



离子阱中以声子为媒介的多体量子纠缠与逻辑门

刘腾 陆鹏飞 胡碧莹 吴昊 劳祺峰 边纪 刘泱 朱峰 罗乐

Phonon-mediated many-body quantum entanglement and logic gates in ion traps

Liu Teng Lu Peng-Fei Hu Bi-Ying Wu Hao Lao Qi-Feng Bian Ji Liu Yang Zhu Feng Luo Le

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 71, 080301 (2022) DOI: 10.7498/aps.71.20220360

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.71.20220360>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于金刚石氮-空位色心自旋系综与超导量子电路混合系统的量子节点纠缠

Entanglement of quantum node based on hybrid system of diamond nitrogen-vacancy center spin ensembles and superconducting quantum circuits

物理学报. 2018, 67(7): 070302 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20172634>

飞秒激光直写光量子逻辑门

Femtosecond laser direct writing of optical quantum logic gates

物理学报. 2019, 68(10): 104205 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20190024>

基于共振里德伯偶极-偶极相互作用的双反阻塞机制及量子逻辑门的实现

Implementation of the Rydberg double anti-blockade regime and the quantum logic gate based on resonant dipole-dipole interactions

物理学报. 2021, 70(13): 134202 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20210059>

含有Dzyaloshinskii-Moriya相互作用的自旋1键交替海森伯模型的量子相变和拓扑序标度

Quantum phase transition and topological order scaling in spin-1 bond-alternating Heisenberg model with Dzyaloshinskii-Moriya interaction

物理学报. 2020, 69(9): 090302 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20191773>

量子纠缠与宇宙学弗里德曼方程

Quantum entanglement and cosmological Friedmann equations

物理学报. 2018, 67(17): 179501 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20180813>

中性原子量子计算研究进展

Experimental progress of quantum computation based on trapped single neutral atoms

物理学报. 2019, 68(3): 030305 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20182133>

专题: 非平衡量子多体系统

离子阱中以声子为媒介的多体量子纠缠与逻辑门*

刘腾^{1)†} 陆鹏飞¹⁾ 胡碧莹¹⁾ 吴昊¹⁾ 劳祺峰¹⁾边纪¹⁾²⁾ 刘浹¹⁾²⁾ 朱峰¹⁾²⁾³⁾ 罗乐^{1)2)3)‡}

1) (中山大学物理与天文学院, 珠海 519082)

2) (中山大学深圳研究院, 量子信息技术中心, 深圳 518087)

3) (中山大学, 光电材料与技术国家重点实验室, 广州 510275)

(2022 年 3 月 1 日收到; 2022 年 3 月 29 日收到修改稿)

高保真度的多离子纠缠和量子逻辑门是离子阱量子计算的基础. 在现有的方案中, Mølmer-Sørensen 门是比较成熟的实现多离子纠缠和量子逻辑门的实验方案. 近年来, 还出现了通过设计超快激光脉冲序列, 在 Lamb-Dicke 区域以外实现超快量子纠缠和量子逻辑门的方案. 这些方案均借助离子链这一多体量子系统的声子能级来耦合离子之间的自旋状态, 并且均通过调制激光脉冲或设计合适的脉冲序列解耦多运动模式, 来提高纠缠门的保真度. 本文从理论和实验层面分析了这些多体量子纠缠和量子逻辑门操作的关键技术, 揭示了离子阱中利用激光场驱动离子链运动态, 通过非平衡过程中的非线性相互作用, 来实现量子逻辑门的基本物理过程.

关键词: 离子阱量子计算, 量子逻辑门, 量子纠缠, 自旋依赖相互作用**PACS:** 03.67.Bg, 42.50.Dv, 03.67.Ac, 03.65.Vf**DOI:** 10.7498/aps.71.20220360

1 引言

自 20 世纪 80 年代 Paul Benioff 提出量子图灵机概念之后, 多体系统中的量子纠缠与量子逻辑门得到快速发展. 多量子比特的纠缠特性可以实现量子计算功能, 在解决复杂数学问题时, 不仅能够有效节省计算时间, 而且可以节省大量算力资源. 目前量子计算的独特优势已经在分子模拟、化学化工和机器学习等领域有初步展现. 基于量子多体系统的量子模拟与量子计算正在展现其在科学探索上的巨大潜在价值.

量子计算的硬件实现体系有很多, 例如半导

体、冷原子光晶格、超导约瑟夫森结体系等. 离子阱体系也是其中之一, 例如 Paul 阱和 Penning 阱. Paul 阱的发明归功于沃尔夫冈·保罗 (Wolfgang Paul), 他也因这项工作获得了 1989 年的诺贝尔物理学奖. Paul 阱通过直流和射频电极在特定区域产生电磁场, 以此俘获并囚禁离子. 囚禁离子本身处于高真空状态, 稳定性非常好, 处于纠缠态的离子可以保持相当长的相干时间. 量子计算的核心是在多体系统上构建量子逻辑门, 并以此实现量子算法, 因此, 能否实现高保真度的纠缠态对于量子计算而言非常重要. 在囚禁离子系统中实现高保真度的量子纠缠态, 其中应用比较广泛的有 Cirac-Zoller controlled-NOT 门和 Mølmer-Sørensen 门, 两者都

* 国家自然科学基金 (批准号: 11774436, 11974434, 12074439)、广东省自然科学基金 (批准号: 2020A1515011159)、广东省重点领域研发计划项目 (批准号: 2019B030330001)、广州市科技计划项目 (批准号: 202102080380)、中山大学中央高校基本科研业务费专项资金 (批准号: 2021qntd28)、中国博士后科学基金 (批准号: 2021M703768)、广东省珠江人才计划项目 (批准号: 2017GC010656) 和中央引导地方科技发展资金 (批准号: 2021Szvup172) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: liut87@mail2.sysu.edu.cn

‡ 通信作者. E-mail: luole5@mail.sysu.edu.cn

已被实验验证^[1,2]. 本文主要讨论 Mølmer-Sørensen 门, 它利用囚禁离子的运动模式和自旋 (外态和内态) 的耦合和解耦, 以声子为媒介实现囚禁离子自旋的纠缠. 其最大的特点就是利用激光与声子的相互作用, 将一维离子链构成的量子多体系统驱动到远离平衡态的状态, 通过非线性过程实现纠缠.

本文将详细地讨论 Mølmer-Sørensen 门中蕴含的非平衡和非线性物理过程, 同时阐述多声子模式的耦合问题, 特别是多声子模式中拉比频率 Ω 的数值分布. 此外, 传统的 Mølmer-Sørensen 门采用的是连续激光, 每种激光频率只能和一种离子运动模式耦合, 这大大降低了门的运行速度, 且速度只会随着囚禁的离子数增加而指数下降. 我们将在本文中讨论近年来高功率脉冲激光的运用, 以及在 Lamb-Dicke 区域外实现两离子超快纠缠门的可行性.

本文的结构如下: 第 2 节首先简单介绍离子阱系统的基本结构、离子在阱中的振动模式以及量子的声子能级, 以此为基础探讨了激光驱动离子内态与外态耦合的物理过程和相关应用; 第 3 节和第 4 节主要总结讨论单声子模式下 Mølmer-Sørensen 门和超快门中离子链这一量子多体系统在激光驱动下内、外态耦合演化的非平衡过程, 从自旋相关的相位积累角度分析了这一过程产生的非线性效应并探讨了其产生纠缠的原因; 最后总结分析了在囚禁离子系统上实现量子逻辑门这一研究热点中解决多声子模式问题的常用方法.

2 离子阱中的声子与激光相互作用

2.1 离子链振动与声子模式

当离子因受到直流 (DC) 和射频 (RF) 电极的电场作用而被囚禁在阱中时, 离子会近似以简谐运动的形式在阱中振荡. 在囚禁多个离子时, 可以通过设置合适的电极参数使阱中的离子在外加电场和离子间库仑斥力的共同作用下, 形成一维线性的链状结构. 由于存在比较强的库仑相互作用, 链上离子之间的运动状态相互耦合影响, 单个离子微小的动力学改变会在库仑力作用下迅速引起整个离子链的运动形式发生变化. 如果把离子链整体的运动也看作谐振子, 整个离子链会在 x, y, z 三个正交方向上存在本征运动模式和相应的本征频率. 其中, 定义一维离子链延伸方向 (z 轴方向) 的运动模式为轴向模, 与之正交的 x 轴和 y 轴方向的运动模

式为径向模. 由于阱的电极参数结构, 轴向上本征模的振动频率 ω_z 远远小于径向上的振动频率 ω_x 和 ω_y . 本征运动模式的量子化能量可以用一种准粒子——声子来描述^[3].

2.1.1 空间位置

为研究离子链在囚禁区域的振荡特征, 首先需要了解每个离子在囚禁区域的受力情况和位置分布. 当只考虑纯二次势的作用时, 一维链状的库仑晶体系统的总能量为^[3]

$$V = \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} m \omega^2 x_i^2 + \sum_{i,j=1, i \neq j}^N \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \frac{1}{|x_i - x_j|}, \quad (1)$$

其中第一项为离子振动的动能, 第二项为离子间的势能, m 为离子的质量, i, j 为离子的序数指标. 这是经典的能量表达式书写方式, 但是实际计算时颇为复杂. 使用约束条件 $\frac{\partial V}{\partial x_i} = 0$ 则 (1) 式可以化为

$$x_j + \sum_{i=1}^{j-1} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m \omega^2} \frac{1}{(x_i - x_j)^2} - \sum_{i=j+1}^N \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m \omega^2} \frac{1}{(x_i - x_j)^2} = 0, \quad (2)$$

其中 ω 取轴向方向的质心模频率 ω_z , e 为单位电荷量. 为了化简该式, 引入两个新量^[4] $u_i = x_i/l$, $l^3 = e^2/(4\pi\epsilon_0 m \omega^2)$. 最终可以得到关于离子位置的约束方程:

$$u_j + \sum_{i=1}^{j-1} \frac{1}{(u_i - u_j)^2} - \sum_{i=j+1}^N \frac{1}{(u_i - u_j)^2} = 0. \quad (3)$$

解决多个离子的问题时, 使用 (3) 式可以得到离子位置的数值解. 表 1 为 $\omega_z = 0.3058$ MHz 时 5 个 $^{171}\text{Yb}^+$ 的离子链中离子位置的计算结果. 值得注意的是常数 l 在实验中非常重要, 其一定程度上表征了一个离子阱中的囚禁区域的线度^[4], 对于 $^{171}\text{Yb}^+$ 而言, 以上轴向频率下 $l \approx 6.038 \mu\text{m}$.

表 1 离子链上的离子位置
Table 1. Ion position on the ion chain.

