

高能带电粒子束对陡峭密度梯度区照相的散射效应解析模型及散射调制现象的特征

李亮亮 王晓方[†]

(中国科学技术大学物理学院 合肥 230026)

[†]邮箱: wangl@ustc.edu.cn

摘 要

超短超强激光与物质相互作用产生的高能带电粒子束在放射照相中具有重要应用. 当几十到几百 MeV 能量的高能带电粒子束穿过薄膜靶时, 能量损失可忽略, 主要发生小角散射. 由于这个散射效应, 高能带电粒子束对具有横向陡峭密度梯度区的靶照相, 透射束在探测面上的通量密度分布中会出现靶密度梯度区散射产生的调制现象, 有可能反过来诊断出陡峭密度梯度区信息. 以往对带电粒子束发生散射和产生调制现象的理论分析采用蒙特卡罗方法数值计算, 不仅很消耗计算机时, 计算的参数范围也有限. 本文发展了一个解析模型, 用来处理带电粒子束在靶中传输的散射效应以及在探测面上产生的调制现象, 能够快速给出结果, 而且和蒙特卡罗方法数值计算的结果符合很好. 使用这一解析模型, 对带电粒子束照相密度梯度靶产生散射调制现象的特征进行了分析. 提出了一个与照相条件有关的无量纲参量, 其取值范围决定了散射调制信号特征以及诊断陡峭密度梯度区的可能性.

关键词: 散射, 放射照相, 带电粒子束

PACS: 52.20.Hv, 87.59.B-, 41.75.-i

1 引言

惯性约束核聚变采用激光直接驱动或激光转换的 X 射线间接驱动, 内爆向心压缩靶丸实现热核聚变, 而靶丸通常是由包含烧蚀层和聚变燃料等不同材料构成的多层球形靶^[1,2]. 不仅在多层球靶的不同材料界面, 而且在烧蚀区和激波前沿, 都会出现陡峭密度梯度区. 这些密度梯度区及密度分布不仅影响流体力学不稳定性增长, 例如烧蚀型瑞利-泰勒不稳定性, 也影响能量输运过程. 这些界面或密度梯度区的宽度在 $1\text{ }\mu\text{m}$ 量级甚至更小, 实验研究中为了能够诊断出这样的陡峭密度梯度区, 需要高分辨的诊断手段. 由于这些密度梯度区的密度稠密, 通常采用 X 射线照相进行诊断. 受 X 射线成像系统分辨能力以及 X 射线脉冲时间宽度致模糊效应所限, 迄今实验中获得的最好分辨能力接近 $2\text{ }\mu\text{m}$ ^[3-5], 尚难以诊断 $1\text{ }\mu\text{m}$ 甚至更窄的陡峭密度梯度区.

近年来超短超强激光产生带电粒子(质子、电子等)束的研究取得快速进展, 可以产生源尺寸小、脉冲时间短、亮度高的高能带电粒子束. 其中, 质子束的最大能量接近 100 MeV ^[6], 电子束的最大能量已达到 8 GeV ^[7]. 带电粒子束基于其在电磁场中偏转, 已应用于诊断等离子体的电磁场^[8, 9]; 基于在靶物质中能量损失, 已应用于诊断面密度和不均匀性^[10-12]. 带电粒子和靶物质相互作用的物理性质表明, 当靶物质厚度和带电粒子的射程接近时, 带电粒子的能量损失或被靶物质吸收才比较显著. 当带电粒子的动能很高, 即带电粒子的射程远大于靶物质厚度时, 带电粒子的能损可以忽略^[13-15]. 这种情况下, 带电粒子束在靶物质中传输, 主要发生库仑相互作用导致的弹性小角度散射, 即带电粒子在靶物质中传输路径近似为直线, 透射束的发散角与靶物质的面密度有关^[16,17]. 近年的研究表明, 当高能带电粒子束穿过具有横向陡峭密度梯度的靶时, 陡峭密度区对高能带电粒子束的散射能直接反映在探测面上, 即在接收的透射束通量密度分布中出现调制现象^[10,13-15]. 陡峭密度梯度区的散射效应产生的这一调制现象对带电粒子束的能量发散不敏感, 而且, 密度梯度区越陡, 这一现象越显著. 因此, 利用这一局域散射效应, 有可能诊断陡峭密度梯度区^[18,19].

迄今对带电粒子照相及散射效应的理论研究主要采用蒙特卡罗方法进行数值计算^[10,13-15,18-20], 已有供用户免费使用的蒙卡程序包, 例如 Fluka 等^[21]. 不过,

蒙特卡洛计算很耗费计算机时，例如本文后面将讨论的多层球靶，一个算例的计算需要机时超过 60 小时。为了和实验结果进行对比，还需要改变参数条件进行多个甚至大量算例的数值计算，会花费大量机时。其次，Fluka 等公开程序包的使用，对输入参数设置范围有一定限制，例如常用的 PS 材料（碳和氢的聚合物，化学成分 CH）的密度最大值只能到 10 g/cm^3 ，不适用于惯性约束聚变或高压下更高密度情况。因此，寻找更快速、有效的理论方法研究高能带电粒子束散射照相十分重要。

根据带电粒子在靶物质中散射的性质，本文发展了一个分析高能带电粒子束照相散射效应的解析模型。使用该模型对密度梯度靶和多层球靶照相的计算结果与 Fluka 模拟结果进行了比较，以确认该模型的可靠性。在此基础上，应用该模型分析了不同照相参数条件下带电粒子束对密度梯度靶照相的散射调制现象的特征。提出了一个与照相条件有关的无量纲参量，给出了其取值范围与散射调制特征的关系以及在实验诊断中的作用。

2 模型描述

对于带电粒子束照相，当带电粒子在靶内传输时与靶原子发生碰撞改变运动方向，即产生散射效应，同时通过碰撞、激发和电离原子核外电子损失能量。当带电粒子能量很高，在靶内能量损失可忽略，主要产生小角散射效应：带电粒子与靶原子发生多次碰撞，而每次碰撞只是轻微改变带电粒子的运动方向，散射角分布可近似为高斯分布^[16,21]。

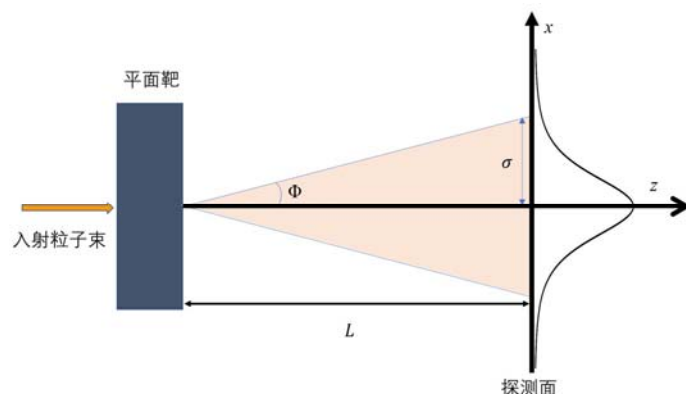


图 1 准直带电粒子束被平面靶散射后的角分布示意图

Fig.1. The schematic diagram of the angular distribution of a collimated charged particle beam scattered by a plane target.

