

低差分模式群时延少模光纤的变分法分析及优化

王健 吴重庆

Analysis and optimization of few-mode fibers with low differential mode group delay by variational method

Wang Jian Wu Chong-Qing

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 71, 094206 (2022) DOI: 10.7498/aps.71.20212198

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.71.20212198>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于少模长周期光纤叠栅的模式转换器

Superimposed long period gratings based mode converter in few-mode fiber

物理学报. 2019, 68(5): 054204 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20181674>

少模光纤放大器中的准静态模式不稳定实验研究

Quasi-static mode instability in few-mode fiber amplifier

物理学报. 2018, 67(14): 144203 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20180140>

基于非线性光纤环形镜的少模脉冲幅度调制再生器

Research on few-mode PAM regenerator based on nonlinear optical fiber loop mirror

物理学报. 2020, 69(7): 074202 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20191858>

InAlN/GaN异质结二维电子气波函数的变分法研究

Variational study of the 2DEG wave function in InAlN/GaN heterostructures

物理学报. 2018, 67(2): 027303 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20171827>

一种基于三芯光子晶体光纤的宽带模分复用器的设计与研究

Design and research of a broadband mode-division multiplexer based on three-core photonic crystal fiber

物理学报. 2022, 71(4): 044206 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20211187>

一种沟槽辅助气孔隔离的低串扰高密度异质多芯少模光纤

A low-crosstalk and high-density multi-core few-mode fiber based on heterogeneous core and trench-assisted air-holes isolation

物理学报. 2022, 71(2): 024205 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20210974>

低差分模式群时延少模光纤的变分法分析及优化*

王健[†] 吴重庆

(北京交通大学, 发光与光信息技术教育部重点实验室, 光信息科学与技术研究所, 北京 100044)

(2021 年 11 月 29 日收到; 2022 年 1 月 4 日收到修改稿)

基于少模光纤的模分复用技术可使传输容量增加数倍, 是目前光纤通信系统的研究热点. 当复用模式数量较多时, 模式之间的串扰可在接收端采用多输入多输出数字信号处理算法解决. 差分模式群时延 (DMGD, τ_{DMGD}) 越大, 算法复杂度越高, 为了降低接收机的复杂度需要使用低 DMGD 的少模光纤. 本文提出了使用变分法分析任意芯层折射率高于包层的少模光纤, 推导出了这类光纤中基模的模斑尺寸、各个模式归一化传播常数、相对于基模的 DMGD 的解析表达式, 以及它们与归一化频率和光纤制造参数的关系. 在此基础上, 以梯度型少模光纤为研究对象, 优化了光纤参数, 得到能够传输前 6 个 LP 模, 在 C 和 L 波段 $|\tau_{\text{DMGD}}| < 15$ ps/km 的少模光纤的优化参数为: 最大芯层折射率与包层折射率之差 $n_1 - n_2 = 0.01$, 纤芯半径 $a = 14$ μm , 折射率分布指数 $\alpha = 1.975$. 最后讨论了光纤制造误差对 DMGD 的影响.

关键词: 模分复用, 少模光纤, 变分法, 差分模式群时延**PACS:** 42.81.-i, 42.81.Qb, 42.81.Bm, 42.79.Sz**DOI:** 10.7498/aps.71.20212198

1 引言

空分复用 (spatial-division multiplexing, SDM) 使单纤传输速率从太 (T) 比特级向拍 (P) 比特级跃进, 已成为通信研究的热点. 空分复用有模分复用 (mode-division multiplexing, MDM) 和多芯光纤 (multi-core fiber, MCF) 传输两个关键技术^[1], 因此, 基于少模光纤 (few-mode fiber, FMF) 的 MDM 系统也受到了极大的关注^[2-7].

MDM 系统在输入端可用一个多模式输入的矢量 $\mathbf{P}_{\text{in}} = [p_1, p_2, \dots, p_n]^T$ 描述, 式中 p_i 表示第 i 个模式的相对强度; 在输出端也可以用一个多模式输出的矢量 $\mathbf{P}_{\text{out}} = [p'_1, p'_2, \dots, p'_n]^T$ 描述, 因此 MDM 系统可视为一个多输入多输出 (multi-input multi-output, MIMO) 的系统, 可用 n 阶方阵 \mathbf{M} (称为传输矩阵) 表示输出和输入之间的关系, 即 $\mathbf{P}_{\text{out}} = \mathbf{M}\mathbf{P}_{\text{in}}$.

当模间耦合较弱时, 传输矩阵 \mathbf{M} 可视为一个对角矩阵, 不同模式之间的串扰能够忽略, 可以在接收端分别接收, 接收机比较简单^[8,9]. 最初的 MDM 系统就采用了弱耦合的阶跃型折射率分布的 FMF^[4], 它的每个简并模式群作为一个传输通道. 然而, 弱耦合形式 FMF 中可用模式较少, 尽管研究人员通过改变光纤结构, 设计了各种弱耦合光纤^[5-7], 但因其结构复杂, 制作困难, 与其他光纤连接时损耗较大等缺点, 较少获得应用.

为了进一步增加复用模式的数量, 通常采用多层阶跃折射率分布^[3,10] 和渐变折射率分布^[11-13] 的光纤. 然而这时, 不可避免遇到模间耦合问题, 传输矩阵 \mathbf{M} 不再是一个对角矩阵, 信道之间有明显的串扰. 为了消除串扰, 在接收端采用了多输入多输出数字信号处理的算法解决. 然而, 由于每个模式的群时延 (或群速度) 不相同, 导致信号到达接收端时, 不仅互相串扰, 而且在时域上互相分开 (走离), 这导致信号处理算法复杂, 因此减小模式间的群时延差, 即差分模式群时延 (differential

* 国家自然科学基金 (批准号: 61775012) 资助的课题.

