

铝液滴撞击曲面的流动特性分析*

李逢超¹⁾ 付宇¹⁾ 李超^{2)†} 杨建刚¹⁾ 胡春波¹⁾

1) (西北工业大学, 燃烧、热结构与内流场重点实验室, 西安 710072)

2) (西北工业大学无人系统技术研究院, 西安 710072)

(2022 年 3 月 11 日收到; 2022 年 3 月 31 日收到修改稿)

为揭示高表面张力的铝液滴撞击弯曲壁面的铺展机制, 基于流体体积方法建立了铝液滴撞壁的数值计算模型, 通过分析韦伯数 (We)、奥内佐格数 (Oh) 以及壁面曲率 (k) 对液滴碰壁过程的影响规律, 探索了铝液滴在曲面上的铺展特性与流动机理. 研究表明: 随着 We 的增大, 铝液滴的撞壁行为模式依次表现为黏附、反弹以及破碎射流; 由于铺展和回缩过程都会产生能量耗散, 因此液滴回缩速度要小于其铺展速度. 在撞壁过程中, 接触点处产生了两次压力峰和速度峰, 分别出现在撞壁时刻与即将反弹时刻. 随着 k 的增加, 液滴的最大铺展系数不断增加, 且在平面上最小, 但曲率变化对液滴铺展速度的影响并不突出. 基于计算结果, 通过引入 k 对铺展系数预测模型作出了修正. 同时, 基于能量守恒定律, 对铝液滴在曲面上的流动过程进行分析, 建立了多因素耦合作用下的铺展系数计算模型. 与撞击平面相比, 液滴在曲面上的铺展系数不仅与液滴的运动参数、壁面的润湿性有关, 还与壁面曲率与液滴曲率之比有关. 本文提出的两种预测模型均能为实际的工程应用提供参考依据.

关键词: 铝液滴, 弯曲壁面, 流体体积方法, 预测模型**PACS:** 47.11.Df, 47.55.D-, 47.55.dr**DOI:** 10.7498/aps.71.20220442

1 引言

金属液滴撞击固体壁面是一种典型的表面流动现象, 普遍存在于 3D 打印、微观涂覆、等离子喷涂、增材制造等工业领域的生产过程中^[1,2]. 由于液滴的物性、初始能量、壁面结构以及润湿性等因素的耦合作用, 使得液滴撞壁时的动力学行为以及力热传递过程极其复杂^[3,4], 因此, 掌握金属液滴撞击过程的作用机理不仅会对工业生产起到重要的促进作用, 而且对液滴动力学的发展具有深远意义.

针对常规的水、煤油等低表面张力液滴在壁面上的运动过程, 研究者们已开展了大量的研究. 早在 2001 年, Rioboo 等^[3,4] 通过实验研究了水液滴碰撞不同粗糙度和润湿性壁面的过程, 清晰地捕捉

到整个液滴撞击过程的形态演化, 并指出液滴碰撞水平壁面后主要呈现出: 铺展、直接飞溅、冠状飞溅、回缩破碎、部分反弹和完全反弹等形态. Mundo 等^[5] 则以无量纲参数 $K(K = We^{0.5} Re^{0.25})$ 为判据, 将液滴碰撞结果分为沉积和飞溅两种状态, 其临界值 $K = 57.7$. Stanton 和 Rutland^[6] 提出了燃油液滴与壁面的碰撞模型, 指出油滴与壁面的碰撞结果和液滴性质、壁面状态、液滴碰撞之前所穿过的气相边界层特性等因素均有关. Xu 等^[7] 考虑了液滴黏性与壁面润湿性等因素的影响, 建立了柱状和球冠状两种铺展直径预测模型, 并指出柱状模型适合预测液滴撞击壁面后的反弹过程, 球冠状模型较适合预测黏附过程; 而 Attane 等^[8] 则认为球冠模型适用于低黏流体的持续铺展过程, 柱状模型适用于伸展达到最大程度时的形状. 宋云超^[9] 采用耦合水

* 国家自然科学基金 (批准号: 52006169, 51876178) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: lichao@nwpu.edu.cn

平集-流体体积 (CLSVOF) 法研究了液滴撞击水平壁面后的飞溅现象, 并认为射流液体局部毛细波波长大于毛细破碎临界波长是飞溅的重要条件. 李大树^[10]采用高速摄像机结合像素分析法研究了液滴碰撞壁面时铺展、收缩、飞溅等动力学形态演变过程, 定量获得了液滴铺展系数和铺展速度随无量纲时间的变化规律. 陈石等^[11]通过对液滴受力状态的分析, 建立了液滴碰撞壁面振荡模型, 得到了液滴铺展半径的振荡表达式, 并通过与数值模拟结果的对比, 验证了模型的可行性. 在实际环境中, 液滴撞击的壁面往往是已被润湿的壁面, 液滴在其上的撞击行为与干壁面完全不同. 梁刚涛等^[12]对液滴撞击液膜的机理进行了研究, 认为表面张力对冠状水花形态的影响远大于黏度的影响, 而颈部射流的产生主要是由于撞击后颈部区域局部压差造成的. 黄虎等^[13]采用格子玻尔兹曼法建立了液滴碰撞液膜的二维模型, 发现表面张力越大, 界面变形阻力越大, 水花形变越小, 不易断裂破碎.

由于金属液滴大多具有较高的表面张力, 其撞壁行为、流动规律与常规液滴存在较大差异^[14]. 针对不同的工业生产环境, 研究者们对金属液滴的撞壁过程也开展了相应的研究. Pasandideh-Fard 等^[15]实验记录了不锈钢表面上熔融锡液滴的铺展直径和液-固接触角的变化过程. 尚超等^[16]研究了镓铟锡所形成的液滴撞击泡沫金属表面的运动特性, 发现具有较高表面张力的镓铟锡液滴的铺展系数随时间的变化在铺展初始阶段仍满足常规流体的 $1/2$ 次幂关系. 李涛^[2]对比了 Al 和 Pb 液滴在不同表面结构、形貌的水平基底上的撞击行为, 认为液滴的表面张力、壁面的曲率直径对撞击结果起重要作用. Dou 等^[17]观测了韦伯数 $We = 3.05$ 、雷诺数 $Re = 1488$ 的锡液滴撞击塑料基体的动力学过程, 发现液滴在 ABS, PMMA 和 PC 基体上反复振荡后沉积, 而在 FR4 基板上铺展后反弹. Li 等^[18]实验分析了铝液滴与壁面碰撞后的反弹过程, 并对液滴接触时间和最大铺展系数的理论模型进行了修正.

综上所述, 国内外学者对于金属液滴撞壁的研究相对较少, 且多集中于液滴撞击水平壁面, 而对于复杂结构壁面上液滴的形态变化与流动机理尚不明确, 其流动规律亟待探索. 因此本文基于 Fluent 计算软件, 采用流体体积 (VOF) 方法对高表面张力的铝液滴撞击曲面的问题进行详细地研究, 着重讨论液滴 We , Oh 以及壁面曲率 k 对液滴铺展过

程的影响规律, 并根据能量守恒建立铝液滴撞击过程的预测模型.

2 数值方法

2.1 物理模型

精确的数值模拟主要用来研究实验手段无法观测到的微观特征. 对液滴撞壁过程进行数值计算之前, 需建立合理的物理模型. 图 1 为计算使用的模型, 由于液滴碰撞过程的对称性, 计算中采用二维轴对称结构; 红色区域为液滴的初始位置, 直径为 D_0 的球形液滴在重力 g 和初速度 v_0 的作用下撞击刚性内凹壁面; 左边界为对称轴, 下边界为壁面, 液滴表面为自由流动表面, 其他边界为压力出口. 考虑气体存在对液滴下落过程的影响, 液滴初始位置距离壁面的高度 (Height) 为 $1.5D_0$.

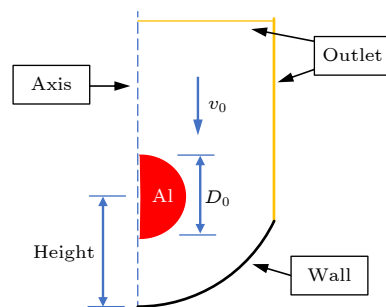


图 1 物理模型

Fig. 1. Schematic diagram of physical model.