如图 1 所示，一束极细、准直的高能带电粒子束正入射到平面靶上一点，带电粒子在靶内传输时发生小角散射。统计理论指出带电粒子穿过靶后产生的横向位移很小^[21]，即带电粒子束在靶内近似沿直线（ z 方向）向前传播。带电粒子束从靶后表面出射后变为锥状发散束，发散角特征宽度为 Φ 。该发散束投射到与靶后表面距离为 L 的探测面上的归一化通量密度分布 $F(x)$ 可用高斯分布描述^[21]，

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right), \quad (1)$$

其中 σ 是高斯分布的标准差或特征宽度， $\sigma = \Phi \cdot L$ 。

发散角 Φ 和带电粒子能量、电荷量，以及靶物质性质的关系由 Highland 经验公式给出^[17]，

$$\Phi = \frac{13.6}{\beta c p} z \sqrt{\frac{P}{X_0}} \left[1 + 0.038 \ln \frac{P}{X_0} \right], \quad (2)$$

其中 c 是真空光速， β 是入射带电粒子速度与真空光速的比值， p 是带电粒子的动量，单位为 MeV/c ， z 是带电粒子的电荷量， P 是带电粒子经过的靶物质的面密度， X_0 对应靶物质的辐射长度^[22]，

$$X_0 = \frac{716.4 \cdot A}{Z(Z+1) \ln(287/\sqrt{Z})} [\text{g}/\text{cm}^2], \quad (3)$$

其中 Z 和 A 分别是靶物质的原子序数和原子量。对于多种元素化合物或混合材料的靶物质， X_0 使用下式计算得到^[22]，

$$1/X_0 = \sum_i w_i / X_0^i, \quad (4)$$

其中 w_i 和 X_0^i 分别是第 i 种元素的质量比例和辐射长度。当靶由多层物质组成时，

式 (2) 中 P/X_0 由下式计算得到，²

$$P/X_0 = \sum_i P_i / X_0^i, \quad (5)$$

其中 P_i 和 X_0^i 分别是第 i 层物质的面密度和辐射长度. 式(2)-(5)表明, 一束准直的高能带电粒子束穿过靶物质后, 发散角宽度近似与穿越靶物质的面密度平方根成正比, 与靶的材料成分也有关.

下面考察由点源发射的锥状带电粒子束对靶的照相: 入射到靶前表面每一点的子束从靶后表面出射后, 在探测面上都有一个高斯分布的通量密度分布, 此分布的特征宽度与所在靶位置的材料组分和面密度有关. 不同靶位置的材料或面密度不同, 高斯分布的特征宽度也不同. 因此, 透射带电粒子束在探测面上总的通量密度分布是穿过靶的所有子束投射到探测面上的高斯分布的叠加, 即对式(1)的高斯分布做卷积运算得到.

考察沿探测面上 x 方向的通量密度分布. 参见图 2(a)所示, 设带电粒子束从点源 O 点发射, 点源与靶前表面的距离为 l , 薄膜靶厚度为 l_z , 探测面与靶后表面的距离为 L . 设一束均匀发散束照射到靶前表面, 其中一子束打在位置 x_0 , 在靶内穿过的面密度为 $P(x_0)$, 穿过靶后透射束的散射角宽度 $\Phi(x_0)$ 由式(2)给出. 该子束中心在探测面上的几何投影位置为 $\xi = x_0 \cdot M$, $M = (l + L)/l$ 是探测面上图像相对于靶的横向放大倍数. 该子束在探测面上的特征宽度为 $\sigma(\xi) = \Phi(x_0) \cdot L$, 归一化通量密度分布为,

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma(\xi)} \exp\left(-\frac{(x-\xi)^2}{2(\sigma(\xi))^2}\right), \quad (6)$$

因此, 带电粒子束穿过靶后, 透射束在探测面上总的通量密度分布是对式(6)做卷积运算,

$$F(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma(\xi)} \exp\left(-\frac{(x-\xi)^2}{2(\sigma(\xi))^2}\right) d\xi, \quad (7)$$

$F(x)$ 即为带电粒子束对靶照相, 探测面上沿 x 方向的通量密度分布. 对于非点源或非均匀发散束情况, 可从上式推广得到.

由以上结果可知, 无论采用离子(质子)还是电子照相, 均可使用这个解析模型, 主要区别是带电粒子的参数不同导致透射束的散射角宽度不同.

3 与蒙特卡罗模拟的结果比较、分析

下面以电子照相为例,分别使用前一节的解析模型和蒙特卡罗程序 Fluka^[21],模拟电子束对几类典型密度梯度分布靶的照相. 将两种方法得到的结果进行比较,以确认解析模型的可靠性. 在此基础上,使用解析模型分析密度梯度区对电子散射产生的调制信号特征及照相参数条件的影响.

3.1 一维密度梯度靶

平面靶的烧蚀区、激波前沿,以及靶界面等处的微米或亚微米量级宽的陡峭密度梯度区,其密度分布可用一维线性分布描述. 电子束照相如图 2(a)所示,能量为 E 的电子束从 O 点以一定发散角均匀发射,沿 z 轴穿过含横向密度梯度区的薄膜靶,薄膜厚度为 l_z ,透射电子被探测面接收. 靶的密度梯度区沿 x 方向,线性密度梯度区宽度为 d ,梯度区两侧的靶材料组分或密度不同,见图 2(b)所示. 设靶的长度和宽度无限大,密度梯度区的中点为坐标原点,电子束中心、坐标原点和探测面中心都在 z 轴上.

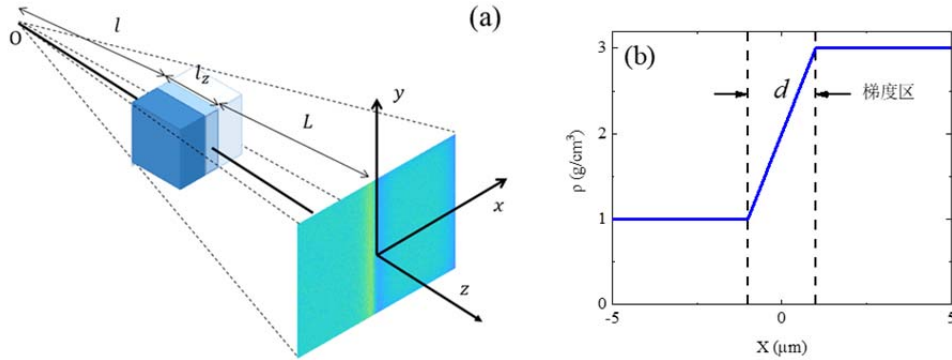


图 2 带电粒子束照相一维密度梯度分布靶 (a) 照相示意图; (b) 梯度靶的密度分布示意图

Fig.2. A charged particle beam radiographs a planar target with a one-dimensional density gradient: (a) the schematic diagram of radiography; (b) The schematic of density profile around the density gradient region.

