



基于系数搜索的振动补偿方法

要佳敏 庄伟 冯金扬 王启宇 赵阳 王少凯 吴书清 李天初

A coefficient searching based vibration correction method

Yao Jia-Min Zhuang Wei Feng Jin-Yang Wang Qi-Yu Zhao Yang Wang Shao-Kai Wu Shu-Qing
Li Tian-Chu

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 71, 119101 (2022) DOI: 10.7498/aps.71.20220037

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.71.20220037>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

固定相位振动噪声对绝对重力测量的影响

Effect of vibration noise with fixed phase on absolute gravimetry applying vibration isolator

物理学报. 2021, 70(21): 219101 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20210884>

基于冷原子重力仪的船载动态绝对重力测量实验研究

Ship-borne dynamic absolute gravity measurement based on cold atom gravimeter

物理学报. 2022, 71(11): 113701 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20220113>

基于原子重力仪的车载静态绝对重力测量

Static measurement of absolute gravity in truck based on atomic gravimeter

物理学报. 2020, 69(6): 060302 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20191765>

船载系泊状态下基于原子重力仪的绝对重力测量

Absolute gravity measurement based on atomic gravimeter under mooring state of a ship

物理学报. 2021, 70(4): 040304 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20201522>

基于冷原子重力仪的绝对重力动态移动测量实验

Experiment on dynamic absolute gravity measurement based on cold atom gravimeter

物理学报. 2022, 71(2): 026701 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20211449>

大倾斜角度下基于冷原子重力仪的绝对重力测量

Measurement of absolute gravity based on cold atom gravimeter at large tilt angle

物理学报. 2018, 67(19): 190302 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20181121>

基于系数搜索的振动补偿方法*

要佳敏[†] 庄伟 冯金扬 王启宇 赵阳 王少凯 吴书清 李天初

(中国计量科学研究院, 北京 100029)

(2022 年 1 月 7 日收到; 2022 年 2 月 7 日收到修改稿)

绝对重力仪普遍采用激光干涉式或原子干涉式的测量原理来测量重力加速度的绝对值, 在地球物理等领域有着广泛的应用. 振动补偿是一种有效减小地面振动对绝对重力仪测量精度的影响的方法, 尤其适用于复杂振动环境. 本文介绍了一种基于传递函数简化模型的、用于实时修正原子干涉式绝对重力仪干涉条纹的振动补偿方法, 给出了该方法的工作原理及搜索模型系数的具体算法流程, 然后利用仿真运算验证算法的有效性, 最后利用已有的原子干涉式绝对重力仪对算法效果进行了实验评估. 结果表明, 使用该振动补偿算法对原子重力仪的干涉条纹进行修正, 最大可将干涉条纹的余弦拟合残差的标准差衰减 58%. 该振动补偿算法具有较强的自适应性, 有望提升原子干涉式绝对重力仪在不同测量环境尤其是复杂振动环境中的测量精度.

关键词: 绝对重力仪, 振动修正, 地震计, 原子干涉**PACS:** 91.10.-v, 91.10.Pp, 07.10.-h, 43.40.Yq**DOI:** 10.7498/aps.71.20220037

1 引言

绝对重力测量, 即对重力加速度绝对值的精确测量, 在辅助导航、资源勘探、地球物理、计量领域都有着广泛的应用^[1-4]. 现有的高精度绝对重力仪普遍采用自由落体法, 主要包括以角锥棱镜为下落物体的激光干涉式绝对重力仪^[5-8]和以冷原子团为下落物体的原子干涉式绝对重力仪^[9-14], 以下分别简称为光学重力仪和原子重力仪. 前者通过激光干涉仪测量角锥棱镜在真空中自由下落的运动轨迹, 拟合求解重力加速度, 后者根据原子团在自由下落的过程中经过 3 次拉曼激光脉冲作用形成的原子干涉条纹来计算重力加速度. 由于二者的实际测量对象是下落物体或下落原子团相对于仪器内一个参考镜 (角锥棱镜或平面镜) 的运动加速度, 因此参考镜自身的加速度必然耦合到测量结果中. 理论上, 忽略参考镜自身振动时, 现有的绝对重力

仪的测量精度可以达到微伽 (μGal , $1 \mu\text{Gal} = 1 \times 10^{-8} \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$) 量级; 但实际上, 如果直接将参考镜放置在地面上, 地面振动引起的测值离散度将超过 $10 \mu\text{Gal}$, 在复杂振动环境中甚至达到 mGal 或 10 mGal 量级. 因此, 利用测振仪器获得参考镜自身的运动加速度并在计算重力加速度时对其影响进行修正是提高绝对重力仪测量精度的有效手段之一, 这种修正方法一般称为振动补偿.

具体而言, 影响原子重力仪的地面振动噪声主要为环境噪声, 与测量时间和测量点的地基、坐标及环境有关, 可以根据频率来粗略区分. 首先是人类活动噪声, 一般大于 1 Hz , 如仪器测试期间附近的人员走动, 车辆等人工振源产生的振动, 以及建筑物的晃动等. 其次是来自地球本身的噪声, 一般在 $0.1\text{--}1.0 \text{ Hz}$ 之间, 主要包括周期性的脉动和地震等地球内部运动引起的振动, 其中地脉动噪声模型的加速度功率谱密度在频率为 0.2 Hz 和 3.0 Hz 的位置存在峰值^[15]. 最后是气压波动等大气运动

* 国家重点研发计划 (批准号: 2021YFB3900204) 和中国计量科学研究院基本科研业务费 (批准号: 29-AKY1922-21、AKYZD2002) 资助的课题.

[†] 通信作者. E-mail: yaojm@nim.ac.cn

噪声,一般小于 0.1 Hz, 普遍变化缓慢且幅值较低,对绝对重力测量的影响可以忽略^[16,17]. 由于绝对重力测量只依靠垂直方向的位移数据进行计算,因此对原子干涉条纹进行振动补偿时,一般忽略地面振动的水平分量,仅需使用测振仪器输出的垂直振动信号.

目前国际上较为成熟的原子重力仪是法国巴黎天文台研制的 CAG-01 型原子重力仪,曾参加过多次国际重力比对,采用的振动处理方法为被动式垂直隔振系统与振动补偿的结合,其中振动补偿的具体原理为:数据采集卡同步记录原子干涉过程中的地震计输出的速度信号与原子干涉条纹,在控制软件中利用无限冲激响应 (infinite impulse response, IIR) 滤波器和非因果低通滤波器对地震计信号进行处理,以减小地震计传递函数幅频特性不恒定、相频特性存在非线性的影响,获得更真实的参考镜振动信号,最后利用处理后的信号得到由参考镜振动引入的相位噪声,修正原子干涉条纹. 在该仪器所在的测量环境中,此振动补偿方法本身可以使重力仪灵敏度提升为原来的 3 倍^[11]. 德国汉诺威大学提出利用数字式低通和高通滤波器对振动传感器的输出信号进行前处理,以得到更为精确的参考镜振动引入的相位噪声,从而实现振动补偿. 其实验结果表明,在较安静的环境中利用高精度商用地震计进行振动补偿,或在复杂振动环境中使用精度较低的商用加速度计或其自主研发的新型光学惯性传感器进行补偿,均可以有效提高重力仪的灵敏度^[18]. 在我国,浙江大学自制的原子重力仪同样采用了振动补偿方法,其主要特点为利用商用反演软件修正地震计实测传递函数的影响以获得更真实的参考镜振动信号. 在其实验室环境中,该方法可以将重力仪的灵敏度提升至与使用被动隔振系统时相近的水平^[19]. 国防科技大学对参考镜垂向振动及水平偏转引入的测量噪声进行了详细分析,利用加速度计测量原子重力仪工作时的参考镜振动,同时对加速度计与参考镜之间的传递函数进行了较为精确的标定. 实测结果表明在较复杂的振动环境中其振动补偿方法可以实现显著的振动补偿效果^[20]. 军事科学院国防创新院提出的振动补偿方法则采用具有高精度四通道移相探测器的迈克耳孙激光干涉仪替代传统振动传感器. 该干涉仪可以直接测量出原子干涉条纹的相移,并结合信号整形、数字鉴相等方法确定拉曼激光脉冲作用前后

原子干涉条纹的相位小数的变化,得到参考镜振动引起的原子干涉相位偏差. 去除该相位偏差,即可对重力仪测量到的跃迁概率信号进行修正^[21]. 此外,中国计量科学研究院、中国科学院精密测量研究院、华中科技大学、中国科技大学、国防科技大学、美国斯坦福大学、德国洪堡大学等单位也研制了不同类型的隔振系统^[12,13,22–26],以减小地面振动对原子重力仪的影响.

德国汉诺威大学的 Richardson 等^[18]和我国国防科技大学的研究人员^[20]均指出,传统振动传感器与参考镜由于安装位置不同形成的机械传递函数可能是影响振动补偿精度的重要因素;在原子重力仪进行正式测量前对该传递函数中的关键系数进行初始标定有助于提高振动补偿效果. 这些分析为提升原子重力仪的振动补偿精度提供了重要指导,但目前尚无具有普适性的、能够在任意测量时间及地点快速实现对传递函数进行实时修正的具体振动补偿算法. 而在光学重力仪方面,清华大学的研究人员给出了对重力测量结果进行实时修正的基于相同简化模型的具体振动补偿算法,并提供了该算法在不同地点对延时系数和增益系数进行实时计算的结果及重力测量的实测结果^[27–29]. 他们采用的传感器为高精度地震计,利用相关分析法或黄金分割法搜索出当前环境下这 2 个系数的具体值,并对下落物体轨迹信号进行修正. 对同一套振动补偿算法,输入在中国计量科学研究院昌平院区的安静环境中测得的重力数据和地震计数据,算法的直接输出结果表明振动补偿后光学重力仪的测量分辨率可以提升 5 倍;输入在清华大学所处的复杂振动环境中的数据,结果表明振动补偿可将重力仪的测量分辨率提升 16 倍,效果更为显著^[27]. 该算法最大的特点是较强的自适应性,在不同时刻和不同地点的测量过程中可以直接使用,以保证真实的机械传递函数因环境变化而发生改变时对其当前值进行实时估算,实现当时当地最好的振动补偿效果. 受上述研究结果的启发,基于上述简化模型,本文给出了一套振动补偿算法的工作原理和具体流程,该振动补偿算法可以应用于原子重力仪,对传递函数进行实时标定. 我们通过仿真运算对算法的有效性进行了详细验证,最后利用实验室自主研发的原子重力仪实际评估了该算法对原子干涉条纹拟合精度和重力测值离散度的补偿效果,为提高原子重力仪在不同环境甚至是复杂振动环境中

的测量精度提供帮助.