计算中的参考温度为 1000 K, 压力为 101325 Pa. 液态铝的物性随温度变化明显, 计算中使用到的主要物性参数如表 1 所列^[19,20]. 在液滴碰壁过程中, 随着液滴不断运动变形, 液滴与壁面之间的接触角会动态改变, 但在液滴撞击壁面的数值模拟中一般均采用静态接触角, 本文选取铝液滴在壁面上的静态接触角 $\theta = 161^\circ$ ^[21].

表 1 主要物性参数

Table 1. Main physical properties.

参数	数值	单位
温度	1000	K
压力	101325	Pa
液滴密度	2357	kg/m ³
液滴黏度	1.178×10^{-3}	Pa/s
表面张力	0.871	N/m
接触角	161	(°)

2.2 控制方程

液滴与壁面的碰撞涉及到液气两相流动,且两者之间没有质量的传递,采用 VOF 方法追踪气-液界面,有利于对液滴撞壁过程的动力学行为进行单项机理研究. VOF 方法通过求解连续性方程,得到每个单元上的体积分数;通过在整个求解域中求解单独的动量方程,得到的速度场由各相共用. 每个单元上的流体体积分数 C 为目标流体体积 V_q 和网格总体积 V_{sum} 的比值. 当单元体积内充满目标流体时, $C = 1$; 不含目标流体时, $C = 0$; 而 $0 < C < 1$ 时,该单元内含有自由表面. 各控制方程具体如下:

连续性方程为

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla C = 0. \quad (1)$$

动量方程为

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t}(\rho \mathbf{v}) + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v} \mathbf{v}) \\ &= -\nabla p + \nabla \cdot [\mu(\nabla \mathbf{v} + \nabla \mathbf{v}^T)] + \rho \mathbf{g} + \mathbf{F}, \end{aligned} \quad (2)$$

式中, \mathbf{v} 是速度矢量; p 是压力; μ 是计算单元内动力黏度; ρ 是计算单元内密度; \mathbf{F} 是表面张力源项,采用 Brackbill 提出的连续表面力 (CSF) 模型对其进行求解^[22], \mathbf{F} 可表示为

$$\mathbf{F} = \sigma A \nabla \Gamma, \quad (3)$$

其中 A 是曲率,根据单位法线的散度进行定义, σ 是表面张力系数, Γ 是 Heaviside 函数. 当液滴在壁面运动时,定义接触角为 θ . $\hat{\mathbf{n}}_w$ 和 $\hat{\mathbf{t}}_w$ 分别为壁面处的单位法向量和单位切向量,则接近壁面处的法向量为

$$\hat{\mathbf{n}} = \hat{\mathbf{n}}_w \cos \theta + \hat{\mathbf{t}}_w \sin \theta. \quad (4)$$

假设液滴撞壁过程为绝热流动,忽略碰壁过程中温度的变化,因此不考虑能量方程. 在求解过程中,压力-速度的耦合求解采用 SIMPLE 方法;对流

项使用空间离散方法,压力项的离散采用 PRESTO 方法,动量方程的离散采用二阶迎风格式,体积分数方程的求解使用 CICSAM 方法.

2.3 模型验证

采用两相界面追踪的模拟方法对网格分辨率的要求较高,为检验网格尺寸的有效性,对其进行无关性验证. 在图 1 所示物理模型下,考察了 12 万、35 万、50 万等 3 种网格数量下, $Oh = 0.00082$, $We = 2.7$ 的铝液滴撞击水平壁面后铺展系数 β 随时间的变化情况,结果如图 2 所示. 可以看出:采用 35 万和 50 万的网格,液滴撞壁后铺展系数随时间的变化曲线几乎完全重合,而 12 万的网格下的铺展系数与其他两者存在明显差异. 因此,本研究采用 35 万网格,既可保证计算精度,又可节省计算时间和成本.

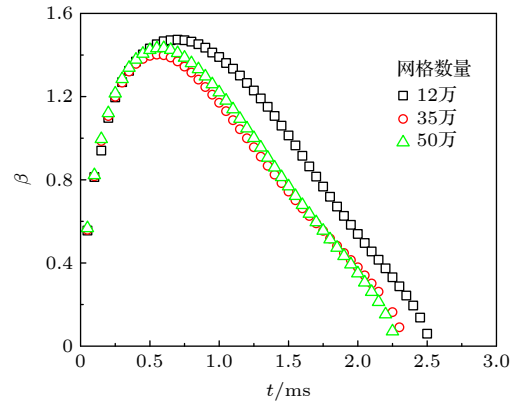


图 2 网格无关性验证

Fig. 2. Verification of grid independence.

同时,为进一步验证数值模型的准确性,需将数值结果与实验结果进行对比. 本文通过计算 $D_0 = 676 \mu\text{m}$, $v_0 = 1.21 \text{ m/s}$ 的铝液滴撞击平面的过程,与 Li 等^[18]的实验结果进行了对比,其中液滴温度与壁面温度均为 1280 K,结果如图 3 所示. 从图 3 可以看出:不同时刻的计算结果与实验结果均符合

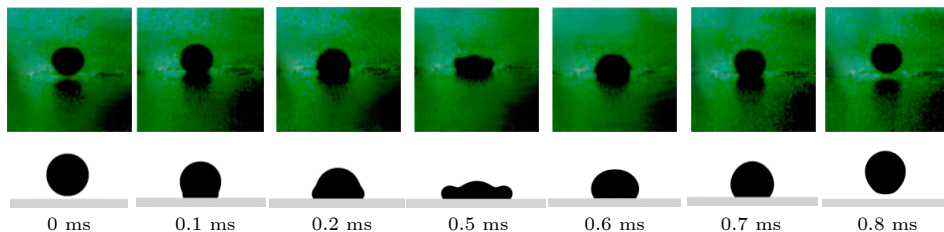


图 3 数值计算结果与实验结果^[18]的对比

Fig. 3. Comparison of the numerical calculation results with the experimental data^[18].

得较好,一定程度上证明了数值模型的准确性与可靠性. 对于结果中对应时刻存在的微小差异,与试验测量误差以及数值方法的局限性均有关.

3 结果与分析

本文中,铝液滴的动力学参数为 $0.00082 < Oh < 0.0013$, $0 < We < 43$, 壁面曲率 k 的范围为: $167 < k < 400$. 其中, $k = 1/R$, R 为曲面半径. 采用铺展系数 β 和液膜中心高度系数 h 来表征液滴在空间上的变化规律,其表达式分别为

$$\beta = D/D_0, \quad (5)$$

$$h = H/D_0, \quad (6)$$

式中, D 为不同时刻的铺展直径, H 为不同时刻的液膜中心高度.

3.1 内部流动特性

研究液滴在壁面铺展时的内部流动特性,对揭示其撞壁规律至关重要. 图 4 给出了 $Oh = 0.00082$,

$We = 2.7$ 的铝液滴撞击 $k = 400$ 的曲面时压力与速度的分布情况. 从图 4 可以看出, $t = 0$ ms 时,液滴与壁面即将接触,液滴内的高压区出现在液滴的底部,这是由于液滴在运动中的惯性力导致的,而液滴内的速度分布均匀. 同时,在液滴下落过程中,会对靠近壁面附近的气体产生挤压,导致其沿壁面切向速度分量较大. $t = 0.2$ ms 时,液滴已经撞击壁面,部分动能转换为压能. 此时液滴与壁面接触区域压力最高,且沿壁面法向递减,球冠顶部的压力最低;同时近壁处液滴沿壁面切向的速度较大,驱使液体向两侧流动,但在撞击中心处为速度滞止区. $t = 0.2—0.8$ ms 时,随着液滴的铺展,高压区由接触中心逐渐向边缘迁移,液滴中心压力逐渐降低;由于黏性力作用,此过程中液体内部速度整体减小. $t = 0.8$ ms 时,液滴达到最大铺展直径,液滴中心的压力最低. $t = 1.0—1.2$ ms 时,液滴向中心回缩,由于壁面的黏附作用,靠近壁面处的流体速度最低,远离壁面即液滴上部的速度最高; $t = 1.2$ ms 时,液滴回缩时中心处流体受到挤压,压力