首先，模拟电子束对薄膜靶与真空界面的照相。靶为厚度 $30\text{ }\mu\text{m}$ 的铝膜，密度为 2.7 g/cm^3 。入射电子束是平行束，相当于 $l = \infty$ ，电子能量 $E = 40\text{ MeV}$ 。设置探测面的长和宽都为 3 cm ，距离靶 $L = 10\text{ cm}$ 。根据式(3)，可以得到铝的辐射长度 $X_0 = 24.28\text{ g/cm}^2$ 。使用解析模型，即式(7)，计算电子束对铝膜-真空界面照相，得到探测面上的电子通量密度分布，见图 3(a)。图中， $x < 0$ ， $x = 0$ ， $x > 0$ 分别对应真空、铝-真空界面、铝在探测面上的几何投影位置或区间。可以看到，对应铝-真空界面，通量密度分布出现一个明显峰谷结构的调制信号：谷出现在铝靶一侧，峰出现在真空一侧。远离界面的其他区间，通量密度分布均匀。原因是，接近铝-真空界面，铝靶一侧的入射电子被铝材料散射，部分电子被散射到真空一侧。离开界面较远的铝靶其他区，入射电子也会受到材料的散射作用，但对应靶面各点的入射电子束的散射分布相同，因此按式(7)得到的总通量密度分布均匀。

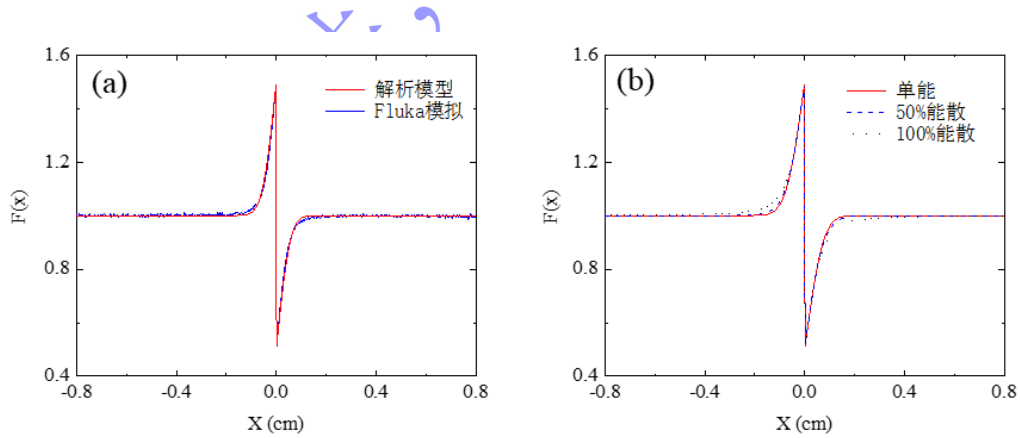


图 3 沿 x 方向的电子通量密度分布 (a)单能电子束; (b)不同能散电子束

Fig.3. The electron fluence distribution along x direction for an incident electron beam of: (a) mono energy; (b) different energy spread.

与上面电子束、靶、探测面位置的设置相同，用 Fluka 也模拟了电子束照相。模拟中使用的电子总数为 10^7 ，探测面均匀划分为 1000×1000 个网格，每个网格长宽为 0.003 cm 。对探测面上信号沿 y 轴方向作平均，得到沿 x 方向的电子通量

密度分布，也画在图 3(a)中。比较解析模型和 Fluka 模拟的两个结果，二者符合得非常好。从图中还可看到，Fluka 模拟因为使用了蒙特卡罗方法，得到的通量密度分布显示出细微抖动，而解析模型给出的分布是光滑的。

文献[18]的 Fluka 模拟和文献[19]的其他蒙卡模拟表明，入射电子束的能量发散对这样的散射调制信号的影响可忽略。原因是，在 MeV 或更高能量范围，电子弹性散射截面随电子能量的变化很小。本文也使用解析模型分析了能散的影响。其他参数条件与图 3(a)相同，只是将 40 MeV 单能电子束换为能谱为高斯分布的电子束：能谱中心的能量仍为 40 MeV，能谱半高全宽处的能量范围分别设为中心能量的 50%和 100%，即能散分别为 50%和 100%。图 3(b)给出了这样能散的电子束照相，探测面上的电子通量密度分布。为便于比较，将图 3(a)的单能结果（即能散为 0）也画在图 3(b)中。结果表明，能散对调制信号的影响很小，和文献^[18, 19]中结论一致。

其次，对于有一定梯度区宽度的靶，也分别使用解析模型和 Fluka 模拟得到照相结果，将二者作了比较。这里使用了 $E = 200$ MeV 的点源发散束，发散角为 200 mrad， $l = 0.1$ cm。密度梯度靶是厚度为 30 μm 的 PS 薄膜，参见图 2(b)，线性密度梯度区的宽度分别设为 $d = 1$ μm 或 0，后者对应台阶靶，两侧密度分别为 1 g/cm³ 和 3 g/cm³。对于 PS 材料，按(3)和(4)式计算的辐射长度为 44.06 g/cm²。设置探测面位置 $L = 20$ cm。使用解析模型，即式(7)，计算出照相在探测面上的电子通量密度分布，以及 Fluka 模拟的结果，分别示于图 4 中。结果表明二者符合很好。另外，图 4(a)给出台阶靶产生的散射调制信号的峰、谷两区域具有很好反演对称性，即相对于峰、谷位置的中点，谷区作 180°旋转，与峰区在形状、宽度和深度上都重合很好。图 4(b)给出宽度 $d = 1$ μm 的线性梯度靶产生的散射调制信号则呈现出峰谷不对称的特点。原因是，入射到线性梯度区宽度内的电子束的散射角宽度高于低密度一侧的，经过散射后，部分电子偏转到低面密度一侧。梯度宽度区拓宽了散射调制信号的谷区，导致散射调制信号的峰、谷失去对称性。

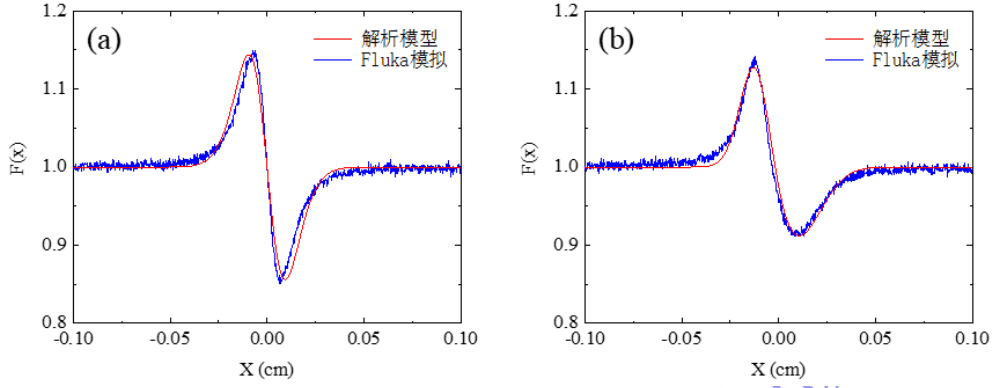


图 4 沿 x 方向的电子通量密度分布 (a) $d = 0 \mu\text{m}$; (b) $d = 1 \mu\text{m}$

Fig.4. The electron fluence distribution along x direction: (a) $d = 0 \mu\text{m}$; (b) $d = 1 \mu\text{m}$.

