

\mathcal{PT} 对称极化子凝聚体系统中的 稳定孤子及其调控*

陈礼元 高超 林机 李慧军†

(浙江师范大学物理系, 金华 321004)

(2022 年 3 月 16 日收到; 2022 年 4 月 18 日收到修改稿)

通过构造外势与泵浦的空间分布, 设计了一维非相干泵浦激子极化凝聚体系统满足的 \mathcal{PT} 对称模型. 在弱非线性效应情况下, 确定了体系的 \mathcal{PT} 对称相变点, 展现了线性谱的特征. 在正常非线性效应情况下, 找到了零背景的亮孤子、零背景的多极暗孤子、非零背景的多极对称暗孤子、对称破缺暗孤子、非零背景的凹陷、凸起暗孤子, 并讨论了外势虚部与非均匀泵浦对孤子轮廓与孤子稳定性的影响. 通过分析孤子的轮廓与稳定性, 厘清了 \mathcal{PT} 对称外势与非均匀泵浦之间的竞争关系, 给出激发各种亮、暗孤子的方案, 并界定了这些孤子的存在与稳定区域. 最后, 通过调制 \mathcal{PT} 对称外势虚部实现了对 \mathcal{PT} 对称破缺暗孤子的调控, 揭示了极化子凝聚体系统在全光开关等光信息处理方面的潜在应用.

关键词: \mathcal{PT} 对称, 相变点, 非相干泵浦, 激子极化子凝聚体, 孤子

PACS: 11.30.Er, 11.30.Qc, 03.75.Lm, 71.36.+c

DOI: 10.7498/aps.71.20220475

1 引言

耗散、增益的存在不可避免地导致物理系统的非厄米性, 激发了学者们的广泛兴趣^[1]. 1998 年 Bender 和 Boettcher^[2] 发现宇称-时间 (\mathcal{PT}) 对称的非厄米系统存在实本征谱, 从而将传统量子理论推广到了复域. 该结论要求势函数满足 $V(x) = V^\dagger(-x)$ (实部偶对称, 虚部奇对称), 且其虚部系数必须在某一临界值以下, 即 \mathcal{PT} 对称相变点或 \mathcal{PT} 对称破缺点以下. \mathcal{PT} 对称系统的独特性质包括非正交的本征模与对称破缺点的出现等. 2008 年, Musslimani 等^[3] 将 \mathcal{PT} 对称概念引入光学系统, \mathcal{PT} 对称势通过复折射率 $n(x) = n_R(x) + i n_I(x)$ 实现. 近年来, 在光学^[4–11]、LRC 电路^[12,13]、超材料^[14,15] 和冷原子^[16–21] 等系统中已经实现了周期、非周期

\mathcal{PT} 对称势, 并发现了许多奇特现象. 在线性系统中, 处于 \mathcal{PT} 对称相 (破缺点之下) 的光束具有功率振荡^[5,22]、相干完美吸收^[15] 等特性; 在破缺点附近出现双折射现象^[5,22]; 而在破缺相可实现单向波传播^[4]、损耗诱导透明^[6]、激光的单模操控^[8,21] 等. 而在非线性系统中, 强非线性效应可导致光在破缺相单向传输^[10], 饱和增益非线性效应使得光在对称相和破缺相均可单向传输^[11], 这些非线性效应均可激发多种稳定的孤子. 寻求一个 \mathcal{PT} 对称破缺点可控制、各种非线性效应易实现的系统成为研究 \mathcal{PT} 对称系统特性的热点问题.

近年, 由于二维量子阱激子与微腔光子形成的极化子凝聚体系统具有寿命短、有效质量轻^[23,24]、相互作用强、凝聚温度高、增益与耗散共存^[25]、以及操控性强等特性受到大家关注, 不仅成为超冷原子气体——玻色-爱因斯坦凝聚体 (BEC) 的合适

* 国家自然科学基金 (批准号: 12074343, 11835011, 12074342) 和浙江省自然科学基金 (批准号: LZ22A050002, LY21A040004, LR22A040001) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: hjli@zjnu.cn

替代品, 而且也成为设计下一代实用量子器件与光信息处理器件的理想平台^[26,27]. 由非相干泵浦驱动的极化子 BEC 系统相干机理清晰, 可通过注入大失谐泵浦场、采用大角度光驱动、电场注入极化子等手段实现, 使其成为实验与理论研究热点. 该系统集动能、外势、增益、耗散、Kerr 非线性、饱和非线性、非局域等 7 种效应于一体, 存在多种非线性效应相互竞争, 泵浦与外势相互影响, 非线性增益与常数耗散共存. 极化子 BEC 系统的复杂性虽给研究其非线性特性带来了困难, 但也为发现各种新颖性质提供了可能.

目前, 在均匀泵浦系统得到的暗孤子、旋量涡旋和螺旋波^[28–30]等非线性模均不稳定. 引入外势可以激发丰富非线性模, 如谐振势激发涡旋^[31]、周期势阱存在带隙暗孤子^[32]、复周期外势和高斯缺陷势诱导出暗孤子^[33,34]以及有限深势阱中发现暗孤子和反暗孤子^[35]. 外势可起到束缚作用, 激发丰富的非线性模, 但在平衡增益耗散方面不作贡献. 为平衡增益与耗散, 引入非均匀泵浦, 给出了宇称孤子^[36]、暗孤子^[37]、亮孤子^[38]、槽型局域态^[39]和多涡旋结构^[40]等. 同时引入外势与非均匀泵浦, 发现了亮孤子和涡旋^[41]、带隙孤子^[42]、空间斑图^[43]以及旋量暗孤子链^[44]. 非均匀泵浦本质也是提供外势, 可获得丰富非线性模, 但无法有效平衡增益耗散, 故达不到稳定非线性模的目的.

在不同体系中设计 \mathcal{PT} 对称模型始终是学者感兴趣的课题. 对处于均匀稳态的耦合极化子 BEC 系统中的 \mathcal{PT} 相变已有研究, 2015 年 Lien 等^[45]讨论了处于 \mathcal{PT} 对称相的多稳态; 2016 年 Chestnov 等^[46]讨论了体系永久的拉比振荡. 利用极化子 BEC 体系固有的增益耗散, 通过构造外势与泵浦场空间分布设计 \mathcal{PT} 对称外势引起学者关注. 2019 年马学凯等^[47]在强外势且弱非线性近似下通过引入空间调制的外势与泵浦设计了近似的 \mathcal{PT} 对称晶格, 并研究了可控的高速极化波. 2020 年贾春玉和梁兆新^[48]引入满足 \mathcal{PT} 对称的非相干泵浦场, 讨论了体系的暗孤子. 此时库密度具有与泵浦场相同的 \mathcal{PT} 对称性, 但由于库密度既出现在外势的实部, 也出现在外势的虚部中, 所以导致模型整体不具有 \mathcal{PT} 对称性. 以上两个方案的缺陷, 致使探讨极化子 BEC 非线性特性的 \mathcal{PT} 对称模型一直未见报道.