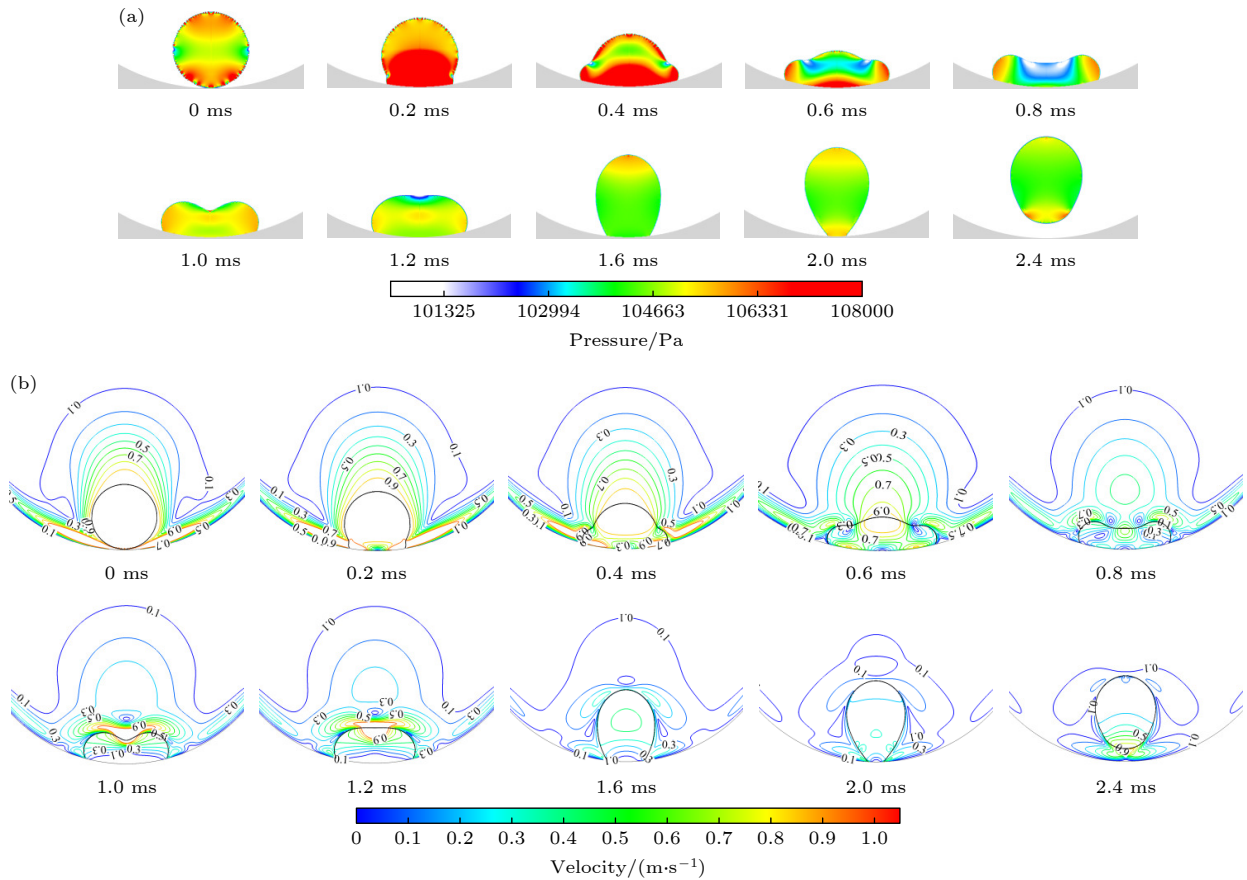


图 4 铝液滴撞击曲面过程的压力与速度分布 (a) 压力云图; (b) 速度云图

Fig. 4. Pressure and velocity distribution of aluminum droplet impinging on concave surface: (a) Pressure contours; (b) velocity contours.

逐渐升高;当液滴收缩到一定程度后逐渐向上拉伸,液滴顶部压力较高; $t = 2.0$ ms 时,液滴即将反弹离开壁面,此时液滴底部出现高压区,这是由于液滴自身重力以及壁面黏附力的作用使得液滴底部流速降低导致的.进一步观察还发现,当液滴反弹至空中后,在液滴的顶部和底部会周期性的同步出现高压区,这主要与液滴在惯性力作用下的反复振荡运动有关^[23].

进一步,对液滴撞击点处的压力与速度进行分析,结果如图 5 所示.液滴在流动过程中,接触点处在液滴撞壁时刻与反弹时刻分别出现了压力峰和速度峰,这与上述对压力与速度的分析结果保持一致.在铺展和回缩过程中,接触点的速度保持为 0,进一步说明接触点为速度滞止区.

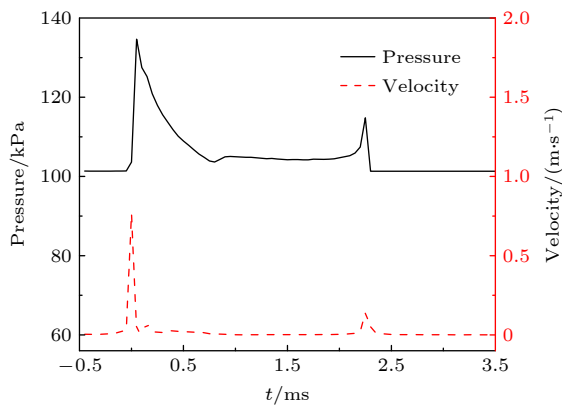


图 5 固-液接触点的压力与速度变化规律

Fig. 5. Time evolution of the pressure and velocity of solid-liquid contact point.

3.2 We 的影响

液态铝的表面张力远高于一般流体,因而其撞壁过程的动力学行为与常规液滴存在一定差异.图 6 展示了 $Oh = 0.00082$, We 分别为 0.7, 2.7, 10.8, 43.3 的铝液滴撞击 $k = 400$ 曲面后的流动过程.从图 6 可以看出:当液滴与壁面接触后,液滴底部首先受到挤压并发生变形,由于表面张力的作用,此时液滴上部仍保持球形(图 6(a), $t = 0.2$ ms).随后,液滴迅速以接触点为原点沿壁面铺展,并将动能转化为表面能和黏性耗散能.在铺展的初期,液滴的形状仍为球冠状(图 6(a), $t = 0.6$ ms),当达到最大铺展直径时,为圆盘状或中心下凹状(图 6(a), $t = 1.2$ ms),此时液滴动能为 0,表面能达到最大;其后,为了维持体系原有的平衡,在表面张力的作用下,液滴开始向中心位置收缩,铺展直径逐

渐减小.

由于 We 不同,液滴回缩后产生了反弹、黏附以及破碎射流等不同的状态.

黏附 当初始能量较小(图 6(a)),液滴在回缩阶段转化的动能不足以产生反弹,则液滴将无法脱离壁面,只能在不断铺展和拉伸的过程中消耗能量,最终黏附在壁面上.

反弹 当初始能量较大(图 6(b) 和图 6(c)),液滴在回缩阶段转化的动能足够大,最终将脱离壁面,完成反弹.

破碎射流 当初始能量过大(图 6(d)),液滴将在铺展阶段产生更快的铺展速度以及更大的铺展直径,形成的液膜厚度更薄.当液膜达到最大铺展直径,即外缘速度为 0 时,液膜中心仍有向外流动的速度.因此,当外缘向内收缩时,液膜中心继续向外流动,由于 Plateau-Rayleigh 不稳定性,液膜发生断裂,产生多个小液滴(图 6(d), $t = 0.8$ ms).随后,由于弯曲的壁面结构以及惯性力的共同作用,破碎的小液滴逐渐向碰撞中心聚合,最终形成法向射流(图 6(d), $t = 1.0$ — 2.2 ms).铝液滴表面张力较高,内部分子受到的约束力较大,因而不容易发生破碎,仅当动能足够大时,才会发生破碎射流的情况.

通过对不同 We 下液滴铺展系数的时域过程进行分析,结果如图 7 所示.从图 7 可以看出:当撞击能量较小时,液滴在壁面上呈振荡铺展,铺展直径最后趋于定值;随着 We 增大,液滴将拥有足够的能量在壁面上完成反弹,此种情况下, We 越大,液滴与壁面的接触时间越短.同时,由于铺展和回缩过程都会产生能量耗散,因此液滴的回缩速度要小于其铺展速度.从图 7 也可以看到,随着 We 的增大,最大铺展系数逐渐增大,破碎的情况下获得的铺展系数最大.