3.2 多层球靶

用于惯性约束聚变等研究的典型靶是由不同材料构成的多层球形靶丸. 文献^[15,18]曾使用 Fluka 模拟了电子束对这种结构靶的照相. 下面比较 Fluka 和解析模型分别模拟对多层球靶照相的结果. 图 5 给出了照相示意图. 设点源发射束的发散角为 300 mrad , 电子能量为 100 MeV , 电子总数为 10^8 , 沿 z 轴方向对多层球形靶丸照相. 设靶丸置于真空中, 靶丸中心位于坐标原点. 电子源与靶丸中心的距离 $l = 1 \text{ cm}$. 靶丸有三层结构^[2], 由内向外的半径分别是 $R_1 = 0.087 \text{ cm}$, $R_2 = 0.095 \text{ cm}$, $R_3 = 0.108 \text{ cm}$. 最内层区域为氘氚混合气体, 密度为 0.3 mg/cm^3 , 氘和氚的原子数比为 $29 : 21$. 中间层区域是氘氚固体, 密度为 0.25 g/cm^3 , 氘和氚的原子数比也是 $29 : 21$, 最外层区域是掺铜的铍金属壳, 密度为 1.9 g/cm^3 , 铍和铜的原子数比为 $991 : 9$. 探测面与原点的距离 $L = 20 \text{ cm}$, 大小为 $8 \text{ cm} \times 8 \text{ cm}$, 等分为 1000×1000 个网格. 探测面中心位于 z 轴上. 按照这些设置, 照相放大倍数 $M = (l + L)/l = 21$.

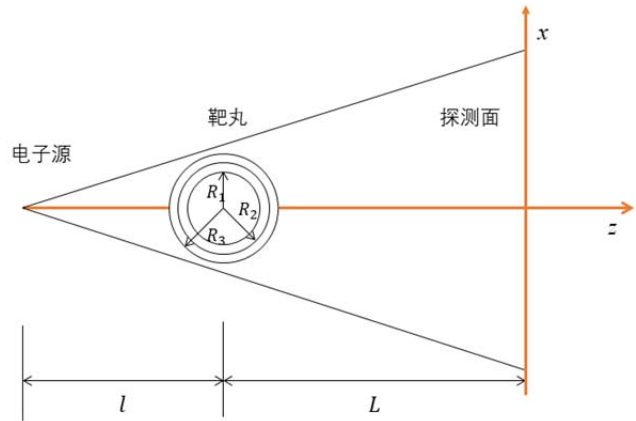


图 5 电子束对多层球靶照相的示意图

Fig.5. The schematic diagram for an electron beam radiographing a spherically multilayer capsule.

使用 Fluka 模拟电子照相，在探测面上的图像见图 6(a). 为完成这个模拟，主频为 2.8 GHz 的计算机运算超过 60 小时. 图 6(b)是对图像沿 y 轴方向中心($y = 0$) 两侧四个网格的数据作平均后，得到的沿 x 方向的电子通量密度分布. 图中竖线对应横坐标是电子源点经过球靶各层的外球面切点在探测面上的几何投影位置，分别是 $x = 1.827 \text{ cm}$, $x = 1.995 \text{ cm}$, $x = 2.268 \text{ cm}$. 可以看到，在球靶的边缘，即球靶边沿-真空界面附近，有明显散射调制现象. 在边沿外侧，即在真空区出现峰，内侧出现较宽区间的谷区. 而对应靶丸内层两个界面，虽有通量密度分布的调制，但信号较弱，没有明显的峰-谷结构现象^[15,18]. 由于球靶的层间间隔小，内层两个界面的调制信号与球靶边沿-真空界面的调制信号谷区发生了重叠.

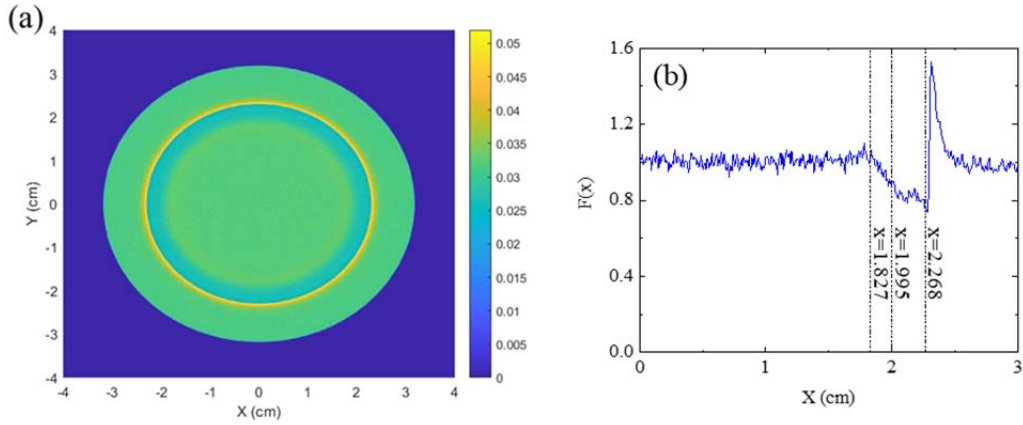


图 6 Fluka 模拟结果 (a) 探测面上电子图像; (b) $y=0$ 附近沿 x 方向的通量密度分布

Fig.6. Results from Fluka simulation: (a) electron radiograph on the detection plane; (b) around $y = 0$ the fluence distribution along the x direction.

在相同照相条件下，使用本文的解析模型也模拟了这一照相。作近似电子在靶内直线传输，使用公式(2)，计算出从电子源发射的发散束入射到球靶不同位置的电子子束的散射角宽度 Φ 沿横向 (x 或 y 方向) 的分布，如图 7(a)所示。由于入射到球靶不同横向位置的电子子束从靶出射的纵坐标位置 (z) 不同，对图 7(a)的横坐标作了近似，都取在 $z=0$ 处。从结果可见，虽然球靶沿径向有三层结构，且不同层间密度差别大，但到达靶丸不同横向位置的电子子束经过的面密度是连续变化的，散射角宽度也是连续变化的。图中标出了球靶的三层界面位置。在 $x=0$ 到 0.087 cm 的第一层，散射角宽度缓慢增加。在第二、三层的界面， $x=0.095$ cm，散射角宽度到极大值。随着 x 增加到第三层外边界， $x=0.108$ cm，散射角宽度下降到 0。