离子序数	1	2	3	4	5
位置/ μm	-10.52	-4.96	0	4.96	10.52

2.1.2 振动模式与声子

离子链在时变的外部电场作用下存在一定程度的振动. 如果从量子力学观点去看, 势阱中谐振子的能量不连续, 而是表现出一定的能级特性. 阱

中离子链更像一种库仑晶体, 存在其特定的声子能级. 如果囚禁区域只有两个离子, 囚禁势是一个二次势. 根据牛顿第二定律研究离子在 z 轴 (轴向) 方向的受力情况, 可以得到如下微分方程组:

$$m \frac{d^2(z_1 + z_2)}{dt^2} = -ke(z_1 + z_2), \quad (4)$$

$$m \frac{d^2(z_1 - z_2)}{dt^2} = -\frac{2k_0e^2}{(z_1 - z_2)^2} - ke(z_1 - z_2), \quad (5)$$

其中 z_1, z_2 分别为两个离子的位置坐标. k_0 为静电力常量, k 为常数, e 为单位电荷, m 为 $^{171}\text{Yb}^+$ 的质量. $z_1 + z_2$ 实际上表征两个离子质心的位置坐标, 而 $z_1 - z_2$ 表征离子间距. 如果将式中 $z_1 + z_2$ 和 $z_1 - z_2$ 看作两个新的变量, 那么以上微分方程关于这两个新变量的解具有周期性振荡的形式. 这使得离子运动表现为两种模式: 一种为质心模, 即质心随离子振动而振动; 另一种为呼吸模, 即离子以质心为中心而做类似呼吸的运动, 如图 1 所示.

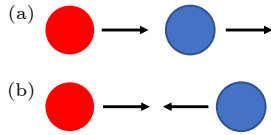


图 1 两离子在阱中的振动模式 (a) 质心模; (b) 呼吸模
Fig. 1. Vibration modes of two ions in trap: (a) Center of mass mode; (b) relative motion mode.

质心模的频率较小, 为 $\sqrt{ke/m}$; 呼吸模频率较大. 当阱中离子链上的离子总数超过两个时, 此时需要从系统的拉格朗日量开始考虑, 将运动的模式转化为本征值和本征向量问题. 本征模式的本征向量可以通过对矩阵 \mathbf{A} 进行对角化得到. 系统的拉格朗日量为^[4]

$$L = \frac{m}{2} \sum_{i=1}^N \dot{q}_i^2 - \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^N q_i q_j \left(\frac{\partial^2 V}{\partial x_i \partial x_j} \right). \quad (6)$$

将总能量表达式 (1) 式代入 (6) 式可得:

$$L = \frac{m}{2} \left(\sum_{i=1}^N \dot{q}_i^2 - \nu^2 \sum_{i,j=1}^N \mathbf{A}_{ij} q_i q_j \right), \quad (7)$$

其中矩阵 \mathbf{A}_{ij} 可以解析地推出如下形式^[3]:

$$\mathbf{A}_{ij} = \begin{cases} \frac{\omega_D}{\omega_z} + \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq i}}^N \frac{a}{|u_i - u_n|^3}, & (i=j, D=x, y, z), \\ -\frac{a}{|u_i - u_j|^3}, & (i \neq j), \end{cases} \quad (8)$$

根据阱的对称结构和势场分布可知 $\omega_x \sim \omega_y \gg \omega_z$, 因此这里模拟计算轴向运动模式频率时可取参数 $a=2$, $\omega_D/\omega_z=1$ (D 取 z); 在计算径向运动模式频率时取 $a=-1$, $\omega_D/\omega_z=10$ (D 取 x 或 y)^[3-5]. 计算矩阵 \mathbf{A} 的本征值和本征态为 $\mathbf{A}\xi_k = \lambda_k \xi_k$, ξ_k 表示第 k 个本征模, λ_k 表示第 k 个本征模对应的本征值. 在各个方向上的本征模频率可以表示为 $\omega_{D,k} = \sqrt{\lambda_k} \omega_z$. 由以上计算过程不难看出, 当离子链上有 m 个离子时就会有 m 个本征运动模式和本征频率与之对应, 可以模拟计算 5 个离子的轴向和径向两个方向的本征频率图谱, 如图 2 所示. 径向模式的本征频率在线性离子链系统中比轴向更高, 且本征频谱间隔更近.

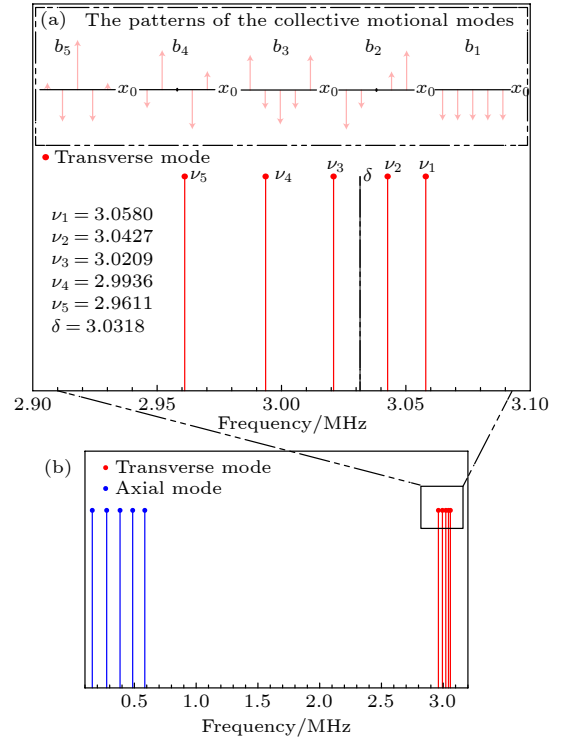


图 2 5 个离子径向模式和轴向模式的本征频率 (a) 径向模式的本征频率以及本征模向量, $b_m (m=1-5)$ 表示了 5 个离子远离平衡位置 x_0 的大小, δ 是执行受激拉曼跃迁过程中设置的失谐; (b) 模拟计算的径向模式和轴向模式的本征频率谱

Fig. 2. Eigenfrequencies of the transverse and axial modes of the 5 ions in trap: (a) Eigenfrequencies of transverse modes and eigenmode vectors, $b_m (m=1-5)$ represents the size of the 5 ions away from the equilibrium position x_0 , δ is the detuning in stimulated Raman transition; (b) simulated eigenfrequency spectra of transverse and axial modes.

离子链是一个比较典型的多体量子系统, 其中简谐振子能量形式在量子力学里可以以量化的

形式表示, 对应于特定的声子能级. 每一个方向上每一个本征模都可以提供其声子能级, 第 m 个本征模提供的声子频率为 ν_m , 对应的声子能级间隔为

$$\Delta E = \hbar \nu_m. \quad (9)$$

2.2 激光场与声子模式的相互作用

以 $^{171}\text{Yb}^+$ 离子为例, $^{171}\text{Yb}^+$ 离子的两个超精细能级对磁场的变化不敏感, 因此将其编码为量子比特具有更好的稳定性. 如图 3 分别定义 $F=0$, $m_F=0$ 能级和 $F=1$, $m_F=0$ 能级为 $|\downarrow\rangle$ 态 ($|0\rangle$) 和 $|\uparrow\rangle$ 态 ($|1\rangle$). 在这个两能级系统中, 两能级的哈密顿量可以写成 $H_0 = \frac{\hbar\omega_{\text{hf}}}{2}\sigma_z$, 其中 ω_{hf} 代表自旋能级 $|\downarrow\rangle$ 态和 $|\uparrow\rangle$ 态的能级差, σ_z 是泡利 z 算符. 在离子阱中的离子可以被看作一个简谐振子, 所以离子运动态的哈密顿量可以写成 $H_m = (a^\dagger a + 1/2)\hbar\nu$, 其中 a^\dagger 和 a 是产生和湮灭算符, ν 是某个运动模式的本征频率 (也就是声子的频率).

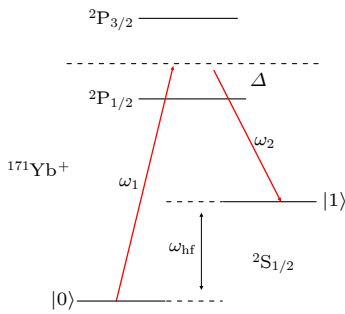


图 3 $^{171}\text{Yb}^+$ 中受激拉曼跃迁示意图 (ω_1 、 ω_2 分别为两束激光的频率; Δ 为两束激光在 $2P_{1/2}$ 能级处的失谐)

Fig. 3. The stimulated Raman transition of $^{171}\text{Yb}^+$ (ω_1 and ω_2 are the frequencies of the two laser beams; Δ is the detuning of the two laser beams at the $2P_{1/2}$ energy level).

原则上离子在三个正交方向上只用耦合其中一个方向的运动模式即可. 通过构建一组受激拉曼跃迁, 离子的运动外态和自旋内态就可以被耦合起来. 三能级构型的 $^{171}\text{Yb}^+$ 离子和激光相互作用的受激拉曼跃迁如图 3 所示, 忽略交流斯塔克效应后, 离子和激光相互作用的哈密顿量可以写成 [6]:

$$H_1 = \frac{\hbar\Omega}{2}(\sigma_+ + \sigma_-)[e^{i(k\hat{x} - \omega t - \phi)} + e^{-i(k\hat{x} - \omega t - \phi)}], \quad (10)$$

其中 $\omega = \omega_2 - \omega_1$ 是两束激光的频率差, $\mathbf{k} = \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1$ 是两束激光的波矢差, $\phi = \phi_2 - \phi_1$ 是两束激光的

相位差, $\sigma_+ = |\uparrow\rangle\langle\downarrow|$ 是自旋的升算符, $\sigma_- = |\downarrow\rangle\langle\uparrow|$ 是自旋的降算符, Ω 是拉比频率. 当两束激光的波矢差 \mathbf{k} 为 0 时, (10) 式相互作用哈密顿量中的 $k\hat{x}$ 项可以忽略. 此时这个受激拉曼跃迁过程只表现为两能级的简单耦合, 量子态在两能级间翻转, 此时旋转波近似后相互作用绘景下系统哈密顿量为 $H_1 = \frac{\hbar\Omega}{2}\sigma_+ + \frac{\hbar\Omega}{2}\sigma_-$. 如果受激拉曼跃迁用到的两束激光垂直于离子链且相对着照射到离子上时, (10) 式中 $k\hat{x}$ 无法忽略. 此时波矢差 \mathbf{k} 的方向为垂直于离子链方向, 这表征激光的部分动量会转移到离子上并且对离子在垂直于离子链方向上的运动模式产生影响. 旋转波近似后相互作用绘景下哈密顿量为

$$H_1 = \begin{pmatrix} 0 & \frac{\Omega}{2}e^{i(\omega - \omega_{\text{hf}})t}e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{x} + \phi)} \\ \frac{\Omega}{2}e^{-i(\omega - \omega_{\text{hf}})t}e^{-i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{x} + \phi)} & 0 \end{pmatrix}. \quad (11)$$

考虑离子运动时, 我们将 $|\downarrow\rangle$ 和 $|\uparrow\rangle$ 构成的希尔伯特空间扩展为离子内态 ($|\downarrow\rangle$ 、 $|\uparrow\rangle$) 和离子外态 (声子能级 $|n\rangle$) 的直积空间, 则 (11) 式哈密顿量表示 $|\downarrow\rangle \otimes |n\rangle$ 和 $|\uparrow\rangle \otimes |n'\rangle$ 之间的耦合. 如果将 (11) 式代入薛定谔方程, 可以解出 $|\downarrow\rangle \otimes |n\rangle$ 和 $|\uparrow\rangle \otimes |n'\rangle$ 之间耦合的等效拉比频率 $\Omega_{n,n'}$ 为

$$\Omega_{n,n'} = \langle n' | e^{i\mathbf{k}\cdot\hat{\mathbf{x}}} | n \rangle \Omega = \langle n' | e^{i\eta(a + a^\dagger)} | n \rangle \Omega. \quad (12)$$