3.3 Oh 的影响

进一步,分别在反弹和黏附两种行为模式下,对比了不同 Oh 的液滴在曲面上的铺展过程.图 8 为铝液滴撞击曲面且均发生反弹时,其铺展系数与中心高度系数随时间的变化情况.其中, $k = 400$, $We = 10.8$, Oh 分别为 0.00082, 0.00092, 0.00106 和 0.00130.从图 8(a) 可以看出,随着 Oh 的增大,液滴在壁面上形成的最大铺展直径逐渐减小,液滴与壁面的接触时间更短;而在图 8(b) 中,最小中心高度系数随着 Oh 的增大而逐渐减小.值得注意的

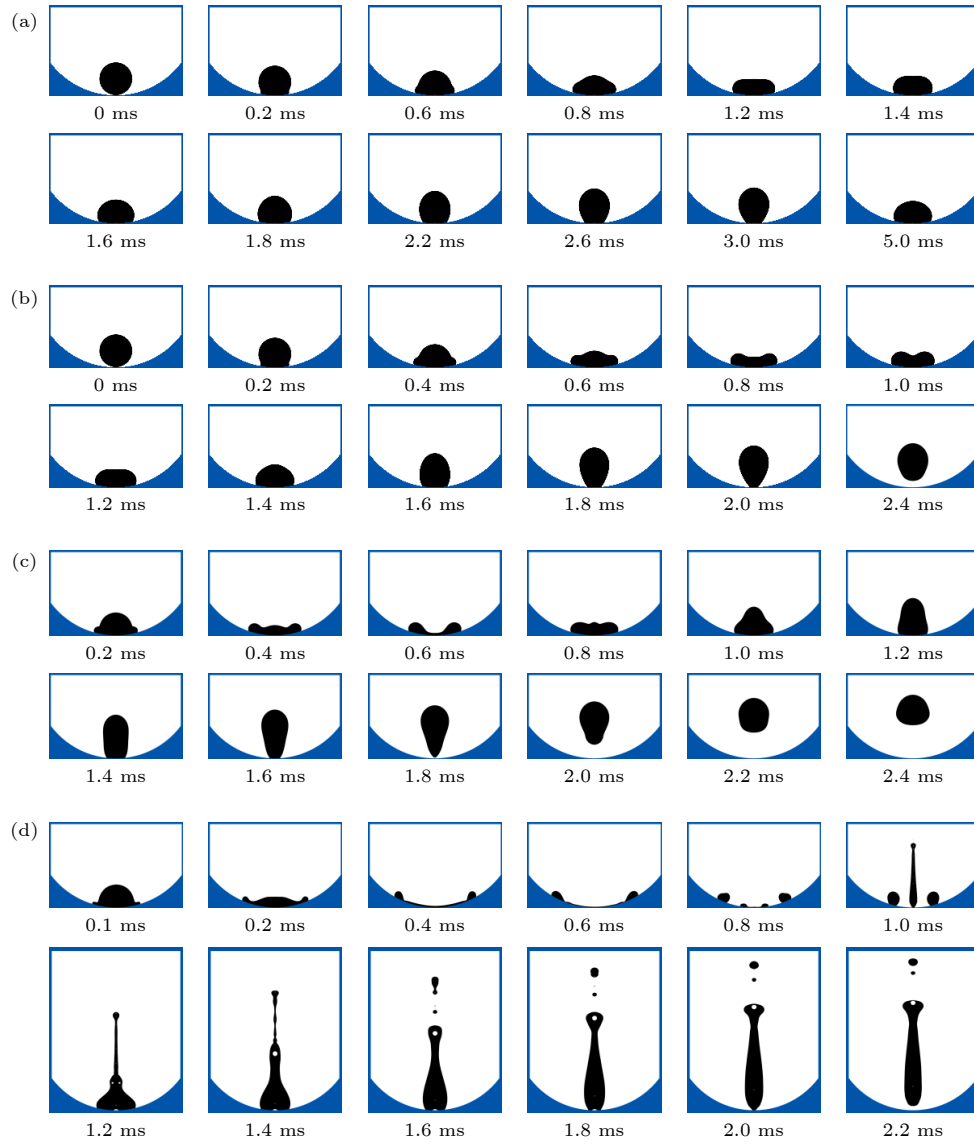

 图 6 不同 We 下铝液滴在表面上的铺展行为 (a) $We = 0.7$; (b) $We = 2.7$; (c) $We = 10.8$; (d) $We = 43.3$

Fig. 6. Spreading behavior of droplets on the surface at different impact We : (a) $We = 0.7$; (b) $We = 2.7$; (c) $We = 10.8$; (d) $We = 43.3$.

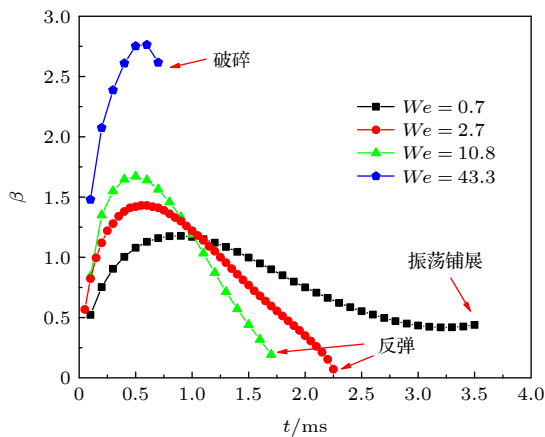

 图 7 不同 We 下铝液滴铺展系数随时间的变化

Fig. 7. Time evolution of spreading coefficient of aluminum droplets under different We .

是: 液滴中心高度达到最小的时刻要滞后于液滴的最大铺展时刻. 这是因为在最大铺展时刻, 液滴中心仍有向外流动的动能, 所以, 液滴中心高度最小的时刻发生在液滴的回缩阶段.

图 9 对比了不同 Oh 的铝液滴在曲面黏附时, 其铺展系数与铺展速度随时间的变化情况, 其中 $We = 0.7$. 从图 9(a) 可以看出: 在黏性力的作用下, 铝液滴在壁面上的铺展为振荡衰减过程; 且在同一个衰减周期内, Oh 较小的液滴, 其最大铺展系数更大, 最小铺展系数更小. 这是因为 Oh 越小, 液滴的惯性力越大, 铺展流动过程更加剧烈. 同时从图 9(b) 也不难看出, $Oh = 0.00092$ 的铝液滴其铺展速度更快, 振荡周期更短, 衰减更快.

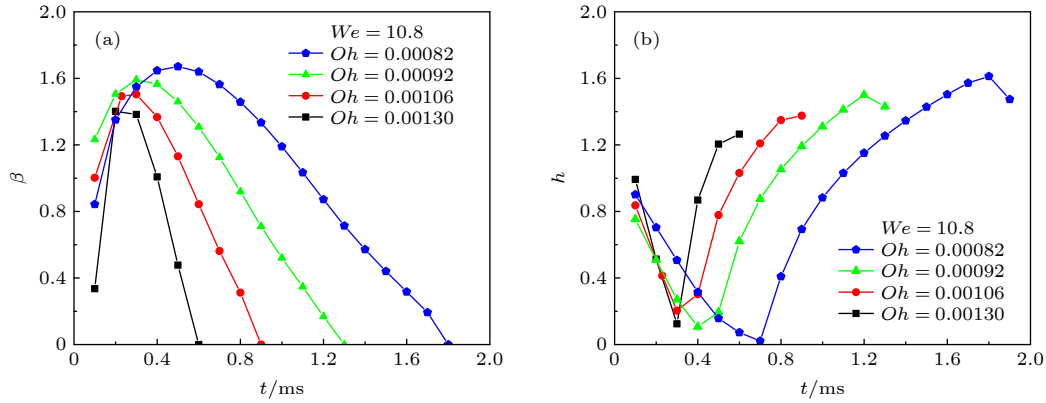


图 8 铝液滴的铺展系数与中心高度系数随时间的变化规律 (a) 铺展系数; (b) 中心高度系数

Fig. 8. Time evolution of the spreading and center height coefficient of aluminum droplets of different sizes: (a) Spreading coefficient; (b) center height coefficient.