[†] 通信作者. E-mail: jwang@bjtu.edu.cn

mode group delay, DMGD) 是降低接收机算法复杂程度的一个重要方法, 所以需要优化光纤参数, 获得一种 DMGD 最小的光纤 [13–16].

在优化 MDM 系统所用的 FMF 时, 不仅需要考虑 DMGD 尽可能小, 而且为了减小 FMF 的弯曲损耗, 常采用带凹槽的渐变折射率分布 [17–23]. 为了同时满足低 DMGD 和减小微弯损耗的要求, 研究者提出了许多优化结构. 对这些优化结构的分析, 大多数都采用数值分析的有限元法 [6,7,17,21,24–26]. 数值方法可以得到具体的结果, 但物理意义不如解析法清晰, 不能反映光纤的各个参数与 DMGD 的确定关系. 为此, 本文提出使用变分法分析任意芯层折射率高于包层的 FMF [27,28], 推导出一般结构光纤的归一化传播常数的表达式, 以及 DMGD 与归一化传播常数、归一化频率等参数的关系, 并应用于梯度型折射率光纤, 得到具有低 DMGD 的梯度型的 FMF. 考虑到 DMGD 对折射率分布敏感, 制作过程中的误差会使折射率分布偏离优化值, 从而使实际 FMFs 的 DMGD 明显增大, 最后讨论光纤制作过程中的误差对 DMGD 的影响.

2 理论

2.1 模式场的场分布

数学上, 泛函是以函数为自变量, 以数值为因变量的一种集合对应关系. 变分法是通过使泛函取极值, 而得到自变量函数的方法. 具体到光波导分析中, 自变量函数就是模式场的分布函数, 而因变量数值就是传播常数, 它们之间构成一种泛函, 泛函的具体表达式就是传播常数的积分表达式. 因此, 求这个泛函的极值, 即可得到模式场的场分布, 及相应的传播常数. 在已知泛函表达式的基础上, 自变量采用什么函数形式, 是求泛函极值的关键. 常用的方法是采用一个正交函数族的函数, 在这里可以是贝塞尔函数、拉盖尔-高斯函数等. 根据文献 [27, 28], 对于任意一种芯层折射率高于包层的光纤, 只要满足弱导条件, 其 LP_{lp} 模的模式场 $e_{lp}(r, \theta)$ 都可以用拉盖尔-高斯函数的形式表示, 即

$$e_{lp}(r, \theta) = \frac{1}{\sqrt{\pi}s} \sqrt{\frac{(p-1)!}{(l+p-1)!}} e^{-\frac{x}{2}} x^{\frac{l}{2}} L_{p-1}^l(x) e^{il\theta}, \quad (1)$$

式中 s 是基模的模斑尺寸, 不同结构的光纤, 差别仅在于 s 的不同, 因此得到 s 即可得到此种光纤的模式场; $x = (r/s)^2$; $L_{p-1}^l(x)$ 为拉盖尔多项式,

$$L_{p-1}^l(x) = \frac{e^x x^{-l}}{(p-1)!} \frac{d^{p-1}}{dx^{p-1}} (e^{-x} x^{l+p-1}). \quad (2)$$

所以 LP_{lp} 模的模式场又可以写为

$$e_{lp}(r, \theta) = \frac{1}{\sqrt{\pi}s} E_{lp}(x) e^{il\theta}, \quad (3)$$

式中 $E_{lp}(x)$ 是模式场随 r 变化的部分, 可写为

$$E_{lp}(x) = \sqrt{\frac{1}{(p-1)!(l+p-1)!}} e^{\frac{x}{2}} x^{-\frac{l}{2}} \times \frac{d^{p-1}}{dx^{p-1}} (e^{-x} x^{l+p-1}). \quad (4)$$

根据 (4) 式, FMF 的前 9 个 LP 模的 $E_{lp}(x)$ 的表达式分别为: $E_{01} = e^{-\frac{x}{2}}$, $E_{02} = e^{-\frac{x}{2}}(-x+1)$, $E_{03} = \frac{1}{2}e^{-\frac{x}{2}}(x^2-4x+2)$, $E_{11} = e^{-\frac{x}{2}}x^{\frac{1}{2}}$, $E_{12} = -\frac{\sqrt{2}}{2}e^{-\frac{x}{2}}x^{\frac{1}{2}}(x-2)$, $E_{21} = \frac{\sqrt{2}}{2}e^{-\frac{x}{2}}x$, $E_{22} = -\frac{\sqrt{6}}{6}e^{-\frac{x}{2}}x(x-3)$, $E_{31} = \frac{\sqrt{6}}{6}e^{-\frac{x}{2}}x^{\frac{3}{2}}$, $E_{41} = \frac{\sqrt{6}}{12}e^{-\frac{x}{2}}x^2$.

另外, 可以把 (3) 式中模式场 $e_{lp}(r, \theta)$ 随 θ 的变化看成两个简并模式场的叠加, 两者分别随 $\cos(l\theta)$ 和 $\sin(l\theta)$ 变化, 即:

$$e_{lp}(r, \theta) = \frac{1}{\sqrt{\pi}s} E_{lp}(x) \cos(l\theta) \quad (5)$$

和

$$e_{lp}(r, \theta) = \frac{1}{\sqrt{\pi}s} E_{lp}(x) \sin(l\theta). \quad (6)$$

2.2 归一化传播常数的计算

根据模式场的亥姆霍兹方程, LP_{lp} 模传播常数 β_{lp} 的积分表达式 (泛函) 可写为 [27,28]

$$\beta_{lp}^2 = \frac{\int_0^{+\infty} (k^2 n^2(r) - l^2/r^2) E_{lp}^2 r dr - \int_0^{+\infty} (dE_{lp}/dr)^2 r dr}{\int_0^{+\infty} E_{lp}^2 r dr}, \quad (7)$$