在 (12) 式中可以看到, 表征激光与离子动量交换的 $k\hat{x}$ 可以被 Lamb-Dicke 因子 $\eta = kx_0$ 和声子的产生湮灭算符 a^\dagger , a 所替代, 这里 $x_0 = \sqrt{\hbar/(2m\nu)}$ 是基态谐振子波包大小. 这一过程表示激光转移给离子的动量引起了离子的运动外态 (声子态) 的转移. 在考虑声子态跃迁的情况下, $|\downarrow\rangle \otimes |n\rangle$ 态和 $|\uparrow\rangle \otimes |n'\rangle$ 态耦合的等效拉比频率由 $D_{n,n'} = \langle n' | e^{i\eta(a + a^\dagger)} | n \rangle$ 系数所调制, 这一系数又被称为 Debye-Waller 因子 [7,8], 其表征考虑声子跃迁情况下的自旋之间的耦合强度. 当 Lamb-Dicke 极限条件 $\eta^2(2n+1) \ll 1$ 满足时, 对 $e^{i\eta(a + a^\dagger)}$ 进行泰勒展开:

$$e^{i\eta(a + a^\dagger)} = 1 + i\eta(\hat{a} + \hat{a}^\dagger) + O(\eta^2). \quad (13)$$

由 (13) 式和 (12) 式可知, 在 Lamb-Dicke 极限条件下, 大于一个声子能级的跃迁将被抑制而只可能存在不改变声子能级的载波跃迁和改变一个声子能级的红边带或蓝边带跃迁. 当 (11) 式哈密顿量

中 $\omega - \omega_{\text{hf}} = 0$ 时激发强烈的载波共振跃迁, 此时自旋翻转的同时声子能级不发生改变, 对应的拉比频率为 $\Omega_{n,n} = \Omega$; 当 $\omega - \omega_{\text{hf}} = \nu$ 时 (ν 为声子的能级间隔) 激发蓝边带跃迁, 此时自旋由下翻上的同时声子能级增一, 即由 $|n\rangle$ 跃迁到 $|n+1\rangle$, 自旋由上翻下的同时声子能级减一, 即由 $|n\rangle$ 跃迁到 $|n-1\rangle$; 当 $\omega - \omega_{\text{hf}} = -\nu$ 时激发红边带跃迁, 此时自旋由下翻上时声子能级减一, 由上翻下时声子能级增一, 如图 4(a). 此外, 由 (13) 式和 (12) 式可求得声子能级增一或减一时自旋耦合的拉比频率分别为 $\Omega_{n,n+1} = \sqrt{n+1}\eta\Omega$ 和 $\Omega_{n,n-1} = \sqrt{n}\eta\Omega$.

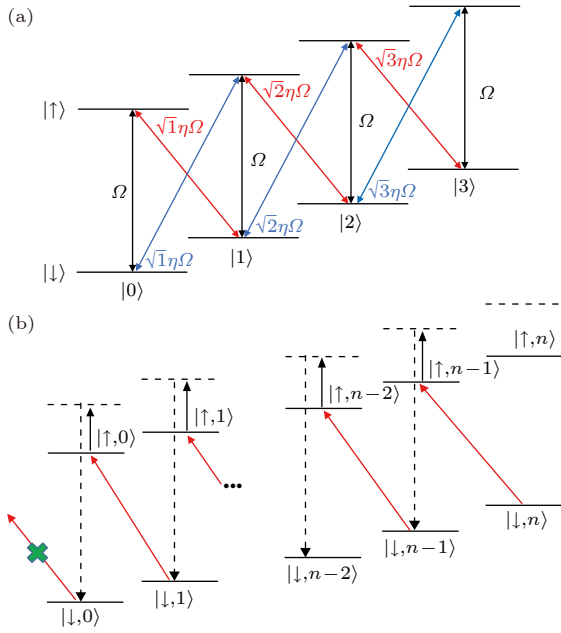


图 4 边带跃迁和边带冷却示意图 (a) 载波 (黑)、红边带 (红) 和蓝边带 (蓝) 跃迁; (b) $^{171}\text{Yb}^+$ 红边带冷却示意图
Fig. 4. Schematic diagram of sideband transition and sideband cooling: (a) Carrier (black arrow), red sideband (red arrow) and blue sideband (blue arrow) transitions; (b) red sideband cooling of $^{171}\text{Yb}^+$.

利用以上耦合单个声子能级的自旋跃迁原理可以构建基于边带的离子冷却过程 [9–11], 图 4(b) 就是基于红边带构建边带冷却的示意图. 从高声子能级的自旋下态出发, 红边带将自旋翻转为上态并使得声子能级降低一级. 为了能够使得红边带持续作用而降低声子能级, 每次翻转后需要将处于自旋上态的离子重新泵浦回自旋下态, 这一过程不改变声子能级. 实验中设置合适的红边带与泵浦序列, 离子所处的声子能级将会逐级降低. 当离子的声子能级被冷却到声子基态时, 红边带将无法再产生作用.

3 单声子模式下的纠缠和逻辑门

3.1 Mølmer-Sørensen 门

Mølmer-Sørensen 门 [12,13] 通过同时运用 2.2 节提到的非共振的红、蓝边带来耦合两个离子的自旋. 在囚禁 $^{171}\text{Yb}^+$ 系统中 [14–16], 可以通过给受激拉曼跃迁过程设置合适的失谐来产生红、蓝边带. 为了防止同种边带的连续跃迁, 需要在原来红、蓝边带的频率基础上额外增加一个小失谐 δ [2], 如图 5 所示. 由于其每种边带一次最多只跃迁一个声子能级, 因此这是一种在 Lamb-Dicke 极限以内的逻辑门实现方式.

由于声子的玻色子特性, 离子链上不同离子可同时处于相同的声子能级上. 假设离子链上两个离子被初始化为 $|\downarrow\downarrow, n\rangle$ 态, 此时, 如果其中一个离子沿着图 5 中路径 1 受红边带光子激发跃迁到 $|\uparrow\downarrow, n-1\rangle$ 态. 由于失谐 δ 的设置, 红边带的连续作用将被抑制, 此时另外一个离子将受蓝边带光子激发跃迁到 $|\uparrow\uparrow, n\rangle$ 态. 如果 Mølmer-Sørensen 门中失谐的设置远大于两自旋翻转的拉比频率, 中间单自旋翻转的态就可视为几乎没有布居 [17,18]. 根据 (12) 式和 (13) 式, 两自旋翻转的跃迁的强度可以表示为 $\Omega_{|\downarrow\downarrow, n\rangle \rightarrow |\uparrow\uparrow, n\rangle} = \frac{n(\eta\Omega)^2}{2\delta}$. 另外沿着路径 2, $|\downarrow\downarrow, n\rangle$ 态先受蓝边带光子激发跃迁到 $|\downarrow\uparrow, n+1\rangle$ 态,

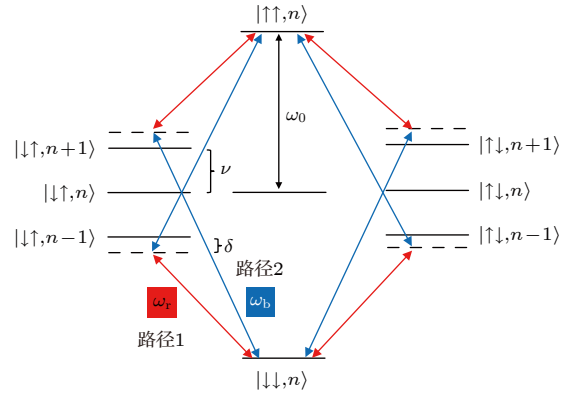


图 5 Mølmer-Sørensen 门能级跃迁示意图, 其中 ω_b , ω_r 分别为蓝边带和红边带的频率, 红色箭头和蓝色箭头分别为红边带跃迁和蓝边带跃迁. ν 为声子频率, δ 为红、蓝边带处的小失谐
Fig. 5. The energy level transition in Mølmer-Sørensen gate. ω_b and ω_r are frequencies of blue sideband and red sideband respectively, and blue arrow and red arrow are blue sideband transition and red sideband transition respectively; ν is the phonon frequency, and δ is the small detuning of each sideband.

然后受红边带光子激发跃迁 $|\uparrow\uparrow, n\rangle$ 态. 跃迁的强度可以表示为 $\Omega_{|\downarrow\downarrow, n\rangle \rightarrow |\uparrow\uparrow, n\rangle} = \frac{(n+1)(\eta\Omega)^2}{-2\delta}$. 图 5 中右侧还有两条相同的针对不同离子的路径, 实际过程可视为这些路径同时都有可能存在.

从以上分析过程可以看出 $|\downarrow\downarrow, n\rangle \Rightarrow |\uparrow\uparrow, n\rangle$ 跃迁的强度可以和运动态 $|n\rangle$ 无关, 只要 $n-1$ 和 $n+1$ 声子的中间态没有布居, 则可视为整个过程与运动态解耦, 最终的哈密顿量具有纯自旋耦合的形式^[18]:

$$H_I = \Omega_{\text{total}} \sigma_{\phi_i} \sigma_{\phi_j}, \quad (14)$$

其中 $\Omega_{\text{total}} = (\eta\Omega)^2/\delta$ 是所有路径作用下两离子自旋翻转的总强度, 这里 $\sigma_{\phi} = \cos \phi \sigma_x + \sin \phi \sigma_y$. 在讨论 Mølmer-Sørensen 相互作用时, 可以从激光场与两能级离子在简谐势阱中相互作用的哈密顿量开始考虑. 离子在阱中的自由哈密顿量为 $H_0 = \hbar\nu a^\dagger a + \frac{\hbar\omega_0}{2} \sigma_z$, 其中 $\omega_0 = \omega_{\text{hf}}$. 相互作用哈密顿量为 (10) 式. 旋波近似后相互作用绘景下系统的哈密顿量为

$$H_I = \frac{\hbar\Omega}{2} \left(\sigma_+ e^{i\eta(ae^{-i\nu t} + a^\dagger e^{i\nu t})} e^{i[(\omega_0 - \omega)t - \phi]} + \sigma_- e^{-i\eta(ae^{-i\nu t} + a^\dagger e^{i\nu t})} e^{-i[(\omega_0 - \omega)t - \phi]} \right), \quad (15)$$

其中 $\eta = kx_0$ 是 Lamb-Dicke 系数. 在 (15) 式中, 取 $\delta = \delta_r$, $\phi = \phi_r$ 可以得到红边带的哈密顿量, 取 $\delta = \delta_b$, $\phi = \phi_b$ 可以得到蓝边带的哈密顿量. Mølmer-Sørensen 门中红、蓝边带同时作用, 如图 5. 此时相互作用哈密顿量可以写成红、蓝边带哈密顿量的和^[12,13],

$$\begin{aligned} H_{\text{M-S}} &= H_R + H_B \\ &= \sum_{i=1}^N \sum_{m=1}^N [\hbar\Omega_i \sigma_+ \cos(\delta_m t - \phi_m) \\ &\quad - \hbar\Omega_i \sigma_- \cos(\delta_m t - \phi_m)] \\ &\quad + \sum_{i=1}^N \sum_{m=1}^N \hbar\eta_{i,m} \Omega_i \sigma_{\phi_s}^i \cos(\delta_m t + \phi_m) \\ &\quad \times (a_m^\dagger e^{i\nu_m t} + a_m e^{-i\nu_m t}). \end{aligned} \quad (16)$$