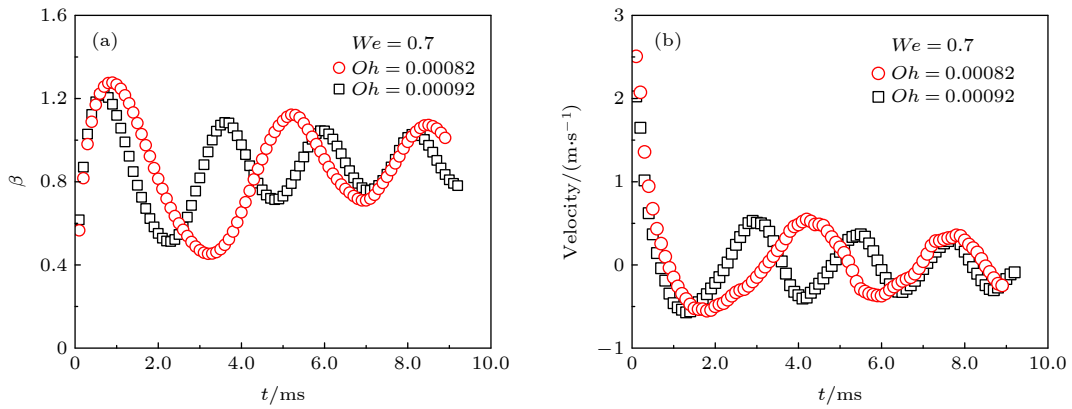


图 9 铝液滴铺展系数和铺展速度随时间的变化规律 (a) 铺展系数; (b) 铺展速度

Fig. 9. Time evolution of the spreading coefficient and spreading velocity of droplets of different sizes: (a) Spreading coefficient; (b) spreading velocity.

3.4 液滴温度的影响

由于在实际的工业环境中, 高温铝液滴在运动以及撞击壁面时, 均会与周围环境气体、固体壁面发生复杂的热交换, 导致其温度和物性发生变化. 所以研究铝液滴温度变化对撞壁过程的影响是非常必要的. 铝的熔点为 933 K, 沸点为 2767 K. 在 1200—2000 K 的温度范围内, 液滴物性随温度 T 的变化如表 2 所列.

表 2 铝液滴物性参数随温度的变化

Table 2. Physical parameters properties of aluminum droplets at different temperatures.

温度/K	密度/ ($\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$)	黏度/ ($10^{-3}\text{ Pa}\cdot\text{s}$)	表面张力/ ($\text{N}\cdot\text{m}^{-1}$)
1200	2294	0.865	0.834
1400	2232	0.694	0.797
1600	2170	0.589	0.760
1800	2108	0.518	0.723
2000	2046	0.467	0.686

图 10 对比了不同温度下液滴铺展系数随时间的变化, 其中 $D_0 = 1\text{ mm}$, $v_0 = 1\text{ m/s}$, $k = 400$. 显然, 液滴温度对铺展过程几乎没有影响, 且 We 随液滴温度的增加变化微弱. 进一步, 图 11 比较

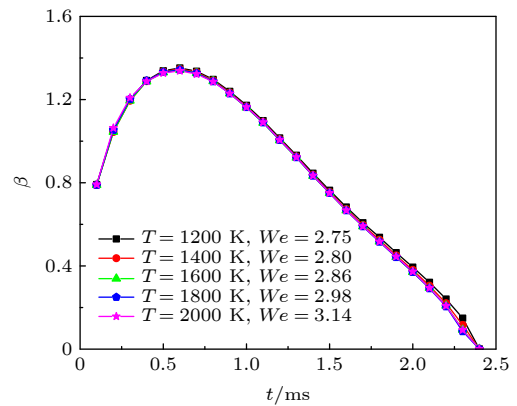


图 10 不同液滴温度下铺展系数随时间的变化规律

Fig. 10. Time evolution of the spreading coefficient of droplets of different temperatures.

了 $D_0 = 1\text{ mm}$ 的铝液滴在不同撞击速度下, 最大铺展系数随温度的变化规律. 可以看出同一撞击速度下, 最大铺展系数不随液滴温度的变化而变化; 但随着撞击速度的提高, 最大铺展系数显著提高. 以上分析说明, 铝液滴温度的单一变化对流动过程的影响较小. 在实际工程中, 当液滴与壁面存在明显温差时, 由此产生的瞬态传热过程可能会对液滴的撞壁过程带来较大的影响.

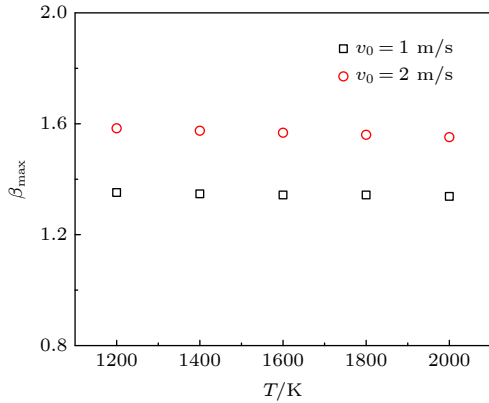


图 11 铝液滴最大铺展系数随温度的变化规律

Fig. 11. Variation of the maximum spreading coefficient of aluminum droplets with temperature.

3.5 壁面曲率的影响

当液滴撞击曲面时, 曲率变化对液滴的动力学行为影响显著^[2,24]. 为研究壁面曲率对金属液滴铺展过程的作用机制, 模拟了 $D_0 = 1\text{ mm}$ 的铝液滴在不同曲率上的铺展过程. 其中, 壁面曲率 k 分别为 0(平面), 167, 250 以及 400, 对应曲率半径为无穷大, 6 mm, 4 mm 及 2.5 mm. 图 12 展示了铝液滴的 $Oh = 0.00082$, $We = 2.7$ 时, 液滴铺展系数与中心高度系数随时间的变化规律. 从图 12 发现, 在本文研究范围内, 液滴在不同曲率上的铺展速度基本一致, 且达到最大铺展系数和最小中心高度的时刻基本相同; 而在回缩阶段, 液滴均在 2.25 ms 左右完成反弹.

表 3 详细列出了图 12 中液滴撞击四种壁面时的最大铺展系数 β_{\max} 、达到最大铺展直径所用时间 t_1 、最小中心高度 h_{\min} 、最小中心高度的时刻 t_2 以及弛豫时间 t_{\max} . 可以清晰地看到, 液滴的弛豫时间基本在 2.2 ms 左右, 达到最大铺展直径所用时间基本在 0.6 ms 左右, 壁面曲率对这两个参数没有直接影响; 但随着 k 的增加, 液滴在壁面上的 β_{\max} 与 h_{\min} 不断增加, 且平面上的 β_{\max} 与 h_{\min} 最

小. 这说明液滴的铺展特性受壁面的几何形状影响, 当 k 增加时, 可强化液滴的铺展过程.

进一步探索壁面曲率对液滴流动过程的影响规律, 图 13 给出了不同 k 时, 液滴最大铺展系数随 We 的变化情况. 从图 13 可知, β_{\max} 随 We 的增大而增大; 且同一 We 下, k 越大, 铺展系数越大. 将数据与 PAKao 等^[25], Hatta 等^[26] 以及 Samkhani 等^[27] 提出的预测模型 ($\beta_{\max} = 0.613We^{0.39}$, $\beta_{\max} = 0.093We^{0.74} + 1$, $\beta_{\max} = \frac{1.88}{1 - \cos\theta} We^{0.465}$) 进行对比, 发现预测误差较大, 一方面是因为

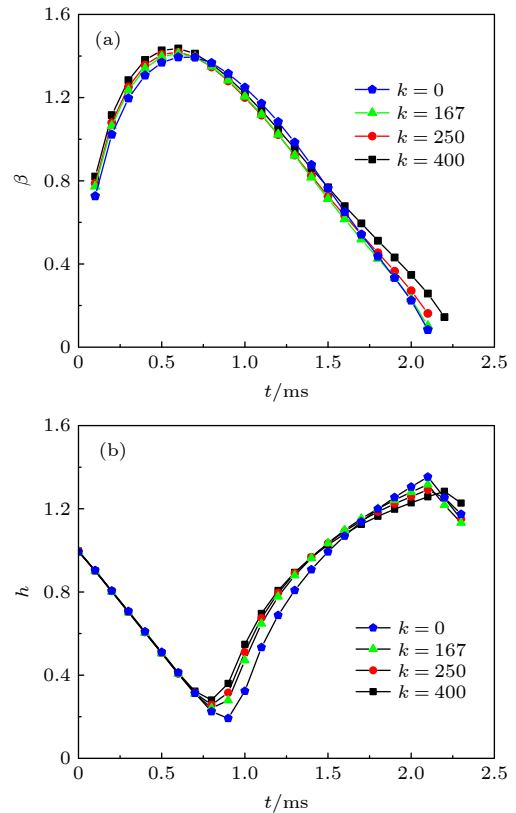


图 12 铝液滴撞击不同曲率壁面时铺展系数与中心高度系数的变化规律 (a) 铺展系数; (b) 中心高度系数

Fig. 12. Time evolution of spreading and center height coefficient of aluminum droplet on different curvature surface: (a) Spreading coefficient; (b) center height coefficient.