2 原理

2.1 应用于原子重力仪的振动补偿原理

原子重力仪基于冷原子物质波干涉原理, 将激光脉冲作用到冷原子团, 通过双光子受激拉曼跃迁或多光子布拉格衍射过程来实现原子干涉过程^[9]. 以基于受激拉曼跃迁的原子重力仪为例, 冷原子团在真空腔中自由下落, 真空腔下方的平面参考镜将垂直向下的拉曼激光原路反射, 使两束对射的激光同时作用于原子团, 在此过程中 3 个连续的激光脉冲实现了原子波包的分束、反转和合束, 分别为第 1 个 $\pi/2$ 脉冲、 π 脉冲和第 2 个 $\pi/2$ 脉冲, 相邻脉冲的时间间隔为 T ^[30]. 合束后任一能态的原子均由 2 条路径上的原子叠加而成, 通过荧光信号可以探测脉冲作用后原子团的跃迁概率 P , 即干涉条纹, 满足

$$P = \frac{1}{2}(A + B \cos \Delta\Phi), \quad (1)$$

式中: $\Delta\Phi$ 为原子相位, 与当地的重力加速度 g 有关; 代表条纹对比度的系数 A 和 B 可以通过对干涉条纹进行余弦拟合得到. 理想情况下, 原子相位 $\Delta\Phi$ 等于其理论值 $\Delta\Phi_{\text{th}}$, 即

$$\Delta\Phi_{\text{th}} = (k_{\text{eff}}g - \alpha)T^2, \quad (2)$$

式中, k_{eff} 为有效波矢, α 表示激光的扫频速率. 重力仪的控制软件调控 (2) 式中的 α 线性增大, 则原子相位 $\Delta\Phi$ 也将线性变化, 使干涉条纹呈现为标准余弦信号的形式. 此时 P 应与由 P 拟合出的标准信号 P_{fit} 完全相同, 有

$$P = P_{\text{fit}} = \frac{1}{2}(A + B \cos \Delta\Phi_{\text{th}}). \quad (3)$$

但实际情况下, 受到各种相位噪声的影响, 原子相位 $\Delta\Phi$ 等于其实际值 $\Delta\Phi_{\text{m}}$, 有

$$\Delta\Phi_{\text{m}} = (k_{\text{eff}}g - \alpha)T^2 + \Delta\varphi_{\text{vib}} + \Delta\varphi_{\text{others}}, \quad (4)$$

式中 $\Delta\varphi_{\text{vib}}$ 为参考镜振动引入的相位噪声, 以下简称为振动相位; $\Delta\varphi_{\text{others}}$ 为其他噪声源引入的相位噪声的总和, 以下简称为其他相位噪声. 此时 P 由 P_{fit} 变为

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{2}(A + B \cos \Delta\Phi_{\text{m}}) \\ &= \frac{1}{2}[A + B \cos(\Delta\Phi_{\text{th}} + \Delta\varphi_{\text{vib}} + \Delta\varphi_{\text{others}})]. \end{aligned} \quad (5)$$

当振动相位在相位噪声中占主导时, 依据上述原理可以确定修正干涉条纹 P 的振动补偿过程. 第一步, 对原始实测条纹 $P(\Delta\Phi_{\text{th}})$ 进行余弦拟合, 得到拟合出的理论条纹 $P_{\text{fit}}(\Delta\Phi_{\text{th}})$ 和 (1) 式中的系数 A 和 B . 需要说明的是, 此时可以将原子重力仪在正式测量前的初始测量过程中获得的粗测值 g_{th} 代入 (2) 式以得到拟合条纹 P_{fit} . 这是因为原子重力仪到达一个新的测量地点后一般都需要在启动阶段通过改变拉曼间隔 T 并扫描扫频速率 α 来获得正式测量所用的中心值 α_{center} , 而该测点的粗测重力值即为 $g_{\text{th}} = \alpha_{\text{center}}/k_{\text{eff}}$. 此后每一次或每一组跃迁概率数据都对应真实重力值相对于该粗测值的偏差 Δg , 所以实际上重力仪最终输出的高精度测值为 $g = g_{\text{th}} + \Delta g$. 因此利用粗测值 g_{th} 计算拟合条纹有利于提高计算效率, 这也符合原子重力仪的一般测试流程^[19,20]. 第二步, 通过振动传感器获得一段时间 t 内参考镜的真实振动速度 $v_{\text{m}}(t)$, 进而根据

$$\Delta\varphi_{\text{vib}} = k_{\text{eff}} \int_{T_1}^{T_3} S(t)v_{\text{m}}(t)dt. \quad (6)$$

计算出真实的振动相位 $\Delta\varphi_{\text{vib}}$, 其中 $S(t)$ 为重力仪的灵敏度函数, T_1 和 T_3 分别为第 1 个 $\pi/2$ 脉冲和第 2 个 $\pi/2$ 脉冲的作用时刻, 均由重力仪控制软件的已知参数决定. 第三步, 计算出仅受振动影响时的原子相位 $\Delta\Phi_{\text{v}}$ 和跃迁概率 P_{v} , 即

$$\begin{cases} \Delta\Phi_{\text{v}} = \Delta\Phi_{\text{th}} + \Delta\varphi_{\text{vib}} = (k_{\text{eff}}g_{\text{th}} - \alpha)T^2 + \Delta\varphi_{\text{vib}}, \\ P_{\text{v}} = \frac{1}{2}(A + B \cos \Delta\Phi_{\text{v}}). \end{cases} \quad (7)$$

此时重新以 $\Delta\Phi_{\text{v}}$ 为横坐标、 P 为纵坐标得到的数据对 $P(\Delta\Phi_{\text{v}})$ 即为修正后的干涉条纹, 至此补偿过程结束. 如图 1 所示, 与蓝色圆圈表示的原始条纹 $P(\Delta\Phi_{\text{th}})$ 相比, 红色方块表示的修正条纹 $P(\Delta\Phi_{\text{v}})$ 的横坐标有所移动, 理论上应更接近灰色

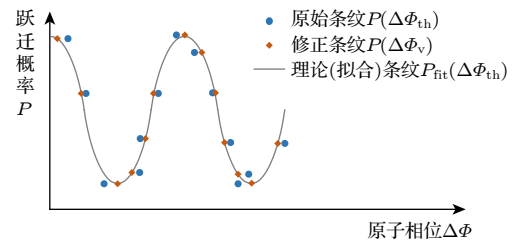


图 1 原子干涉条纹示意图

Fig. 1. Schematic diagram of the fringe signal of atomic interferometer.

的标准余弦信号, 即拟合出的理论条纹 $P_{\text{fit}}(\Delta\Phi_{\text{th}})$. 也就是说, 对修正后的条纹 $P(\Delta\Phi_{\text{v}})$ 再次进行余弦拟合时的均方根误差 (root mean square error, RMSE) 值应小于对原始条纹 $P(\Delta\Phi_{\text{th}})$ 进行拟合时的 RMSE 值.

2.2 基于传递函数简化模型的振动补偿方法

基于传递函数简化模型以实现上述振动补偿过程的方法包括硬件和软件两方面.

硬件方面, 由于目前尚无以原子重力仪的参考镜为敏感质量的地震计, 因此一般而言只能用一台独立的地震计或加速度计放在参考镜旁边或下方测量其振动. 然而, 受机械结构及地震计自身性能的限制, 地震计输出信号 $U_s(t)$ 并不能完全真实地反映参考镜的振动速度 $v_m(t)$, 二者的关系如图 2 所示, 其中 G_a 表示从地面振动速度到参考镜振动速度的传递函数, G_b 表示从地面振动速度到地震计敏感质量振动速度的传递函数, G_c 表示从敏感质量运动速度到地震计输出电压之间的传递函数. 由于地震计内部的敏感质量与参考镜的实际位置必然存在水平和垂直差异, 因此 G_a 与 G_b 不可能相等, 且当地基材料改变时, 这两个传递函数本身也可能发生变化. 另一方面, 地震计自身的传递函数 G_c 并非幅频特性恒定、相频特性为线性的理想传递函数^[31], 且有可能随测量时间与环境的改变而发生变化 (这是因为温度、湿度、气压等环境参数会对地震计内部的机电模块参数产生影响, 且这些参数可能随时间发生漂移). 综上, 参考镜的真实振动速度与地震计输出的电压信号之间的传递函数 H 满足

$$V_m = \frac{G_a}{G_b G_c} U_s = H U_s. \quad (8)$$

因此对传递函数 H 的求解将直接影响振动补偿的效果.

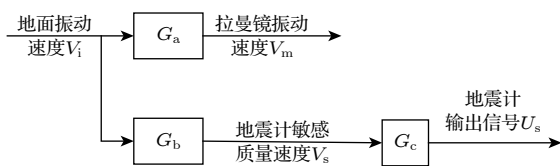


图 2 地震计输出信号与参考镜真实振动的关系

Fig. 2. Transfer function between the vibration of reference mirror and the output signal of seismometer.

虽然实际情况中 G_a , G_b , G_c 不易测量且可能改变, 导致测量人员无法得到总传递函数 H 的精确值, 但由于单次重力测量任务中测量环境不会有显著变化, 且测量时间一般不超过 24 h, 因此可以利用由一个延时系数 τ 和一个增益系数 K 组成的简化模型来估算 H , 并认为这两个系数的数值在当前测量过程中保持不变^[27]. 由此可得图 2 的简化模型为

$$v_m(t) = K v_s(t + \tau) = \frac{1}{K_s} K U_s(t + \tau). \quad (9)$$

式中, K_s 为地震计的标称灵敏度, 由制造商提供.

理论上当延时系数 τ 和增益系数 K 取最接近真实值时, 利用地震计输出电压 U_s 和 (9) 式计算出的参考镜振动速度 $v_m(t)$ 也最接近真实值, 对条纹的修正效果最好. 因此振动补偿可以选取对条纹进行拟合时的 RMSE 值作为优化目标, 基本思路为: 给定 τ 的取值范围, 遍历搜索使 RMSE 值达到最小值时对应的最优延时系数 τ_{opt} ; 再给定 K 的取值范围, 在设定延时为 τ_{opt} 的情况下, 再次遍历搜索使 RMSE 达到最小值时对应的最优增益系数 K_{opt} . 最后, 在设定延时为 τ_{opt} 、增益为 K_{opt} 的情况下, 得到修正后的条纹 $P(\Delta\Phi_{\text{v}})$ 及其余弦拟合时的 RMSE 值.

由此得到具体的算法流程如图 3 所示, 相应的处理程序即为振动补偿方法的软件部分. 上述分析中使用的主要物理符号汇总在表 1 中.

2.3 振动补偿前后干涉条纹拟合残差的变化

上述振动补偿算法的优化目标为拟合干涉条纹时的 RMSE 值. 该值具有简单直观的数学含义, 但物理意义不明显. 类比基于相同简化模型的振动补偿方法在光学重力仪中的算法流程^[27], 可以用另一种更具有物理意义的变量作为振动补偿效果的最终评价指标, 即干涉条纹拟合残差的变化.