式中, k 为真空中的波数, $n(r)$ 为光纤的折射率分布. 利用关系式 $x = (r/s)^2$, (7) 式可进一步写为

$$\beta_{lp}^2 = \frac{\int_0^{+\infty} \left[k^2 n^2(x) s^2 - \frac{l^2}{x} \right] E_{lp}^2 dx - \int_0^{+\infty} 4x \left(\frac{dE_{lp}}{dx} \right)^2 dx}{s^2 \int_0^{+\infty} E_{lp}^2 dx}. \quad (8)$$

对于基模 LP_{01} , (8) 式可简化为

$$\beta_{01}^2 = \int_0^{+\infty} k^2 n^2(x) e^{-x} dx - \frac{1}{s^2}. \quad (9)$$

把光纤的折射率分布 $n(x)$ 代入 (9) 式, 并对其积分, 可得到 β_{01}^2 的表达式. 这样, (9) 式已经将泛函 (7) 式化简为参数 s 的单一函数, 让 β_{01}^2 取极值, 即令 $d\beta_{01}^2/ds = 0$, 可得到基模的模斑尺寸 s . 把求出的 s 代入 (4) 式可以得到一个具体 FMF 高阶 LP_{lp} 模的 $E_{lp}(x)$, 再利用 (8) 式, 又可以求出相应的 β_{lp}^2 , 最后得到这种光纤 LP 模归一化传播常数 b_{lp} 为

$$b_{lp} = \frac{\beta_{lp}^2/k^2 - n_2^2}{n_1^2 - n_2^2}, \quad (10)$$

式中 n_1 为芯层最大的折射率, 通常 $n_1 = n(0)$; n_2 为包层的折射率.

2.3 模式的群时延和差分群时延

根据 (10) 式, LP_{lp} 的传播常数还可写为

$$b_{lp} \approx kn_2(1 + \Delta b_{lp}), \quad (11)$$

其中 $2\Delta = \frac{n_1^2 - n_2^2}{n_2^2} \ll 1$. 根据 LP_{lp} 模单位长度上的群时延为

$$\tau_{lp} = \frac{\partial \beta_{lp}}{\partial \omega} = \frac{1}{c} \frac{\partial \beta_{lp}}{\partial k}, \quad (12)$$

得群时延的表达式为

$$\tau_{lp} = \frac{1}{c} \left[\frac{\partial (kn_2)}{\partial k} (1 + \Delta b_{lp}) + kn_2 \frac{\partial (\Delta b_{lp})}{\partial k} \right],$$

令包层材料的群折射率 $N_2 = \frac{\partial (kn_2)}{\partial k}$, 可得

$$\begin{aligned} \tau_{lp} = & \frac{1}{c} N_2 \left[1 + \Delta \frac{\partial}{\partial V} (b_{lp} V) \right] \\ & + \frac{1}{c} kn_2 \frac{\partial \Delta}{\partial k} \left[b_{lp} + \frac{1}{2} V \frac{\partial b_{lp}}{\partial V} \right], \end{aligned} \quad (13)$$

式中 $V = ka\sqrt{n_1^2 - n_2^2}$ 为光纤的归一化频率, a 为纤芯的半径.

如果定义差分模式群时延 DMGD 是高阶模与基模的群时延之差, 它描述了光纤的模间色散特性, 利用 (13) 式, 推导出 DMGD 为

$$\begin{aligned} \tau_{\text{DMGD}} = & \frac{1}{c} N_2 \Delta \frac{\partial}{\partial V} [(b_{lp} - b_{01})V] \\ & - \frac{1}{c} n_2 \lambda \frac{\partial \Delta}{\partial \lambda} \left[b_{lp} - b_{01} + \frac{1}{2} V \frac{\partial (b_{lp} - b_{01})}{\partial V} \right]. \end{aligned} \quad (14)$$

从 (14) 式可以看出: 少模光纤的 DMGD 由两项组成, 一项是不考虑相对折射率差 Δ 随波长的变

化、仅仅因为传播常数随归一化频率的变化而引起, 而另一项则是由相对折射率差 $\partial \Delta / \partial \lambda$ 随波长的变化所引起. 对于阶跃光纤, 后者的影响较小, 故可以近似认为

$$\tau_{\text{DMGD}} \approx \frac{1}{c} N_2 \Delta \frac{\partial}{\partial V} [(b_{lp} - b_{01})V]. \quad (15)$$

(15) 式表明, 减小 $d[(b_{lp} - b_{01})V]/dV$ 和相对折射率差 Δ , 有利于减小阶跃光纤的 DMGD.

计算一般 FMFs 由 DMGD 引起的模间色散时, 除了考虑 b_{lp} 随波长的变化外, 还要考虑 Δ 随波长 λ 的变化规律. 对于石英材料, Sellmeier 公式给出其折射率 n 与波长的关系为 [27]

$$n^2 - 1 = \frac{A_1 \lambda^2}{\lambda^2 - B_1^2} + \frac{A_2 \lambda^2}{\lambda^2 - B_2^2} + \frac{A_3 \lambda^2}{\lambda^2 - B_3^2}, \quad (16)$$

式中 $A_1 = 0.6961663$, $A_2 = 0.4079426$, $A_3 = 0.8974794$, $B_1 = 0.068403$, $B_2 = 0.1162414$, $B_3 = 9.896161$.