定义 Mølmer-Sørensen 门中设置的红、蓝失谐为 $\delta_b = -\delta_r = \delta_m \equiv \nu + \delta$, 运动态相位为 $\phi_m = (\phi_b - \phi_r)/2$, 自旋相位为 $\phi_s = -\pi/2 - (\phi_b + \phi_r)/2$, 自旋算符为 $\sigma_{\phi} = (\sigma_+ e^{-i\phi} + \sigma_- e^{i\phi})$. 指标 i 为离子的序

数, 指标 m 为多运动模式的模式序数. 忽略非共振的载波项后, 设置 $\phi_r = 0$, $\phi_b = \pi$ 得到相互作用哈密顿量为

$$H_{\text{M-S}} = - \sum_i^N \sum_m^N \hbar\eta_m^i \Omega_i \sin(\delta_m t) \begin{pmatrix} a_m^\dagger e^{i\nu_m t} \\ + a_m e^{-i\nu_m t} \end{pmatrix} \sigma_{x_i}. \quad (17)$$

这个哈密顿量的时间演化算符可以用二阶 Magnus 公式展开^[19],

$$U(t) = \exp \left[-\frac{i}{\hbar} \int_0^t dt_1 H_{\text{M-S}}(t_1) - \frac{1}{2\hbar^2} \int_0^t dt_2 \int_0^{t_2} dt_1 [H_{\text{M-S}}(t_1), H_{\text{M-S}}(t_2)] \right]. \quad (18)$$

忽略多声子模式的情况, 考虑两离子共享运动态, 则可得两离子自旋耦合运动态的演化算符,

$$U(t, 0) = \exp \left[(\alpha(t)a^\dagger - \alpha(t)^*a) \sigma_{x_1} \otimes I + (\alpha(t)a^\dagger - \alpha(t)^*a) I \otimes \sigma_{x_2} - i\chi(t) \sigma_{x_1} \otimes \sigma_{x_2} \right], \quad (19)$$

其中 $\alpha(t) \approx \frac{\eta_m^i \Omega_i}{2} \frac{e^{-i\delta T} - 1}{i\delta}$. 当门时间 $T = 2n\pi/\delta$ (n 为整数) 时 $\alpha(T) = 0$, (19) 式中前两项表征的自旋与声子解耦, 此时就只剩下表征自旋与自旋净耦合的最后一项. $\alpha(t)$ 值表征离子运动在相空间中的轨迹, 那么门操作结束时 $\alpha(T) = 0$, 又可以理解为离子在门操作结束时, 其在相空间中的位置与 $t = 0$ 时刻重合, 即离子在相空间的轨迹恰好闭合. 在声子能级上额外的小失谐 δ 是非常有必要的, 从能级跃迁角度上看可以防止同一种边带的连续作用, 从相空间的轨迹闭合角度来看, 当 $\delta = 0$ 时, 门时间 $T = 2n\pi/\delta$ 趋于无穷大, 即运动态永远无法与自旋解耦.

Mølmer-Sørensen 门的中心思想是使用声子作为媒介来实现离子自旋的纠缠. 离子在阱中存在相互独立的自旋态 (内态) 和共同分享的声子态 (外态). 通过运动态相互耦合的离子为实现纠缠提供了很大的方便. 改变其中一个离子的声子模式, 这种改变会通过离子间库仑相互作用迅速地传递到整个链条, 链上的所有离子共享一个声子模式. 如果此时离子的自旋与这个共享的声子模式相互耦合, 则以声子为媒介将两个离子的自旋纠缠在一起将成为可能. Mølmer-Sørensen 门使用红、蓝边带两组受激拉曼跃迁实现这种离子自旋与声子的耦合, 最后 $T = 2n\pi/\delta$ 时两个离子的自旋纠缠起来, 同时自旋与声子解耦, 实现了两个离子自旋的净纠缠.

3.2 超快激光作用下的逻辑门

超快脉冲锁模激光器在物理学研究的各个领域得到广泛的应用. 有着一定重复频率的超快激光脉冲序列在频域上有着独特的梳齿结构, 即所谓的光学频率梳^[20–22]. 其不仅在光谱学领域的发展上有着重要推动作用, 也在囚禁离子系统上制备离子自旋的纠缠态和实现量子逻辑门^[23], 实现两离子自旋超快纠缠^[24]方面有着出色的应用. 同连续激光一样, 超快脉冲激光也是通过构造自旋依赖的动量转移来实现离子内态(自旋)的纠缠. 时域上, 两束脉冲序列在垂直于离子链的方向上相向入射, 由同时到达的多对脉冲驱动离子自旋翻转的同时耦合声子能级, 实现最大的动量转移. 这一过程可以视为由脉冲激光序列驱动受激拉曼跃迁过程. 当脉冲序列很长, 脉冲序列上单个脉冲强度较弱时, 频域上每根梳齿的带宽很窄, 在声光调制器的调制下很容易构造出第2节所描述的产生红、蓝边带的受激拉曼跃迁, 进而实现超快脉冲激光作用下的两比特纠缠. 在频域上这一过程可视为离子感受到来自两束激光脉冲序列所构成的光频梳的梳齿频率差恰好满足驱动离子红、蓝边带跃迁的共振要求. 这种用弱脉冲、长脉冲序列来构造红、蓝边带的方案受 Lamb-Dicke 区域的限制, 即高于一个声子能级的跃迁会被强烈地抑制, 因而门时间相对较长, 约为百微秒量级^[16]. 此外还可以利用强脉冲、短脉冲序列实现 Lamb-Dicke 区域以外的超快纠缠门, 门时间大约为几微秒量级^[24]. Lamb-Dicke 区域以内激发红、蓝边带的理论原理在第2节已讨论, 本节主要讨论超快脉冲激光作用下的超快纠缠.

3.2.1 超快激光脉冲耦合声子

以 $^{171}\text{Yb}^+$ 离子为例, 与3.1节 Mølmer-Sørensen 门相似, $^{171}\text{Yb}^+$ 离子在基态 $|\downarrow\rangle = |0\rangle = |^2\text{S}_{1/2} : F=0, m_F=0\rangle$ 受到 355 nm 激光的激发, 吸收光子跃迁至一虚能级, 此处的失谐量 Δ 约为 33 THz. 另一束 355 nm 的激光照射离子, 使其释放光子落回至激发态 $|\uparrow\rangle = |1\rangle = |^2\text{S}_{1/2} : F=1, m_F=0\rangle$. 这一整个受激跃迁过程将离子内态的两个能级耦合起来, 布居数在两个能级间以拉比振荡的形式转移, 拉比频率为 Ω , 暂时不考虑离子运动效应的情况下, 激光的电场效应可以写为 $\mathbf{E} = \text{Re} [\hat{\epsilon} f(t) e^{-i(\omega t + \phi)}]$. $\hat{\epsilon}$ 是脉冲激光的极化矢量, $f(t)$ 是脉冲激光的电场包络函数, ω 是脉冲激光的频率, ϕ 是脉冲激光的

相位. 根据受激拉曼跃迁的基本理论, 在旋转坐标系下相互作用哈密顿量可以写为

$$H_e = \begin{pmatrix} \frac{\omega_{\text{hf}}}{2} + \Delta_1 & \frac{\Omega}{2} \\ \frac{\Omega^*}{2} & -\frac{\omega_{\text{hf}}}{2} + \Delta_2 \end{pmatrix}, \quad (20)$$

其中拉比频率 $\Omega = \frac{g_{02}^* g_{12}}{2\Delta}$, g_{02} , g_{12} 为偶极跃迁因子. Δ_1 和 Δ_2 分别为两束激光引起的斯塔克效应项, 因为激光在P能级处有着巨大的失谐, 如图3所示, 这两项引起的能级间距频移项 $|\Delta_1 - \Delta_2|$ 远小于拉比频率 Ω , 其引起的绕 z 轴的转动效应很小, 因此可以忽略不计^[25]. 哈密顿量的最终形式为 $H_e = \frac{1}{2} (\Omega \sigma_x + \omega_{\text{hf}} \sigma_z)$.

与 Mølmer-Sørensen 门相似, 激光操纵离子内态(自旋)和运动态的核心是两束波矢相向或者有着相向的分量的激光在构成以上受激拉曼跃迁的同时还对离子有一定的扰动力. 在 Mølmer-Sørensen 门中, 其表现为直接激发声子的跃迁, 这里这种扰动表现为离子内态在进行拉曼跃迁时, 吸收和放出光子会对自身的动量产生一定的改变. 当两束激光的波矢相向且垂直与离子链时, 这种动量改变最大为 $\hbar \Delta \mathbf{k}$ ^[25], $\Delta \mathbf{k}$ 为两束光的波矢差. 考虑离子在阱中的简谐振动, 激光电场效应中的相位 $\phi = \mathbf{k} \mathbf{x} + \phi_0$, \mathbf{k} 为电场波矢, \mathbf{x} 为位置算符. 拉比频率中的偶极跃迁因子具有如下形式:

$$\begin{aligned} g_{ij} &= -f(t) e^{-i(kx + \phi_0)} \langle i | \mu \cdot \hat{\epsilon} | j \rangle \\ &= C_{\text{CG}} e^{-i(kx + \phi_0)} \Gamma \sqrt{\frac{I(t)}{2I_{\text{sat}}}}, \end{aligned} \quad (21)$$

式中 I_{sat} 为饱和光强, C_{CG} 为 Clebsch-Gordan 系数, Γ 为上能级的自发辐射率. 拉比频率的大小反映了两个能级的耦合强度, 其正比于光强. 以两束光相向传播为例, 考虑到受激拉曼跃迁中两束光具有方向相反的波矢 \mathbf{k}_1 , \mathbf{k}_2 , 和不同的相位 ϕ_1 , ϕ_2 . 定义 $\Delta \mathbf{k} = \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1$, $\Delta \phi = \phi_2 - \phi_1$. 则拉比频率 $\Omega = \frac{g_{02}^* g_{12}}{2\Delta}$ 可以通过(21)式计算得

$$\Omega = 2\sqrt{\Omega_1(t) \Omega_2(t)} [\cos(\Delta k x + \Delta \phi)], \quad (22)$$

Ω_1 , Ω_2 分别正比于两束光的光强. 最终的有效哈密顿量为

$$H_e = \sqrt{\Omega_1(t) \Omega_2(t)} \cos(\Delta k x + \Delta \phi) \sigma_x + \frac{\omega_{\text{hf}}}{2} \sigma_z. \quad (23)$$

与红、蓝边带的作用相似, $\Delta k x$ 的引入在(23)式哈密顿量的时间演化算符内表现为离子在

运动态上的位移算符, 即激光将对离子的运动态产生影响. 用离子运动态的基态波包 x_0 定义 Lamb-Dicke 参数 $\eta = \Delta k x_0$, 谐振子的位置算符 x 写作 $x_0(a + a^\dagger)$. 使用超快激光脉冲序列激发自旋翻转时, 单个脉冲的脉宽很短且远小于离子的运动周期, 数学上可以近似为一个 δ 函数^[25]. 因此如果一个脉冲在 t_0 时刻到达离子, 则有近似关系 $\Omega_{1,2}(t) \approx \Theta\delta(t - t_0)$. 因此一对脉冲同时照射到离子的总的演化算符为^[25,26]

$$U(\tau) = \exp\left(-i \int_0^\tau H_c(t) dt\right) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^n J_n(\Theta) e^{in\Delta\phi(\tau)} D(in\eta) \hat{\sigma}_x^n. \quad (24)$$

可以看到一对脉冲光子照射到离子时不仅引起了离子自旋的翻转, 也对其运动外态以位移算符 $D(in\eta)$ 的形式产生影响. 但是如果仅靠单独一对脉冲光子实现一次完整的受激拉曼跃迁, 脉冲面积 Θ 取 π 时, (24) 式中贝塞尔函数 $J_n(\Theta)$ 的 n 阶效应无法忽略, 即相当于在脉冲对驱动的受激拉曼跃迁过程中, 自旋翻转和动量改变会以一定的概率发生 n 次, 这个概率幅由前面的贝塞尔函数的大小决定. 由此可见, 一对强脉冲的作用最终让一个初态在声子基态或者一个相干态的离子成为不同动量大小踢的叠加态, 类似于 Kapitza-Dirac 衍射效应^[25,26].