运行振动补偿算法前, 先计算出原始条纹 $P(\Delta\Phi_{\text{th}})$ 相较于理论条纹 $P_{\text{fit}}(\Delta\Phi_{\text{th}})$ 的残差 $R_m(\Delta\Phi_{\text{th}})$ 的标准差 σ_m , 即

$$\sigma_m = \sigma(P - P_{\text{fit}}) = \sigma(R_m). \quad (10)$$

运行振动补偿算法后, 利用搜索出的最优延时系数 τ_{opt} 和增益系数 K_{opt} , 根据 (6) 式, (7) 式和 (9) 式得到仅受振动影响的干涉条纹 P_v 相较于理论条

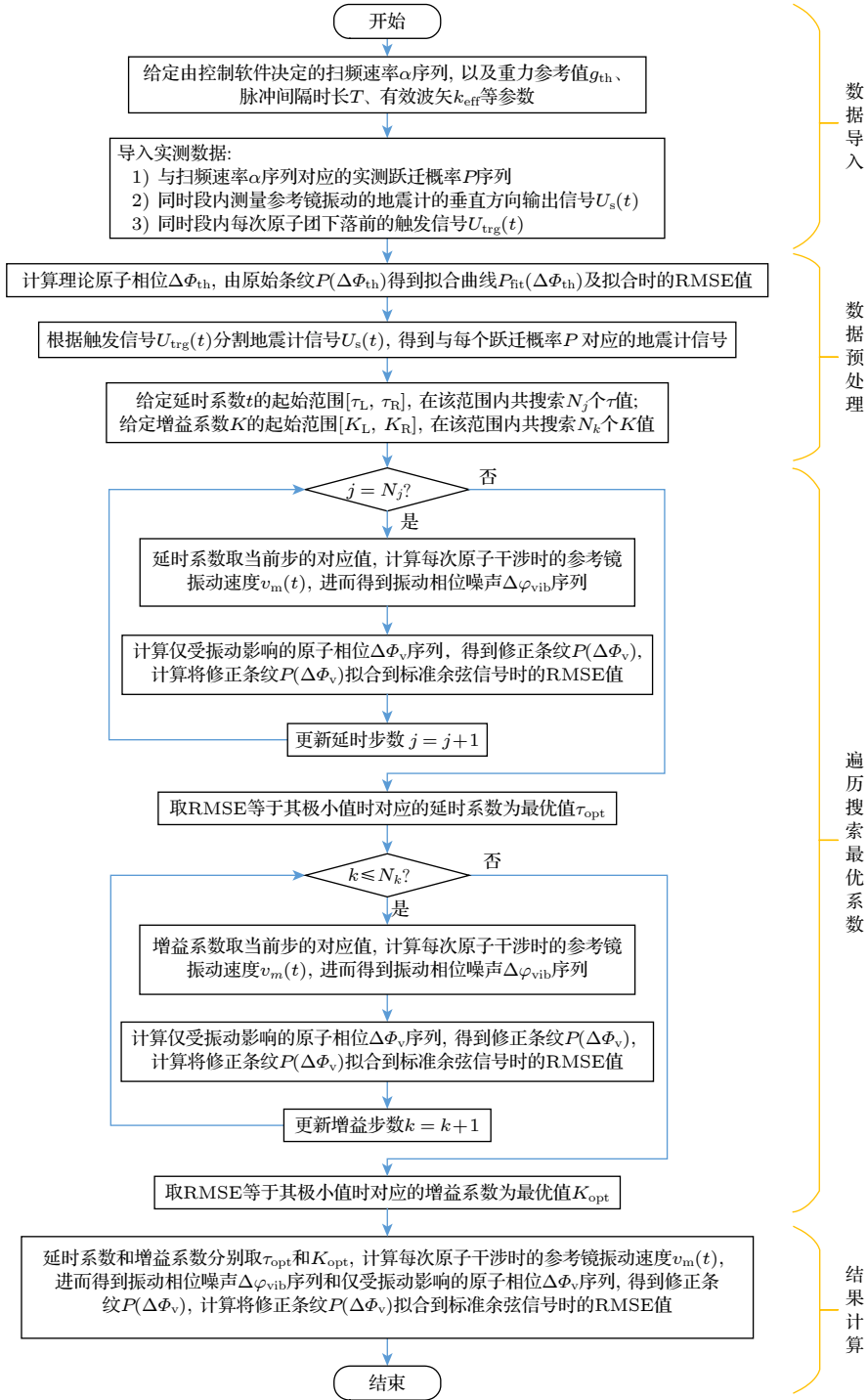


图 3 基于系数搜索的振动补偿算法流程

Fig. 3. The algorithm of the vibration correction method based on element searching.

纹 P_{fit} 的残差 R_v . 同时, 记原始条纹 P 与仅受振动影响的条纹 P_v 的差值为 R_c . 显然 R_c 也就是原始条纹残差 R_m 与仅受振动影响的条纹残差 R_v 的差值, 相当于去除振动影响后的条纹残差. 理论上振动补偿效果越好, 则振动相位 $\Delta\varphi_{\text{vib}}$ 的计算越准确, 推算出的仅由振动引入的条纹残差 R_v 也越接

近原始条纹残差 R_m . 此时 R_c 将趋近于仅由其他相位噪声 $\Delta\varphi_{\text{others}}$ 引入的条纹残差, 其标准差 σ_c 也应趋于最小值. 因此可以以

$$\sigma_c = \sigma(R_c) = \sigma(P - P_v) = \sigma(R_m - R_v) \quad (11)$$

相较原始条纹残差 R_m 的标准差 σ_m 的衰减程度作为衡量振动补偿效果的最终指标.

表 1 主要物理符号描述
Table 1. Description of main symbols.

符号	含义	说明
$P(\Delta\Phi_{\text{th}})$	原始干涉条纹	横坐标为理论原子相位 $\Delta\Phi_{\text{th}}$, 纵坐标为跃迁概率的实测值 P
$P_{\text{fit}}(\Delta\Phi_{\text{th}})$	理论干涉条纹	横坐标仍为 $\Delta\Phi_{\text{th}}$, 纵坐标为对 P 进行余弦拟合得到的拟合值 P_{fit}
U_s, v_m	地震计输出电压, 参考镜真实速度	—
τ, K	延时系数, 增益系数	从 U_s 到 v_m 的传递函数 H 的简化模型中的系数
$\tau_{\text{opt}}, K_{\text{opt}}$	最优延时系数, 最优增益系数	振动补偿算法搜索出的最优值
$\Delta\varphi_{\text{vib}}$	推算出的振动相位噪声	从 U_s 根据搜索出的 τ_{opt} 和 K_{opt} 以及重力仪灵敏度函数 $S(t)$ 计算得到
$\Delta\Phi_v$	推算出的仅受振动影响的原子相位	—
$P(\Delta\Phi_v)$	修正干涉条纹	与原始干涉条纹相比, 横坐标由 $\Delta\Phi_{\text{th}}$ 变为 $\Delta\Phi_v$

3 仿真实验

上述振动补偿算法的效果将在实验室自主研发的 NIM-AGRB-1 型原子重力仪^[12]上进行考察. 实际测量之前, 可以利用美国 MathWorks 公司生产的 MATLAB 软件验证算法的有效性, 具体的仿真流程为: 1) 参考 NIM-AGRB-1 型重力仪的控制参数和之前的实测数据, 给定合理的计算参数值, 包括波矢 k_{eff} 、粗测重力值 g_{th} 、灵敏度函数 $S(t)$ 、拉曼激光的脉冲间隔 $T = 80 \text{ ms}$ 、1 min 内线性增大的扫频速率序列 α (时间间隔为 2 s, 相当于原子团的下落间隔)、决定干涉条纹对比度的系数 A 和 B 等; 2) 给定 1 min 内代表随机振动的速度信号的幅值 A_{rand} 和代表地脉动的速度信号的频率序列 f_s 及相应的幅值序列 A_s , 具体取值参考地脉动噪声功率谱密度的新高噪声模型 (new high noise model, NHNM)^[15], 设定参考镜真实振动速度信号 $v_m(t)$ 为这些信号的总和; 3) 根据 (6) 式计算参考镜振动引入的真实相位噪声 $\Delta\varphi_{\text{vib}}$, 再根据 (4) 式和 (5) 式计算其他相位噪声 $\Delta\varphi_{\text{others}}$ 为 0 时的跃迁概率 P_{sim} , 该概率 P_{sim} 即代表原子重力仪输出信号 P 的仿真值, 数据量 $N = 30$, 如图 4(a) 所示; 4) 设定真实延时系数 $\tau_{\text{set}} = 5 \text{ ms}$, 真实增益系数 $K_{\text{set}} = 0.9$, 设定地震计灵敏度 K_s 为将在实测中使用的 CMG-3 ESP 型地震计的灵敏度, 根据 (9) 式反推出此时地震计敏感质量的振动速度和地震计输出电压的仿真值 $v_s(t)$ 和 $U_s(t)$, 注意 $U_s(t)$ 即代表地震计在原子重力仪工作时同步输出的信号, 如图 4(b) 所示; 5) 对上述仿真出的概率 P_{sim} 和地震计电压信号 $U_s(t)$ 运行振动补偿算法.

记以上仿真过程为第 1 种情况, 运算结果如图 5 和图 6 所示. 可以看出, 不考虑其他相位噪声

时, 该算法可以精确地搜索出设定的延时系数 $\tau = 5 \text{ ms}$ 和增益系数 $K = 0.9$ (如图中黑色虚线所示, 下同), 并将原始条纹 $P_{\text{sim}}(\Delta\Phi_{\text{th}})$ 调整为更接近理论条纹 $P_{\text{fit}}(\Delta\Phi_{\text{th}})$ 的修正条纹 $P_{\text{sim}}(\Delta\Phi_v)$, 其中典型的修正位置用橘色圆圈标出. 补偿前对原始条纹 $P_{\text{sim}}(\Delta\Phi_{\text{th}})$ 进行余弦拟合时的 RMSE 值为 13.1×10^{-3} , 而补偿后对修正条纹 $P_{\text{sim}}(\Delta\Phi_v)$ 进行余弦拟合时的 RMSE 值仅为 0.02×10^{-3} . 同时该算法计算出的仅受振动影响的条纹相对于理论条纹

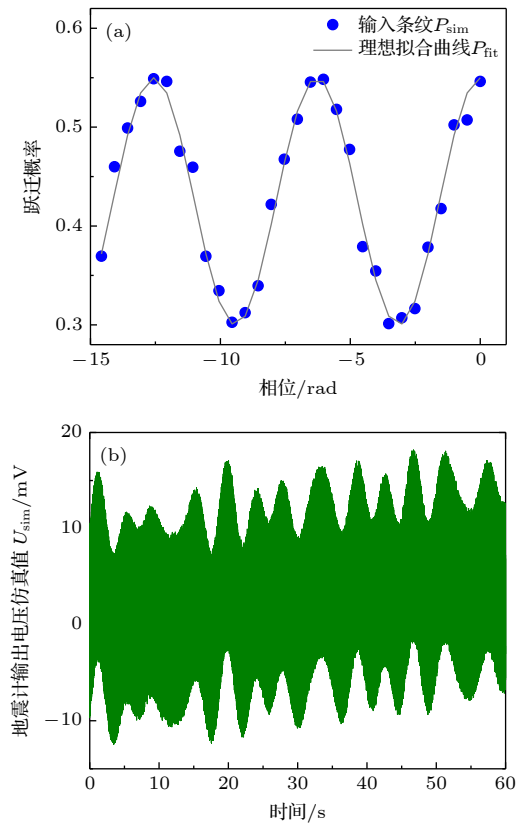


图 4 (a) 仿真干涉条纹; (b) 仿真振动信号

Fig. 4. (a) The simulated fringe signal; (b) the simulated output of seismometer.