3 梯度折射率少模光纤

3.1 基模模斑尺寸和归一化传播常数

梯度折射率光纤是一种广泛使用的光纤, 其折射率分布的表达式为

$$n^2(r) = n_1^2 - (n_1^2 - n_2^2) \left(\frac{r}{a} \right)^\alpha, \quad (17)$$

式中 α 是确定折射率变化情况的指数. 对于梯度折射率光纤, 首要工作是计算一般梯度折射率光纤的模斑尺寸. 利用 $x = (r/s)^2$, (17) 式可进一步表示为

$$n^2(x) = n_1^2 - (n_1^2 - n_2^2) (s/a)^\alpha x^{\alpha/2}, \quad (18)$$

把 (18) 式代入 (9) 式可计算出:

$$\beta_{01}^2 = k^2 n_1^2 - \frac{V^2 \Gamma(\alpha/2 + 1)}{a^{\alpha+2}} s^\alpha - \frac{1}{s^2}. \quad (19)$$

利用极值条件: $d\beta_{01}^2/ds = 0$, 求得此光纤基模的模斑尺寸为

$$s = A \frac{a}{V^{2/(\alpha+2)}}, \quad (20)$$

式中 $A = \left[\frac{2}{\alpha \Gamma(\alpha/2 + 1)} \right]^{1/(\alpha+2)}$. (20) 式是梯度型光纤模斑尺寸的一般表达式. 当 $\alpha = 2$ 时, 梯度折射率光纤成为平方律光纤, 此时 $A = 1$, $s = a/\sqrt{V}$. 图 1 表示 α 分别为 1.5, 2.0 和 2.5 时, 模斑尺寸与纤芯半径之比 s/a 随 V 的变化. 从图 1 可以看出:

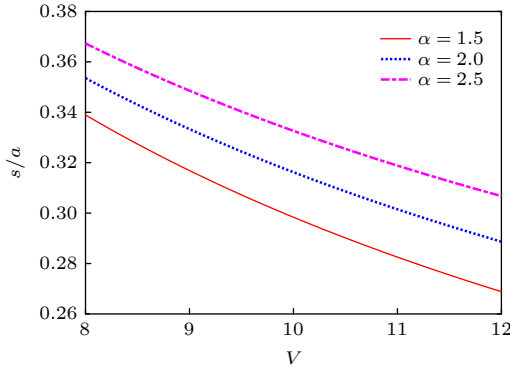


图 1 指数 α 不同时, 梯度折射率光纤模斑尺寸与纤芯半径之比 s/a 随归一化频率 V 的变化

Fig. 1. Ratio of the mode size of the graded fiber to the core radius s/a as a function of normalized frequency V when the index α is different.

s 随 α 的增大而增大, 而随 V 的增大而减小. 在本文讨论的 α 和 V 值范围内, 模斑尺寸仅为纤芯半径的 $1/3$ 左右.

其次, 需要分别计算各个模式的传播常数, 把 (20) 式代入 (19) 式得

$$\beta_{01}^2 = k^2 n_1^2 - \left[\frac{1}{A^2} + \Gamma\left(\frac{\alpha}{2} + 1\right) A^\alpha \right] \frac{V^{4/(\alpha+2)}}{a^2}, \quad (21)$$

再把 (21) 式代入 (10) 式得

$$b_{01} = 1 - \left[\frac{1}{A^2} + \Gamma\left(\frac{\alpha}{2} + 1\right) A^\alpha \right] \frac{1}{V^{2\alpha/(\alpha+2)}}. \quad (22)$$

进一步, 把 (20) 式代入 (4) 式得到高阶 LP 模的场分布 $E_{lp}(x)$, 再利用 (8) 式和 (10) 式, 得到其他 LP 模的归一化传播常数 b_{lp} 的表达式. 前 6 个 LP 模 b_{lp} 的表达式分别为

$$\begin{aligned} b_{01} &= 1 - \left[\frac{1}{A^2} + \Gamma\left(\frac{\alpha}{2} + 1\right) A^\alpha \right] \frac{1}{V^{2\alpha/(\alpha+2)}}, \\ b_{11} &= 1 - \left[\frac{2}{A^2} + \left(\frac{\alpha}{2} + 1\right) \Gamma\left(\frac{\alpha}{2} + 1\right) A^\alpha \right] \frac{1}{V^{2\alpha/(\alpha+2)}}, \\ b_{02} &= 1 - \left\{ \frac{3}{A^2} - \left[\alpha + 1 - \left(\frac{\alpha}{2} + 1\right) \left(\frac{\alpha}{2} + 2\right) \right] \Gamma\left(\frac{\alpha}{2} + 1\right) A^\alpha \right\} \frac{1}{V^{2\alpha/(\alpha+2)}}, \\ b_{21} &= 1 - \left[\frac{3}{A^2} + \frac{1}{2} \left(\frac{\alpha}{2} + 1\right) \left(\frac{\alpha}{2} + 2\right) \Gamma\left(\frac{\alpha}{2} + 1\right) A^\alpha \right] \frac{1}{V^{2\alpha/(\alpha+2)}}, \\ b_{12} &= 1 - \left[\frac{4}{A^2} + \frac{1}{16} (\alpha + 2) (\alpha^2 + 2\alpha + 8) \Gamma\left(\frac{\alpha}{2} + 1\right) A^\alpha \right] \frac{1}{V^{2\alpha/(\alpha+2)}}, \\ b_{31} &= 1 - \left[\frac{4}{A^2} + \frac{1}{6} \left(\frac{\alpha}{2} + 1\right) \left(\frac{\alpha}{2} + 2\right) \left(\frac{\alpha}{2} + 3\right) \Gamma\left(\frac{\alpha}{2} + 1\right) A^\alpha \right] \frac{1}{V^{2\alpha/(\alpha+2)}}. \end{aligned}$$