3.2.2 自旋依赖的动量转移

(24) 式中虽然同时体现了自旋的翻转和离子运动态的转移, 但这并不能称得上是 Spin-dependent Kick (SDK)^[25], 只可称得上是 Spin-coupled Kick. 因为 (24) 式中可以发现这种动量改变并不依赖于自旋的状态, 只是在耦合运动态的同时自旋做一个简单的翻转. 换言之, 处在不同自旋状态的离子在经过一对脉冲的作用后完全有可能仍然处在一个相同的运动态上. 实验中可以通过每对光脉冲之间有特定时间间隔的光脉冲序列来实现 SDK, 假设脉冲和脉冲之间的时间间隔为 t_0 , 则这对脉冲光子序列的总演化算符为^[26]

$$U = U_n \dots U_f U_2 U_f U_1, \quad (25)$$

其中 $U_f = e^{-i(\omega_{\text{trap}} a^\dagger a + \omega_{\text{hf}} \hat{\sigma}_z/2)t_0}$ 是每对脉冲之间自由演化算符.

在这多个脉冲的作用下, 每个脉冲的脉冲面积设为一个小量 $\delta\theta$. 当 $\delta\theta$ 足够小时, 每个脉冲造成的高阶动量转移效应就被很好地抑制, 此时 (24) 式

中贝塞尔函数只取到一阶. 第 t_n 时刻到达的强脉冲对的作用可认为是瞬时的, 相互作用绘景下每对脉冲的演化算符 U'_n 近似写为^[26]

$$U'_n = 1 + i \frac{\delta\theta}{2} (e^{i\phi} D(in\eta) \hat{\sigma}_+ + e^{-i\phi} D(-in\eta) \hat{\sigma}_-). \quad (26)$$

虽然上面的演化算符不含 t_k , 但是这样的化简是基于脉冲之间的时间间隔限制条件 $t_0 = t_{n+1} - t_n = \frac{2\pi n}{\omega_{\text{hf}} + \omega_A}$, 其中 ω_A 为是施加给其中一束激光的频移, 满足 $\omega_{\text{hf}} = n\omega_{\text{rep}} \pm \omega_A$, $n \in \mathbb{Z}$ 的共振条件^[25,26].

在取总脉冲面积 $\int_0^t \delta\theta = \pi$ 的情况下, 整个脉冲序列在相互作用绘景中的演化算符为 $U_K = (U'_n)^n$, 在脉冲序列上脉冲数目比较多时, 其可很好地近似为^[24] $U_K = e^{i(\phi_0 + \pi/2)} D(in\eta) \hat{\sigma}_+ + e^{-i(\phi_0 - \pi/2)} D(-in\eta) \hat{\sigma}_-$, 这就是一个单离子的 “Spin-dependent Kick”. SDK 演化算符中, 对不同自旋的离子而言它在相空间中被踢的方向不一样. 这样的 SDK 算符在实验上是由一串脉冲序列组成, 实现一次受激拉曼跃迁的自旋的翻转, 并依据自旋的状态在相空间内完成自旋依赖的动量转移. 如离子自旋为 $|\downarrow\rangle$, 则其在 SDK 算符作用下自旋翻为 $|\uparrow\rangle$ 并获得 $+\eta$ 的动量转移. 如离子自旋为 $|\uparrow\rangle$, 则其自旋翻为 $|\downarrow\rangle$ 并获得 $-\eta$ 的动量转移如图 6(a). 两离子的 SDK 算符为^[24]

$$U_{K-2} = e^{2i\phi} \hat{\sigma}_{+1} \hat{\sigma}_{+2} D(in\eta_C) + \hat{\sigma}_{+1} \hat{\sigma}_{-2} D(in\eta_R) + e^{-2i\phi} \hat{\sigma}_{-1} \hat{\sigma}_{-2} D(-in\eta_C) + \hat{\sigma}_{-1} \hat{\sigma}_{+2} D(-in\eta_R), \quad (27)$$

其中 η_C 和 η_R 分别代表质心模和呼吸模的 Lamb-Dicke 参数. 可以看到两比特的 SDK 算符每项有选择地耦合了不同运动模式. 第一项和第三项对处

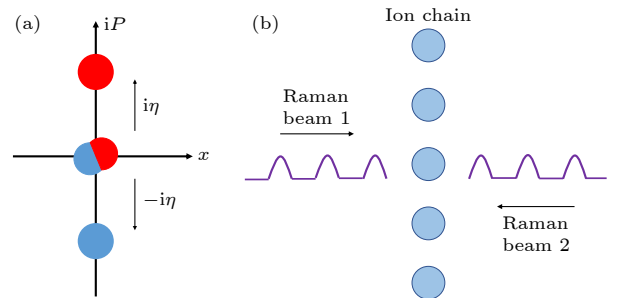


图 6 自旋依赖的动量转移 (a) 不同自旋状态在相空间被转移的方向不同, 红色圆代表 $|\uparrow\rangle$ 态, 蓝色圆代表 $|\downarrow\rangle$ 态; (b) 超快脉冲序列照射离子产生自旋依赖的动量转移

Fig. 6. Spin-dependent momentum transfer: (a) Different spin states are transferred in different directions in phase space, red circle represents $|\uparrow\rangle$ state and blue circle represents $|\downarrow\rangle$ state; (b) ultrafast pulse trains irradiate ions and produce spin-dependent momentum transfer.

于 $|11\rangle$, $|00\rangle$ 的系统耦合质心模. 第二项和第四项对处于 $|01\rangle$, $|10\rangle$ 的系统耦合呼吸模. 那么在演化时, 不同自旋组合在不同的运动模式下将在相空间内累积不同的相位, 这种自旋依赖的相位积累构建出了这个多体量子系统非平衡的相位积累过程, 为产生纠缠提供了条件.

3.3 非线性作用与纠缠制备

在量子计算中, 任意一个么正演化算符都可以通过一些基本的单比特门和两比特 CNOT 门构建而成^[27]. 但实现两比特或多比特纠缠的演化算符必然不可被几个单比特门直积分解, 因为纠缠包含了比特之间的相互作用, 这一特性源于产生纠缠的物理过程有一定的非线性的相互作用. 假设初态为 $|\phi_i\rangle = \frac{1}{2}(|00\rangle + |01\rangle + |10\rangle + |11\rangle)$, $|\phi_i\rangle$ 包含了两个量子比特所展开的希尔伯特空间的所有相互正交的基 ($|00\rangle$, $|01\rangle$, $|10\rangle$, $|11\rangle$). 一个物理过程对应的演化算符 U 作用在这样的初态上, 其作用效果可以在末态中以真值表的形式被完全展示出来. 即如果

$$|\phi_f\rangle = U|\phi_i\rangle = \frac{1}{2}(A|00\rangle + B|01\rangle + C|10\rangle + D|11\rangle), \quad (28)$$

则 A, B, C, D 即为 U 分别作用在四个基上的真值, A, B, C, D 均为复数. 当这些值在某些配比情况下使得 $|\phi_f\rangle$ 不可被直积分解, 比如 $B = C = 0$, 则 $|\phi_f\rangle$ 为纠缠态. A, B, C, D 的配比与 U 直接相关, 当这个 U 不能被看作是两个态无相互作用的单独演化时, 其在数学上即表示为不能被直积分解. 得到的态也必然包含了相互作用的信息, 即得到了纠缠态. 这种相互作用可以总结为一种“非线性过程”, 即不同的基在演化结束时有不同的演化结果, 以满足特定的真值表.

3.1 节和 3.2 节提到的利用红、蓝边带跃迁耦合声子的 Mølmer-Sørensen 门和利用强超快脉冲序列耦合离子运动态的方案都借助离子的外态即运动态来构建“线性的过程”, 因为离子的运动在离子链上可以通过库仑相互作用互相影响, 其核心是给离子施加所谓的“自旋相关力 (spin-dependent force)”^[13,28]. 其构建“非线性过程”的基本逻辑可以总结为: 首先用拉曼过程将运动态和自旋态耦合起来, 然后利用自旋依赖过程给不同基积累不同运动态相位, 最后将运动态和自旋解耦, 运动态积累的相位表现在自旋态上.

在强超快脉冲序列的方案中, 根据位移算符的

运算规则 $D(\beta)|\alpha\rangle = e^{\frac{\beta\alpha^* - \beta^*\alpha}{2}}|\alpha + \beta\rangle$, 每对脉冲光子都会使离子的运动态在相空间发生位移. 设离子的运动初态为相干态 $|\alpha_0\rangle$, t_1 时刻一对脉冲光子照射到离子并引起 SDK, 则 (27) 式中的位移算符的作用下得到新的运动态 $|\alpha_{t_1}\rangle$ 为

$$\begin{aligned} |\alpha_{t_1}\rangle &= D(i\eta_1)|\alpha_0\rangle = e^{\frac{i\eta_1\alpha_0^* + i\eta_1\alpha_0}{2}}|\alpha_0 + i\eta_1\rangle \\ &= e^{i\phi_1}|\alpha_1\rangle, \end{aligned} \quad (29)$$

经过 $t_2 - t_1$ 的自由时间演化后, t_2 时刻第二对超快脉冲照射到离子, 此时经过自由演化后的运动态再次受到 SDK,

$$|\alpha_{t_2}\rangle = D(i\eta_2)|\alpha_1 e^{-i\omega(t_2 - t_1)}\rangle = e^{i\phi_2}|\alpha_2\rangle. \quad (30)$$

以此类推, 在第 n 个脉冲到达之后, 第 m 个运动模式的运动态演化为 $|\alpha_{t_n}\rangle = e^{i\phi_n^m}|\alpha_n\rangle$, 其中^[24]

$$\alpha_n = e^{-i\omega t_n} \left(\alpha_0 + i \sum_{n=1}^N \eta_n e^{i\omega t_n} \right), \quad (31)$$

$$\begin{aligned} \phi_n^m &= \text{Re} \left[\alpha_0 \sum_{n=1}^N \eta_n e^{-i\omega t_n} \right] \\ &\quad - \sum_{n=2}^N \sum_{i=1}^{N-1} \eta_n \eta_i \sin[\omega(t_i - t_n)]. \end{aligned} \quad (32)$$