表 3 铺展过程的特征参数

Table 3. Characteristic parameters of the spreading process.

k	β_{\max}	h_{\min}	t_1/ms	t_2/ms	t_{\max}/ms
0	1.394	0.192	0.6	0.9	2.3
167	1.411	0.242	0.6	0.8	2.2
250	1.418	0.257	0.6	0.8	2.2
400	1.433	0.281	0.6	0.8	2.3

Akao 等^[25] 只是针对液滴撞击平面进行的实验, 另一方面是因为其使用的是水和酒精等低表面张力流体. 本文首次通过引入壁面曲率 k , 对预测公式进行修正, 得到如下关系式:

$$\beta_{\max} = 0.763k^{0.052}We^{0.205}. \quad (7)$$

由图 14 可以看出, 修正后的预测公式与数值计算结果符合得较好, 能够较为准确地预示铝液滴撞击曲面时的最大铺展系数.

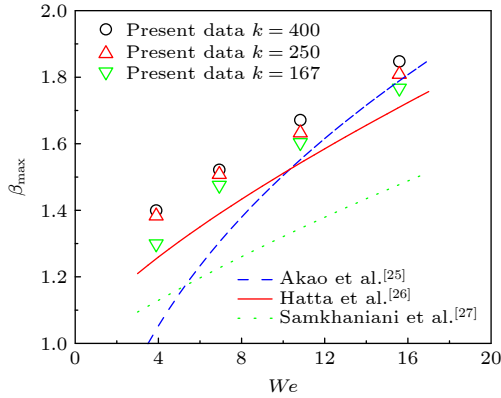


图 13 铝液滴撞击曲面时最大铺展系数随 We 的变化规律
Fig. 13. Variation of the maximum spreading coefficient with Weber number when aluminum droplet impinges on surface.

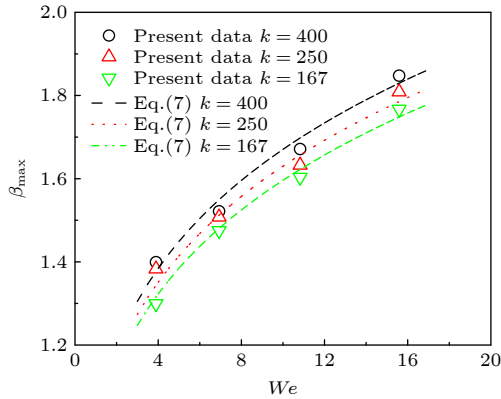


图 14 修正的预测模型
Fig. 14. Modified prediction formula.

3.6 理论分析

在上述分析的基础上, 根据能量守恒定律, 考虑不同时刻液滴表面能和动能的转换关系, 建立了铝液滴铺展过程的理论模型.

1) 初始时刻

如图 15 所示, 铝液滴撞击前, 液滴系统相对稳定, 各能量之间没有转换. 液滴的总能量 E_T 主

要包括初始动能 E_k 、重力势能 E_p 和表面能 E_s . 各部分能量分别为

$$E_k = \frac{1}{2}\rho V_0 v_0^2, \quad (8)$$

$$E_p = \frac{1}{2}\rho V_0 g D_0, \quad (9)$$

$$E_s = S_0 \sigma_{lg} = \pi D_0^2 \sigma_{lg}. \quad (10)$$

其中 ρ 为铝液滴密度, V_0 为液滴体积, S_0 为表面积, σ_{lg} 为液滴在气体中的表面张力. 重力势能在总能量中的占比为

$$\frac{E_p}{E_T} = \frac{E_p}{E_k + E_p + E_s} = \frac{1}{1 + Fr^2 + 3/Bo}. \quad (11)$$

(11) 式中, $Fr = \sqrt{\frac{v_0^2}{gD_0}}$, $Bo = \frac{\rho g r_0^2}{\sigma}$. 当 $Fr \gg 1$ 且 $Bo \ll 1$, 重力势能的影响可以忽略不计; 当 D_0 较大, v_0 较小时, 则重力势能在总能量中的占比将增大, 在能量分析中不可忽略.

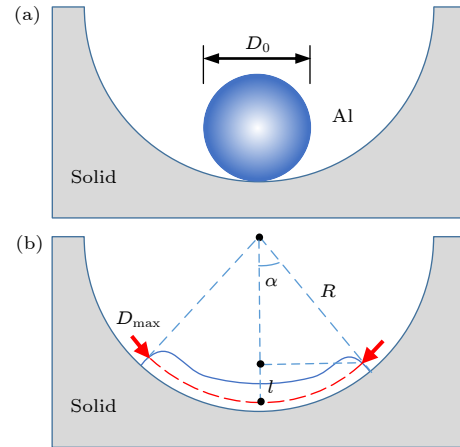


图 15 铝液滴撞壁过程的形态变化 (a) 初始时刻; (b) 最大铺展时刻

Fig. 15. Deformation process of a droplet colliding with the wall: (a) The initial moment; (b) maximum spreading moment.

在本文中, $0.4 \text{ mm} < D_0 < 1 \text{ mm}$, $0.5 \text{ m/s} < v_0 < 4 \text{ m/s}$, 则当 $D_0 = 1 \text{ mm}$, 速度为 0.5 m/s 时, 重力势能的相对影响最大, 即

$$\frac{E_p}{E_T} = \frac{1}{1 + 5^2 + 3/0.027} = 0.0073. \quad (12)$$

可见, 此时的重力势能仅占总能量的 0.73%, 可以忽略不计, 即液滴的初始总能量为动能和表面能之和:

$$E_T = E_k + E_s. \quad (13)$$

2) 最大铺展时刻

铝液滴接触壁面后, 开始在壁面上铺展流动, 并且铺展速度逐渐增大. 但在液滴变形过程中, 液滴整体动能开始下降, 并逐渐转化为表面能和黏性耗散能. 当铝液滴达到最大变形时, 其总能量 E'_T 包括动能 E'_k 和表面能 E'_s . 由于此时速度为零, 动能 E'_k 为零.

液滴达到最大铺展时的表面能与液滴最大铺展面积有关. 将液滴在壁上铺展的过程看作液-固表面不断替换气-液表面的过程, 因此此时液滴的表面能 E'_s 为

$$E'_s = S_{lg}\sigma_{lg} + S_{sl}\sigma_{sl} - S_{sg}\sigma_{sg}, \quad (14)$$

式中, S_{lg} , S_{sl} , S_{sg} 分别为液滴与气体、液滴与固体、气体与固体的接触面; σ_{sl} , σ_{sg} 分别为相应的液-固、气-固表面张力.

如图 15(b) 所示, 假设液滴最大铺展时形状为“球壳”, 最大铺展直径为 D_{\max} , 则液滴的上表面积 A_t , 下表面积 A_b 分别为

$$A_t = A_b = 2\pi Rl, \quad (15)$$

其中

$$l = R(1 - \cos\alpha), \quad (16)$$

且

$$2\pi R\alpha/\pi = D_{\max}, \quad (17)$$

$$\alpha = \frac{D_{\max}}{2R} = \frac{1}{2}kD_{\max}, \quad (18)$$

$$A_t = A_b = 2\pi \frac{1}{k^2} \left(1 - \cos \frac{1}{2}kD_{\max}\right). \quad (19)$$

忽略侧面积, 结合 (14) 式—(19) 式, 此时液滴的表面能为

$$\begin{aligned} E'_s = & 2\pi \frac{1}{k^2} \left(1 - \cos \frac{1}{2}kD_{\max}\right) \sigma_{lg} \\ & + 2\pi \frac{1}{k^2} \left(1 - \cos \frac{1}{2}kD_{\max}\right) \sigma_{sl} \\ & - 2\pi \frac{1}{k^2} \left(1 - \cos \frac{1}{2}kD_{\max}\right) \sigma_{sg}. \end{aligned} \quad (20)$$

根据杨氏方程

$$\cos\theta = \frac{\sigma_{sg} - \sigma_{sl}}{\sigma_{lg}}. \quad (21)$$

将 (21) 式代入 (20) 式可得

$$E'_s = 2\pi \frac{1}{k^2} \left(1 - \cos \frac{1}{2}kD_{\max}\right) \sigma_{lg}(1 - \cos\theta). \quad (22)$$

从液滴接触壁面时刻到最大铺展时刻存在能

量守恒:

$$E_T = E'_s + E'_v. \quad (23)$$

E'_v 是液滴在铺展过程中产生的黏性耗散能, 且

$$E'_v = \int_0^{t'} \int_{\Omega} \phi d\Omega dt \approx \phi \cdot \Omega \cdot t', \quad (24)$$

其中 ϕ 为黏性耗散函数, Ω 为黏性流体层的体积, t' 为初始时刻到最大时刻的时间.