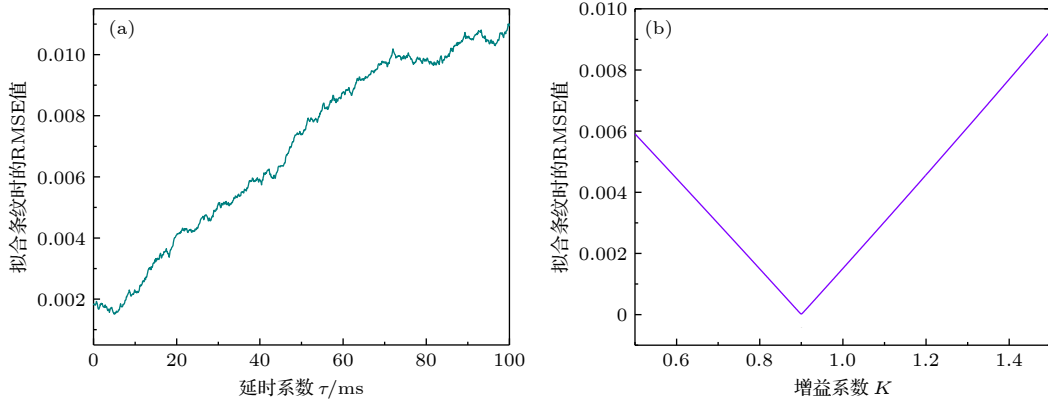


图 5 其他相位噪声为 0 时仿真得到的拟合 RMSE 值与 (a) 延时系数和 (b) 增益系数的关系

Fig. 5. The RMSE value of fringe fitting as a function of (a) time delay and (b) proportional element, without considering other phase noises, calculated by simulation.

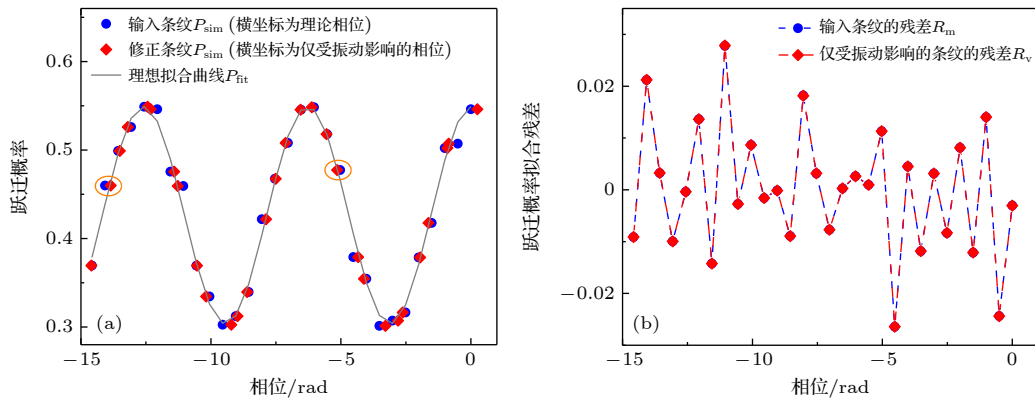


图 6 其他相位噪声为 0 时仿真得到的 (a) 修正前后的干涉条纹与理论拟合曲线 (典型修正点用橘色圆圈标出), (b) 原始条纹的拟合残差与计算出的仅由振动导致的条纹的拟合残差

Fig. 6. (a) The simulated fringe signals before and after vibration correction with the fitted curve as the reference (with the typical corrected data marked by orange circles), and (b) the fitting residual of the simulated fringe signals, without considering other phase noises.

的残差 $R_v(\Delta\Phi_{th})$ 和原始条纹相对于理论条纹的残差 $R_m(\Delta\Phi_{th})$ 完全相同. 依据 2.3 节提出的评价指标, 此时原始条纹残差 R_m 的标准差 σ_m 为 12.39×10^{-3} , 而去除振动影响后的条纹残差 R_c 的标准差 σ_c 仅为 0.02×10^{-3} , 衰减幅度达到 99.8%, 验证了该振动补偿算法的有效性.

进一步, 修改前述仿真流程的第 3 步, 设定其他相位噪声 $\Delta\varphi_{others}$ 为 ± 10 mrad 范围内的随机值. 这种设定可以更准确地模拟实际测量, 记该仿真过程为第 2 种情况. 此时虽然振动相位 $\Delta\varphi_{vib}$ 的范围约为 ± 400 mrad, 是其他相位噪声 $\Delta\varphi_{others}$ 的 40 倍, 但仿真运算结果表明其他相位噪声的干扰仍不可忽视. 如图 7 和图 8 所示, 此时算法搜索出的延时系数为 $\tau = 2.7$ ms, 与设定值的区别达到毫秒量级; 增益系数为 $K = 0.957$, 与设定值相比偏

大 6.3%. 此时虽然该算法同样可以将原始条纹 $P_{sim}(\Delta\Phi_{th})$ 调整为更接近理论条纹 $P_{fit}(\Delta\Phi_{th})$ 的修正条纹 $P_{sim}(\Delta\Phi_v)$ (典型位置如橘色圆圈所示), 但偶尔会因设定为随机值的其他相位噪声 $\Delta\varphi_{others}$ 而产生随机运算误差, 如绿色方框所示的数据被修正到理论条纹曲线的另一侧而不是曲线上; 计算出的仅由振动引入的条纹残差 $R_v(\Delta\Phi_{th})$ 和原始条纹残差 $R_m(\Delta\Phi_{th})$ 大致相同, 但也存在一定差异. 最后, 此时原始条纹残差 R_m 的标准差 σ_m 为 17.32×10^{-3} , 而去除振动影响后的条纹残差 R_c 的标准差 σ_c 为 7.82×10^{-3} , 衰减幅度为 54.8%, 明显小于第 1 种情况的衰减幅度.

上述结果说明其他相位噪声将明显限制振动补偿算法的有效性. 当振动环境变差, 即振动相位 $\Delta\varphi_{vib}$ 在总相位噪声中的权重增加时, 算法的有效

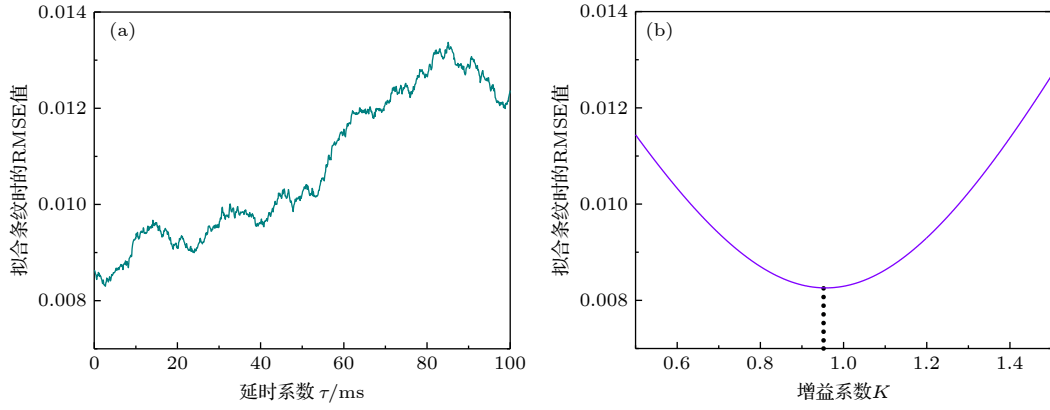


图 7 考虑其他相位噪声时仿真得到的拟合 RMSE 值与 (a) 延时系数和 (b) 增益系数的关系

Fig. 7. The RMSE value of fringe fitting as a function of (a) time delay and (b) proportional element, with other phase noises considered, calculated by simulation.

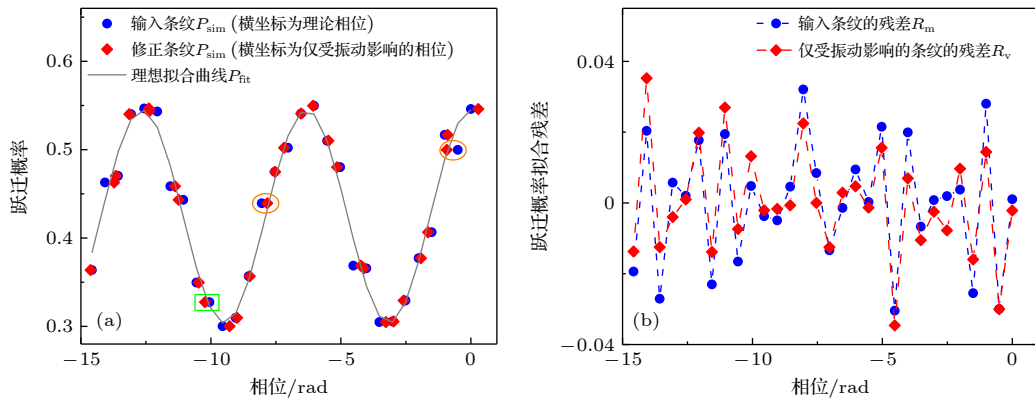


图 8 考虑其他相位噪声时仿真得到的 (a) 修正前后的干涉条纹与理论拟合曲线 (典型修正点用橘色圆圈和绿色方框标出), (b) 原始残差与计算出的仅由振动导致的条纹残差

Fig. 8. (a) The simulated fringe signals before and after vibration correction with the fitted curve as the reference (with the typical corrected data marked by orange circles and green square), and (b) the fitting residual of the simulated fringe signals, with other phase noises considered.

性将显著提升. 例如, 仍取其他相位噪声 $\Delta\varphi_{\text{others}}$ 为 ± 10 mrad 范围内的随机值, 将参考镜振动信号 $v_m(t)$ 中随机振动的幅值 A_{rand} 增大为原来的 10 倍, 并记该仿真过程为第 3 种情况. 此时拟合得到的延时系数为 $\tau = 4.1$ ms, 增益系数为 $K = 0.919$, 比第 2 种情况更接近设定值; 原始条纹残差 R_m 的标准差 σ_m 为 29.28×10^{-3} , 去除振动影响后的条纹残差 R_c 的标准差 σ_c 为 6.78×10^{-3} , 衰减幅度为 76.8%, 高于第 2 种情况. 因此, 理论上当原子重力仪在复杂振动环境中测量时, 该算法将发挥更为明显的作用.

另一方面, 增大数据量可以在小范围内提升振动补偿算法对延时系数和增益系数的计算精度, 但对条纹修正效果的提升水平有限. 例如, 设定其他相位噪声 $\Delta\varphi_{\text{others}}$ 和振动相位 $\Delta\varphi_{\text{vib}}$ 取值等同于

第 2 种情况, 但将原子团下落的时间间隔减小为 1 s. 在仿真总时长仍为 1 min 的情况下, 此时跃迁概率信号的数据量扩大 1 倍, 达到 $N = 60$, 记该仿真过程为第 4 种情况. 此时拟合得到的延时系数为 $\tau = 6.8$ ms, 增益系数为 $K = 0.876$, 比第 2 种情况更接近设定值; 但原始条纹残差 R_m 的标准差 σ_m 为 14.80×10^{-3} , 去除振动影响后的条纹残差 R_c 的标准差 σ_c 为 6.56×10^{-3} , 衰减幅度为 55.7%, 和第 2 种情况差别不大.