当 $|\alpha_n\rangle = |\alpha_0\rangle$ 满足时运动态的末态回复到初态位置, 此时运动态可以视为和自旋解耦, 由运动态在相空间转移而产生的相位表现在对应自旋基矢上. 如果初态为 $|\psi_i\rangle = \frac{1}{2}(|00\rangle|\alpha_0\rangle + |01\rangle|\alpha_0\rangle + |10\rangle|\alpha_0\rangle + |11\rangle|\alpha_0\rangle)$, 提取公共相位后的末态为

$$|\psi_f\rangle = \frac{1}{2}(e^{i\Phi}|00\rangle|\alpha_0\rangle + |01\rangle|\alpha_0\rangle + |10\rangle|\alpha_0\rangle + e^{i\Phi}|11\rangle|\alpha_0\rangle), \quad (33)$$

其中 $\Phi = \phi_{Cn} - \phi_{Rn}$, 为质心模和呼吸模各自积累的相位之差. 在驱动边带耦合声子的 Mølmer-Sørensen 门中, 这种直观的自旋相关的运动态转移也存在. 当运动态与自旋解耦时, 则 (19) 式的演化算符写为

$$U(t, 0) = \exp\left(-i\frac{\pi}{4}\sigma_{x_1} \otimes \sigma_{x_2}\right). \quad (34)$$

如果选择 $|0_x\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$, $|1_x\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle)$ 作为新的基矢, 则 (34) 式中的矩阵可以被对角化而可以重新展开为

$$\begin{aligned}
U = & D(\alpha(t))e^{-i\chi(t)}|0_x 0_x\rangle\langle 0_x 0_x| + e^{i\chi(t)}|0_x 1_x\rangle \\
& \times \langle 0_x 1_x| + e^{i\chi(t)}|1_x 0_x\rangle\langle 1_x 0_x| \\
& + D(-\alpha(t))e^{-i\chi(t)}|1_x 1_x\rangle\langle 1_x 1_x|. \quad (35)
\end{aligned}$$

(35) 式与 (27) 式形式相近, 在两比特自旋基矢上具有明确的自旋依赖的动量转移形式, 只不过 Mølmer-Sørensen 门中需要定义新的基矢.

4 多声子模式下的纠缠和逻辑门

利用库仑相互作用不仅可以单独实现两离子自旋纠缠, 也可以实现多对离子自旋的平行纠缠^[29]及整个离子链的全局纠缠^[30]. 利用自旋相关力和离子间的库仑相互作用, 离子的运动态可以作为产生离子间自旋内态纠缠的中介. 但是所有产生纠缠的最关键一步就是在操作结束后需要满足自旋态和运动态的解耦, 实现离子自旋内态的净纠缠. 3.3 节讲到的自旋相关力在驱动离子自旋演化的同时也驱动着离子的运动态在相空间演化, 当运动态在相空间演化的轨迹恰好闭合, 即离子运动态的演化回复到初态时可以视为和自旋解耦. 但是链上有 m 个离子时, 每个方向上都有 m 个本征运动模式. 无论是用边带驱动声子的 Mølmer-Sørensen 门还是强超快脉冲序列, 都需要解决多运动模式对离子自旋纠缠的保真度带来的影响. 常见的解决方法为对入射激光或脉冲进行频率调制、相位调制和幅度调制^[16, 31], 即所谓的“脉冲整形”.

4.1 Lamb-Dicke 区域以内解耦多声子模式

由于实际在执行 Mølmer-Sørensen 门操作的时候, 激光的线宽往往不能忽略. 理论上, 激光的线宽只要不覆盖到其他本征模式提供的声子能级上, 那么激光就不与这些能级耦合. 实际实验中由于离子的径向模式的几个本征模式频率非常接近, 激光的线宽会基本覆盖到离子这个方向上所有本征模式的声子能级上, 如图 7 所示.

如果采用单模的处理方法, 就会因其他模式无法解耦而降低门操作的保真度, 所以在进行离子链上的两离子纠缠时考虑多模问题不可避免. Mølmer-Sørensen 门在多声子模式下演化算符为

$$U(t) = \exp \left(\sum_i \sum_m \phi_{i,m}(t) \sigma_{x_i} - i \sum_i \sum_j \chi_{ij}(t) \sigma_{x_i} \sigma_{x_j} \right), \quad (36)$$

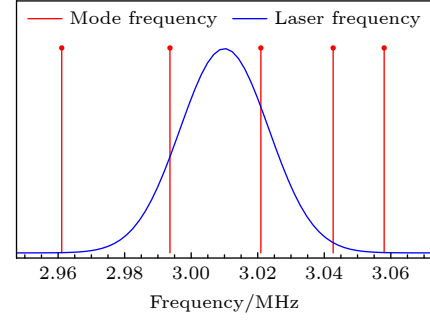


图 7 脉冲激光线宽覆盖若干个本征频率的示意图

Fig. 7. Schematic of laser linewidth covering several eigen-frequencies.

式中第一项表征为自旋-运动的相互作用项, $\phi_{i,m}(t) = \alpha_{i,m}(t) a_m^\dagger - \alpha_{i,m}^*(t) a_m$ 表征离子运动态的在相空间的转移. 若在 T 时刻门结束时使得自旋内态与运动态完全解耦, 仅保留离子间自旋内态的净耦合, 则意味着 (36) 式中 $\alpha_{i,m}(T)$ 对所有运动模式 m 而言均为 0. 此外, 如果在门操作结束后还要满足离子间自旋内态的最大纠缠, 则 (36) 式中第二项还需同时满足 $\chi_{i,j}(T) = \pm\pi/4$. 实验中通常采用基于脉冲整形的脉冲调制技术来处理此多模问题, 比较常见的是对激光的幅度进行离散的分段调制^[29,31]. 在一个幅度分段调制激光作用下, 离子的不同运动态在相空间内的轨迹都可以恰好在门操作结束时闭合, 实现与自旋内态的解耦. 此时拉比频率用一个分段函数表示:

$$\Omega(t) = \begin{cases} \Omega_1, & 0 < t \leq T/N, \\ \Omega_2, & T/N < t \leq 2T/N, \\ \dots, & \\ \Omega_n, & (N-1)T/N < t \leq T. \end{cases} \quad (37)$$

将激光幅度在时域上分为 N 段, 每种运动模式都同时受此幅度分段调制的激光驱动. 当 $\delta_m - \nu_m \ll \delta_m + \nu_m$ 时, 表征离子在相空间位置的 $\alpha_{i,m}(t)$ 在旋波近似后化为

$$\begin{aligned}
\alpha_{i,m}(t) = & \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N \eta_{i,m} \Omega_{i,n} \\
& \times \int_{(n-1)T/N}^{nT/N} [-\exp(-i(\delta_m - \nu_m)t)] dt. \quad (38)
\end{aligned}$$

两量子比特的自旋-自旋相互作用项系数为

$$\chi_{i,j}(t) = \vec{\Omega}^T D_{n,n}^{i,j} \vec{\Omega}. \quad (39)$$

其中

$$D_{n,n'}^{i,j} = \begin{cases} \sum_{n=1}^N \sum_{n'=1}^N \int_{(n-1)t/N}^{nt/N} dt_2 \int_{(n'-1)t/N}^{n't/N} dt_1 \sum_m \eta_{i,m} \eta_{j,m} \sin(\delta t_1) \sin(\delta t_2) \sin(\nu_m(t_2 - t_1)), & n' < n, \\ \sum_{n=1}^N \sum_{n'=1}^N \int_{(n-1)t/N}^{nt/N} dt_2 \int_{(n'-1)t/N}^{t_2} dt_1 \sum_m \eta_{i,m} \eta_{j,m} \sin(\delta t_1) \sin(\delta t_2) \sin(\nu_m(t_2 - t_1)), & n' = n, \\ 0, & n' > n. \end{cases} \quad (40)$$

通过对 (36) 式的分析可知, 为了实现离子链上离子对 i, j 自旋净最大纠缠, 须同时满足下面两个限制条件:

1) 所有运动模式在门结束的时候都和自旋解耦, 即 $\alpha_{i,m}(t)$ 对所有模式 m 都为 0;

2) 两量子比特的自旋相互作用项系数 $\chi_{i,j}(T) = \Omega^T D_{n,n'}^{i,j} \Omega = \pm\pi/4$.

文献 [32] 中定义了纠缠门的保真度为

$$F = \frac{1}{8} [2 + 2(\Gamma_i + \Gamma_j) + \Gamma_+ + \Gamma_-] \\ \approx 1 - \frac{1}{4} \sum_{m=1}^M (\alpha_{m,i}^* \alpha_{m,i} + \alpha_{m,j}^* \alpha_{m,j}). \quad (41)$$

通过求解以上两条约束条件及 (41) 式中最大保真度下分段的 $\Omega(t)$ 的解, 可得 5 个离子的离子链上 2 个离子纠缠的幅度调制的脉冲整形结果. 如果对脉冲幅度的调制总共分 9 段, 设置门时间为 200 μs , 设置失谐 δ 为 3.0318 MHz, 则其中一个 $\Omega(t)$ 的解如图 8 所示.

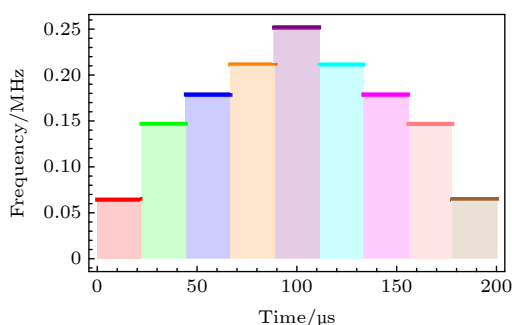


图 8 门时间为 200 μs , 失谐 δ 为 3.0318 MHz 时脉冲幅度调制模拟结果

Fig. 8. Simulation result of laser amplitude modulation when gate time is 200 μs and detuning δ is 3.0318 MHz.

5 个运动模式在相空间中运动的轨迹如图 9 所示. 可以发现 5 个模式在门操作结束的时候, 在幅度调制后的脉冲作用下, 所有模式的运动态在相空间中的轨迹都恰好闭合, 即所有模式的自旋态都和运动态完全解耦, 这可以大大提升纠缠门的保真度.

实现多运动模式解耦的脉冲整形方法除了以上详细讨论的幅度调制 (AM) 外, 还有相位调制 (PM) 和频率调制 (FM). 这些调制方案都可以在合适的参数调制设计下解耦多声子模式、提高纠缠门的保真度. 不同调制方案可以同时运用且被调制的参数也可以采用非离散的形式. 文献 [33] 通过使用单独离散的相位调制方法实现了解耦多运动模式并抑制驱动离子的光场波动误差. 此外, 也有研究组研究了使用连续函数形式的频率调制方案来解耦多运动模式, 构建具有鲁棒性的两比特门 [15]. 随着离子链上离子数的增加, 离子链径向模式的模式频率数更多且间隔更窄, 已有研究组通过同时运用非离散的幅度调制和频率调制解耦多运动模式, 实现了长离子链上的局部两比特纠缠 [16]. 另外, 参数的连续调制和分段离散调制也可以同时运用, 文献 [30] 就同时使用离散的相位调制和连续的幅度调制解决了 4 量子比特的全局纠缠过程中的多运动模式解耦问题.