从 b_{lp} 的表达式可见, 对于给定的梯度光纤的幂指数 α , b_{lp} 是归一化频率 V 的函数. 当 α 分别为 1.5, 2.0 和 2.5 时, b_{lp} 随 V 的变化, 分别如图 2(a)—图 2(c) 所示. 注意, 对 $\alpha=2$ 的平方律光纤, b_{lp} 表达式变得非常简单, $b_{01} = 1 - 2/V$, $b_{11} = 1 - 4/V$, $b_{02} = b_{21} = 1 - 6/V$, $b_{12} = b_{31} = 1 - 8/V$, 所以平方律光纤 LP₀₂ 和 LP₂₁ 模、LP₁₂ 和 LP₃₁ 模对应的 b_{lp} - V 曲线分别重合, 如图 2(b) 所示. 为了验证变分法分析少模光纤的正确性, 使用有限元法对图 2(b) 中同样参数的光纤进行了数值仿真, 计算出的 b_{lp} 与图 2(b) 中结果的一致性非常好, 说明变分法分析梯度型折射率光纤是正确和精确的. 此外, 在已知光纤参数情况下, 由前 6 个 LP 模的归一化传播常数 b_{lp} 的表达式可直接计算出 b_{lp} , 比数值方法要简便得多. 比较图 2(a)、图 2(b) 和

图 2(c) 可见, α 变小时, b 变小, 截止时的 V 变大.

3.2 低 DMGD 梯度折射率光纤的参数优化

对于梯度折射率光纤, 根据 (14) 式和前 6 个 LP 模的 b_{lp} 表达式, DMGD 是波长 λ , 折射率 n_1 , n_2 , 纤芯的半径 a 和描述梯度变化的指数 α 的函数. 因此优化低 DMGD 的光纤, 实际上就是选择合理选择这些参数的值, 使 DMGD 尽量小.

应该说明的是: 参数 λ , n_1 , n_2 和 a 并不是完全独立的. 光纤包层通常由石英材料制作, 从 (16) 式可知, 其折射率是 λ 的函数, λ 确定了, 包层折射率 n_2 也就确定了, 所以在进行优化时, 主要是确定 $n_1 - n_2$ 或 n_1 的值, 但 $n_1 - n_2$ 又与 a 有关, 原因如下.

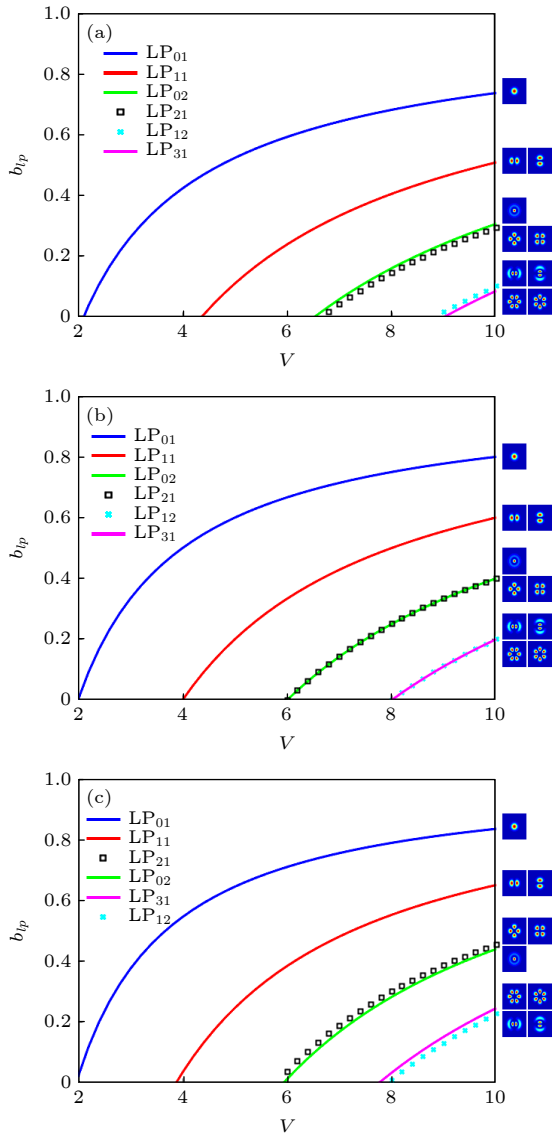


图2 指数 α 不同时, 梯度折射率光纤归一化传播常数 b_{lp} 随归一化频率 V 的变化 (a) $\alpha = 1.5$; (b) $\alpha = 2.0$; (c) $\alpha = 2.5$

Fig. 2. Normalized propagation constant b_{lp} of graded index fiber as a function of normalized frequency V when the index α is different: (a) $\alpha = 1.5$; (b) $\alpha = 2.0$; (c) $\alpha = 2.5$.

归一化频率 $V = 2\pi a \sqrt{n_1^2 - n_2^2} / \lambda$ 的大小决定了光纤中存在的模式数量, 这一点可以从图2看出, 因此在优化时, 首先需要确定要使用的 LP 模的数量, 然后确定 V 值. 本文选择前 6 个 LP 模 LP_{01} , LP_{11} , LP_{21} , LP_{02} , LP_{31} 和 LP_{12} 作为传输模式, 就需要考虑更高阶的模式 LP_{03} , LP_{22} , LP_{41} 及其以上的模式截止. 考虑到 $\alpha = 2$ 时, 模式 LP_{31} 和 LP_{12} 截止时的 V 值为 8, 见图 2(b), 模式 LP_{03} , LP_{22} 和 LP_{41} 截止时的 V 值为 10, 另外根据文献 [3] 中给出的结果: DMGD 很小时, α 的值在 2 附近, 应选取光纤的 V 值大于 8 小于 10. 给出 V 值范围后, 还要考虑以下两个因素, 1) V 值较小时模式

LP_{31} 和 LP_{12} 弯曲损耗变大, 这就要求 V 值远离 LP_{31} 和 LP_{12} 的截止值 8; 2) 为了充分保证高阶模 LP_{03} , LP_{22} 和 LP_{41} 截止, V 值应比 10 稍小一些. 综合以上两个因素后, 并考虑到 $n_1 - n_2$ 和 a 的实际取值范围, 这里取 $V = 9.66$. 在 V 确定的条件下, 对于某一波长的入射光, $n_1 - n_2$ 和 a 的关系是确定的, 因此优化参数时, a 和 $n_1 - n_2$ 中只取其中一个即可, 这里取 a .