黏性耗散函数可以简化为

$$\phi = \mu \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \approx \mu \left(\frac{dv}{dy} \right)^2 \approx \mu \left(\frac{v_0}{L} \right)^2, \quad (25)$$

式中, $\frac{dv}{dy}$ 为边界层法向速度梯度, μ 为黏度, L 为边界层的法向特征长度.

Chandra 和 Avedisian^[28] 假设 L 等于液滴最大铺展时的高度 h , 但它建立的模型对 D_{\max} 的预测误差为 40%, 这说明 L 实际上应该小于 h . Pasandideh-Fard^[29] 认为 L 应该等于固-液界面的边界层厚度 δ :

$$L = \delta = 2D_0/\sqrt{Re}. \quad (26)$$

并且

$$t' \approx \frac{D_0}{v_0}. \quad (27)$$

根据“球壳”假设, 液滴最大铺展时黏性流体层的体积可表示为

$$\Omega \approx A_t \delta = 2\pi \frac{1}{k^2} \left(1 - \cos \frac{1}{2}kD_{\max}\right) \delta, \quad (28)$$

因此黏性耗散能

$$E'_v = \frac{\pi}{k^2} \mu v_0 \sqrt{Re} \left(1 - \cos \frac{1}{2}kD_{\max}\right). \quad (29)$$

基于能量方程, 结合 (8) 式、(10) 式、(22) 式、(29) 式可以得到

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{2} \rho v_0^2 \right) \left(\frac{1}{6} \pi D_0^3 \right) + \pi D_0^2 \sigma_{lg} \\ & = 2\pi \frac{1}{k^2} \left(1 - \cos \frac{1}{2}kD_{\max}\right) \sigma_{lg}(1 - \cos\theta) \\ & + \frac{\pi}{k^2} \mu v_0 \sqrt{Re} \left(1 - \cos \frac{1}{2}kD_{\max}\right), \end{aligned} \quad (30)$$

可简化为

$$\frac{(We + 12)}{6(1 - \cos\theta) + 3We/\sqrt{Re}} = \frac{1}{\varepsilon^2} [1 - \cos(\varepsilon\beta_{\max})], \quad (31)$$

表 4 预测模型的相对误差
Table 4. Relative error of prediction model.

k	ε	Re	We	Relative error/%			
				Hatta模型	Samkhaniani模型	Eq. (7)	Eq.(32)
167	0.083	2401	3.54	3.45	33.91	1.27	24.54
167	0.083	3201	6.30	5.80	54.13	0.36	18.45
167	0.083	4001	9.84	3.83	74.51	1.18	18.42
167	0.083	4801	14.17	3.23	87.61	1.06	16.95
250	0.125	2401	3.54	9.29	29.48	2.83	20.53
250	0.125	3201	6.30	7.84	50.37	0.29	15.69
250	0.125	4001	9.84	5.54	68.87	1.49	14.75
250	0.125	4801	14.17	5.46	85.67	1.28	15.92
400	0.2	2401	3.54	10.35	24.34	1.59	16.06
400	0.2	3201	6.30	8.67	49.43	1.836	15.33
400	0.2	4001	9.84	7.73	67.43	1.60	14.19
400	0.2	4801	14.17	7.45	79.43	0.97	12.52

其中 $\varepsilon = \frac{D_0}{2R}$, 则铝液滴在曲面上的最大铺展系数 β_{\max} 的解析模型如下:

$$\beta_{\max} = \frac{1}{\varepsilon} \cos^{-1} \left[1 - \frac{\varepsilon^2 (We + 12)}{6(1 - \cos\theta) + 3We/\sqrt{Re}} \right]. \quad (32)$$

如果壁面为平面, 即 $R \rightarrow \infty, \varepsilon \rightarrow 0$,

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{\varepsilon^2} [1 - \cos(\varepsilon\beta_{\max})] = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\beta_{\max}^2 \cos(\varepsilon\beta_{\max})}{2} = \frac{\beta_{\max}^2}{2}. \quad (33)$$

方程 (31) 转化为

$$\frac{(We + 12)}{6(1 - \cos\theta) + 3We/\sqrt{Re}} = \frac{\beta_{\max}^2}{2}. \quad (34)$$

通过求解 (34) 式, 得到平面上铝液滴最大铺展系数 β_{\max} 的解析模型为

$$\beta_{\max} = \sqrt{\frac{(We + 12)}{3(1 - \cos\theta) + 1.5We/\sqrt{Re}}}. \quad (35)$$

对比 (32) 式与 (35) 式不难看出, 液滴撞击曲面的铺展系数不仅与液滴的运动参数、壁面的润湿性有关, 还与壁面曲率半径与液滴半径之比有关.

表 4 列出了不同工况下 (7) 式与 (32) 式的预测误差. 从表 4 可以看出, (7) 式的误差均在 3% 以内, 相比于 Hatta 等 [26] 和 Samkhaniani 等 [27] 的模型更加精确. 而基于能量守恒建立的预测模型其误差基本在 10%—20% 之间, 这是因为在理论分析中, 对液滴流动过程进行了必要的简化和假设, 导致其最终的预测精度降低.

同时, 在相同曲率的壁面上, 随着 We 和 Re 的减小, (32) 式的预测误差逐渐增大. 这是由于在理论推导中将液滴最大铺展时刻的形状视为球壳状, 这种情形更容易发生在 We 较大的情况下, 当 We 较小时, 其形状更接近球冠. 同样, 当液滴的 We 和 Re 相同, 随着曲率半径比的减小, 曲面结构对液滴铺展的限制作用会减弱, 液滴在最大铺展时刻也会接近球冠状或柱状, 从而导致预测误差的增大.

可见, 本文提出的球壳模型适用于预测大 We 铝液滴在曲率半径相对较小的壁面上的铺展过程, 当液滴的 We 较小或壁面的相对曲率半径较大时, 该模型将会失效. 相比于 (7) 式, (32) 式考虑了 We , Re , ε 以及 θ 等多种因素的耦合作用, 因此具有更好的普适性.

4 结 论

本文基于 VOF 方法分析了具有高表面张力的铝液滴撞击弯曲壁面的流动特性, 获得了铝液滴在曲面上的铺展形态, 研究了 We , Oh 以及 k 等因素对铝液滴铺展过程的影响规律, 主要得到以下结论:

1) 铝液滴在与壁面发生碰撞之后的流动特征受重力、惯性力、表面张力、黏性力以及壁面结构的共同作用. 随着 We 的增加, 铝液滴撞壁后依次呈现黏附、反弹以及破碎射流等不同的状态.

2) 在反弹的行为模式下, 随着 Oh 的增大, 液滴在壁面上形成的最大铺展直径逐渐减小, 液滴与

壁面的接触时间更短. 在黏附的行为模式下, 液滴铺展半径呈振荡衰减, 且同一个衰减周期内, Oh 更大的液滴最大铺展系数更小, 衰减更快, 振荡周期更短.

3) 在本文的研究范围内, 壁面曲率对液滴铺展速度的影响并不突出. 但随着 k 的增加, 液滴在壁面上的最大铺展系数和最小中心高度系数会不断增大, 平面上的最大铺展系数和最小中心高度系数最小; 通过引入 k , 对最大铺展系数预测模型作出了修正, 改进后的模型平均误差均在 3% 以内.

4) 根据能量守恒定律, 分析了金属铝液滴在曲面上流动时动能、表面能和黏性耗散能之间的转换关系, 并考虑 We , Re , ε 以及 θ 等参数的耦合作用, 建立了复杂因素影响的铺展直径的理论计算模型.

