, 0-模时与图 3(b) 的演化过程相同, 但是体系由类约瑟夫森振荡向 MQST₁ 转变的临界

值 $Z_b(0)$ 为 0.58; π -模时, 体系只存在自囚禁模式, 体系由 MQST₁ 向 MQST₂ 模式转变的临界值 $Z_b(0)$ 为 0.8, 如图 3(c) 所示. 当 $N_b = 600$ 时, 0-模时体系由类约瑟夫森振荡向 MQST₁ 转变的临界值 $Z_b(0)$ 为 0.65; π -模时与图 3(b) 和图 3(c) 的演化不同, 体系一开始处于类约瑟夫森振荡, 当 $Z_b(0)$ 增大到 0.83 时, 体系向 MQST₃ 模式转变, 如图 3(d) 所示. 当 $N_b = 1800$ 时, 0-模时体系只存在自囚禁模式, 体系由 MQST₃ 向 MQST₂ 模式转变的临界值 $Z_b(0)$ 为 0.51; π -模时与图 3(d) 的演化过程相同,

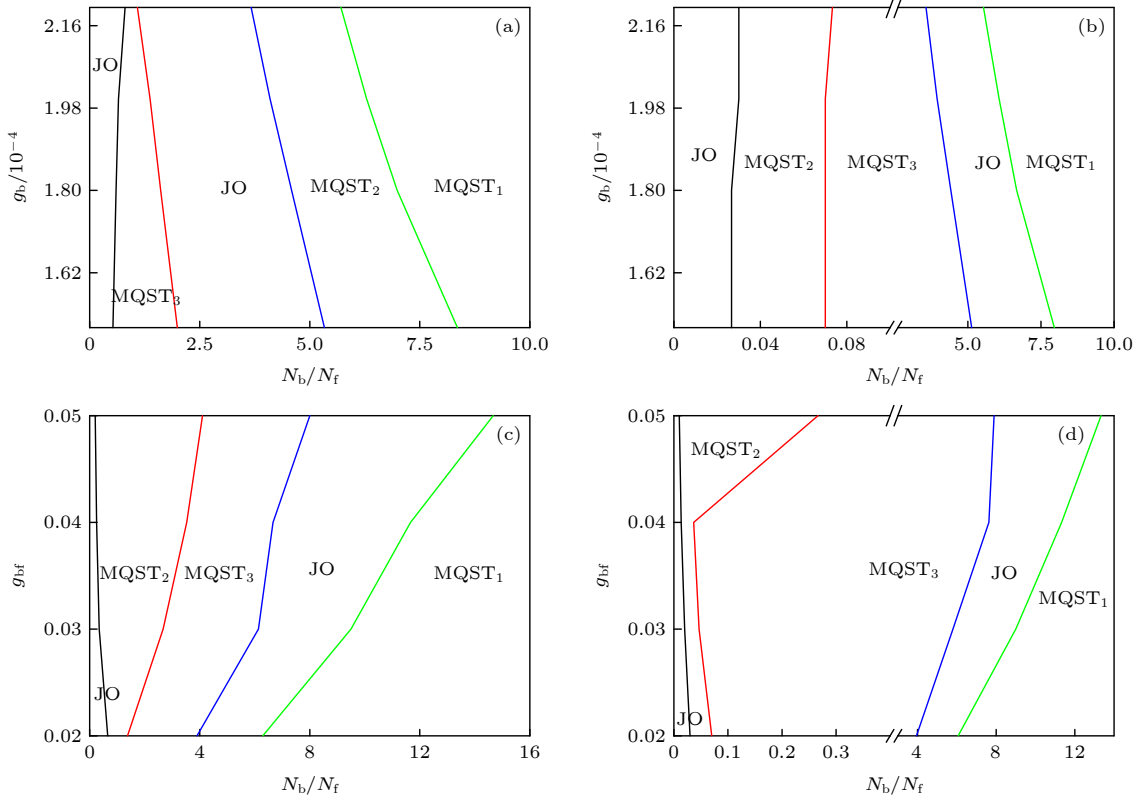


图 4 (a), (c) 0-模和 (b), (d) π -模时, N_b/N_f - g_b 和 N_b/N_f - g_{bf} 平面内的相图, 其中 (a), (b) 参数为 $g_f = 2 \times 10^{-4}$, $g_{bf} = 2 \times 10^{-2}$; (c), (d) 参数为 $g_b = 2 \times 10^{-4}$, $g_f = 2 \times 10^{-4}$

Fig. 4. For (a), (c) zero mode and (b), (d) π mode, the phase diagram in the N_b/N_f - g_b and N_b/N_f - g_{bf} plane with (a), (b) $g_f = 2 \times 10^{-4}$, $g_{bf} = 2 \times 10^{-2}$ and (c), (d) $g_b = 2 \times 10^{-4}$, $g_f = 2 \times 10^{-4}$.