表 2 汇总了以上所有运算结果. 可以看出, 补偿前后对条纹进行余弦拟合时的 RMSE 值的衰减幅度和条纹残差标准差的衰减幅度及变化规律大致相同. 如 2.3 节所述, 条纹残差的变化更具有物理意义, 因此在后续分析实测结果时不再专门提及 RMSE 值的衰减幅度.

表 2 仿真运算结果
Table 2. Simulated results.

序号	1	2	3	4
输入参数	$ \Delta\varphi_{\text{vib}} \leq 400 \text{ mrad},$ $\Delta\varphi_{\text{others}} = 0, N = 30$	$ \Delta\varphi_{\text{vib}} \leq 400 \text{ mrad},$ $ \Delta\varphi_{\text{others}} \leq 10 \text{ mrad},$ $N = 30$	$ \Delta\varphi_{\text{vib}} \leq 4000 \text{ mrad},$ $ \Delta\varphi_{\text{others}} \leq 10 \text{ mrad},$ $N = 30$	$ \Delta\varphi_{\text{vib}} \leq 400 \text{ mrad},$ $ \Delta\varphi_{\text{others}} \leq 10 \text{ mrad},$ $N = 60$
设定值 $\tau_{\text{set}}/\text{ms}$	5			
计算值 $\tau_{\text{opt}}/\text{ms}$	5.0	2.7	4.1	6.8
设定值 K_{set}	0.9			
计算值 K_{opt}	0.900	0.957	0.919	0.876
条纹拟合 RMSE值	补偿前/ 10^{-3}	13.1	18.3	30.9
	补偿后/ 10^{-3}	0.02	8.3	7.2
	衰减比/%	99.8	54.6	76.7
条纹残差 标准差	补偿前 $\sigma_{\text{m}}/10^{-3}$	12.39	17.32	29.28
	补偿后 $\sigma_{\text{c}}/10^{-3}$	0.02	7.82	6.78
	衰减比/%	99.8	54.8	76.8

4 实验结果

4.1 实验设备

该振动补偿算法的实际效果在中国计量科学研究院自主研制的 NIM-AGrb-1 型原子重力仪上进行了验证. NIM-AGrb-1 型重力仪具有两种工作模式: 其一为条纹扫描模式, 在此期间拉曼激光波矢 k_{eff} 保持不变, 扫频速率 α 线性增加, 可以得到原子干涉条纹; 其二为重力测量模式, 在此期间拉曼激光波矢 k_{eff} 不断反向, 即每一次作用于下落原子团时, 激光脉冲的波矢 k_{eff} 均与上一次作用时数值相同、方向相反. 此时, 结合在原子钟上运用的闭环锁相技术, 可以实现对扫频速率 α 的交叉锁定, 进而保证每一次原子团下落后都能得到重力测值 g , 而不必等待整个干涉条纹测量完毕后拟合出初相位进而计算出重力值, 或依据基于不同拉曼

间隔 T 得到的干涉条纹的交叉点位置来计算重力值. 配合清华大学研制的被动式零长弹簧结构的隔振系统, 该重力仪可实现 $44 \mu\text{Gal}\cdot\text{Hz}^{-1/2}$ 的灵敏度, 合成不确定度约为 $5.2 \mu\text{Gal}$ ^[12].

验证该振动补偿算法时, NIM-AGrb-1 型重力仪在第一种条纹扫描模式下工作, 此时重力仪的输出信号为实测跃迁概率 P 而非重力测值 g , 且最多扫描 3 个整周期的干涉条纹. 本实验的现场情况如图 9(a) 所示, 测试地点为中国计量科学研究院昌平院区重力实验楼. 实验过程中参考镜直接放置在重力仪探测腔下方的地面上, 旁边放置英国 Guralp 公司生产的 CMG-3 ESP 型地震计, 其输出信号的灵敏度为 $K_s = 2000 \text{ V}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}$ ^[31]. 探测腔中冷原子团下落期间的激光脉冲的时间间隔为 $T = 80 \text{ ms}$, 激光波长约为 780 nm , 相邻原子团下落的时间间隔为 2 s . 受重力仪自身软件的控

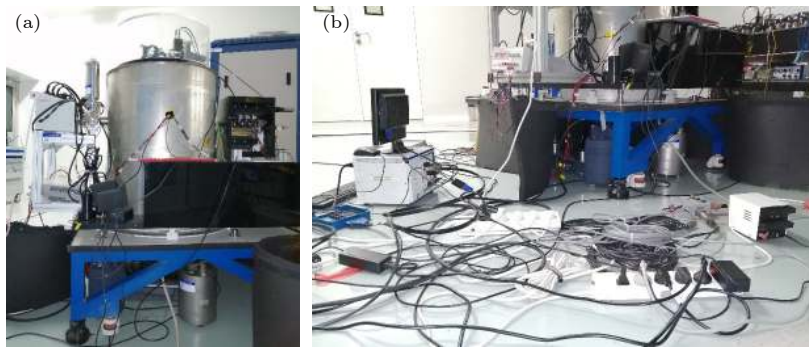


图 9 实验现场图 (a) NIM-AGrb-1 型原子重力仪; (b) 地震计信号及触发信号采集系统

Fig. 9. Photograph of (a) NIM-AGrb-1 atomic-interferometry absolute gravimeter, and (b) the data acquisition device recording the voltage signal of seismometer and trigger.

制, 采集跃迁概率 P 的数据采集卡的采样频率为 1 Hz, 无法用于对地震计输出电压的采样, 因此使用第二台美国 National Instruments 公司生产的 PXIe-6361 数据采集卡^[32]来记录地震计的输出信号 $U_s(t)$, 采样频率为 500 kS/s, 如图 9(b) 所示. 该采集卡还同步采集了重力仪的某一路触发信号 $U_{\text{trg}}(t)$. 重力仪的控制软件控制采集该信号总比原子团下落时的第 1 个 $\pi/2$ 脉冲提前 40 ms, 从而确保两台采集卡分别采样的数据可以在时间上互相匹配.

该测试地点位于地广人稀的郊区, 周围无交通、建筑和大型机械振源, 且具有隔振地基, 属于非常安静的测试环境, 其地面振动加速度的功率谱密度如图 10 所示. 由于 NIM-AGRB-1 型重力仪体积较大, 尚无法搬运至其他地点, 因此本次实验暂且仅在该安静环境中进行. 之后该算法的振动补偿效果也将在振动条件更为复杂的环境中验证.

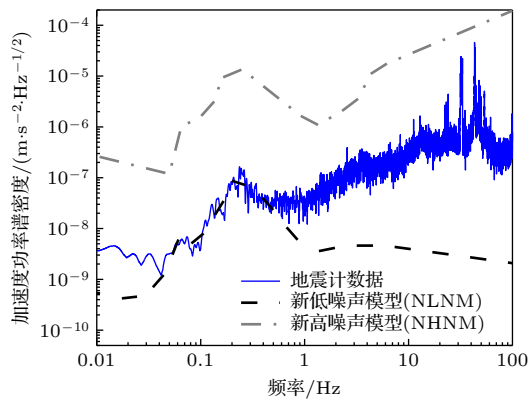


图 10 测试地点的地面振动加速度功率谱密度
Fig. 10. The power spectrum density of the ground vibration acceleration at the measurement site.

4.2 实验结果

本次实验首先采集了 10 组数据, 每组数据包含 30 次原子团下落过程, 其他控制参数如前所述. 对每组数据分别运行振动补偿算法, 结果如表 3 所示.

可以看出该振动补偿算法在安静环境中已具有良好的条纹修正效果, 去除振动影响后的条纹残差 R_c 的标准差 σ_c 相比原始条纹残差 R_m 的标准差 σ_m 的衰减幅度的均值达到 44.4%, 最大可达 58.2%, 与表 1 中第 2 种仿真情况的运算结果基本一致; 相比对原始条纹进行余弦拟合时的 RMSE 值, 拟合修正条纹时的 RMSE 值也显著减小. 另一方面, 各组数据分别计算出的最优增益系数 K_{opt} 的标准差为 0.115(均值为 1.119), 计算误差较小; 而最优延时系数 τ_{opt} 的标准差为 2.47 ms(均值为 3.56 ms), 计算误差较大. 前述表 2 中第 2 种情况的仿真结果已说明, 即使 $\Delta\varphi_{\text{others}}$ 比 $\Delta\varphi_{\text{vib}}$ 小 1 个量级, τ_{opt} 的计算误差也将达到毫秒量级. 因此最有可能导致实测结果中 τ_{opt} 的标准差达到毫秒量级的原因仍是其他相位噪声 $\Delta\varphi_{\text{others}}$. 这再次说明在后续工作中有必要在复杂振动环境中验证该算法的振动补偿效果, 即考察振动相位 $\Delta\varphi_{\text{others}}$ 在总相位噪声中所占的权重更大时, σ_c 相比 σ_m 的衰减幅度以及延时系数和增益系数的计算精度能否如仿真预测一样提升.

可以以第 1 组数据的计算结果为例观察振动补偿算法的工作过程. 如图 11 所示, 该算法可以有效搜索出拟合条纹的 RMSE 达到最小值时对应的唯一最优延时系数 τ_{opt} 和最优增益系数 K_{opt} .

表 3 10 组数据的实际测量结果

Table 3. Measurement results obtained from 10 data sets.

组号	延时系数 $\tau_{\text{opt}}/\text{ms}$	增益系数 K_{opt}	条纹拟合 RMSE 值		条纹残差标准差		
			补偿前/ 10^{-3}	补偿后/ 10^{-3}	补偿前 $\sigma_m/10^{-3}$	补偿后 $\sigma_c/10^{-3}$	衰减比/%
1	1.79	0.970	11.2	4.8	10.62	4.58	56.9
2	1.17	1.210	17.3	7.2	16.33	6.83	58.2
3	5.06	1.109	11.4	7.0	10.82	6.67	38.3
4	5.42	1.357	13.8	8.5	13.08	8.05	38.5
5	4.23	1.037	9.1	5.6	8.59	5.30	38.3
6	7.29	1.025	11.7	5.8	11.03	5.52	50.0
7	1.43	1.223	15.1	9.9	14.31	9.34	34.7
8	4.53	1.118	13.6	7.3	12.86	6.94	46.0
9	-0.62	1.057	14.0	8.0	13.19	7.54	42.8
10	5.25	1.079	10.9	6.5	10.31	6.14	40.4
均值	3.56	1.119	—	—	—	—	44.4

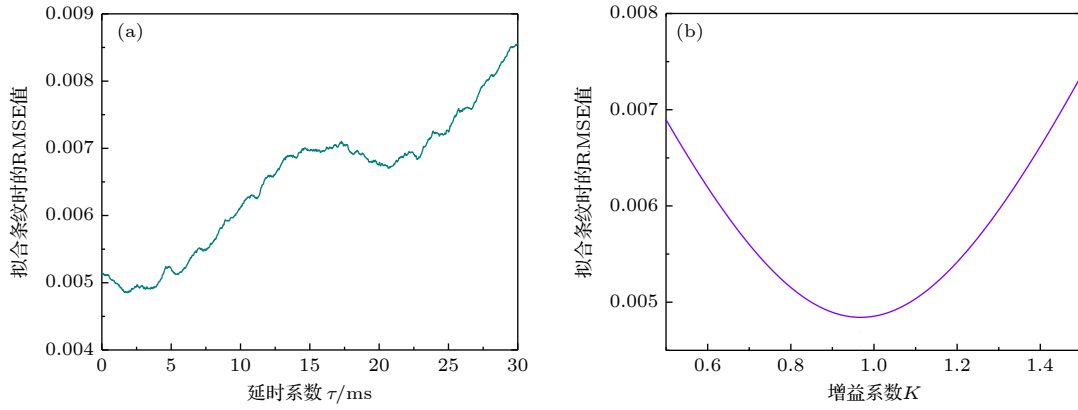


图 11 第 1 组实测数据的拟合 RMSE 值与 (a) 延时系数和 (b) 增益系数的关系

Fig. 11. The RMSE value of fringe fitting as a function of (a) time delay and (b) proportional element, calculated from the 1st dataset of measurement.