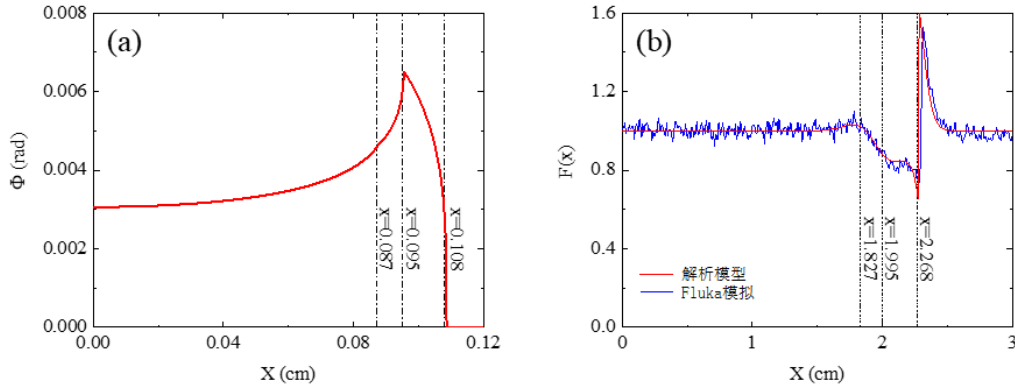


图 7 解析模型的结果 (a) 散射角宽度的径向分布；(b) $y=0$ 处通量密度分布和 Fluka 模拟结果

Fig.7. Results from the analytical model: (a) distribution of the scattered angle in the radial direction; (b) The fluence distributions from the analytical model and Fluka simulation, respectively.

使用解析模型，即式(7)，计算得到电子照相在探测面上 $y=0$ 处的通量密度分布，示于图 7(b)中。图中竖线对应横坐标是电子源点经过球靶各层外边界切点在探测面上的几何投影位置。为便于比较，将 Fluka 模拟结果，即图 6(b)也画在图 7(b)中。可以看到，解析模型与 Fluka 模拟给出的探测面上通量密度分布具有相同特征。如前面对图 6(b)的解释，在球靶的边缘，即球靶边沿-真空界面附近，有明显的散射调制现象。从图 7(a)可见，在此区间散射角宽度有明显的变化。而在其他区间，散射角宽度随位置的变化相对小些，散射调制现象也相应弱些。

图 7(b)也显示，由解析模型给出的球靶-真空界面产生散射的峰位置 ($x=2.28$ cm) 与 Fluka 结果 ($x=2.31$ cm) 相比，相对偏离了 1.3%。这是由于在得到图 7(a)的散射角时，对式(2)以及式(7)中的横坐标取值作了近似。从图 7(b)的结果可见，这个近似仅带来很小位置偏差，不影响散射调制信号特征。

值得指出的是，使用解析模型给出探测面上通量密度分布，即图 7(b)的结果，计算机运算只用了不到 1 秒钟，远小于 Fluka 模拟所用机时（超过 60 小时）。而且，从以上对几类典型密度梯度分布靶照相的处理来看，相对于蒙特卡罗方法，使用解析模型能快速、准确获得电子束对靶照相及密度梯度区散射影响的结果，

证明了该模型的可靠和计算省时.

3.3 散射调制信号特征与照相条件优化

鉴于解析模型的快速有效, 本节采用解析模型分析带电粒子束对密度梯度靶照相, 探测面上散射调制现象的特征, 以及利用这些特征来诊断密度梯度区对照相条件的要求.

为了描述探测面上散射调制信号的特性, 定义两个特征量: 一是调制信号的对比度,

$$\kappa = \frac{F_{\max} - F_{\min}}{F_{\max} + F_{\min}}, \quad (8)$$

式中, F_{\max} , F_{\min} 分别代表调制信号的通量密度峰值和谷值. 第二个特征量是调制信号的峰谷间距 d_{pv} , 表示峰值与谷值所在位置的间距.

下面首先给出平行束或点源发散束对类似图 4(a)所用台阶型密度分布靶的照相特征. 参见图 2, 设点源发散束满足傍轴条件, 即所有子束入射到台阶附近的靶面时与 z 轴的夹角很小. 台阶两侧的靶物质或面密度不同, 带电粒子穿过两侧物质后散射角宽度也不同, 分别用 Φ_1 和 Φ_2 表示. 那么探测面上的高斯分布的标准差分别为 $\sigma_1 = \Phi_1 \cdot L$, $\sigma_2 = \Phi_2 \cdot L$. 代入式(7)得到探测面上的通量密度分布,

$$F(x) = \int_{-\infty}^0 \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_1} \exp\left(-\frac{(x-\xi)^2}{2\sigma_1^2}\right) d\xi + \int_0^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_2} \exp\left(-\frac{(x-\xi)^2}{2\sigma_2^2}\right) d\xi, \quad (9)$$

由此可知, 散射调制信号具有很好反演对称性. 对比度为

$$\kappa = \frac{1}{2} \left| \operatorname{erf}\left(\sqrt{\frac{\ln t}{t^2-1}}\right) - \operatorname{erf}\left(t\sqrt{\frac{\ln t}{t^2-1}}\right) \right|, \quad (10)$$

其中 erf 是误差函数, 定义为 $\operatorname{erf}(x) = \left(2/\sqrt{\pi}\right) \int_0^x \exp(-\zeta^2) d\zeta$. t 是两侧物质散射角宽度的比值, $t = \Phi_2/\Phi_1$ (取 $t \geq 1$). 可见台阶区对带电粒子束散射产生的调制信号对比度只与台阶两侧散射角宽度的比值有关, 与探测面位置无关.

从式(9), 还可得到调制信号的峰谷间距,

$$d_{pv0} = 2L\Phi_1 t \sqrt{\frac{2 \ln t}{t^2 - 1}}, \quad (11)$$

可见 d_{pv0} 与靶物质的散射角宽度、靶到探测面的距离成正比，和台阶靶两侧物质的散射角宽度的比值也有关系。增加靶到探测面的距离 L 可以增加调制信号的峰谷间距，使得调制信号更易被记录和观察。

不同于台阶靶，对于像图 2(b)或图 4(b)中密度梯度区宽度非零的梯度靶的照相，给不出像式(10)和(11)这样的调制信号对比度与峰谷间距的解析表达式，需要对式(7)做数值计算才能给出探测面上通量密度分布及散射调制信号特征。本文通过分析改变照相参数的数值计算结果发现，可使用一个无量纲参量 ω ，从其取值范围能够判断带电粒子束对密度梯度靶照相产生的散射调制信号的特征。其定义为， $\omega = Md/d_{pv0}$ ，其中 d 是梯度区宽度， M 是照相的图像放大倍数， $M = (l + L)/l$ ， Md 即是梯度区宽度在探测面上的几何投影宽度。 d_{pv0} 是其他条件不变的情况下梯度区宽度为 0 时探测面上调制信号的峰谷间距，反映了散射效应，由式(11)给出。将 M 的表达式和式(11)代入，得到

$$\omega = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{l} + \frac{1}{L} \right) \frac{d}{t\Phi_1} \sqrt{\frac{t^2 - 1}{2 \ln t}}, \quad (12)$$