这样能够独立选择的优化参数是 λ , a 和 α . 设入射光的波长 $\lambda = 1.55 \mu\text{m}$, 将前 6 个 LP 模的 b_{lp} 代入 (14) 式, 并利用 (16) 式, 计算 LP_{11} , LP_{21} , LP_{02} , LP_{31} 和 LP_{12} 的 DMGD 随 α 和 a 的变化, 得到 LP_{11} 的 DMGD 曲线如图 3 所示. 其他模式的曲线也类似, 只是 DMGD 值大一些, 为简便不再绘制. 从图 3 可以看出: DMGD 对 α 的变化非常敏感, 当 $\alpha = 1.975$ 时, DMGD 最小; 相比之下, DMGD 随 a 的变大而缓慢变小, a 越大 DMGD 的变化越缓慢. 为了便于比较, 给出了 α 为最优数值, 即 $\alpha = 1.975$ 时, 不同 LP 模相对于基模的 DMGD 随 a 的变化, 如图 4 所示. 从图 4 可以看出: LP_{11} 的 DMGD 最小, LP_{21} 和 LP_{02} 的 DMGD 值基本相等, 曲线重合, 处于中间位置, LP_{31} 和 LP_{12} 的 DMGD 值也基本相等, 曲线也重合, 处于最大位置. 此外, 当 $a > 15 \mu\text{m}$ 时, 6 个 LP 模的 DMGD 都小于 2 ps/km . 应该指出: 使 LP_{11} 模的 DMGD 等于零时的 α 作为最优值更为理想, 但由于 α 制造误差较大 (见后面的讨论), 这种对 α 更精细的调整意义不大.

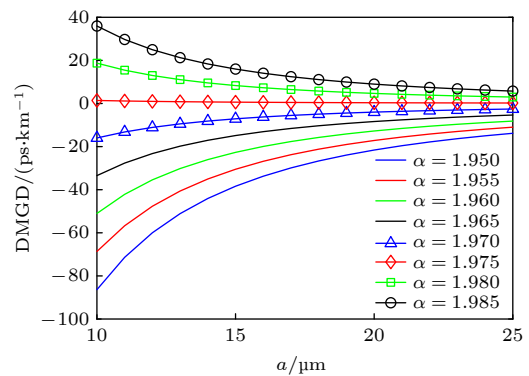


图3 LP_{11} 模的 DMGD 随 α 和 a 的变化

Fig. 3. DMGD of LP_{11} mode as a function of α and a .

在优化时, 还要计算 DMGD 随波长的变化. 图 5 是 $a = 14 \mu\text{m}$, $n_1 - n_2 = 0.01$, $\alpha = 1.975$ 时, DMGD 随波长的变化. 在 C+L 波段 ($1.530 -$

1.625 μm), V 的变化范围为 9.77—9.20, 满足仅传输前 6 个 LP 模的条件. 从图 5 可以看出: LP_{11} 的 $|\tau_{\text{DMGD}}| < 5 \text{ ps/km}$, LP_{21} 和 LP_{02} 的 $|\tau_{\text{DMGD}}| < 10 \text{ ps/km}$, LP_{31} 和 LP_{12} 的 $|\tau_{\text{DMGD}}| < 15 \text{ ps/km}$, 这样低的 DMGD 非常理想.

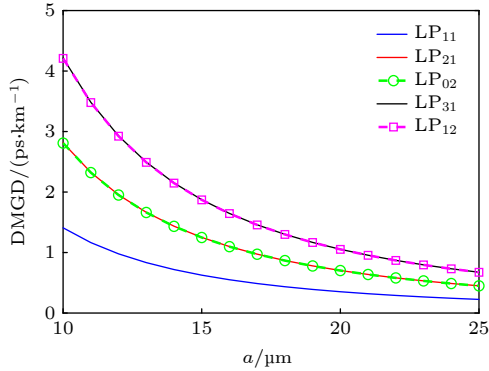


图 4 $\lambda = 1.55 \mu\text{m}$, $\alpha = 1.975$ 时 DMGD 随 a 的变化

Fig. 4. DMGD as a function of a when $\lambda = 1.55 \mu\text{m}$, $\alpha = 1.975$.

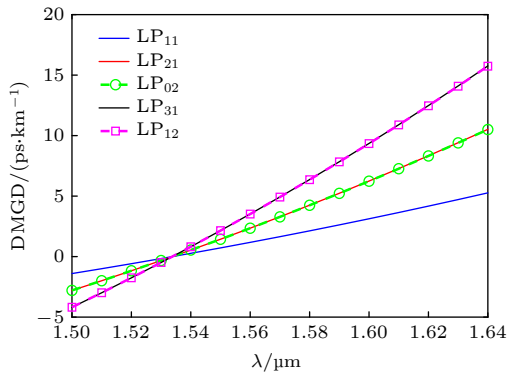


图 5 DMGD 随波长的变化

Fig. 5. DMGD as a function of wavelength.

1) α 值相对独立, 最容易确定, 正如上面所讨论的, 取 $\alpha = 1.975$. 2) 在 V 不变情况下, 纤芯半径 a 越大, $n_1 - n_2$ 越小, LP 模对弯曲越敏感, 从这个角度看应让 a 较小, $n_1 - n_2$ 较大. 但 a 变小时模有效面积又变小, 为了使基模的 $A_{\text{eff}} > 100 \mu\text{m}^2$, a 应该大于 $12.5 \mu\text{m}$, 于是取 $a = 14 \mu\text{m}$. 按照 $V = 9.66$, 入射光波长 $\lambda = 1.55 \mu\text{m}$, 最后确定 $n_1 - n_2 = 0.01$.