但是体系由类约瑟夫森振荡向 MQST₃ 转变的临界值为 0.27, 如图 3(e) 所示. 进一步增加玻色粒子数目, 当 $N_b = 2100$ 时, 体系又重复图 3(e) 的过程, 如图 3(f) 所示.

由图 3 的相图可以看到, 0-模时, 随玻色粒子数增加, 体系由类约瑟夫森振荡向 MQST₁ 模式转变的临界值先减小后增大, 最后仅存在自囚禁相. 由此说明玻色粒子数增加抑制了双势阱中 BEC 的隧穿效应. 同时, 简谐势阱中的费米原子丰富了双势阱 BEC 动力学, 使其出现了 3 种不同特征的 MQST 模式. 而 π -模时情况较复杂, 玻色粒子数较小时, 体系由 MQST₂ 模式向类约瑟夫森振荡转变; 增大玻色粒子数, 体系只存在自囚禁模式; 进一步增大玻色粒子数, 体系由类约瑟夫森振荡向 MQST₃ 模式转变, 转变的临界值随玻色粒子数增加而减小.

简谐势阱中费米子对双势阱中玻色子的调制与二者之间的相互作用能有关, 然而粒子数比值 N_b/N_f 和相互作用强度 g_b , g_f , g_{bf} 都会影响二者之间的耦合强度, 进而共同调制双势阱 BEC 的隧穿

动力学. 图 4 展示了双势阱 BEC 在粒子数比值 N_b/N_f 和相互作用强度 g_b , g_{bf} 下的相图. 除了前面讨论的增加 N_b 可以使双势阱 BEC 由类约瑟夫森振荡向自囚禁转变外, 从图 4 可以得出, 固定 N_b/N_f 之值, 增大 g_b 和 g_{bf} 的值也能使体系产生由类约瑟夫森振荡向自囚禁相的转变.

5 结 论

本文研究了玻色-费米超流混合物的隧穿动力学特性, 其中玻色子位于双势阱中, 费米子位于双势阱中心的简谐势阱中. 利用双模近似方法得到描述双势阱 BEC 的动力学特性方程组, 并将其与描述简谐势阱中分子 BEC 的 GP 方程进行耦合, 通过数值模拟讨论了玻色-费米超流混合物相互作用调制的隧穿动力学特性. 研究发现, 通过改变体系的初始参数, 如玻色粒子数、费米粒子数、玻色子间相互作用强度、费米子间相互作用强度、玻色-费米间相互作用强度以及粒子布居数差和相对相位, 都能使双势阱中的 BEC 由类约瑟夫森振荡向自囚

禁模式转变. 0-模时随着玻色原子数的增加, 体系依次经历了以下变化: 类约瑟夫森振荡 \rightarrow 相位随时间单调减小并始终小于零的自囚禁 (MQST₁) \rightarrow 类约瑟夫森振荡 \rightarrow 相位随时间在有界范围内变化的自囚禁 (MQST₂) \rightarrow 相位随时间单调增大并始终大于零的自囚禁 (MQST₃). π -模时随着玻色原子数的增加, 体系依次经历了以下变化: 类约瑟夫森振荡 \rightarrow 相位有界的自囚禁 (MQST₂) \rightarrow 相位随时间单调减小并始终小于零的自囚禁 (MQST₁) \rightarrow 类约瑟夫森振荡 \rightarrow 相位随时间单调增大并始终大于零的自囚禁 (MQST₃). 以上变化过程与双势阱中 BEC 的隧穿特性显著不同. 由此可以得出, 位于双势阱中心简谐势阱中的费米子与双势阱中玻色子之间的相互作用丰富了双势阱 BEC 的隧穿动力学特性.