本文首先引入由常数与高斯函数构成的复合泵浦^[49], 有效平衡体系固有的增益耗散^[49], 然后引

入满足 \mathcal{PT} 对称的外势, 设计出满足 \mathcal{PT} 对称的极化子 BEC 模型. 在弱非线性效应情况下, 求得体系的 \mathcal{PT} 对称相变点, 进而展示线性谱的特征. 在正常非线性效应情况下, 利用预条件牛顿共轭梯度法^[50]找到了体系在不同非均匀泵浦情况下的零背景亮孤子与多种类型暗孤子, 讨论了 \mathcal{PT} 对称外势对孤子稳定性的影响, 并发现复合泵浦有效平衡增益损耗是孤子稳定的必要条件. 通过分析孤子的轮廓与稳定性, 厘清 \mathcal{PT} 对称外势与非均匀泵浦之间的竞争关系, 给出激发六种暗孤子和一种亮孤子的参数区域, 并通过演化与线性稳定性分析界定了这些孤子的稳定区间. 最后, 通过实时调控 \mathcal{PT} 对称外势虚部, 达到了操控对称破缺孤子的目的, 进而揭示了该体系在全光开关等方面的潜在应用价值.

本文安排如下: 第 2 部分给出研究的模型及其在弱非线性效应情况下的线性谱; 第 3 部分找到了体系在不同非均匀泵浦时的亮、暗孤子解, 并讨论了它们的稳定性; 第 4 部分通过研究非均匀泵浦以及 \mathcal{PT} 对称外势对孤子轮廓及其稳定性的影响, 确定了多种孤子的相图及其稳定区间, 并给出操控孤子的方案; 最后一部分给出结论.

2 \mathcal{PT} 对称极化子 BEC 的模型及其在弱非线性效应情况下的性质

2.1 理论模型

在平均场理论框架下, 非相干泵浦极化子 BEC 序参量满足驱动-耗散的广义 Gross-Pitaevskii (GP) 方程. 考虑系统的非平衡特性, 引入速率方程刻画非凝聚的热库^[26]. 此时, 可用耦合方程

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \left[-\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + V_{\text{ext}} + g_C |\Psi|^2 + g_R n_R + i\frac{\hbar}{2} (R n_R - \gamma_C) \right] \Psi, \quad (1)$$

$$\frac{\partial n_R}{\partial t} = P_u(x) - (\gamma_R + R |\Psi|^2) n_R \quad (2)$$

来描述一维纳米线系统中凝聚体运动^[51]. 其中 Ψ 和 n_R 分别表示极化子 BEC 波函数和库密度; m^* 表示极化子 BEC 的有效质量; V_{ext} 表示凝聚体感受到的外势; g_C 和 g_R 分别表示凝聚体自相互作用和库与凝聚体间相互作用; γ_R 和 γ_C 分别表示凝聚

体和库密度的损耗率; R 表示从热库到凝聚的受激散射率; $P_u(x) = P_0 + P_1 e^{-(x/w_0)^2}$ 表示复合的非相干泵浦, 它由连续场 P_0 和高斯波 $P_1 e^{-(x/w_0)^2}$ 组成^[49]. \mathcal{PT} 对称外势有两大类^[3], 一大类为全空间调制的周期外势; 另一大类是局部空间调制的非周期势, 如 Scarff II 型势. 线性系统中, 高斯型外势的本征函数模式丰富, 致使在非线性系统中激发丰富的非线性模成为可能^[52], 与 Scarff II 型外势比较, 高斯型外势在实验上更易于实现、方便调控, 故本文选择如下的高斯型 \mathcal{PT} 对称外势^[3,4,21,53,54]:

$$V_{\text{ext}} = V_{\text{re}} e^{-\frac{x^2}{w_0^2}} + iV_i \left[e^{-\frac{(x+x_0)^2}{w_0^2}} - e^{-\frac{(x-x_0)^2}{w_0^2}} \right], \quad (3)$$

它满足 $V_{\text{ext}}(x) = V_{\text{ext}}^\dagger(-x)$, 其中的 V_{r} 和 V_{i} 分别表示外势实部、虚部的强度, \dagger 表示复共轭.

对方程 (1) 和 (2) 无量纲化可得

$$i \frac{\partial u}{\partial s} = -\frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2} - Vu - \sigma_1 |u|^2 u - \sigma_2 nu + i(\sigma_3 n - \sigma_4)u, \quad (4)$$

$$\frac{\partial n}{\partial s} = \sigma_5 P(\xi) - \sigma_5 (1 + \sigma_6 |u|^2) n, \quad (5)$$

其中 $s = t/\tau_0$, $\xi = x/R_x$, $\xi_0 = x_0/R_x$, $u = \Psi/\psi_0$, $n = n_{\text{R}}/n_{\text{R}}^0$, $w = w_0/R_x$. $\tau_0 (\equiv 2m^* R_x^2/\hbar)$ 表示特征时间, R_x 是纳米线的宽度, ψ_0^2 为特征凝聚体密度, n_{R}^0 为特征库密度. 引入

$$V = \sigma_9 \exp\left(-\frac{\xi^2}{w^2}\right) + i\sigma_{10} \left\{ \exp\left[-\frac{(\xi + \xi_0)^2}{w^2}\right] - \exp\left[-\frac{(\xi - \xi_0)^2}{w^2}\right] \right\}$$

表示 \mathcal{PT} 对称外势, $W = \sigma_{10}/\sigma_9$ 表示外势虚实部的系数比, $P(\xi) = \sigma_7 + \sigma_8 \exp(-\xi^2/w^2)$ 表示非相干泵浦. 方程 (4) 和 (5) 的系数分别为 $\sigma_1 = -g_C \psi_0^2 \tau_0/\hbar$, $\sigma_2 = -g_{\text{R}} n_{\text{R}}^0 \tau_0/\hbar$, $\sigma_3 = R n_{\text{R}}^0 \tau_0/2$, $\sigma_4 = \gamma_C \tau_0/2$, $\sigma_5 = \gamma_{\text{R}} \tau_0$, $\sigma_6 = R \psi_0^2/\gamma_{\text{R}}$, $\sigma_7 = P_0/n_{\text{R}}^0 \gamma_{\text{R}}$, $\sigma_8 = \sigma_7 P_1/P_0$, $\sigma_9 = -V_{\text{r}} \psi_0^2 \tau_0/\hbar$, $\sigma_{10} = -V_{\text{i}} \psi_0^2 \tau_0/\hbar$. 根据文献^[29] 中的参数, 可得特征时间 $\tau_0 = 5.45 \times 10^{-10}$ s.