随着离子数的增多, 设计合适的参数调制方案也会变得更复杂 [33], 此时可以辅之一些阱的对称条件来简化上文提到的寻找满足非线性限制条件解的过程 [30]. 此外, 实际实验过程中所用的仪器对幅度、频率和相位的控制精度往往也影响着 AM, FM 和 PM 等调制方案的选择.

4.2 Lamb-Dicke 区域以外解耦多运动模式

Lamb-Dicke 区域以外解耦多运动模式并实现超快门的方案有很多, 包括使用光强更高的连续 (CW) 激光和相应的幅度调制来实现快速纠缠和多运动模式解耦 [34], 该方案在囚禁 $^{43}\text{Ca}^+$ 系统中实现了 99.8% 保真度的纠缠门且门时间只有 1.6 μs . 此外还有上文提到的使用强超快激光脉冲序列的方案实现超快纠缠并解耦多运动模式. 其中, 使用强超快脉冲序列的方案最具代表性. 目前相关的工作包括自旋-运动态纠缠的实现 [25]、两离子自旋-自

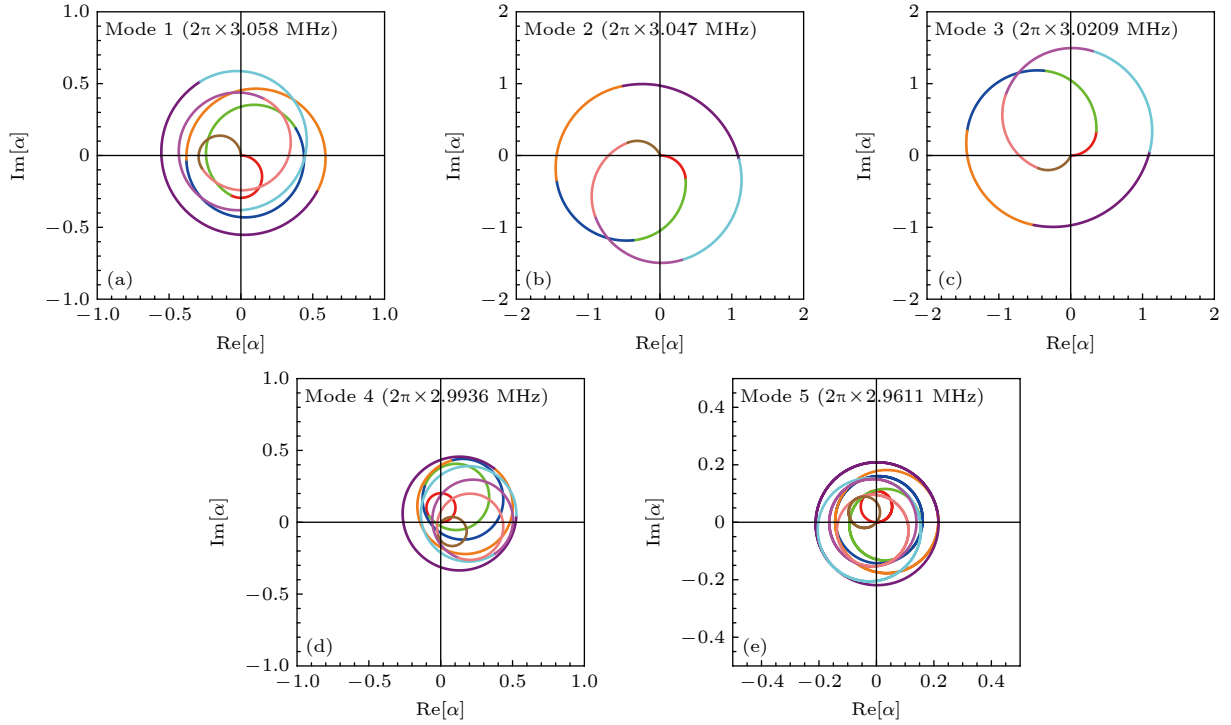


图 9 5 个振动模式的运动态在相空间内的运动轨迹 (a) 线频率为 3.058 MHz 的模式 1; (b) 线频率为 3.047 MHz 的模式 2; (c) 线频率为 3.0209 MHz 的模式 3; (d) 线频率为 2.9936 MHz 的模式 4; (e) 线频率为 2.9611 MHz 的模式 5

Fig. 9. The motional state trajectories of the five vibration modes in phase space: (a) Mode 1, line frequency is 3.058 MHz; (b) Mode 2, line frequency is 3.047 MHz; (c) Mode 3, line frequency is 3.0209 MHz; (d) Mode 4, line frequency is 2.9936 MHz; (e) Mode 5, line frequency is 2.9611 MHz.

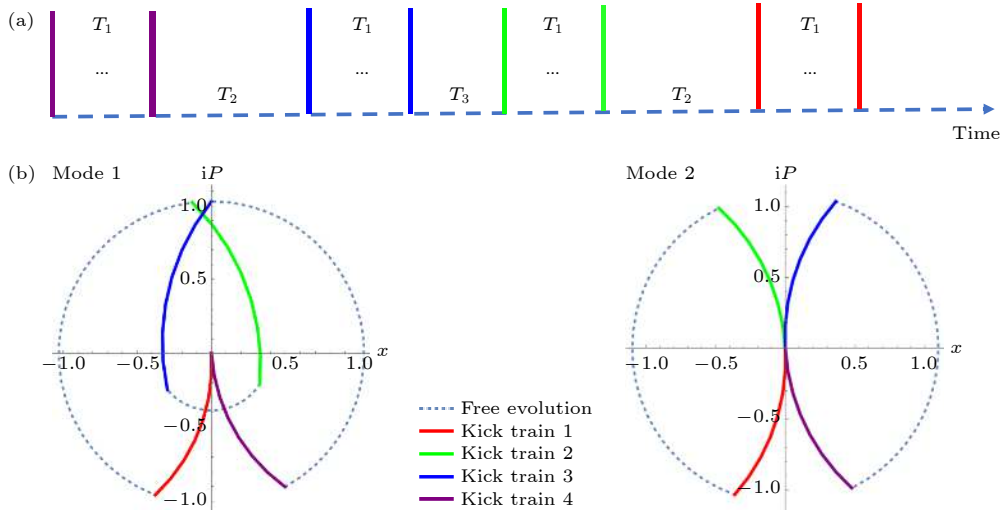


图 10 两个运动模式在脉冲序列的作用下与自旋解耦 (a) 超快脉冲序列; (b) 两个运动模式在相空间的运动轨迹

Fig. 10. Two motional modes are decoupled from spin: (a) Ultrafast pulse train; (b) trajectories of two motion modes in phase space.

旋纠缠的理论^[26]和实验^[24]等. 在囚禁 $^{171}\text{Yb}^+$ 系统上, 该方案已经实现了 $18.5\ \mu\text{s}$ 的门时间、76% Bell 态制备保真度的纠缠门^[24]. 此外, 最近有研究小组提出了使用高重复频率、高功率皮秒光梳的初步理论方案^[35], 很有希望在实际实验平台上实现.

使用强超快脉冲序列的方案需要设置合适的

SDK 序列来解耦多运动模式, 包括设置一定次数 SDK 和穿插在其之间的自由演化时间. 能够实现运动态解耦的序列设置方案有很丰富的可能性, 保真度最优和资源最少的序列尚无定论, 寻找更好的强超快脉冲下的 SDK 序列还是一个亟待探索的领域, 比如最近就有研究组提出考虑微运动的序列设

计方案不仅能够提高门的保真度,而且可以使其具备对实验误差的鲁棒性^[36].此外,还有研究组提出了使用更少的超快脉冲个数得到更高保真度的序列方案,并发现此方案可以扩展到任意长离子链上^[37].我们在图10中模拟了文献[26]的方案作为示例,演示了合适的 SDK 序列解耦多运动模式的过程,模拟中的部分参数也来源于该文献.图中 T_1 , T_2 , T_3 分别为 74.88, 249.6, 174.72 ns, 时长为 T_1 的红、绿、蓝、紫线条区域代表脉冲序列,分别包含了 7 次自旋依赖的动量转移 (SDK) 操作.相邻两次之间的时间间隔为 12.48 ns,期间离子只进行自由演化. T_2 , T_3 所对应的时间范围内由于没有脉冲序列作用,离子同样只进行自由演化.在作用这样的 SDK 序列后,离子的质心模和呼吸模的运动态都在相空间内闭合,如图10(b). Mode 1 代表质心模, Mode 2 代表呼吸模.

5 结论和展望

本文回顾了近年来以声子为媒介的多个囚禁离子纠缠与逻辑门的相关研究工作.首先介绍了离子阱中以声子为媒介的物理原理,包括离子链运动模式与声子的概念,以及激光与声子模的相互作用.重点介绍了 Mølmer-Sørensen 门的原理,并分析了其不足之处.接着介绍了如何利用超快激光通过拉曼跃迁实现单离子操控^[23,26],以及如何将离子内态与声子态耦合^[25],实现自旋依赖的动量转移^[24,25].最后给出了如何利用超快激光通过激发单模或多模声子模式实现两比特超快纠缠逻辑门^[24].

二十多年前提出的 Cirac-Zoller 门、Mølmer-Sørensen 门开启了离子阱量子计算研究的热潮,取得了丰硕的成果,但在扩展到大规模量子计算的过程中也遇到了瓶颈.为了获得高保真度仍需处于 Lamb-Dicke 区域;门的速度受限于阱频率;由于随着离子数增加本征模谱越发复杂,难以扩展到大规模比特数.基于超快激光的超快逻辑门有望解决这些困难,通过锁模激光器产生的超短光脉冲耦合离子内态与声子模,实现超越 Lamb-Dicke 区域、速度不受限于阱频率的超快单比特门及两比特纠缠门^[24].由于不需要分辨各个运动模式,本文介绍的超快门和 Cirac-Zoller 门、Mølmer-Sørensen 门有本质区别,也因此获得了上述优越性^[24].超快门

实际上将实现大规模量子计算的复杂度从离子方面转移到了激光方面,可以不必再过度追求离子量子比特相干时间的提升,而是转而追求更好地控制激光系统.由于目前已对如何稳定激光系统、进行激光脉冲整形等有了足够好的掌握,基于超快激光-原子相互作用的量子门有较为光明的前景^[26].囚禁离子实验中已经实现了时间在 50 ps 量级的超快单比特门,保真度达到 0.99^[38],也已实现了时间在 2—20 μ s 的两比特纠缠门,保真度达到 0.76^[24].基于连续激光形状脉冲的超快门更是达到了 1 μ s 量级、保真度超过 0.99 的水平^[34].随着囚禁离子量子计算^[39]与量子模拟^[40]规模的进一步扩大,超快门可被拿来替换掉其中耗时过长的操作,更好地完成大规模量子信息处理任务.

本文介绍的超快激光-库仑晶体的相互作用,其应用范围不止局限于量子计算中的超快逻辑门,而是能在更广阔的研究领域如原子物理^[41,42]、量子模拟^[40]、量子网络^[43]、量子物理基础^[44]等方面发挥作用.具体来讲,在原子物理方面,可利用超快激光精密测量离子能级寿命^[41],也可实现快速亚多普勒冷却^[42].在量子模拟方面,超快门有望使得大规模、多比特量子模拟成为可能^[40].在量子网络方面,超快激发离子结合自发辐射可制备单光子-离子纠缠态,从而为基于双光子干涉的远距离离子-离子纠缠建立基础^[43].在量子物理基础方面,超快激光可被用来实现 δ -驱动的谐振子以研究量子混沌^[45];也可被用来制备离子阱中相空间分离创纪录的薛定谔猫态,从而推进对于宏观量子效应、退相干等问题的研究^[44];结合高分辨成像技术,还有望加深对于量子测量、“海森伯显微镜”等量子力学基本问题的理解^[44].