最后讨论光纤制造误差对 DMGD 的影响. 根据文献 [4] 给出的光纤制造时纤芯折射率 n_1 、半径 a 和 α 值的三倍标准差 3σ (σ 表示标准差) 分别为 5×10^{-4} , $0.5 \mu\text{m}$ 和 0.02 , 可计算出入射光波长 $\lambda = 1.55 \mu\text{m}$, 参数值 $n_1 - n_2 = 0.01$, $a = 14 \mu\text{m}$, $\alpha = 1.975$ 时, 制造误差偏离上述 3 个参数值分别为

$\pm\sigma$, $\pm 2\sigma$ 和 $\pm 3\sigma$ 情况下, LP_{31} 和 LP_{12} 的 DMGD 的变化, 这两个模式是 6 个模式中 DMGD 最大的, 对制造误差也是最敏感的, 具体计算结果如图 6 所示. 由于纤芯折射率和半径制造误差引起 DMGD 的变化较小, 而 α 误差引起的变化较大, 为了能清晰地看出光纤各参量误差对 DMGD 的影响, 图中绘制了两个 y 轴, 分别表示折射率和纤芯半径误差, 以及 α 误差引起的 DMGD 变化. 从图 6 可以看出, DMGD 对 α 变化非常敏感, 制造误差会使实际 FMFs 的 DMGD 明显增大, 为此将两个具有相反 DMGD 的 FMF 相连接, 通过选择合适的延时、延时斜率和光纤长度, 可以构造出实际 DMGD 较小的光纤补偿链路.

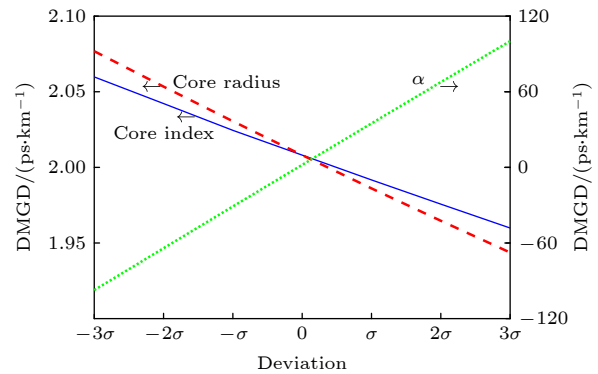


图 6 DMGD 随折射率、芯区半径和 α 值制造误差的变化

Fig. 6. DMGD as a function of manufacturing errors of refractive index, core radius and α value.

4 结 论

提出了使用变分法分析任意芯层折射率高于包层的 FMF 传输特性的方法, 包括模式场分布、传播常数和 DMGD. 以梯度折射率光纤为研究对象, 推导出了不同幂次梯度型光纤的基模模斑尺寸和归一化传播常数的解析表达式, 分析了 DMGD 随光纤参数的变化规律, 说明了光纤参数的优化方法. 得到了能够传输前 6 个 LP 模的 FMF 在 C 和 L 波段的优化参数: $n_1 - n_2 = 0.01$, $a = 14 \mu\text{m}$, $\alpha = 1.975$. 最后讨论了光纤制造误差对 DMGD 的影响, 证实了 α 值对 DMGD 的影响最大, 并指出可以将两个具有相反 DMGD 的实际 FMF 连接作为补偿链路, 部分抵消由于 α 制造误差产生的高 DMGD.