参考文献

- [1] Yi H, Qi L, Luo J, Zhang D, Li H, Hou X 2018 *Int. J. Mach. Tools Manuf.* **130–131** 1
- [2] Li T 2020 *Ph. D. Dissertation* (Jinan: Shandong University) (in Chinese) [李涛 2020 博士学位论文 (济南: 山东大学)]
- [3] Rioboo R, Tropea C, Marengo M 2001 *Atomization Sprays* **11** 155
- [4] Rioboo R, Marengo M, Tropea C 2002 *Exp. Fluids* **33** 112
- [5] Mundo C, Sommerfeld M, Tropea C 1994 *Int. J. Multiphase Flow* **21** 151
- [6] Stanton D W, Rutland C J 1996 *SAE Trans.* **105** 960628
- [7] Xu H T, Liu Y C, He P, Wang H Q 1998 *J. Fluids Eng.* **120** 593
- [8] Attané P, Girard F, Morin V 2007 *Phys. Fluids* **19** 12101
- [9] Song Y C 2013 *Ph. D. Dissertation* (Beijing: Beijing Jiaotong University) (in Chinese) [宋云超 2013 博士学位论文 (北京: 北京交通大学)]
- [10] Li D S 2015 *Ph. D. Dissertation* (Beijing: China University of Petroleum) (in Chinese) [李大树 2015 博士学位论文 (北京: 中国石油大学)]
- [11] Chen S, Wang H, Shen S Q, Liang G T 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 204702 (in Chinese) [陈石, 王辉, 沈胜强, 梁刚涛 2013 物理学报 **62** 204702]
- [12] Liang G T, Guo Y L, Shen S Q 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 024705 (in Chinese) [梁刚涛, 郭亚丽, 沈胜强 2013 物理学报 **62** 024705]
- [13] Huang H, Hong N, Liang H, Shi B C, Chai Z H 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 084702 (in Chinese) [黄虎, 洪宁, 梁宏, 施保昌, 柴振华 2013 物理学报 **62** 084702]
- [14] Wu G J 2019 *Ph. D. Dissertation* (Xi'an: Northwestern Polytechnical University) (in Chinese) [武冠杰 2019 博士学位论文 (西安: 西北工业大学)]
- [15] Pasandideh-Fard M, Chandra S, Mostaghimi J 2002 *Int. J. Heat Mass Transfer* **45** 2229
- [16] Shang C, Yang Q C, Zhang J, Ni M J 2019 *J. Theor. Appl. Mech.* **51** 380 (in Chinese) [尚超, 阳倦成, 张杰, 倪明玖 2019 力学学报 **51** 380]
- [17] Dou Y, Luo J, Qi L, Lian H, Huang J 2021 *J. Mater. Process. Technol.* **297** 117268
- [18] Li C, Wu G, Li M, Hu C, Wei J 2020 *Aerosp. Sci. Technol.* **97** 105639
- [19] Assael M J, Kakosimos K, Banish R M, Brillo J, Egry I, Brooks R, Quested P N, Mills K C, Nagashima A, Sato Y, Wakeham W A 2006 *J. Phys. Chem. Ref. Data* **35** 285
- [20] Sarou-Kanian V, Millot F, Rifflet J C 2003 *Int. J. Thermophys.* **24** 277
- [21] Wu G J, Ren Q B, Fu Y, Liu Y M, Hu C B 2018 *J. Solid Rocket Technol.* **41** 677
- [22] Brackbill J U, Kothe D B, Zemach C 1992 *J. Comput. Phys.* **100** 335
- [23] Balla M, Kumar Tripathi M, Sahu K C 2019 *Phys. Rev. E* **99** 23107
- [24] Tang P B, Wang G Q, Wang L, Shi Z Y, Li Y, Xu J R 2020 *Acta Phys. Sin.* **69** 024702 (in Chinese) [唐鹏博, 王关晴, 王路, 石中玉, 李源, 徐江荣 2020 物理学报 **69** 024702]
- [25] Akao F, Araki K, Mori S, Moriyama A 1980 *Trans. ISIJ* **20** 737
- [26] Hatta N, Fujimoto H, Takuda H, Kinoshita K, Takahashi O 1995 *ISIJ Int.* **35** 50
- [27] Samkhaniani N, Stroh A, Holzinger M, Marschall H, Frohnapfel B, Wörner M 2021 *Int. J. Heat Mass Transfer* **180** 121777
- [28] Chandra S, Avedisian C T 1991 *Proc. R. Soc. London, Ser. A* **432** 13
- [29] Pasandideh-Fard M, Qiao Y M, Chandra S, Mostaghimi J 1996 *Phys. Fluids* **8** 650

Flowing characteristics of aluminum droplets impacting curved surface*

Li Feng-Chao¹⁾ Fu Yu¹⁾ Li Chao^{2)†} Yang Jian-Gang¹⁾ Hu Chun-Bo¹⁾

1) (*Science and Technology on Combustion, Internal Flow and Thermo-Structure Laboratory,*

Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

2) (*Unmanned System Research Institute, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)*

(Received 11 March 2022; revised manuscript received 31 March 2022)

Abstract

In order to reveal the mechanism of reaction between aluminum droplet and curved wall, a numerical calculation model based on the volume of fluid method of aluminum droplet impacting curved wall is established. By analyzing the influence law of Weber number, Ohnesorge number and wall curvature on the process of droplet impacting the wall, the spreading characteristics and flow mechanism of droplet on curved surface are studied. The results show that the flow characteristics of aluminum droplets after impacting the wall are affected not only by inertial force, surface tension, and viscous force, but also by the structure of the wall. The behavior patterns of the droplets contain adhesion, rebound and splash under different Weber numbers. Because energy dissipation is produced in both spreading process and retracting process, the retracting speed of droplet is always less than its spreading speed. During the flow of the droplet, there are two pressure peaks and velocity peaks at the contact point, while the two peaks appear respectively at the moment when the droplet impacts the wall and when the droplet is about to rebound. In the behavioral mode of rebound, as Ohnesorge number increases, the maximum spreading diameter of the droplet gradually decreases, and the contact time is shorter. In the behavioral mode of adhesion, the spreading radius of the droplets is of oscillatory decay. Within the same period, the maximum spreading coefficient of the larger-Ohnesorge number droplets is smaller, and the decay rate is faster and the oscillation period is shorter. With the increase of wall curvature, the maximum spreading coefficient of droplet increases and that on the plane is the minimum. Based on the calculation results, the empirical formula is revised. Compared with the previous formula, it can well predict the maximum spreading coefficient on the curved surface, whose average error is within 3%. Further, according to the conservation of energy, theoretical models which predict the maximum spreading coefficients when droplets impact a curved and plate wall are also established. Compared with the scenario on the plane, the spreading coefficient of droplet on the curved surface is related to not only the motion parameters of droplet and the wettability of wall surface, but also the ratio of wall curvature to droplet curvature. More importantly, the new theoretical model takes into account the coupling effects of Weber number, Reynolds number, curvature ratio and contact angle, so it has stronger applicability and better robustness. The research results in this work will provide the theoretical basis for practical engineering application.

Keywords: aluminum droplet, curved surface, volume of fluid method, prediction model

PACS: 47.11.Df, 47.55.D-, 47.55.dr

DOI: 10.7498/aps.71.20220442

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 52006169, 51876178).

† Corresponding author. E-mail: lichao@nwpu.edu.cn

铝液滴撞击曲面的流动特性分析

李逢超 付宇 李超 杨建刚 胡春波

Flowing characteristics of aluminum droplets impacting curved surface

Li Feng-Chao Fu Yu Li Chao Yang Jian-Gang Hu Chun-Bo

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 71, 184701 (2022) DOI: 10.7498/aps.71.20220442

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.71.20220442>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

小液滴撞击壁面传热特性数值分析

Numerical analysis of heat transfer characteristics of small droplets impacting on wall

物理学报. 2021, 70(7): 074402 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20201354>

超疏水表面液滴的振动特性及其与液滴体积的关系

Oscillation properties of water droplets on a superhydrophobic surface and their correlations with droplet volume

物理学报. 2021, 70(7): 076801 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20201771>

液滴撞击圆柱内表面的数值研究

Numerical study of droplet impact on the inner surface of a cylinder

物理学报. 2018, 67(18): 184701 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20180364>

剪切变稀液滴撞击不同浸润性壁面的数值模拟研究

Numerical simulation of shear-thinning droplet impact on surfaces with different wettability

物理学报. 2020, 69(6): 064702 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20191682>

液滴撞击液膜的穿越模式及运动特性

Kinematics and passing modes of a droplet impacting on a soap film

物理学报. 2019, 68(15): 156101 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20190604>

液滴撞击超亲水表面的最大铺展直径预测模型

Theoretical model of maximum spreading diameter on superhydrophilic surfaces

物理学报. 2021, 70(10): 106801 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20201918>