绝热近似下, 由方程 (5) 可得 $n = \frac{P(\xi)}{(1 + \sigma_6 |u|^2)}$, 代入方程 (4), 外势部分由

$$-V - \sigma_1 |u|^2 - \sigma_2 n + i(\sigma_3 n - \sigma_4) = -V - \sigma_1 |u|^2 - \frac{\sigma_2 P(\xi)}{1 + \sigma_6 |u|^2} + i \left(\frac{\sigma_3 P(\xi)}{1 + \sigma_6 |u|^2} - \sigma_4 \right)$$

贡献, 式中泵浦场 $P(\xi)$ 不仅出现在实部 $-V - \sigma_1 |u|^2 - (\sigma_2 P(\xi))/(1 + \sigma_6 |u|^2)$ 中, 同时也出现在虚部 $i[(\sigma_3 P(\xi))/(1 + \sigma_6 |u|^2) - \sigma_4]$ 中, 不利于通过设计泵浦场构造 \mathcal{PT} 对称势. 文献^[47] 中提出, 用奇对称周期函数与常数构成的泵浦场和偶对称的周期外势 V 设计 \mathcal{PT} 对称势, 为满足对称性, 做了弱非线性效应 $|u|^2 \approx 0$ 与 $V \gg \sigma_2 P(\xi) \approx 0$ 的近似, 此时, 偶对称的周期外势 V 贡献实部, 奇对称的周期泵浦贡献虚部, 从而获得周期调制的 \mathcal{PT} 对称极化子 BEC 模型. 很显然, 该模型在考虑非线性效应时不再满足 \mathcal{PT} 对称性. 而文献^[48] 中, 直接选取常数与 \mathcal{PT} 对称的 Scarff II 型函数构成泵浦场, 由上述分析可知, 此时模型无法满足 \mathcal{PT} 对称性. 故设计具有 \mathcal{PT} 对称外势的极化子 BEC 非线性模型具有难度. 为了寻求突破, 本文首先借助复合的非相干泵浦平衡增益损耗^[49], 其中常数 σ_7 主要用于平衡常数耗散 σ_4 , 非均匀部分 $\sigma_8 \exp(-\xi^2/w^2)$ 用来平衡由非线性激发引起的增益或耗散, 平衡效果可用增益耗散强度 $I = \int_{-\infty}^{+\infty} (\sigma_3 n - \sigma_4) d\xi$ 来刻画; 进而引入 \mathcal{PT} 对称的外势 (3) 构造出满足 \mathcal{PT} 对称的模型 (4).

为寻找方程 (4) 和 (5) 中的非线性稳态, 设 $u(\xi, s) = \psi(\xi) e^{i\beta s}$, 库密度 $n(\xi, s) = n'(\xi)$, 可得

$$-\beta \psi + \frac{\partial^2 \psi}{\partial \xi^2} + V \psi + \sigma_1 |\psi|^2 \psi + \sigma_2 n' \psi - i(\sigma_3 n' - \sigma_4) \psi = 0, \quad (6)$$

其中, β 为化学势, $n' = \frac{P(\xi)}{1 + \sigma_6 |\psi|^2}$. 根据文献^[29] 选取参数 $\sigma_1 = -1$, $\sigma_2 = 0.3$, $\sigma_3 = 0.5$, $\sigma_4 = 0.1$, $\sigma_6 = 4$, $\sigma_9 = 1$.

2.2 弱非线性激发的线性谱

首先考虑弱非线性激发的情况. 当 ψ 为弱场时, 方程 (6) 可退化为线性方程:

$$-\beta \psi + \frac{\partial^2 \psi}{\partial \xi^2} + V \psi + \sigma_2 P(\xi) \psi - i(\sigma_3 P(\xi) - \sigma_4) \psi = 0. \quad (7)$$

选取连续泵浦 $P(\xi) = \sigma_7 = \sigma_4/\sigma_3$, 此时方程 (7) 完全满足 \mathcal{PT} 对称性.

取 $\xi_0 = 1$, $w = 0.45$. 图 1(a) 给出外势 V 的轮廓图, 可清楚地看到它的实部 $\text{Re}(V)$ 关于 ξ 偶对称, 虚部 $\text{Im}(V)$ 关于 ξ 奇对称^[3], $\xi > 0$ 部分为增益区, $\xi < 0$ 部分为耗散区. 利用傅里叶配置法^[50] 可以得

到方程 (7) 的线性谱. 图 1(b) 给出了化学势 β 的虚部随 W 的变化曲线. 从图 1(b) 可知, 当外势虚部较小时, 化学势为纯实数, 随着虚部的增加, 当 $W > 0.78$ 时化学势的虚部出现, 可知 $W = 0.78$ 是该系统的 \mathcal{PT} 对称相变点或 \mathcal{PT} 对称破缺点. 图 1(c) 给出 $W = 0.1$ 时的线性谱, 可以发现该谱中包含连续谱和一个离散的 eigenvalue, 是纯实谱, 插图给出了离散 eigenvalue 对应的本征函数, 发现它的实部关于 ξ 偶对称, 虚部关于 ξ 奇对称. 图 1(d) 给出了 $W = 0.9$ 时的线性谱. 此时, 连续谱仍然存在, 但出现了一对互为复共轭的离散 eigenvalue, 发生了 \mathcal{PT} 对称破缺 [53–56].

3 不同非均匀泵浦时的孤子解及其稳定性

本节考虑正常非线性激发时可能存在的孤子解及其稳定性. 利用预条件牛顿共轭梯度法 [50], 可获得方程 (4) 的孤子解及其功率 $P = \int_{-\infty}^{+\infty} |\psi|^2 d\xi$, 当孤子在非零的均匀背景上激发时采用归一化

功率 $P = \int_{-\infty}^{+\infty} (|\psi|^2 - |\psi'_0|^2) d\xi$, 其中 ψ'_0 表示均匀背景的值. 一旦得到孤子解 ψ , 便可以引入扰动 $u(\xi, s) = \{\psi(\xi) + \varepsilon [v_1(\xi)e^{\lambda s} + v_2^*(\xi)e^{\lambda^* s}]\} e^{i\beta s}$ 以及 $n(\xi, s) = n'(\xi) + \varepsilon [v_3(\xi)e^{\lambda s} + v_3^*(\xi, \eta)e^{\lambda^* s}]$, 得到扰动本征模式 v_1, v_2 和 v_3 满足的本征值问题 [49], 求得扰动模式的本征值 λ . 当 λ 的实部大于零时孤子不稳定. 此外, 也通过分步傅里叶演化的方法验证所得孤子的稳定性. 下面考虑不同非均匀泵浦时的孤子解及其稳定性.