目前基于超快激光的超快两比特纠缠门保真度约为 0.76^[24],这对于更复杂的量子信息处理任务显然是不够的.超快纠缠门的表现主要受限于构成它的一系列自旋依赖动量转移的保真度.目前高保真度的自旋依赖动量转移仍面临挑战,主要限制包括光束指向的不稳定、使用紫外脉冲采集器导致的偏振不完美、目标声子模和沿其余阱轴方向的声子模间的串扰等^[44].一个可能的提升保真度的方案是采用红外超快激光脉冲,这样就能规避使用紫外光时的一系列困难,例如脉冲采集器带来的偏振不完美.另外,目前实现超快纠缠门的脉冲序列仍不是最优的,例如可通过切换两束激光的波矢差实现

速度更快的操控. 未来还可通过更先进的数值优化方法确定一组最优的脉冲序列参数, 从而在多量子比特系统中实现速度更快, 保真度更高的超快逻辑门^[44].

参考文献

- [1] Schmidt-Kaler F, Häffner H, Riebe M, Gulde S, Lancaster G P T, Deuschle T, Becher C, Roos C F, Eschner J, Blatt R 2003 *Nature* **422** 408
- [2] Sackett C A, Kielpinski D, King B E, Langer C, Meyer V, Myatt C J, Rowe M, Turchette Q A, Itano W M, Wineland D J, Monroe C 2000 *Nature* **404** 256
- [3] Marquet C, Schmidt-Kaler F, James D F V 2003 *Appl. Phys. B* **76** 199
- [4] James D F V 1998 *Appl. Phys. B: Lasers Opt.* **66** 181
- [5] Zhu S L, Monroe C, Duan L M 2006 *Phys. Rev. Lett.* **97** 050505
- [6] Leibfried D, Blatt R, Monroe C, Wineland D 2003 *Rev. Mod. Phys.* **75** 281
- [7] Wineland D J, Monroe C, Itano W M, Leibfried D, King B E, Meekhof D M 1998 *J. Res. Natl. Inst. Stand. Technol.* **103** 259
- [8] Meekhof D M, Leibfried D, Monroe C, King B E, Itano W M, Wineland D J 1997 *Brazilian J. Phys.* **27** 15
- [9] Diedrich F, Bergquist J C, Itano W M, Wineland D J 1989 *Phys. Rev. Lett.* **62** 403
- [10] Monroe C, Meekhof D M, King B E, Jefferts S R, Itano W M, Wineland D J, Gould P 1995 *Phys. Rev. Lett.* **75** 4011
- [11] King B E, Wood C S, Myatt C J, Turchette Q A, Leibfried D, Itano W M, Monroe C, Wineland D J 1998 *Phys. Rev. Lett.* **81** 1525
- [12] Mølmer K, Sørensen A 1999 *Phys. Rev. Lett.* **82** 1835
- [13] Sørensen A, Mølmer K 1999 *Phys. Rev. Lett.* **82** 1971
- [14] Kim K, Chang M S, Islam R, Korenblit S, Duan L M, Monroe C 2009 *Phys. Rev. Lett.* **103** 120502
- [15] Leung P H, Landsman K A, Figgatt C, Linke N M, Monroe C, Brown K R 2018 *Phys. Rev. Lett.* **120** 020501
- [16] Landsman K A, Wu Y K, Leung P H, Zhu D W, Linke N M, Brown K R, Duan L M, Monroe C 2019 *Phys. Rev. A* **100** 022332
- [17] Benhelm J, Kirchmair G, Roos C F, Blatt R 2008 *Nat. Phys.* **4** 463
- [18] Roos C F 2008 *New J. Phys.* **10** 013002
- [19] Klarsfeld S, Oteo J A 1989 *Phys. Rev. A* **39** 3270
- [20] Cundiff S T, Ye J 2003 *Rev. Mod. Phys.* **75** 325
- [21] Udem T, Holzwarth R, Hänsch T W 2002 *Nature* **416** 233
- [22] Pe'er A, Shapiro E A, Stowe M C, Shapiro M, Ye J 2007 *Phys. Rev. Lett.* **98** 113004
- [23] Hayes D, Matsukevich D N, Maunz P, Hucul D, Quraishi Q, Olmschenk S, Campbell W, Mizrahi J, Senko C, Monroe C 2010 *Phys. Rev. Lett.* **104** 140501
- [24] Wong-Campos J D, Moses S A, Johnson K G, Monroe C 2017 *Phys. Rev. Lett.* **119** 230501
- [25] Mizrahi J, Senko C, Neyenhuis B, Johnson K G, Campbell W C, Conover C W S, Monroe C 2013 *Phys. Rev. Lett.* **110** 203001
- [26] Mizrahi J, Neyenhuis B, Johnson K G, Campbell W C, Senko C, Hayes D, Monroe C 2014 *Appl. Phys. B* **114** 45
- [27] Nielsen M A, Chuang I L 2010 *Quantum Computation and Quantum Information, 10th Anniversary Edition* (New York: Cambridge University Press) pp189–193
- [28] Soderberg K A B and Monroe C 2010 *Rep. Prog. Phys.* **73** 036401
- [29] Figgatt C, Ostrander A, Linke N M, Landsman K A, Zhu D W, Maslov D, Monroe C 2019 *Nature* **572** 368
- [30] Lu Y, Zhang S N, Zhang K, Chen W T, Shen Y C, Zhang J L, Zhang J N, Kim K 2019 *Nature* **572** 363
- [31] Choi T, Debnath S, Manning T A, Figgatt C, Gong Z X, Duan L M, Monroe C 2014 *Phys. Rev. Lett.* **112** 190502
- [32] Zhu S L, Monroe C, Duan L M 2006 *Europhys. Lett.* **73** 485
- [33] Green T J, Biercuk M J 2015 *Phys. Rev. Lett.* **114** 120502
- [34] Schäfer V M, Ballance C J, Thirumalai K, Stephenson L J, Ballance T G, Steane A M, Lucas D M 2018 *Nature* **555** 75
- [35] Hussain M I, Heinrich D, Guevara-Bertsch M, Torrontegui E, García-Ripoll J J, Roos C F, Blatt R 2021 *Phys. Rev. Appl.* **15** 024054
- [36] Ratcliffe A K, Oberg L M, Hope J J 2020 *Phys. Rev. A* **101** 052332
- [37] Mehdi Z, Ratcliffe A K, Hope J J 2021 *Phys. Rev. Res.* **3** 013026
- [38] Campbell W C, Mizrahi J, Quraishi Q, Senko C, Hayes D, Hucul D, Matsukevich D N, Maunz P, Monroe C 2010 *Phys. Rev. Lett.* **105** 090502
- [39] Debnath S, Linke N M, Figgatt C, Landsman K A, Wright K, Monroe C 2016 *Nature* **536** 63
- [40] Monroe C, Campbell W C, Duan L M, Gong Z X, Gorshkov A V, Hess P W, Islam R, Kim K, Linke N M, Pagano G, Richerme P, Senko C, Yao N Y 2021 *Rev. Mod. Phys.* **93** 025001
- [41] Moehring D L, Blinov B B, Gidley D W, Kohn R N, J r., Madsen M J, Sanderson T D, Vallery R S, Monroe C 2006 *Phys. Rev. A* **73** 023413
- [42] Blinov B B, Kohn R N, J r., Madsen M J, Maunz P, Moehring D L, Monroe C 2006 *J. Opt. Soc. Am. B* **23** 1170
- [43] Madsen M J, Moehring D L, Maunz P, Kohn R N, Jr., Duan L M, Monroe C 2006 *Phys. Rev. Lett.* **97** 040505
- [44] Johnson K G, Wong-Campos J D, Neyenhuis B, Mizrahi J, Monroe C 2017 *Nat. Commun.* **8** 1
- [45] Gardiner S A, Cirac J I, Zoller P 1997 *Phys. Rev. Lett.* **79** 4790

SPECIAL TOPIC—Non-equilibrium quantum many-body systems

Phonon-mediated many-body quantum entanglement and logic gates in ion traps^{*}Liu Teng^{1)†} Lu Peng-Fei¹⁾ Hu Bi-Ying¹⁾ Wu Hao¹⁾ Lao Qi-Feng¹⁾Bian Ji¹⁾²⁾ Liu Yang¹⁾²⁾ Zhu Feng¹⁾²⁾³⁾ Luo Le^{1)2)3)‡}¹⁾ (*School of Physics and Astronomy, Sun Yat-Sen University, Zhuhai 519082, China*)²⁾ (*Center of Quantum Information Technology, Shenzhen Research Institute, Sun Yat-Sen University, Shenzhen 518087, China*)³⁾ (*State Key Laboratory of Optoelectronic Materials and Technologies, Sun Yat-Sen University, Guangzhou 510275, China*)

(Received 1 March 2022; revised manuscript received 29 March 2022)

Abstract

The high-fidelity multi-ion entangled states and quantum gates are the basis for trapped-ion quantum computing. Among the developed quantum gate schemes, Mølmer-Sørensen gate is a relatively mature experimental technique to realize multi-ion entanglement and quantum logic gates. In recent years, there have also been schemes to realize ultrafast quantum entanglement and quantum logic gates that operate outside the Lamb-Dicke regime by designing ultrafast laser pulse sequences. In such a many-body quantum system, these entanglement gates couple the spin states between ions by driving either the phonon energy level or the motional state of the ion chain. To improve the fidelity of quantum gates, the modulated laser pulses or the appropriately designed pulse sequences are applied to decouple the multi-mode motional states. In this review, we summarize and analyze the essential aspects of realizing these entanglement gates from both theoretical and experimental points of view. We also reveal that the basic physical process of realizing quantum gates is to utilize nonlinear interactions in non-equilibrium processes through driving the motional states of an ion chain with laser fields.

Keywords: trapped-ion quantum computing, quantum gate, quantum entanglement, spin-dependent interaction**PACS:** 03.67.Bg, 42.50.Dv, 03.67.Ac, 03.65.Vf**DOI:** 10.7498/aps.71.20220360

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11774436, 11974434, 12074439), the Natural Science Foundation of Guangdong Province, China (Grant No. 2020A1515011159), the Key-Area Research and Development Program of Guangdong Province, China (Grant No. 2019B030330001), the Science and Technology Program of Guangzhou, China (Grant No. 202102080380), the Fundamental Research Funds for the Central Universities of Ministry of Education of China, Sun Yat-sen University (Grant No. 2021qntd28), the China Postdoctoral Science Foundation (Grant No. 2021M703768), the Guangdong Province Pearl River Youth Talents Program, China (Grant No. 2017GC010656), and the Central-Leading-Local Scientific and Technological Development Foundation, China (Grant No. 2021Szvup172).

[†] Corresponding author. E-mail: liut87@mail2.sysu.edu.cn

[‡] Corresponding author. E-mail: luole5@mail.sysu.edu.cn