可见， ω 的取值和点源到靶的距离 l ，靶到探测面距离 L ，梯度区宽度 d 和两侧散射角宽度都有关。

图 8 给出了不同参数的照相条件下散射调制信号的典型形状与 ω 取值的例子。取 $l = 0.1 \text{ cm}$, $d = 1 \text{ }\mu\text{m}$, $\Phi_1 = 0.286 \text{ mrad}$, $t = 1.98$, $L = 20 \text{ cm}$ ，计算得到的调制信号示于图 8(a)，显示峰谷不再对称，谷有更大的展宽。该条件下的对比度 $\kappa = 10.53\%$ ，峰谷间距 $d_{pv} = 220.1 \text{ }\mu\text{m}$ ， $\omega = 1.30$ 。相对于图 8(a)的条件，改变梯度宽度 d 或带电粒子源点与靶的距离 l ，而其他参数不变，计算得到的调制信号示于图 8 的其他图中。其中沿横向的(b)-(a)-(c)三图，只是改变了梯度区宽度。可以看到，图 8(b)中， $d = 0.2 \text{ }\mu\text{m}$ ， $\omega = 0.26$ ，调制信号基本对称， $\kappa = 15.49\%$ ， $d_{pv} = 156.1 \text{ }\mu\text{m}$ ，和台阶靶 ($d = 0$) 的调制信号接近。图 8(c)中， $d = 5 \text{ }\mu\text{m}$ ， $\omega = 6.49$ ，峰和谷完全分离， $d_{pv} = 1006.7 \text{ }\mu\text{m}$ ，已很接近梯度区宽度在探测面上的几何投影宽度。不

过这一条件下对比度下降到了 2.23%。对于实验诊断,通常要求对比度不低于 5%。像图 8(c)这样的低对比度,实验中将难以观察到散射调制信号。

图 8 中沿纵向的(d)-(a)-(e)三图,只是改变了带电粒子源点与靶的距离 l ,即改变了带电粒子束的发散角。可以看到调制信号随 ω 变化的同样规律。从以上结果可见:当特征参量 ω 改变时,调制信号的形状、对比度、峰谷间距都有相应改变。然而,无论改变梯度区宽度还是带电粒子源点与靶的距离,只要 ω 取值相同,调制信号就有相同特征。

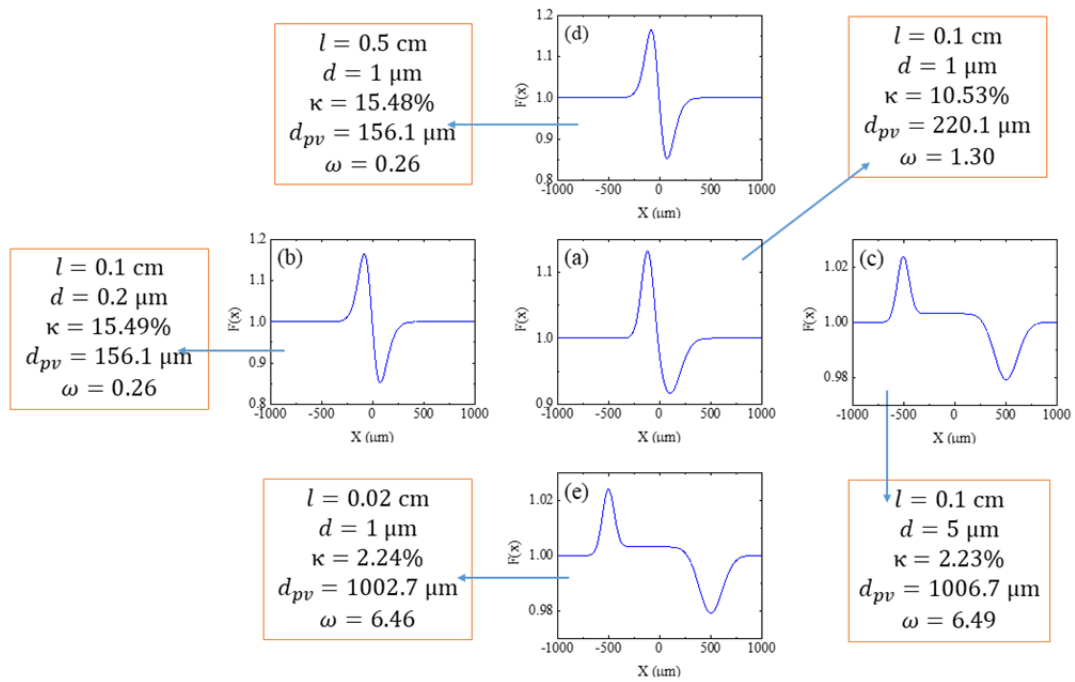


图 8 不同照相参数条件下典型调制信号形状

Fig.8. Representative modulation structures under different radiography conditions.

设置其他照相参数条件与图 8(a)相同,图 9(a)-(c)分别给出仅连续改变其中一个照相参数,分别是梯度区宽度 d 、探测面位置 L 、入射束源点与靶距离 l 或入射束发散角,计算得到的对比度和峰谷间距等散射调制信号特征量以及参量 ω 的变化关系。

图 9(a)给出入射束为点源发散束时,梯度区宽度变化对散射调制信号的影响。由式(12)知,特征参量 ω 与梯度区宽度 d 成正比。从图中可见,当 d 或 ω 很小,

对比度和峰谷间距接近台阶靶情况（图中 $d = 0$ ）。随着 d 或 ω 的增加，对比度和峰谷间距相应改变。当 $d > 2.3 \mu\text{m}$ 或 $\omega > 2.9$ 时，峰谷间距已经与梯度区宽度的几何投影尺寸 Md 相等，然而对比度下降到 5% 以下，实验中难以观察到散射调制信号。这些结果表明，如果使 $\omega < 2.9$ ，就可以从实验中获得对比度和峰谷间距这些特征量。结合它们和梯度区参数的对应关系，例如图 9(a) 中梯度区宽度，就有可能诊断出梯度区参数等信息。