3.1 非均匀泵浦 $\sigma_8 < 0$ 时的孤子解

本节讨论非均匀泵浦 $\sigma_8 < 0$ 的情况, 选取 $\beta = 0.1$. 从平衡增益耗散的角度, 饱和增益项 $\sigma_3 n' = \sigma_3 \frac{\sigma_7 + \sigma_8 \exp(-\xi^2/w^2)}{1 + \sigma_6 |u|^2}$. 当 $\sigma_8 < 0$ 时饱和增益项的分子会出现凹陷, 此时适宜激发暗孤子. 图 2(a) 给出了偶极暗孤子 (蓝实线) 以及三极暗孤子 (红虚线) 的功率随非均匀泵浦强度 σ_8 的变化曲线, 图 2(b) 中计算了这些暗孤子的稳定性, 图 2(c) 分析了增益耗散强度 $I = \int_{-\infty}^{+\infty} (\sigma_3 n - \sigma_4) d\xi$ 随 σ_8 的

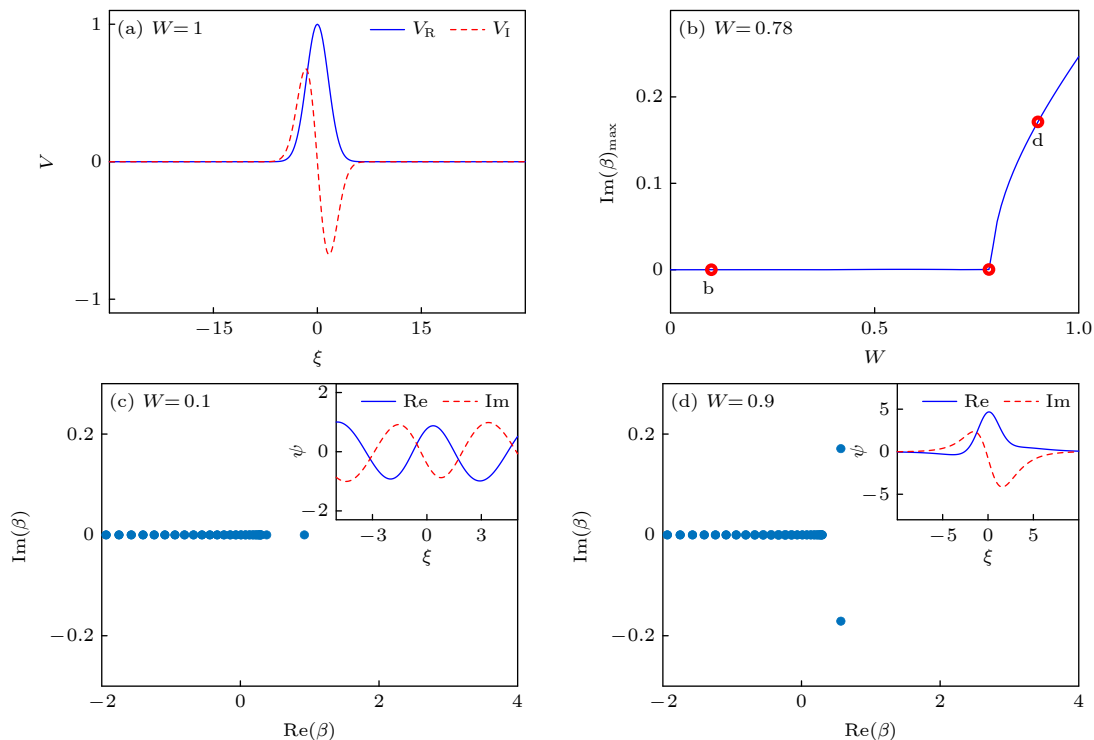


图 1 弱非线性激发的线性谱 (a) 参数取 $w = 0.45$, $\xi_0 = 1$, $W = 1$ 时 \mathcal{PT} 对称外势的轮廓图; (b) 线性谱中的虚部最大值 W 的变化曲线; (c) $W = 0.1$ 和 (d) $W = 0.9$ 时的线性谱以及离散 eigenvalue 对应本征函数的虚实部

Fig. 1. Linear spectrum of weakly nonlinear excitations: (a) Profile of \mathcal{PT} symmetrical potential. Here, $w = 0.45$, $\xi_0 = 1$, and $W = 1$; (b) $\text{Im}(\beta)_{\max}$ as a function of W ; (c), (d) linear spectrum for $W = 0.1$, $W = 0.9$ and the discrete eigenvalues corresponding to the imaginary and real parts of the eigenfunction, respectively.