参考文献

- [1] Tu J J, Li Z H 2021 *Acta Opt. Sin.* **41** 0106003 (in Chinese) [涂佳静, 李朝晖 2021 *光学学报* **41** 0106003]
- [2] Ryf R, Randel S, Gnauck A H, Bolle C, Sierra A, Mumtaz S, Esmaelpour M, Burrows E C, Essiambre René-Jean, Winzer P J, Peckham D W, McCurdy A H, Lingle R 2012 *J. Lightwave Technol.* **30** 521
- [3] Sakamoto T, Mori T, Yamamoto T, Tomita S 2012 *J. Lightwave Technol.* **30** 2783
- [4] Sillard P 2016 *Proceeding of Optical Fiber Communication Conference* Anaheim, United States, March 22–26, 2016 pTh1J.1
- [5] Parmigiani F, Jung Y, Grüner-Nielsen L, Geisler T, Petropoulos P, Richardson D J 2017 *IEEE Photonic. Tech. L.* **29** 1764
- [6] Xiao H, Li H, Wu B L, Dong Y, Xiao S Y, Jian S H 2019 *Opt. Fiber Technol.* **48** 7
- [7] Xie Y H, Pei L, Zheng J J, Zhao Q, Ning T G, Li J 2021 *Opt. Express* **29** 15067
- [8] Sillard P, Bigot-Astruc M, Boivin D, Maerten H, Provost L 2011 *Proceeding of 37th European Conference and Exposition on Optical Communications* Geneva, Switzerland, September 18–22, 2011 pTu.5.LcCervin.7
- [9] Sillard P, Molin D 2013 *Proceeding of 39th European Conference and Exposition on Optical Communications* London, UK, September 22–26, 2013 p1
- [10] Ferreira F M, Fonseca D, da Silva H J A 2014 *J. Lightwave Technol.* **32** 353
- [11] Li M J, Hoover B, Li S P, Bickham S, Ten S, Ip E, Huang Y K, Mateo E, Shao Y, Wang T 2012 *Proceeding of 17th Opto-Electronics and Communications Conference* Busan, Korea (South), July 2–6, 2012 p495
- [12] Mori T, Sakamoto T, Wada M, Urushibara A, Yamamoto T, Yamamoto F 2015 *Proceeding of European Conference on Optical Communication* Valencia, Spain, September 27–October 1, 2015 p1
- [13] Sato K, Maruyama R, Kuwaki N, Matsuo S, Ohashi M 2013 *Opt. Express* **21** 16231
- [14] Ryf R, Randel S, Gnauck A H, Bolle C, Essiambre R J, Winzer P J, Peckham D W, McCurdy A, Lingle R 2011 *Proceeding of Optical Fiber Communication Conference* Los Angeles, United States, March 6–10, 2011 pPDPB10
- [15] Randel S, Ryf R, Gnauck A H, Mestre M A, Schmidt C, Essiambre R J, Winzer P J, Delbue R, Pupalakis P, Sureka A, Sun Y, Jiang X, Lingle R 2012 *Proceeding of National Fiber Optic Engineers Conference* Los Angeles, United States, March 4–8, 2012 pPDP5C.5
- [16] Yang Z Q, Zhao J, Bai N, Ip E, Wang T, Li G F 2015 *Proceeding of European Conference on Optical Communication* Valencia, Spain, September 27–October 1, 2015 p1
- [17] Grüner-Nielsen L, Sun Y, Nicholson J W, Jakobsen D, Jespersen K G, Lingle R, Pálsdóttir B 2012 *J. Lightwave Technol.* **30** 3693
- [18] Jensen R V, GrünerNielsen L, Wong N H L, Sun Y, Jung Y M, Richardson D J 2015 *Proceeding of Optical Fiber Communication Conference* Los Angeles, United States, March 22–26, 2015 pW2A.34
- [19] Maruyama R, Kuwaki N, Matsuo S, Ohashi M 2014 *Opt. Express* **22** 14311
- [20] Mori T, Sakamoto T, Wada M, Yamamoto T, Yamamoto F 2013 *Proceeding of Optical Fiber Communication Conference and Exposition and the National Fiber Optic Engineers Conference* Anaheim, United States, March 17–21, 2013 pOTH3K.1
- [21] Mori T, Sakamoto T, Wada M, Yamamoto T, Yamamoto F 2014 *J. Lightwave Technol.* **32** 2468
- [22] Sillard P, Bigot-Astruc M, Molin D 2014 *J. Lightwave Technol.* **32** 2824
- [23] Sillard P, Molin D, Bigot-Astruc M, Jongh K D, Achten F, Velazquez-Benitez A M, Amezcua-Correa R, Okonkwo C M 2016 *J. Lightwave Technol.* **34** 425
- [24] Jiang S S, Liu Y, Xing E J 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 064212 (in Chinese) [姜珊珊, 刘艳, 邢尔军 2015 *物理学报* **64** 064212]
- [25] Liu C, Pei L, Xie Y H, Wang J S, Zheng J J, Ning T G, Li J 2020 *Chin. J. Lasers* **47** 1106004 (in Chinese) [刘畅, 裴丽, 解宇恒, 王建帅, 郑晶晶, 宁提纲, 李晶 2020 *中国激光* **47** 1106004]
- [26] Wang Y, Han Y, Li Z H, Gong L, Wang L Y, Li S G 2022 *Acta Phys. Sin.* **71** 024205 (in Chinese) [王彦, 韩颖, 李增辉, 龚琳, 王璐瑶, 李曙光 2022 *物理学报* **71** 024205]
- [27] Wu C Q 2005 *Optical Waveguide Theory* (2nd Ed.) (Beijing: Tsinghua University Press) pp100–110 (in Chinese) [吴重庆 2005 *光波导理论* (第二版) (北京: 清华大学出版社) 第100–110页]
- [28] She S X 2002 *Physical Basis of Waveguided Optics* (Beijing: North Jiaotong University Press) pp327–337 (in Chinese) [余守宪 2002 *导波光学物理基础* (北京: 北方交通大学出版社) 第327–337页]

Analysis and optimization of few-mode fibers with low differential mode group delay by variational method^{*}

Wang Jian[†] Wu Chong-Qing

(*Institute of Optical Information, Key Laboratory of Luminescence and Optical Information, Ministry of Education,
Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China*)

(Received 29 November 2021; revised manuscript received 4 January 2022)

Abstract

Mode-division multiplexing (MDM) technology based on few-mode fibers (FMFs) is the current research hotspot of optical fiber communication system because of its ability to increase the transmission capacity several times. When the number of multiplexed modes is large, the crosstalk between modes can be removed by multiple input multiple output digital signal processing algorithm at the receiving end. The larger the differential mode group delay (DMGD, τ_{DMGD}), the more complex the algorithm is. Therefore, in order to reduce the complexity of the receiver, it is necessary to use FMFs with low DMGD. The variational method is proposed to analyze any FMFs with higher refractive index of core than that of cladding. The analytical formula of the fundamental mode size, the normalized propagation constant for each of all guided modes, and DMGD relative to the fundamental mode are derived. Moreover, their relationship with the normalized frequency and other fiber manufacturing parameters are given. On this basis, the graded-index FMFs are studied, and the fiber parameters are optimized. The optimization parameters are the difference between the maximum core refractive index and cladding refractive index $n_1 - n_2 = 0.01$, the core radius $a = 14 \mu\text{m}$, and the parameter of refractive index distribution $\alpha = 1.975$. In the optimized FMF, 6 LP modes can be guided and $|\tau_{\text{DMGD}}|$ is less than 15 ps/km within the C band and L band. In the end, the effects of the fiber manufacturing errors on DMGD are discussed.

Keywords: mode-division multiplexing, few-mode fibers, variational method, differential mode group delay

PACS: 42.81.-i, 42.81.Qb, 42.81.Bm, 42.79.Sz

DOI: 10.7498/aps.71.20212198

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 61775012).

[†] Corresponding author. E-mail: jwang@bjtu.edu.cn