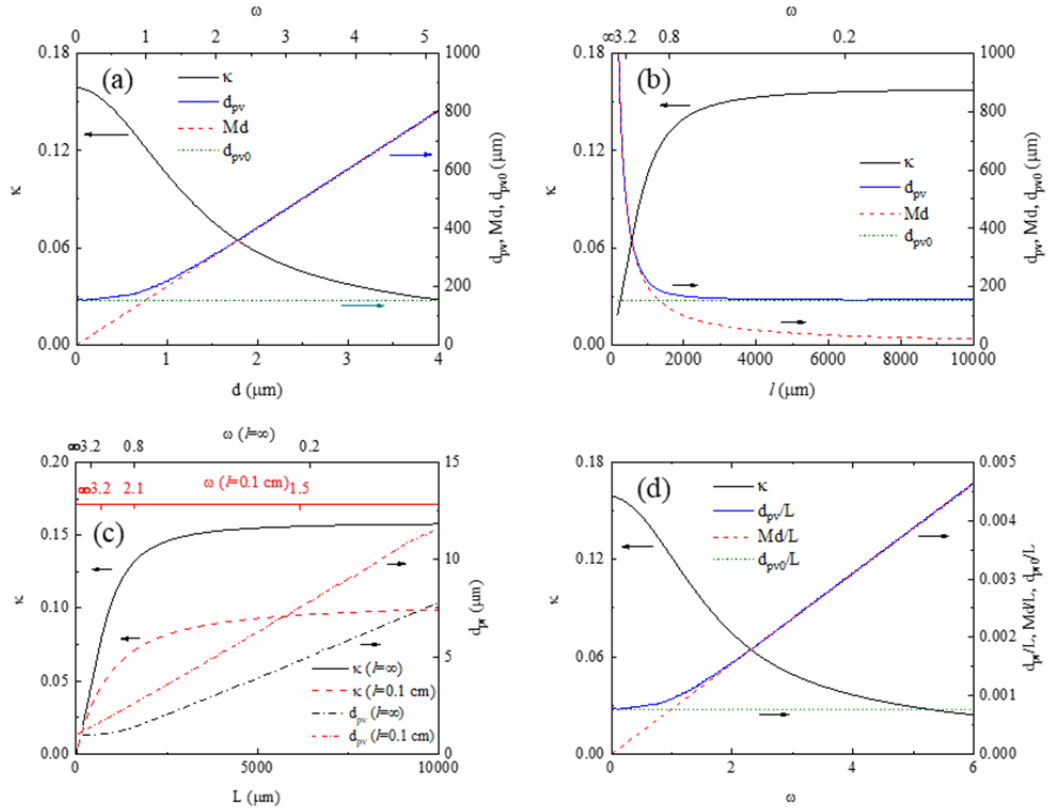


图 9 调制信号特征量和 ω 随照相参数的变化 (a) 点源发散束情况下改变梯度区宽度；(b) 改变点源与靶的间距；(c) 点源发散束和平行束条件下改变靶与探测面距离；(d) 无量纲的调制信号特征量随 ω 的变化关系

Fig.9. Dependence of the characteristic quantities and ω on the change of: (a) density gradient width by using a point-source beam for radiography; (b) point source-to-target distance; (c) target-to-detection plane distance by using a parallel beam or a point-source beam for radiography, respectively; (d) the relation of the dimensionless characteristic quantities to ω .

从图 9(a)可见,在该照相参数下,适于诊断的梯度区宽度 $d < 2.3 \mu\text{m}$. 对于 $d > 2.3 \mu\text{m}$ 的梯度区宽度,为了能实现对其诊断,可通过调节实验参数,从式(12)可见,增加 l 可使 ω 小于 2.9. 不过,对这样大的梯度区宽度,有 X 射线诊断等成熟手段,而本文针对的是 X 射线照相难以诊断的 $d \lesssim 2 \mu\text{m}$ 陡峭密度梯度区.

图 9(b)是固定探测面位置 $L = 20 \text{ cm}$, 给出了电子束源与靶的间距 l 改变时对散射调制信号的影响. 可以看到,尽管靶的梯度区宽度为 $1.0 \mu\text{m}$,但是随着 l 增大,即照相束的发散角变小,对比度和峰谷间距会趋于台阶靶情况,并且 ω 趋于零. 这一结果表明,若使用平行束(发散角为零)照相,不利于分辨不同梯度区宽度. 另一方面,当 l 减少到一定值时,尽管 d_{pv} 趋于与 Md 相同,但是对比度会下降到 5% 以下,难以观测到散射调制信号. 因此,适当控制电子束的发散角,即选择参数 l ,才有助于诊断.

图 9(c)针对发散束 ($l = 0.1 \text{ cm}$) 和平行束 ($l = \infty$) 照相两种情况,给出了峰谷间距 d_{pv} 随探测面与靶后表面的距离 L 的变化. 从结果可见,当探测面离开靶后表面一定距离后,对比度趋于稳定. 而且, d_{pv} 随 L 线性增加,和台阶靶情况[参见公式(11)]类似. 这些性质有利于实验探测散射调制信号. 图中还显示,对于平行束,在 L 很小时, d_{pv} 随 L 偏离线性变化. 这是因为在 L 很小时,梯度区在入射束照射下的几何投影 Md 决定了 d_{pv} . 随着 L 增加, d_{pv} 很快超过 Md , 随 L 就表现出很好线性关系.

从图 9(c)还可看到采用发散束照相的优点. 由于 l 取有限值,由式(12)可见,不仅可以满足 $\omega < 2.9$,而且 $(1/l + 1/L)$ 随着 L 的增加趋近于 $1/l$, ω 趋于一稳定值,即散射调制信号的特征稳定,有利于实验探测. 而且,采用发散束放大照相图像使 d_{pv} 更大,对探测器的空间分辨要求降低,便于探测,也有助于在探测面上分开靶或入射束的边缘产生散射对陡峭密度梯度区产生散射调制信号的干扰^[18, 19].

总结图 9(a)-(c)发现,若采用无量纲形式,无论改变 d 、 l 或 L 哪个照相参数, κ 、 d_{pv}/L 、 Md/L 和 d_{pv0}/L 随 ω 的变化关系都遵循同样规律,见图 9(d). 对比度会随着 ω 的增加而下降. 当 $\omega > 2.9$,对比度下降到 5%,不利于实验观测散射

调制信号. d_{pv}/L 会随着 ω 增加, 从与 d_{pv0}/L 重合逐渐增加到和 Md/L 重合. 当 ω 接近零时, d_{pv}/L 与 d_{pv0}/L 重合, 梯度区宽度非零的靶与台阶靶的峰谷间距一样, 易出现在平行束照相情况. 因此, 采用发散束照相, 且选择照相参数使 $\omega < 2.9$, 梯度区宽度变化对散射调制信号的影响比较明显, 而且调制信号的对比度也足够大, 才可能通过实验观测散射调制信号特征来诊断陡峭密度梯度区信息.

最后, 需要说明的是, 本文的解析模型及以上分析基于带电粒子在靶内沿直线传输这一近似, 适用于靶厚度或面密度不大的“薄膜靶”情况. 带电粒子在靶内散射的横向位移可近似为发散角特征宽度 Φ 和靶厚度 l_z 的乘积 $\Phi \cdot l_z$. 相对于靶的横向梯度区宽度 d , 带电粒子在靶内沿直线传输这个条件可以近似表示为 $\Phi \cdot l_z \lesssim d$. 对于厚靶或面密度大的靶, l_z 或 Φ 变大, 这个条件不成立, 是否能给出解析模型需要进一步研究.