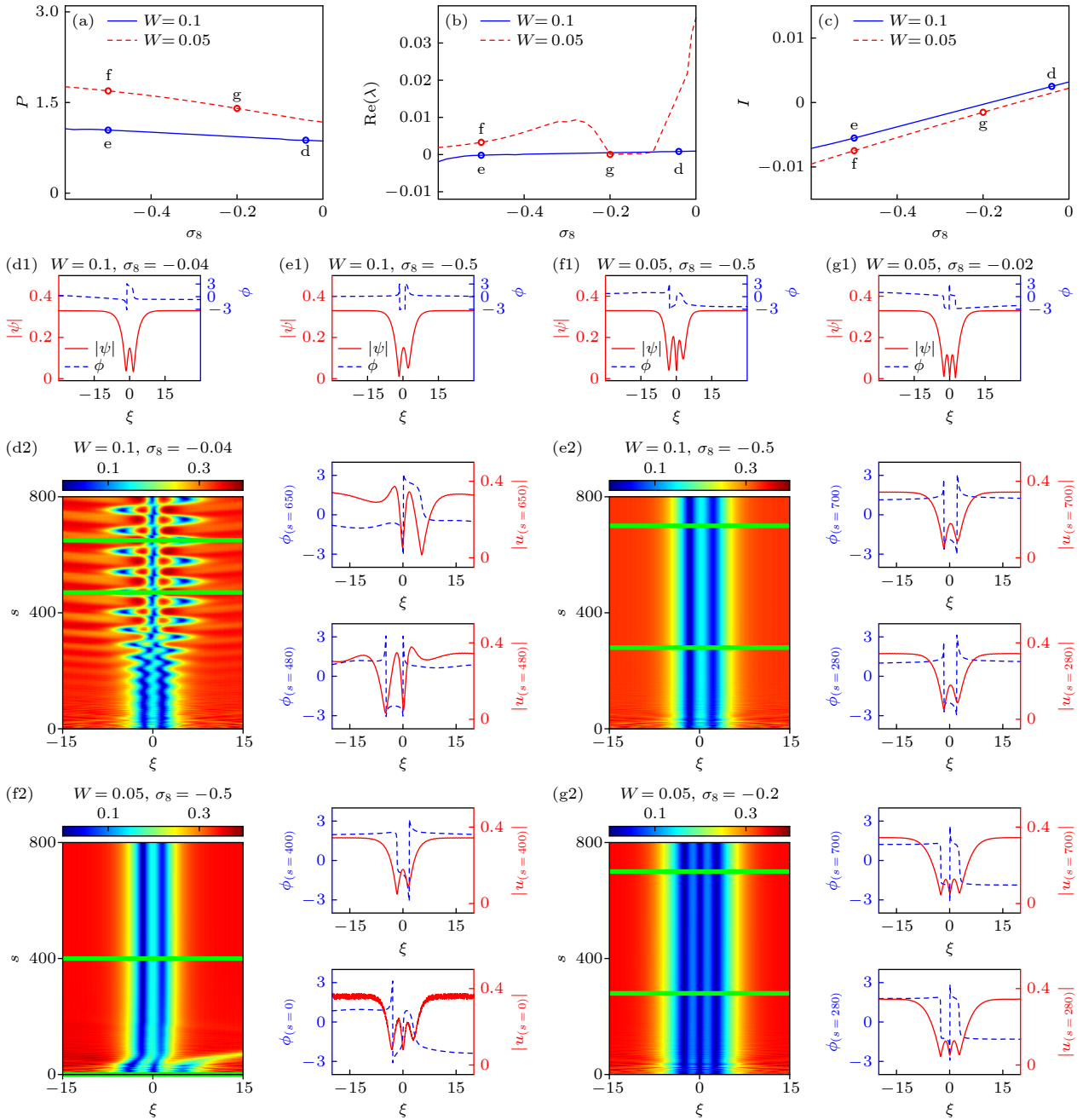


图 2 非均匀泵浦强度 $\sigma_8 < 0$ 时的暗孤子解 (a)–(c) 分别为暗孤子的功率、稳定性和增益耗散强度随 σ_8 的变化曲线; (d1)–(g1) 是取图 (a)–(c) 中字母 d–g 相应的 W 和 σ_8 时孤子的轮廓 $|\psi|$ (红实线) 以及相位 ϕ (蓝色点虚线) 的图像; (d2)–(g2) 是孤子演化的结果, 图中, 左侧是演化结果的投影, 右侧是特定时刻 s 的演化结果

Fig. 2. Dark solitons for inhomogeneous pumping $\sigma_8 < 0$: (a)–(c) Power, stability and total gain loss intensity curves of the dark solitons as a function of σ_8 , respectively; (d1)–(g1) profiles of the dark solitons with different σ_8 and W marked by the letter d–g in the panels (a)–(c) respectively, the red solid line (blue dashed-dotted line) denotes the profile $|\psi|$ (phase ϕ); (d2)–(g2) projections and profiles of the evolution results. In the left panels, the projections of the evolution are shown. The profiles and phases of evolution at the special time s marked by the green line of the left panels are shown in the right panels.

变化曲线. 可以发现此时系统的增益耗散达到有效平衡. 当取图 2(a)–(c) 中点 d–g 对应的参数时, 图 2(d1)–(g1) 给出了暗孤子的轮廓 $|\psi|$ (红实线) 与相位 ϕ (蓝色点虚线) 的图像. 当 $W = 0.1$ 时得到偶极暗孤子, 从图 2(d1) 和图 2(e1) 中的轮廓图可

知, 两个偶极暗孤子的相位均发生两次跃迁, 跃迁位置对应于偶极暗孤子的两个谷, 且 $\xi \rightarrow \pm\infty$ 时, 相位值相等, 即相位差 $\phi(-\infty) - \phi(+\infty) = 0$. 当 $|\sigma_8|$ 较小时, 从图 2(d1) 可以看到, 偶极暗孤子的两个谷几乎是对称的, 称为 PT 对称孤子 [57]; 而随着

$|\sigma_8|$ 的增大, 暗孤子轮廓不再对称, 如图 2(e1) 所示, 这种孤子称为 \mathcal{PT} 对称破缺孤子^[57], 即孤子的对称破缺, 此时孤子的能量主要分布在增益区. 当 $W = 0.05$ 时, 图 2(f1) 和图 2(g1) 分别给出了功率更高的三极对称破缺暗孤子与三极对称暗孤子, 此时相位发生三次跃迁, 并且相位差为 $\phi(-\infty) - \phi(+\infty) = \pi$. 为证明线性稳定性分析结果的可靠性, 取孤子解加 10% 的随机扰动作为初值进行演化. 演化结果如图 2(d2)—(g2) 所示. 图 2(d2) 给出图 2(d1) 中 \mathcal{PT} 对称孤子的演化结果, 可以看到它在 ξ 方向上呈现周期振荡, 但却是稳定的束缚解. 如图 2(e2) 所示, 对称破缺孤子也可以稳定传播. 图 2(f2) 给出不稳定三极对称破缺暗孤子的演化结果, 可以看到随着演化时间推移, 暗孤子右侧的一极向右侧偏移并发生耗散, 余下的两极变为偶极暗孤子. 图 2(g2) 给出稳定三极对称暗孤子的稳定演化结果. 所有演化结果与图 2(b) 中的稳定性分析结果一致.

由以上结果可以发现, 偶极暗孤子的稳定区间更宽; 调节 \mathcal{PT} 对称外势的虚部 W 可以找到更多类型的暗孤子; 调节非均匀泵浦强度 σ_8 可以获得对称孤子与对称破缺孤子, 而孤子的对称性 (分为对称或对称破缺孤子) 与稳定性无关. 通过进一步的数值模拟发现, 偶数极的暗孤子相位差为零, 奇数极的暗孤子相位差为 π .

3.2 非均匀泵浦 $\sigma_8 = 0$ 时的孤子

本节考虑非均匀泵浦 $\sigma_8 = 0$ 的情况, 选取 $\beta = 0.1$. 由前面的分析可知, 这种情况下非线性增益与线性耗散无法平衡, 激发和稳定孤子变得困难, 此时得到的暗孤子和亮孤子不稳定^[49]. 然而, 现考虑模型中存在 \mathcal{PT} 对称外势, 形成了 \mathcal{PT} 对称外势 V 与饱和增益项 $\sigma_3 n'$ 之间的相互竞争, 使得激发和稳定非线性模具有了可能性.

图 3(a) 和图 3(b) 给出了孤子的功率、稳定性随 \mathcal{PT} 对称外势虚部 W 的变化曲线, 图 3(c) 分析了增益耗散强度 I 随 W 的变化曲线. 由图 3(a) 和图 3(b) 可知, W 较小时孤子的功率与稳定性曲线变化较为平缓, 当 W 增大到 0.54 时, 孤子的功率曲线陡然上升, 同时线性稳定性曲线 $\text{Re}(\lambda)$ 突变到 0.02, 孤子变得不稳定. 而从图 3(c) 可以发现, 增益耗散强度 I 整体较小, 但在 $W = 0.54$ 处出现极值, 结合稳定性分析结果, $W = 0.54$ 为孤子稳定性

的相变点. 当取图 3(a)—(c) 中点 d—f 对应参数时, 给出如图 3(d1)—(f1) 所示的孤子轮廓 (红实线) 与相位 (蓝色点虚线) 图. 从图 3(d1) 可以看出, 该孤子具有暗孤子的典型特征——相位跃迁, 但轮廓却是两边凸起中间凹陷, 这个显著特征使得非线性饱和增益与常数耗散平衡成为可能, 该方案也为寻找极化子 BEC 体系中的稳定暗孤子提供了一个新方向. 随着 W 的增大, 暗孤子中心逐渐升高, 如图 3(e1) 所示, 并且在左侧背景处出现了凹陷, 这也为增益耗散平衡作了贡献. 随着 W 的进一步增加, 出现了图 3(f1) 所示的孤子, 此时中心的谷突变成峰, 但相位跃迁特征仍然保留, 是一种新型的暗孤子. 从相位变化来看, 三个暗孤子在中心位置都有一个 π 相位的跃迁, 但 $\phi(-\infty) - \phi(+\infty) = 0$. 图 3(d2)—(f2) 给出了演化结果. 从这些结果可知, 孤子在 W 较小时能稳定传输; 当 W 超过某一阈值 ($W = 0.54$) 时, 孤子初始时刻的形状完全变形. 这种情况下, 孤子稳定性的相变点小于线性情况下的 \mathcal{PT} 对称破缺点 $W = 0.78$, 这是多种效应相互竞争导致的结果.