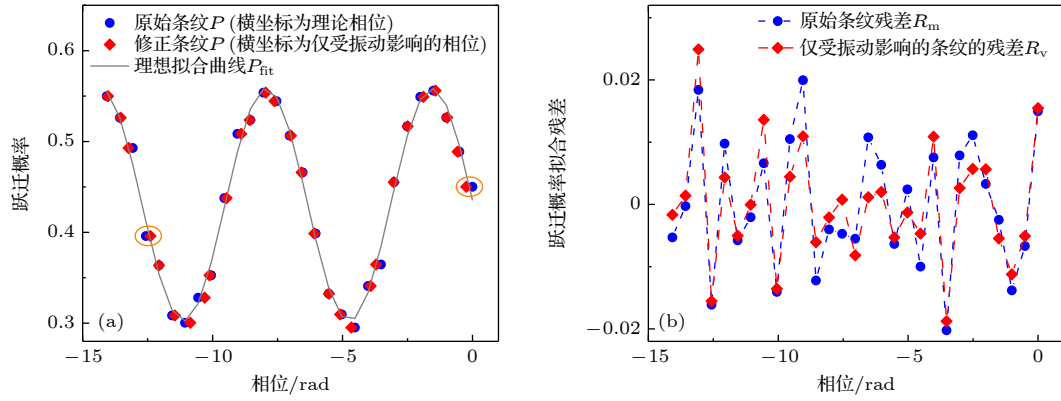


图 12 第 1 组实测数据 (a) 修正前后的干涉条纹与理论拟合曲线 (典型修正点用橘色圆圈标出), (b) 原始残差与计算出的仅由振动导致的条纹残差

Fig. 12. (a) The fringe signals before and after vibration correction with the fitted curve as the reference (with the typical corrected data marked by orange circles), and (b) the fitting residual of the fringe signals, calculated from the 1st dataset of measurement.

从图 12(a) 可以看出, 相比原始条纹 $P(\Delta\Phi_{th})$, 对横坐标进行振动补偿后的修正条纹 $P(\Delta\Phi_v)$ 更接近理论条纹 $P_{fit}(\Delta\Phi_{th})$ (典型位置如橘色圆圈所示). 补偿前对原始条纹 $P(\Delta\Phi_{th})$ 进行余弦拟合时的 RMSE 值为 11.2×10^{-3} , 而补偿后对修正条纹 $P_{sim}(\Delta\Phi_v)$ 进行余弦拟合时的 RMSE 值减小为 4.8×10^{-3} . 原始条纹 P 相对于理论条纹的残差 $R_m(\Delta\Phi_{th})$ 和从地震计实测信号推算出的仅受振动影响时的条纹 P_v 相对于理论条纹的残差 $R_v(\Delta\Phi_{th})$ 也基本吻合, 如图 12(b) 所示.

实际上还可以采用基于黄金分割原理的二维搜索方法重新编写振动补偿算法流程, 以实现对最优延时系数 τ_{opt} 和最优增益系数 K_{opt} 的全局搜索. 计算结果表明, 此时振动补偿算法的效果与表 3 所示的分别搜索 τ_{opt} 和 K_{opt} 时的效果相当. 这也再次

证明 (9) 式所示的传递函数简化模型具有合理性.

基于表 3 所列的 10 组干涉条纹及后续测量得到的 50 组干涉条纹进行计算的结果如图 13 所示, 其中图 13(a) 为这 60 组条纹各自修正前的残差标准差 σ_m 以及修正后的残差标准差 σ_c , 图 13(b) 为由此得到的 σ_c 相对于 σ_m 的衰减比. 可以看出每组条纹残差标准差的衰减比的均值仍为 45% 左右, 且分布特征具有随机性, 导致该随机性分布最可能的原因仍是原始数据中其他相位噪声造成的随机干扰.

如前所述, 进行本实验时 NIM-AGRB-1 型重力仪工作在条纹扫描模式, 重力仪本身不输出依据干涉条纹得到的重力测值 g . 此时, 为了分析该振动补偿算法对重力测值的影响, 可以参考浙江大学提出的方法^[19] 计算重力测值的离散度: 1) 对每一

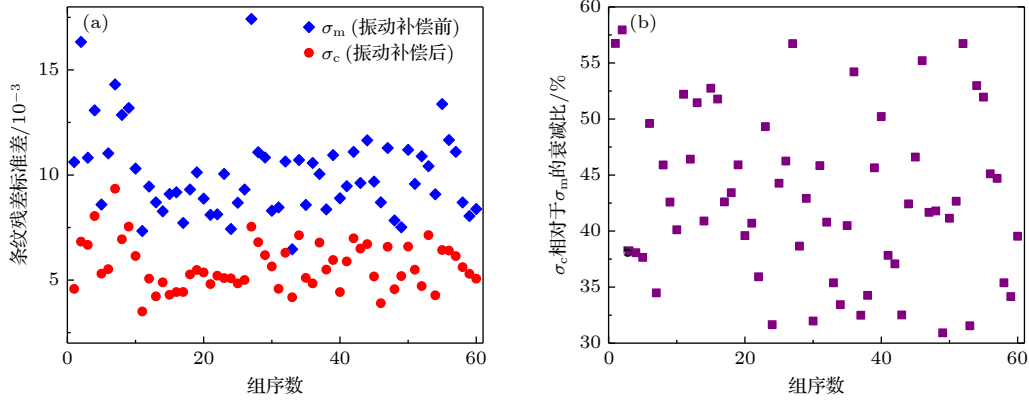


图 13 修正前后 60 组实测干涉条纹的 (a) 残差标准差和 (b) 残差标准差的衰减比

Fig. 13. (a) The standard deviations of the fitting residuals of 60 sets of fringe signals with and without the vibration correction, and (b) the reducing factor between them.

组条纹进行余弦拟合时, 进一步计算拟合曲线的初相位 $\varphi_{\text{initial}}(n)$ (n 为条纹序号, $n = 1, 2, \dots$); 2) 去除 $\varphi_{\text{initial}}(n)$ 的均值, 得到初相位的偏差序列 $\Delta\varphi_{\text{initial}}(n)$; 3) 根据 (4) 式, 可得重力偏差序列

$$\Delta g(n) = \frac{\Delta\varphi_{\text{initial}}(n)}{k_{\text{eff}}T^2}. \quad (12)$$

也就是说, 基于修正前后的干涉条纹 $P(\Delta\Phi_{\text{th}})$ 和 $P(\Delta\Phi_{\text{vib}})$, 可以依据 (12) 式得到振动补偿前后的重力偏差序列 $\Delta g_m(n)$ 和 $\Delta g_c(n)$. 由于本实验所在的测量环境无固定振源, 仅有与测量过程在时间上不相关的地脉动、轻微的人员走动或实验楼外的车辆移动等随机振源, 理论上参考镜振动只影响重力测值的离散度, 不会产生恒定的系统误差. 因此补偿前后重力偏差序列 $\Delta g_m(n)$ 和 $\Delta g_c(n)$ 的对比可以合理地说明该振动补偿算法的有效性.

根据上述分析, 由修正前后的条纹数据得到的修正前后的重力偏差如图 14 所示. 对全部 60 组数据, 振动补偿后重力测值的离散度相比补偿前降低了一半左右; 由修正前的实测条纹 $P(\Delta\Phi_{\text{th}})$ 得到的重力偏差 Δg_m 的标准差为 $\sigma_{g_m} = 51.5 \mu\text{Gal}$, 而由修正后的条纹 $P(\Delta\Phi_{\text{vib}})$ 得到的重力偏差 Δg_c 的标准差 $\sigma_{g_c} = 22.0 \mu\text{Gal}$. σ_{g_c} 相对于 σ_{g_m} 的衰减幅度达到 57.3%, 说明通过该振动补偿算法提高干涉条纹的拟合精度可以显著提升重力测量的精度.

目前 NIM-AGRb-1 型原子重力仪作为计量基准装置已被设定为长期工作在第二种重力测量模式, 即扫频速率 α 处于锁定状态, 无法直接采用本文提出的振动补偿算法进行测量. 因此本文仍以考察该算法对原子干涉条纹残差的衰减效果为主. 目

前实验室正在研制采用条纹扫描模式来长期工作的可移动式原子重力仪, 该振动补偿算法也将配合此重力仪在不同的测试环境中进行长期测量, 验证其对包括阿伦方差、重力测量灵敏度在内的关键重力参数的提升效果.

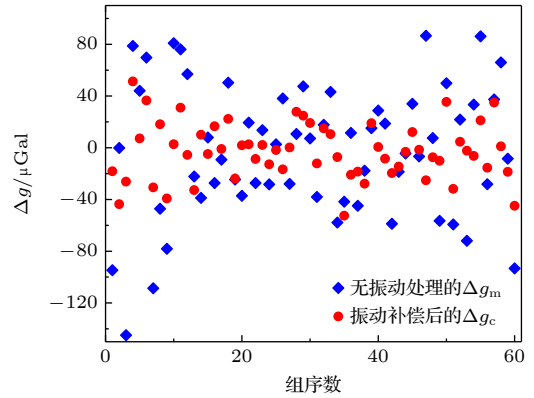


图 14 由 60 组实测干涉条纹得到的修正前后的重力偏差
Fig. 14. The variation of the measured g value deduced from 60 sets of fringe signals with and without the vibration correction.

5 讨论

在前述仿真和实验过程中, 振动补偿算法查找最优延时系数时的优化目标是拟合条纹时的 RMSE 值, 即取 RMSE 达到其最小值时对应的延时系数为最优延时系数 τ_{opt} . 另一方面, 根据理论分析及图 6(b)、图 8(b) 和图 11(b) 所示的仿真、实测结果, 理论上振动补偿效果好时, 从地震计信号推算出的仅受振动影响时的条纹相对于理论条纹的残差 $R_v(\Delta\Phi_{\text{th}})$ 非常接近原始条纹相对于理论

表 4 以相关系数 C_R 为优化目标时的仿真运算结果
Table 4. Simulated results with the correlation value C_R as the objective of the algorithm.