参考文献

- [1] Anderson M H, Ensher J R, Matthews M R, Wieman C E, Cornell E A 1995 *Science* **269** 198
- [2] Hadzibabic Z, Stan C A, Dieckmann K, Gupta S, Ketterle W 2002 *Phys. Rev. Lett.* **88** 160401
- [3] Wu C H, Santiago I, Park J W, Ahmadi P, Zwierlein M W 2011 *Phys. Rev. A* **84** 011601
- [4] Stan C A, Zwierlein M W, Schunck C H, Raupach S M F, Ketterle W 2004 *Phys. Rev. Lett.* **93** 143001
- [5] Deh B, Marzok C, Zimmermann C, Courteille P W 2008 *Phys. Rev. A* **77** 010701
- [6] Chen HX 2009 *Ph. D. Dissertation* (Taiyuan: Shanxi University) (in Chinese) [陈海霞 2009 博士学位论文 (太原: 山西大学)]
- [7] Wang H Q 2012 *Quantized Vortex States and Dynamics for Bose-Einstein Condensates* (Beijing: Science Press) (in Chinese) [王汉权 2012 玻色-爱因斯坦凝聚中的量化涡旋及其动力学 (北京: 科学出版社)]
- [8] Wang Y S, Li Z Y, Zhou Z W, Diao X F 2014 *Phys. Lett. A* **378** 48
- [9] Karpiuk T, Brewczyk M, Ospelkaus-Schwarzer S, Bongs K, Rzazewski K 2004 *Phys. Rev. Lett.* **93** 100401
- [10] Titvinidze I, Snoek M, Hofstetter W 2009 *Phys. Rev. B* **79** 144506
- [11] Chen Q J, Wang J B, Sun L, Yu Y 2020 *Chin. Phys. Lett.* **37** 053702
- [12] Yang S F, Zhou T W, Li C, Yang K X, Zhai Y Y, Yue X G, Chen X Z 2020 *Chin. Phys. Lett.* **37** 040301
- [13] Cheng Y, Adhikari S K 2011 *Phys. Rev. A* **84** 023632
- [14] Wang J B, Pan J S, Cui X L, Yi W 2020 *Chin. Phys. Lett.* **37** 076701
- [15] Wu B, Niu Q 2000 *Phys. Rev. A* **61** 023402
- [16] Ye D F, Fu L B, Jie L 2008 *Phys. Rev. A* **77** 013402
- [17] Raghavan S, Smerzi A, Fantoni S, Shenoy S R 1999 *Phys. Rev. A* **59** 620
- [18] Maraj M, Wang J B, Pan J S, Yi W 2017 *Eur. Phys. J. D* **71** 300
- [19] Niu Z X, Zhang X, Zhang W 2019 *Eur. Phys. J. D* **73** 112
- [20] Adhikari S K, Lu H, Pu H 2009 *Phys. Rev. A* **80** 063607
- [21] Qi P T, Duan W S 2011 *Phys. Rev. A* **84** 033627
- [22] Milburn G J, Corney J, Wright E M, Walls D F 1997 *Phys. Rev. A* **55** 4318
- [23] Xiong B, Gong J, Pu H, Bao W, Li B 2009 *Phys. Rev. A* **79** 013626
- [24] Li Z W 2008 *J. Quantum Opt.* **14** 426 (in Chinese) [李振威 2008 量子光学学报 **14** 426]
- [25] Wang Y S, Long P, Zhang B, Zhang H 2017 *Can. J. Phys.* **95** 622
- [26] Erdmann J, Mistakidis S I, Schmelcher P 2018 *Phys. Rev. A* **98** 053614
- [27] Caballero-Benítez S F, Ostrovskaya E A, Gulácsí M, Kivshar Y S 2009 *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **42** 215308

Interaction-modulated tunneling dynamics of a mixture of Bose-Fermi superfluid*

Xu Hong-Ping[†] He Zhen-Zhen Yu Zi-Fa Gao Ji-Ming

(College of Physics and Electronic Engineering, Northwest Normal University, Lanzhou 730070, China)

(Received 24 November 2021; revised manuscript received 20 December 2021)

Abstract

In this paper, we study the interaction-modulated tunneling dynamics of a Bose-Fermi superfluid mixture, where a Bose-Einstein condensate (BEC) with weak repulsive interaction is confined in a symmetric deep double-well potential and an equally populated two-component Fermi gas in a harmonic potential symmetrically is positioned in the center of the double-well potential. The tunneling between the two wells is modulated by fermions trapped in a harmonic potential. When the temperature is adequately low and the bosonic particle number is adequately large, we can employ the mean-field theory to describe the evolution of the BEC in the double-well potential through the time-dependent Gross-Pitaevskii equation. For the Fermi gas in the harmonic potential trap, we consider the case where the inter-fermion interaction is tuned on the deep Bose-Einstein condensate of the inter-fermion Feshbach resonance, where two fermions of spin-up and spin-down form a two-body bound state. Within the regime, the Fermi gas is well described by a condensate of these fermionic dimers, and hence can be simulated as well by a Gross-Pitaevskii equation of dimers. The inter-species interactions couple the dynamics of the two species, which results in interesting features in the tunneling oscillations. The dynamic equations of the BEC in the double-well potential is described by a two-mode approximation. Coupling it with time-dependent Gross-Pitaevskii equation of the harmonically potential trapped molecular BEC, we numerically investigate the dynamical evolution of the Boson-Fermi hybrid system under different initial conditions. It is found that the interaction among fermions in a harmonic potential leads to strong non-linearity in the oscillations of the bosons in the double-well potential and enriches the tunneling dynamics of the bosons. Especially, it strengthens macroscopic quantum self-trapping. And the macroscopic quantum self-trapping can be expressed in three forms: the phase tends to be negative and monotonically decreases with time, the phase evolves with time, and the phase tends to be positive and increases monotonically with time. This means that it is possible the tunneling dynamics of the BEC in double-well potential is adjustable. Our results can be verified experimentally in a Bose-Fermi superfluid mixture by varying different interaction parameters via Feshbach resonance and confinement-induced resonance.

Keywords: Bose-Fermi mixture, tunneling dynamics, Josephson oscillation, self-trapping

PACS: 03.75.Lm, 03.75.Kk, 67.85.Hj, 05.30.Jp

DOI: 10.7498/aps.71.20212168

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11764039, 11305132, 11274255).

[†] Corresponding author. E-mail: xhpwx8@126.com