由以上结果可以发现, 调制孤子自身轮廓可以用来平衡饱和增益项的增益耗散, 它可作为寻找稳定暗孤子的另一种方案. 此外, 在非零均匀背景上暗孤子的轮廓丰富多样, 可以是传统的凹陷, 也可以是双峰, 还可以是凸起.

3.3 非均匀泵浦 $\sigma_8 > 0$ 时的孤子解

本节讨论非均匀泵浦 $\sigma_8 > 0$ 的情况. 从平衡增益耗散的角度看, 当 $\sigma_8 > 0$ 时饱和增益项的分子会出现凸起, 此时适宜激发亮孤子. 在方程 (6) 中, $\sigma_1 < 0$, 若只存在自相互作用非线性效应, 只能激发暗孤子. 但该体系中既有自相互作用的 Kerr 非线性效应, 还有凝聚体与热库间相互作用的饱和和非线性效应, 这两种非线性效应之间的竞争使得激发亮孤子成为可能. 和其他典型的耗散系统类似, 这里的化学势只能选一些孤立的值^[58], 如 $\beta = 0.6$. 为激发零背景的亮孤子, 平衡饱和增益项和常数耗散项, 需取 $\sigma_3 = 0.2$ 以降低背景.

图 4(a)—(c) 分别给出了亮孤子的功率、稳定性和增益耗散强度随 σ_8 的变化曲线. 蓝实线 (红虚线) 表示 $W = 0.1$ ($W = 0.5$) 的结果. 从图 4(c) 可知, 亮孤子的增益耗散强度 I 比暗孤子大, 但 $|I|$ 的

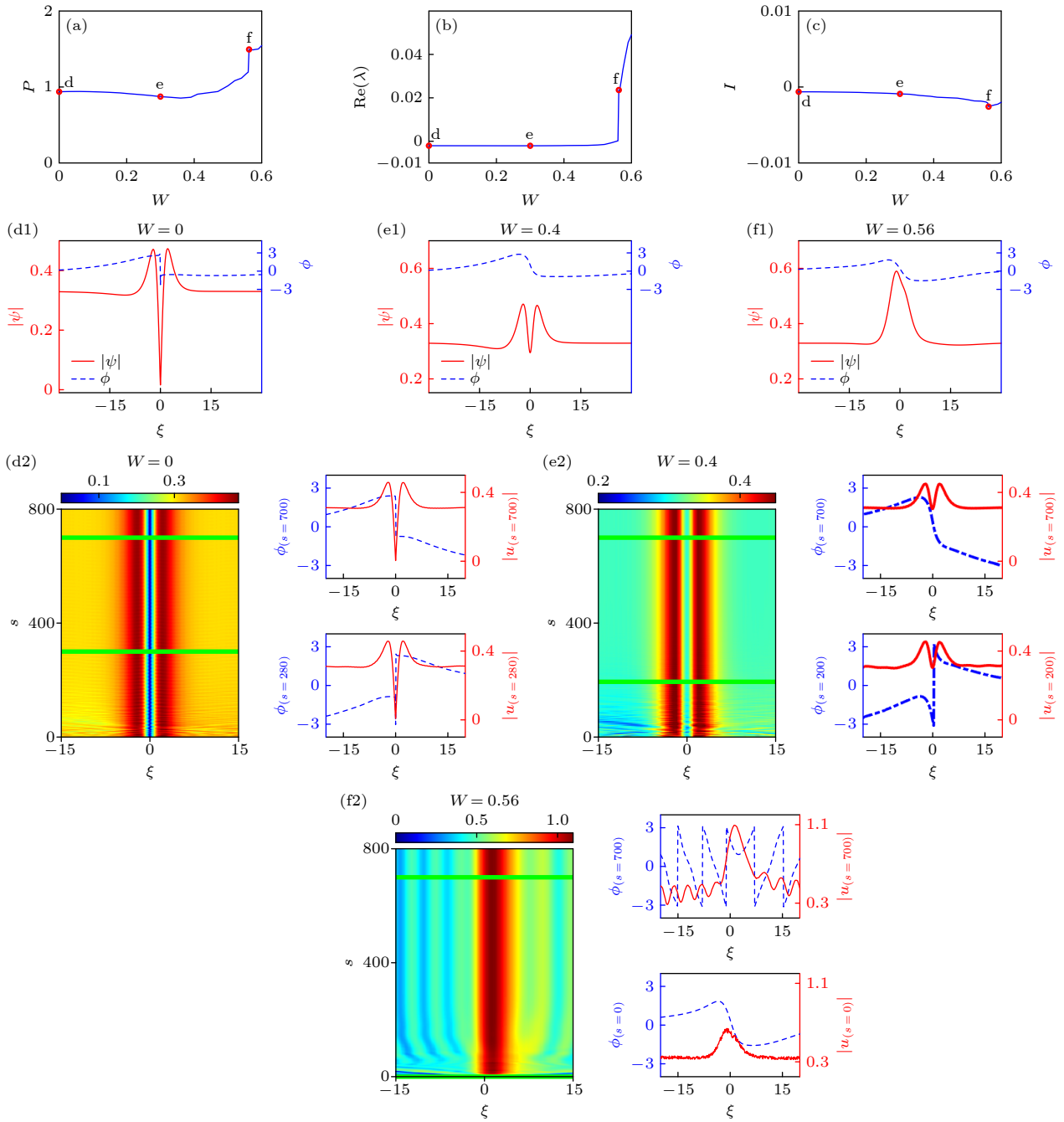


图 3 均匀泵浦情况下的暗孤子 (a)–(c) 分别为孤子的功率、稳定性和增益耗散强度随 W 的变化曲线; (d1)–(f1) 是取图 (a)–(c) 中字母 d–f 相应的 W 和 σ_8 时孤子的轮廓 $|\psi|$ (红实线) 和相位 ϕ (蓝色点虚线) 的图像; (d2)–(f2) 是孤子演化的结果, 图中, 左侧是演化结果的投影, 右侧是特定时刻 s 的演化结果

Fig. 3. Dark solitons for homogeneous pumping: (a)–(c) Power, stability and total gain loss intensity curves of the dark soliton as a function of W ; (d1)–(f1) profiles of the dark soliton marked by the letter d–f in the panels (a)–(c) respectively, the red solid line (blue dashed-dotted line) denote the amplitude $|\psi|$ (phase ϕ); (d2)–(f2) projections and profiles of the evolution results. In the left panels, the projections of the evolution are shown. The profiles and phases of evolution at the special time s marked by the green line of the left panels are shown in the right panels.