序号	输入参数	设定值 $\tau_{\text{set}}/\text{ms}$	延时系数 $\tau_{\text{opt}}/\text{ms}$		相关系数 C_R 的极大值
			以 RMSE 值为优化目标	以 C_R 为优化目标	
1	$ \Delta\varphi_{\text{vib}} \leq 400 \text{ mrad}, \Delta\varphi_{\text{others}} = 0, N = 30$	5	5.0	5.0	0.999
2	$ \Delta\varphi_{\text{vib}} \leq 400 \text{ mrad}, \Delta\varphi_{\text{others}} \leq 10 \text{ mrad}, N = 30$		2.7	2.7	0.892
3	$ \Delta\varphi_{\text{vib}} \leq 4000 \text{ mrad}, \Delta\varphi_{\text{others}} \leq 10 \text{ mrad}, N = 30$		4.1	4.2	0.972
4	$ \Delta\varphi_{\text{vib}} \leq 400 \text{ mrad}, \Delta\varphi_{\text{others}} \leq 10 \text{ mrad}, N = 60$		6.8	8.6	0.896

条纹的残差 $R_m(\Delta\Phi_{\text{th}})$. 因此, 参考基于相同简化模型的振动补偿方法在光学重力仪中的算法流程^[27], 实际上还可以尝试以 R_v 和 R_m 的相关系数 C_R 作为优化目标搜索最优延时系数 τ_{opt} .

相关系数表示 2 个列向量之间线性相关的程度, 取值范围为-1 至 1, 绝对值越大表示相关性越强^[33]. 因此, 相关系数 C_R 的绝对值越大, 说明 $R_v(\Delta\Phi_{\text{th}})$ 和 $R_m(\Delta\Phi_{\text{th}})$ 越接近, 即推算出的振动相位 $\Delta\varphi_{\text{vib}}$ 越准确, 则修正后的条纹越接近拟合曲线, 其 RMSE 值应趋于最小值. 需要说明的是, 计算相关系数 C_R 时需要将 R_c 和 R_v 进行归一化处理, 因此无法以其为优化目标来搜索最优增益系数 K_{opt} .

以 C_R 达到最大值时对应的延时系数为最优延时系数 τ_{opt} , 相应的仿真和实测数据的计算结果分别如表 4 和表 5 所示. 总体而言, 采用两种优化目标时分别计算出的最优延时系数 τ_{opt} 非常接近. 如图 15 所示, RMSE 值随延时系数的变化曲线与相关系数 C_R 随延时系数的变化曲线具有几乎完全相同的变化规律, 但变化方向相反, 符合理论预期. 个别情况下采用两种优化目标时分别计算出的最优延时系数 τ_{opt} 存在毫秒量级的差异, 例如表 4 中第 4 种情况和表 4 中第 2 组数据, 其中前者对延时系数的遍历搜索结果如图 15(d) 所示, RMSE 值达到最小值时的延时系数和相关系数 C_R 达到最大值时的延时系数略有区别 (分别用黑色和粉色点划线标出). 导致这种情况最可能的原因仍是原始数据中其他相位噪声造成的随机干扰.

对每一组数据, 依据振动补偿算法计算出最优延时系数 τ_{opt} 和增益系数 K_{opt} 后, 可以得到最终确定的仅受振动影响时的条纹相对于理论条纹的残差 R_v , 进而得到最终确定的相关系数 C_R . 图 16 展示了 60 组数据中每一组数据的相关系数 C_R 以及修正后的条纹残差标准差 σ_c 相对于修正前的条纹残差标准差 σ_m 的衰减比的对应情况. 可以看出,

相关系数 C_R 越大, σ_c 相对于 σ_m 的衰减比也越大, 即振动补偿的效果越好. 二者的变化趋势完全吻合, 与理论预期相符, 再次验证了该振动补偿算法原理的合理性.

表 5 以相关系数 C_R 为优化目标时的 10 组数据的实际测量结果

Table 5. Measurement results obtained from 10 data sets with the correlation value C_R as the objective of the algorithm.

组号	计算值 $\tau_{\text{opt}}/\text{ms}$		相关系数 C_R 的最大值
	以 RMSE 值为优化目标	以 C_R 为优化目标	
1	1.79	1.84	0.902
2	1.17	-4.38	0.909
3	5.06	5.05	0.785
4	5.42	5.27	0.785
5	4.23	4.24	0.787
6	7.29	7.29	0.866
7	1.43	1.42	0.757
8	4.53	4.70	0.841
9	-0.62	-0.83	0.821
10	5.25	5.25	0.802

还可以直接以 2.3 节提出的条纹残差标准差这一指标作为振动补偿的优化目标, 即取 (11) 式所示的标准差 σ_c 达到最小值时的延时系数和增益系数为最优值. 相应的仿真及实测数据的计算结果表明, 在绝大多数情况下以 RMSE 值或 σ_c 为优化目标时搜索出的 τ_{opt} 和 K_{opt} 均完全相同. 个别情况下搜索出的延时系数存在毫秒量级的差异, 增益系数也可能存在微小差异, 如表 6 所示. 导致这种结果最可能的原因仍是原始数据中其他相位噪声造成的随机干扰.

综上, 当原子重力仪在振动条件更复杂的环境中测量时, 即振动相位 $\Delta\varphi_{\text{vib}}$ 的影响远大于其他相位噪声 $\Delta\varphi_{\text{others}}$ 的影响时, 该振动补偿算法的计算

表 6 以残差标准差为优化目标时的仿真及实测数据运算结果

Table 6. Simulated and measurement results with the standard deviation of the fitting residuals as the objective of the algorithm.

类型	设定值 $\tau_{\text{set}}/\text{ms}$	计算值 $\tau_{\text{opt}}/\text{ms}$		设定值 K_{set}	计算值 K_{opt}	
		以RMSE值为优化目标	以 σ_c 为优化目标		以RMSE值为优化目标	以 σ_c 为优化目标
仿真数据第3种情况	5	4.1	4.2	0.9	0.919	0.918
仿真数据第4种情况		6.8	8.6		0.876	0.865
实测数据第9组	—	-0.62	1.32	—	1.057	1.033

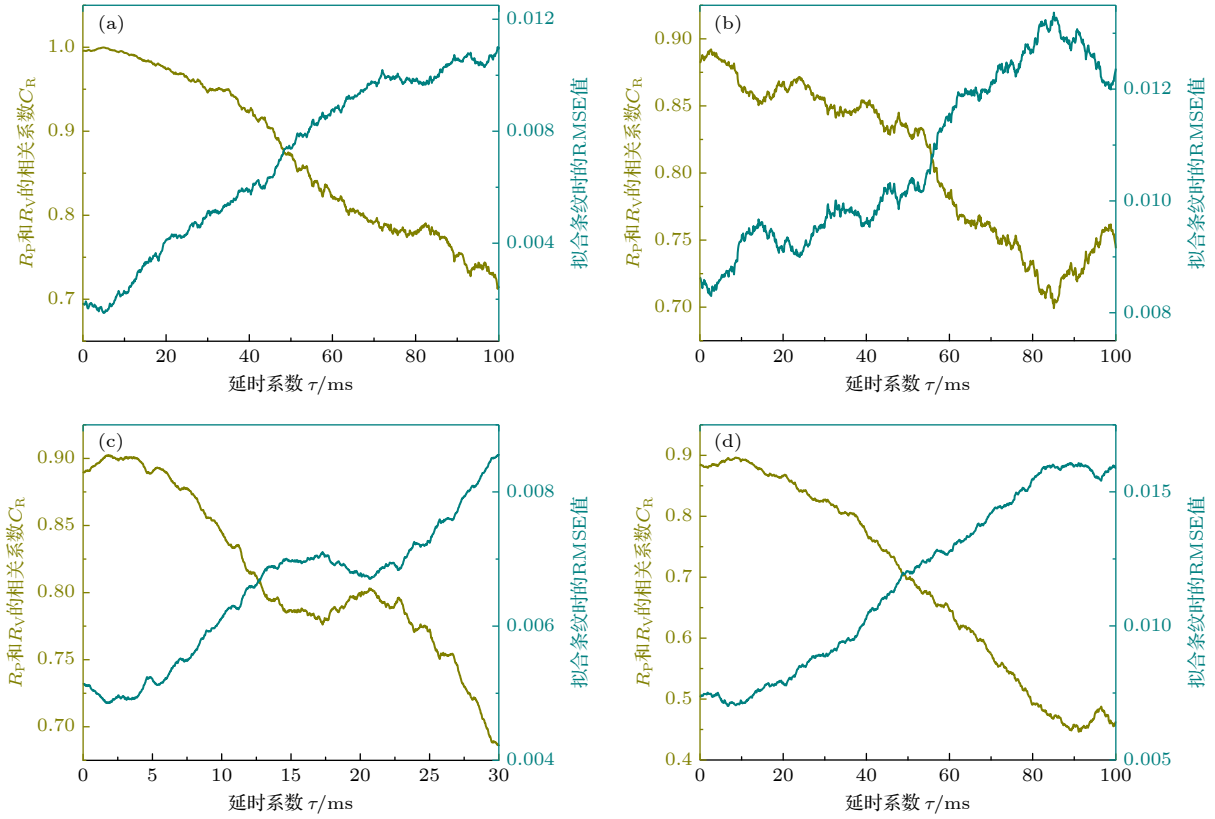


图 15 拟合 RMSE 值和相关系数 C_R 与延时系数的关系 (a) 仿真时的第 1 种情况; (b) 仿真时的第 2 种情况; (c) 实测时的第 1 组数据; (d) 仿真时的第 4 种情况

Fig. 15. The RMSE value of fringe fitting and the correlation value C_R between the fitting residual of fringes before and after the vibration correction as a function of time delay of (a) 1st simulated dataset, (b) 2nd simulated dataset, (c) 1st measured dataset and (d) 4th simulated dataset.

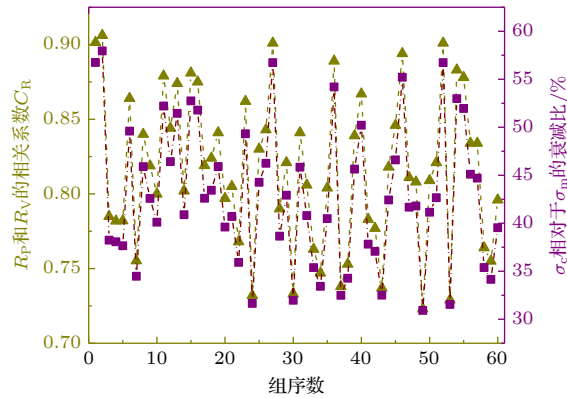


图 16 最终确定的 R_v 和 R_m 的相关系数 C_R 与修正前后条纹残差标准差的衰减比

Fig. 16. The correlation value C_R between the fitting residual of fringes before and after the vibration correction, and the corresponding reducing factor of the standard deviation of the fitting residuals of fringe signals after the vibration correction.

精度和对条纹的修正效果有望得到进一步提升. 在后续工作中, 该振动补偿算法将配合实验室正在研制的可移动式原子重力仪在复杂环境中进行测试.