4 结论

本文基于高能带电粒子在靶内传输时发生小角散射效应, 发展了一个描述散射效应的解析模型, 用于分析带电粒子束对薄膜或面密度不大的靶照相时陡峭密度梯度区产生的散射效应. 针对几类典型密度梯度靶的照相, 通过比较解析模型和蒙特卡罗数值模拟结果确认, 解析模型给出的结果和蒙特卡罗模拟符合很好, 计算机时显著减少, 证实了该模型处理散射效应的可靠和有效. 使用这个解析模型, 获得并分析了带电粒子束对陡峭密度梯度区照相产生的不同形状散射调制信号及特征. 发现可用一个与照相条件有关的无量纲参量 ω 来判断散射调制信号的特征. 对改变照相条件参数的分析表明, 采用发散束照相并选择照相参数使 $\omega < 2.9$, 梯度区宽度变化对散射调制信号的影响比较明显, 且调制信号的对比度足够大, 才有可能通过实验观测散射调制信号来诊断宽度 $\lesssim 2 \mu\text{m}$ 的陡峭密度梯度区. 本文提出的解析模型和取得结论可为带电粒子束照相的散射效应分析和实验选择照相参数条件提供理论基础与指导.

致谢：感谢张宇在发展解析模型工作中的贡献。

参考文献

- [1] Zohuri B 2017 *Inertial confinement fusion driven thermonuclear energy* (Cham: Springer International Publishing AG)
- [2] Lindl J 1995 *Phys. Plasmas* **2** 3933-4024
- [3] Chen B, Yang Z, Wei M, Pu Y, Hu X, Chen T, Liu S, Yan J, Huang T, Jiang S, Ding Y 2014. *Phys. Plasmas*. **21** 122705
- [4] Lu Z, Wang X 2019. *Acta Phys. Sin.* **68** 035202 (in Chinese) [陆中伟, 王晓方 2019 物理学报 **68** 035202]
- [5] Marshall F J, Ivancic S T, Mileham C, Nilson P M, Ruby J J, Stoeckl C, Scheiner B S, Schmitt M J 2021 *Rev. Sci. Instrum.* **92** 033701
- [6] Higginson A, Gray R J, King M, Dance R J, Williamson S D R, Butler N M H, Wilson R, Capdessus R, Armstrong C, Green J S, Hawkes S J, Martin P, Wei W Q, Mirfayzi S R, Yuan X H, Kar S, Borghesi M, Clarke R J, Neely D, McKenna P 2018 *Nat. Commun.* **9** 724
- [7] Gonsalves A J, Nakamura K, Daniels J, Benedetti C, Pieronek C, de Raadt T C H, Steinke S, Bin J H, Bulanov S S, van Tilborg J, Geddes C G R, Schroeder C B, Tóth Cs. Esarey E, Swanson K, Fan-Chiang L, Bagdasarov F, Bobrova N, Gasilov V, Kron G, Sasorov P, Leemans W P 2019 *Phys. Rev. Lett.* **122** 084801
- [8] Li C K, Séguin F H, Frenje J A, Rygg J R, Petrasso R D, Town R P J, Amendt P A, Hatchett S P, Landen O L, Mackinnon A J, Patel P K, Smalyuk V A, Sangster T C, Knauer J P 2006 *Phys. Rev. Lett.* **97** 135003
- [9] Du B, Wang X F 2018 *AIP Adv.* **8** 125328
- [10] Mackinnon A J, Patel P K, Borghesi M, Clarke R C, Freeman R R, Habara H, Hatchett S P, Hey D, Hicks D G, Kar S, Key M H, King J A, Lancaster K, Neely D, Nikkro A, Norreys P A, Notley M M, Phillips T W, Romagnani L, Snavely R A, Stephens R B, Town R P 2006 *Phys. Rev. Lett.* **97** 045001
- [11] Cobble J A, Johnson R P, Cowan T E, Renard-Le Galloudec N, Allen M 2002 *J. Appl. Phys.* **92** 1775-1779
- [12] Wen S H, Ding Y K 2012 *Laser Inertial Confinement Fusion Diagnostics* (Beijing: National Defense Industry Press) (in Chinese) [温树槐, 丁永坤 2012 激光惯性约束聚变诊断学 (北京: 国防工业出版社)]

- [13] Teng J, Hong W, Zhao Z Q, Wu S C, Qin X Z, He Y L, Gu Y Q, Ding Y K 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 1635 (in Chinese) [滕建, 洪伟, 赵宗清, 巫顺超, 秦孝尊, 何颖玲, 谷渝秋, 丁永坤 2009 物理学报 **58** 1635]
- [14] Xiao Y, Wang X F, Teng J, Chen X H, Chen Y, Hong W 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 234102 (in Chinese) [肖渊, 王晓方, 滕建, 陈晓虎, 陈媛, 洪伟 2012 物理学报 **61** 23102]
- [15] Chen Y, Wang X F, Shao G C 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 154101 (in Chinese) [陈媛, 王晓方, 邵光超 2015 物理学报 **64** 154101]
- [16] Bethe H A 1953 *Phys. Rev.* **89** 1256
- [17] Highland V L 1975 *Nucl. Instrum. Methods* **129** 497-499.
- [18] Shao G, Wang X 2016 *Phys. Plasmas* **23** 092703
- [19] Zhang Y, Wang X 2020 *Plasma Phys. Control. Fusion* **62** 095023
- [20] Wu X J, Wang X F, Chen X H 2016 *Chin. Phys. Lett.* **33** 065201
- [21] Ferrari A, Sala P R, Fassò A, Ranft J, Siegen U 2005 *FLUKA: a multi-particle transport code* No. SLAC-R-773 Stanford Linear Accelerator Center (SLAC)
- [22] Jackson J D 2005 *Classical Electrodynamics* 3rd ed. (Beijing: Higher Education Press)
- [23] Wang X L, Li C, Shao M, Chen H F 2009 *The Technique of Particle Detection* (Hefei: USTC Press) (in Chinese) [汪晓莲, 李澄, 邵明, 陈宏芳 2009 粒子探测技术 (合肥: 中国科学技术大学出版社)]

An analytical model for scattering effect in energetic charged-particle radiography of a steep density gradient region and the characteristics of the resulting modulation structures

Li Liangliang Wang Xiaofang[†]

Abstract

Energetic charged-particle beams produced from ultrashort ultra-intense laser plasma interactions play a vital role in charged-particle radiography. When such an energetic beam penetrates through a foil target, its energy loss is negligible, and the main physics process is small-angle scattering. Due to this scattering effect, charged-particle radiography of a target with a transversely distributed steep density gradient region will produce a modulation structure in the fluence distribution on the detection plane, which could be used to diagnose the steep density gradient region. In the past theoretical work on the scattering effect and the resulting modulation structure was done with Monte-Carlo simulations, which cost a lot of computing time and the studied parameter range was limited. In the present work an analytical model is developed to deal with the scattering effect inside the target and the modulation structure on the detection plane in radiography, which gives results quickly and coincides with Monte-Carlo simulations very well. By using this analytical model, the characteristics of modulation structures are analyzed. A dimensionless characteristic parameter related to radiography conditions is put forward, its range determines different modulation structures and also the probability of diagnosing a steep density gradient region of width $\lesssim 2 \mu\text{m}$.

Keyword: scattering, radiography, charged-particle beam

PACS: 52.20.Hv, 87.59.B-, 41.75.-i

[†]e-mail: wang1@ustc.edu.cn

录用稿件，
非最终出版稿