值都小于 0.05. 结合图 4(b) 可以发现, $|I|$ 值小并不能保证孤子的稳定, 但如果 $|I|$ 值很大, 孤子一定不稳定, 这可以作为判断孤子稳定的必要条件. 当取图 4(a)–(c) 中点 d–g 对应参数时, 在图 4(d1)–

(g1) 中给出了亮孤子的轮廓. 对比 4 张图的参数可以发现, 随着 σ_8 的增加, 为了平衡增益耗散, 孤子的振幅增加, 但随着 W 的增加, 孤子的宽度变窄, 并出现图 4(a) 所示的功率变小. 图 4(d2)–(g2) 给

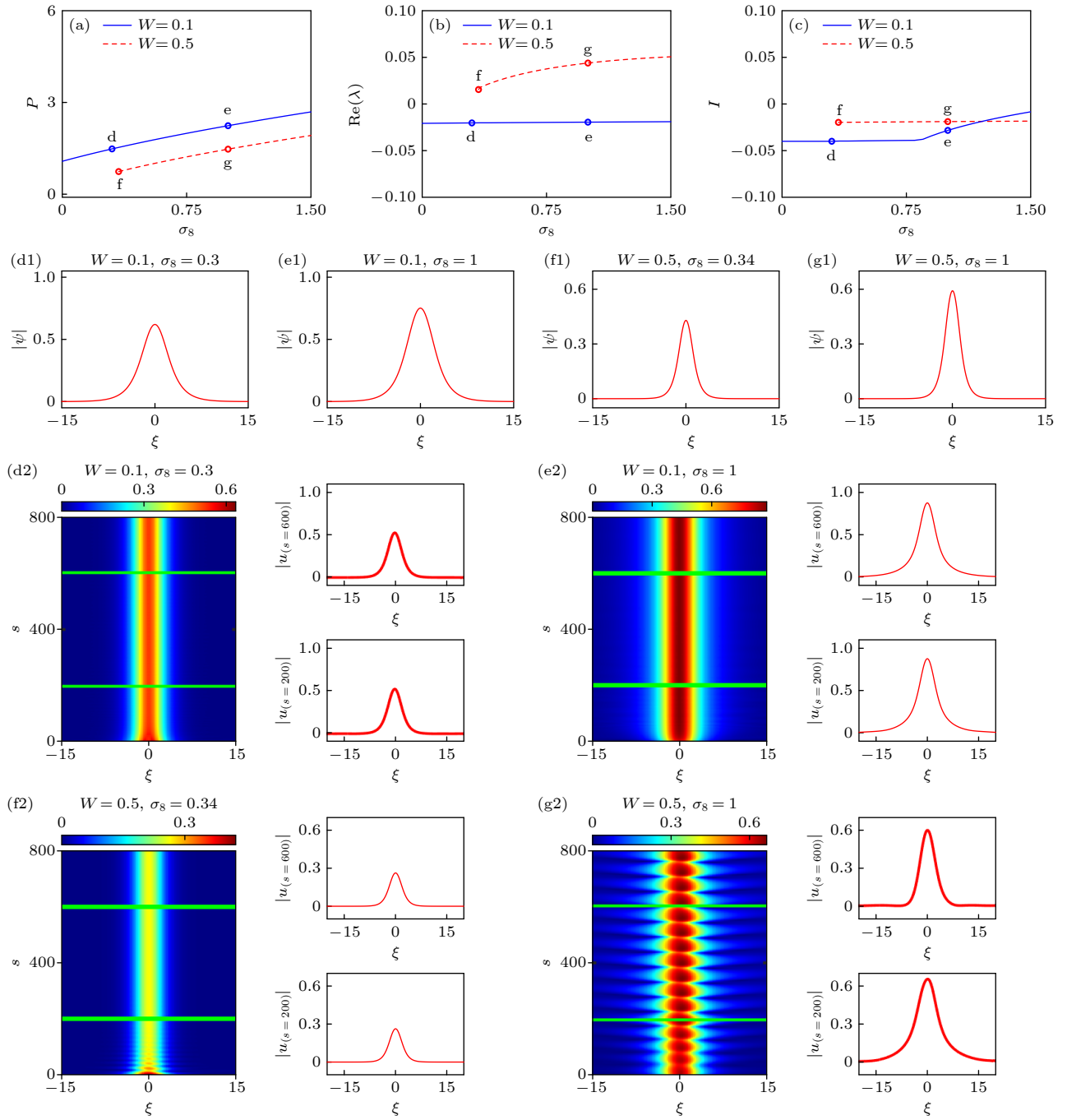


图 4 非均匀泵浦 $\sigma_8 > 0$ 时的亮孤子 (a)–(c) 分别为亮孤子的功率、稳定性和增益损耗强度随 σ_8 的变化曲线; (d1)–(g1) 是取图 (a)–(c) 中字母 d–g 相应的 W 和 σ_8 时孤子的轮廓; (d2)–(g2) 是孤子演化的结果, 图中, 左侧是演化结果的投影, 右侧是特定时刻 s 的演化结果

Fig. 4. Bright solitons for inhomogeneous pumping $\sigma_8 > 0$: (a)–(c) Power, stability, and total gain loss intensity curves of the bright soliton as a function of σ_8 ; (d1)–(g1) profiles of the bright solitons marked by the letter d–g in the panels (a)–(c) respectively; (d2)–(g2) projections and profiles of the evolution results. In the left panel, the projections of the evolution results are shown. The profiles of evolution at the special times s marked by the green line of the left panels are shown in the right panels.

出了演化结果. 从图 4(d2) 和图 4(e2) 可知, 功率较大的这组亮孤子可以稳定传输. 在图 4(f2) 中, 亮孤子在演化过程中虽然轮廓没有变形, 但振幅明显降低, 证明该孤子不稳定. 而在图 4(g2) 中, 亮孤子在演化过程中虽呈现周期振荡^[59–61], 但孤子形

状、振幅均保持不变, 证明此孤子稳定.

由以上结果可以发现, 在极化子 BEC 系统中, 只需调控 σ_8 的正负即可实现暗孤子到亮孤子的相变, 而改变 σ_8 与 W 的大小可实现对孤子振幅和宽度的调控.