总体而言, 本文在第 2 节定性分析了原子重力仪所用参考镜与振动传感器之间的传递函数简化模型中的延时系数 τ 和增益系数 K 发生变化的原因, 描述了对这两项系数进行搜索求解的具体振动补偿算法流程; 在第 3 节采用不同的仿真输入对算法的有效性进行了详细的定量论证; 在第 4 节利用重力仪在非常安静的环境中的实测数据验证了该算法对原子干涉条纹以及重力测值的补偿效果. 该算法最大的优点是自适应性较强: 相比现有的其他振动补偿研究成果, 它具有较强的技术意义, 可以直接应用于任何能够扫描出干涉条纹的原子重力仪在任意时间和地点的测量结果, 以实现传递函数中的两项关键系数的实时标定, 实现当前最好的振动补偿效果. 另一方面, 受限于 NIM-AGRB-1 型原子重力仪的体积、工作模式和测试任务, 该算法的有效性还未能较为复杂的振动环境中进行验证; 而目前也尚无现有的其他振动补偿方法在与本次实验相同的安静环境中应用于与该重力仪精度水平相当的原子重力仪上的实验数据. 从该算法与其他振动补偿方法在不同测量环境及具有不同噪声水平的原子重力仪上的实验结果来看, 该算法尚未展现出显著优于其他方法的补偿效果, 有待更进一步的测试验证, 其工作原理和具体流程也将在后续工作中不断优化.

6 结 论

应用于原子干涉式绝对重力仪的振动补偿方法的主要作用是修正参考镜振动引入的相位噪声, 从而提高干涉条纹的拟合精度, 最终提高重力加速度 g 的测量精度. 现有的振动补偿方法在确定的静态或动态环境中可以实现较高的测量精度, 但大部分公开成果没有介绍对于因测量环境改变而产生的原子重力仪中某些部件的机械传递函数的变化进行实时修正的具体应对流程. 从长期稳定性的角度来看, 这可能在一定程度上限制重力仪在不同环境尤其是复杂振动环境的测量精度. 本文介绍了一种应用于原子重力仪的基于搜索传递函数简化模型系数的振动补偿方法, 着重描述了其具体的算法流程, 并利用仿真及实测结果对其合理性和有效性

进行了详细论证. 具体而言, 该方法将参考镜的振动信号与测量该振动的传感器的实际输出信号之间的真实传递函数简化为一个延时系数和一个增益系数的结合, 通过计算软件对重力仪的干涉条纹和传感器的输出信号进行分析, 搜索出当前测量环境下这两个系数的最优估算值, 由此可以更加精确地推算出当前环境下参考镜的真实振动信号. 该方法具有自适应性, 可以在测量环境改变时对结构的真实传递函数进行合理估算, 以实现在当时当地对原子干涉条纹最好的修正效果. 实测结果表明, 在极为安静的环境中, 本文提出的振动补偿算法可以将原子重力仪干涉条纹的余弦拟合残差的标准差大幅衰减, 最大衰减幅度达到 58%. 利用修正后的干涉条纹计算出的重力值的标准差相比修正前衰减 57%. 根据理论分析和仿真运算, 在复杂振动环境中进行重力测量时, 该算法将表现出更好的干涉条纹修正效果. 因此, 该振动补偿算法有望直接应用在不同时刻和不同地点对原子重力仪测量结果的实时修正, 提高原子重力仪在不同环境尤其是复杂振动环境中的测量精度, 其补偿效果也将在之后的工作中进行更充分的验证及优化.

参考文献

- [1] Marson I, Faller J E 1986 *J. Phys. E: Sci. Instrum.* **19** 22
- [2] Faller J E 2002 *Metrologia* **39** 425
- [3] Steiner R L, Williams E R, Newell D B, Liu R 2005 *Metrologia* **42** 431
- [4] Timmen L, Gitlein O, Klemann V, Wolf D 2011 *Pure Appl. Geophys.* **169** 1331
- [5] Niebauer T M, Sasagawa G S, Faller J E, Hilt R, Klotting F 1995 *Metrologia* **32** 159
- [6] D'Agostino G, Desogus S, Germak A, Origlia C, Quagliotti D, Berrino G, Corrado G, D'errico V, Ricciardi G 2008 *Ann. Geophys.* **51** 39
- [7] Hu H, Wu K, Shen L, Li G, Wang L J 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 099101 (in Chinese) [胡华, 伍康, 申磊, 李刚, 王力军 2012 物理学报 **61** 099101]
- [8] Wu S Q, Li C J, Xu J Y, Su D W, Feng J Y, Ji W X 2017 *Acta Metrol. Sin.* **38** 127 (in Chinese) [吴书清, 李春剑, 徐进义, 粟多武, 冯金扬, 吉望西 2017 计量学报 **38** 127]
- [9] Kasevich M, Chu S 1991 *Phys. Rev. Lett.* **67** 181
- [10] Peters A, Chung K Y, Chu S 1999 *Nature* **400** 6747
- [11] Le Gouët J, Mehlstäubler T, Kim J, Merlet S, Clairon A, Landragin A, Pereira Dos Santos F 2008 *Appl. Phys. B* **92** 133
- [12] Wang S K, Zhao Y, Zhuang W, Li T C, Wu S Q, Feng J Y, Li C J 2018 *Metrologia* **55** 360
- [13] Hu Z K, Sun B L, Duan X C, Zhou M K, Chen L L, Zhan S, Zhang Q Z, Luo J 2013 *Phys. Rev. A* **88** 043610
- [14] Wang Q, Wang Z, Fu Z, Liu W, Lin Q 2016 *Opt. Commun.* **358** 82

- [15] Observations and modeling of seismic background noise, Peterson J <https://pubs.er.usgs.gov/publication/ofr93322> [2021-03-29]
- [16] Sorrells G G, Douze E J 1974 *J. Geophys. Res.* **79** 4908
- [17] Cessaro R K, Chan W 1989 *J. Geophys. Res.-Solid Earth* **94** 15555
- [18] Richardson L L 2019 *Ph. D. Dissertation* (Hannover: Institutionelles Repositorium der Leibniz Universität Hannover)
- [19] Xu A P 2016 *Ph. D. Dissertation* (Hangzhou: Zhejiang University) (in Chinese) [许翱鹏 2016 博士学位论文 (杭州: 浙江大学)]
- [20] Zhang X 2019 *Master Dissertation* (Changsha: National University of Defense Technology) (in Chinese) [张旭 2019 硕士学位论文 (长沙: 国防科技大学)]
- [21] Wang J P, Hu D, Bai J H, Gong H 2020 *Metrology & Measurement Technology* **40** 26 (in Chinese) [王吉鹏, 胡栋, 白金海, 贡昊 2020 计测技术 **40** 26]
- [22] Tang B, Zhou L, Xiong Z, Wang J, Zhan M 2014 *Rev. Sci. Instrum.* **85** 093109
- [23] Chen B 2020 *Ph. D. Dissertation* (Hefei: University of Science and Technology of China) (in Chinese) [陈斌 2020 博士学位论文 (合肥: 中国科技大学)]
- [24] Hu Q Q 2017 *Ph. D. Dissertation* (Changsha: National University of Defense Technology) (in Chinese) [胡青青 2017 博士学位论文 (长沙: 国防科技大学)]
- [25] Hensley J M, Peters A, Chu S 1999 *Rev. Sci. Instrum.* **70** 2735
- [26] Freier C 2010 *Ph. D. Dissertation* (Berlin: University of Humboldt)
- [27] Wang G, Hu H, Wu K, Wang L J 2017 *Meas. Sci. Technol.* **28** 3
- [28] Qian J, Wang G, Wu K, Wang L J 2018 *Meas. Sci. Technol.* **29** 2
- [29] Guo M, Wu K, Yao J, Wen Y, Wang L 2021 *IEEE Trans. Instrum. Meas.* **70** 1004310
- [30] Wu S, Li T 2021 *Acta. Optica. Sinica.* **41** 44 (in Chinese) [吴书清, 李天初 2021 光学学报 **41** 44]
- [31] CMG-3 ESP Operator's Guide, Guralp Systems Limited, <https://www.guralp.com/documents/MAN-ESP-0001.pdf> [2021-11-25]
- [32] Device Specifications NI 6361, National Instruments, <https://www.ni.com/pdf/manuals/374650 c.pdf> [2021-11-25]
- [33] Bertsekas D P, Tsitsiklis J N (translated by Zheng Z G, Tong X W) 2016 Introduction to Probability (Beijing: POSTS & TELECOM PRESS) pp190–194 (in Chinese) [伯特瑟卡斯 D P, 齐齐克利斯 J N 著 (郑忠国, 童行伟 译) 2016 概率导论 (北京: 人民邮电出版社) 第190—194页]

A coefficient searching based vibration correction method*

Yao Jia-Min[†] Zhuang Wei Feng Jin-Yang Wang Qi-Yu Zhao Yang
Wang Shao-Kai Wu Shu-Qing Li Tian-Chu

(National Institute of Metrology, Beijing 100029, China)

(Received 7 January 2022; revised manuscript received 7 February 2022)

Abstract

Absolute gravimeter has played an important role in geophysics, metrology, geological exploration, etc. It is an instrument applying laser interferometry or atom interferometry to the measurement of gravitational acceleration g (approximately 9.8 m/s^2). To achieve a high accuracy, a vibration correction method is often employed to reduce the influence of the vibration of the reference object (a retro-reflector or a mirror) on the measurement result of absolute gravimeter. Specifically, in an atomic-interferometry absolute gravimeter, the phase noise caused by the vibration of the reference mirror, namely the vibration phase, can be calculated from the output signal of a sensor, either a seismometer or an accelerometer, placed below or next to the mirror. Considering this vibration phase, the fringe signal of the atomic interferometer as a function of the phase shift set by the control system of the gravimeter can be corrected to approach to an ideal sinusoidal curve, thus reducing the fitting residual. Currently, the parameters in the algorithm of most vibration correction methods used in atomic-interferometry absolute gravimeters are set to be constant. As a result, the performances of these methods may be limited when the practical transfer function between the real vibration of the reference mirror and the signal of the sensor has a variation due to the change of measurement environments. In this paper, based on a simplified model of the practical transfer function previously proposed in an algorithm used in laser-interferometry absolute gravimeter, a new vibration correction method for atomic-interferometry absolute gravimeter is presented. Firstly, a detailed description of its principle is introduced. With a searching algorithm, the time delay and the proportional element in the simplified model can be obtained from the fringe signal of the atomic interferometer and the output of the vibration sensor. In this way, the parameters used to calculate the vibration phase can be adjusted to approach to their true values in different environments, causing the fitting residual of the corrected fringe to decrease as much as possible. Then the measurement results of the homemade NIM-AGRB-1 atomic-interferometry absolute gravimeters using this method is analyzed. It is indicated that with the vibration correction algorithm, the standard deviation of the fitting residual of the measured fringe signal can be reduced by 58% at the best level in a quiet environment. In the future, the performance of this vibration correction algorithm will be further improved in other atomic-interferometry absolute gravimeters during their measurements in hostile environments.

Keywords: absolute gravimeter, vertical correction, seismometer, atomic interferometry

PACS: 91.10.-v, 91.10.Pp, 07.10.-h, 43.40.Yq

DOI: [10.7498/aps.71.20220037](https://doi.org/10.7498/aps.71.20220037)

* Project supported by the National Key Research and Development Program of China (Grant No. 2021YFB3900204) and the Research Funds for National Institute of Metrology, China (Grant Nos. 29-AKY1922-21, AKYZD2002).

[†] Corresponding author. E-mail: yaojm@nim.ac.cn