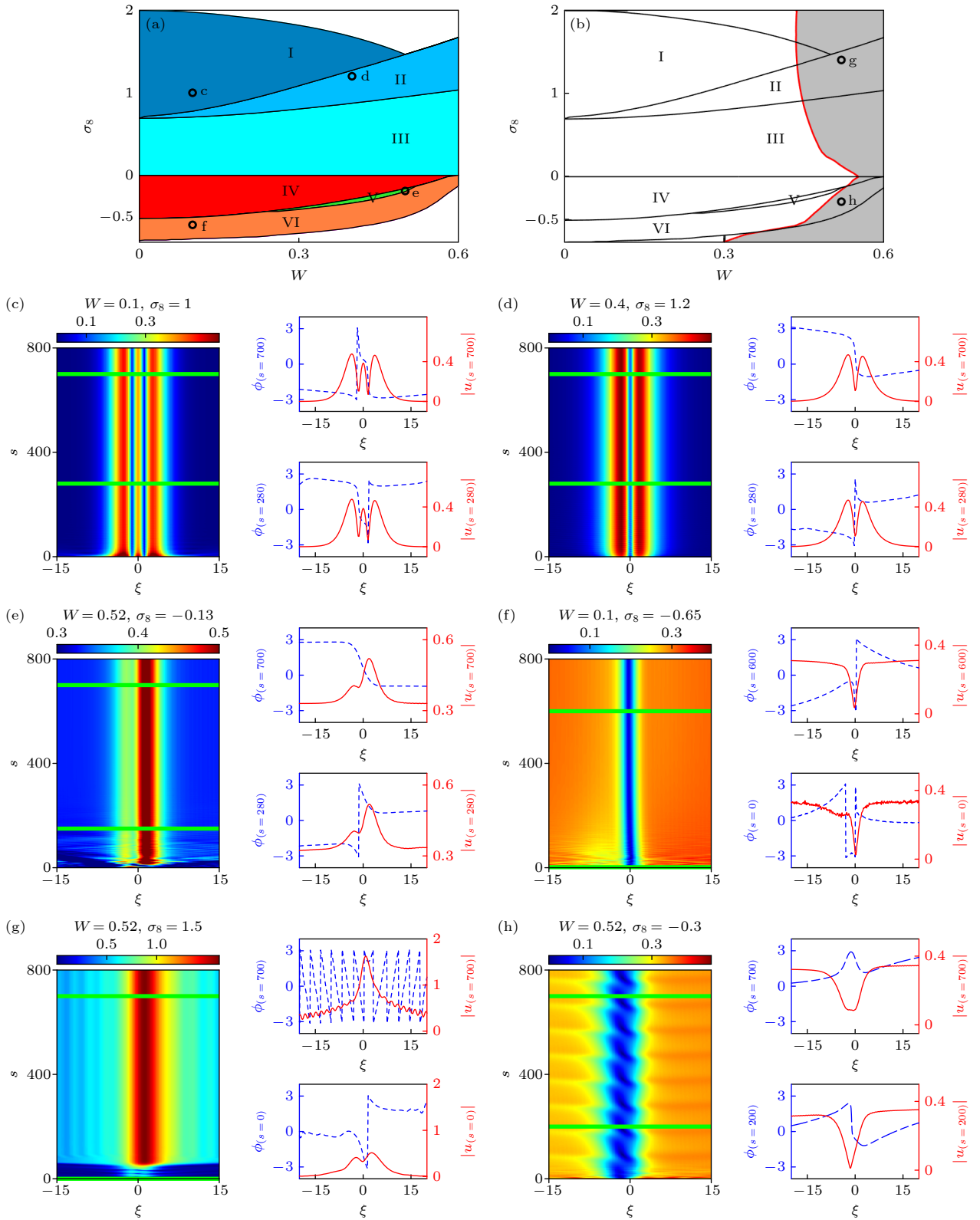


图 5 孤子类型与孤子稳定区域分布图 (a) 7 种孤子在参数 W 与 σ_8 区域的分布图; (b) 稳定孤子在参数 W 与 σ_8 区域的分布图; (c)–(h) 图 (a), (b) 中字母 c–h 相应的不同参数所对应孤子的演化结果, 图中, 左侧是演化结果的投影, 右侧是特定时刻 s 孤子轮廓和相位的演化结果

Fig. 5. Phase diagram for soliton types and stability: (a) Phase diagram of seven types of solitons as the functions of W and σ_8 ; (b) phase diagram of stability regions for seven types of solitons; (c)–(h) projections and profiles of the evolution results of solitons marked by the letter c–h in the panels (a) and (b) respectively. In the left panels, the projections of the evolution are shown. The profiles and phases of evolution at the special time s marked by the green line of the left panels are shown in the right panels.

4 外势与非均匀泵浦对孤子的影响及其调控

为厘清 \mathcal{PT} 对称外势与非均匀泵浦之间的竞争关系, 本节将详细讨论外势与非均匀泵浦对孤子类型以及孤子稳定性的影响, 仔细探究外势对孤子的调控.

4.1 外势与非均匀泵浦对孤子及其稳定性的影响

本小节讨论外势与非均匀泵浦对孤子的影响. 第 3 节中, 通过改变非均匀泵浦强度 σ_8 可获得多种类型暗孤子以及亮孤子. 为了获得更丰富的结果, 同时改变参数 σ_8 与 W , 获得了多种类型的孤子, 并研究了它们的稳定性.

图 5(a) 给出了各种类型孤子在参数 W 与 σ_8 区域的分布图. 当 $\sigma_8 > 0$ 时, 为激发零背景上的孤子并平衡增益耗散, 选 3.3 节所用参数. 在 $\sigma_8 < 0$ 时, 为激发均匀背景上的暗孤子, 选 3.1 节所用参数. 图 5(a) 给出 7 类孤子, 第 3 节给出了分布在区域 III, IV 和 $\sigma_8 = 0$ 的 3 种孤子. 通过线性稳定性分析结合数值演化, 图 5(b) 界定了这 7 种孤子的稳定区域, 其中红线左侧为稳定区域. 当取图 5(a) 和图 5(b) 中点 c—h 对应参数时, 在图 5(c)—(h) 中给出了孤子的演化结果. 图 5(c) 所示为分布在区域 I 中的稳定零背景偶极暗孤子的演化结果, 从相位图中可以发现该孤子中存在两次相位跃迁. 图 5(d) 给出了分布在区域 II 中的稳定零背景 (单极) 暗孤子的演化结果, 存在一次相位跃迁. 图 5(e) 是分布在区域 V 中的稳定对称破缺暗孤子的演化结果. 可以看到, 孤子的能量主要集中在右侧, 与 \mathcal{PT} 对称外势虚部的增益区一致, 且存在一次相位跃迁. 虽然此时非相干泵浦强度 σ_8 不大, 但是较大的 W 是孤子对称性发生破缺的主要原因, 据我们所知, 这类对称破缺暗孤子 [3,5,54,56] 还未被报道. 图 5(f) 给出了分布在区域 VI 中的稳定单极暗孤子的演化结果, 这类暗孤子是最经典的暗孤子, 也被称为黑孤子. 图 5(g) 和图 5(h) 给出两类不稳定孤子的演化结果. 可以发现, 随着时间增长, 暗孤子的轮廓变形明显, 相位跃迁的特征消失.

由以上结果可知, 可以通过调节非均匀泵浦强度与外势虚部得到多种类型孤子, 包括零背景亮、暗孤子, 均匀背景的多极对称、对称破缺孤子, 这

些孤子的稳定性受外势虚部的影响较大. 整体而言, 外势虚部的增大不利于孤子的稳定性.

4.2 \mathcal{PT} 对称外势对孤子的调控

求解过程中不仅找到了多种稳定的对称破缺孤子, 而且还发现对称破缺孤子的空间分布完全依

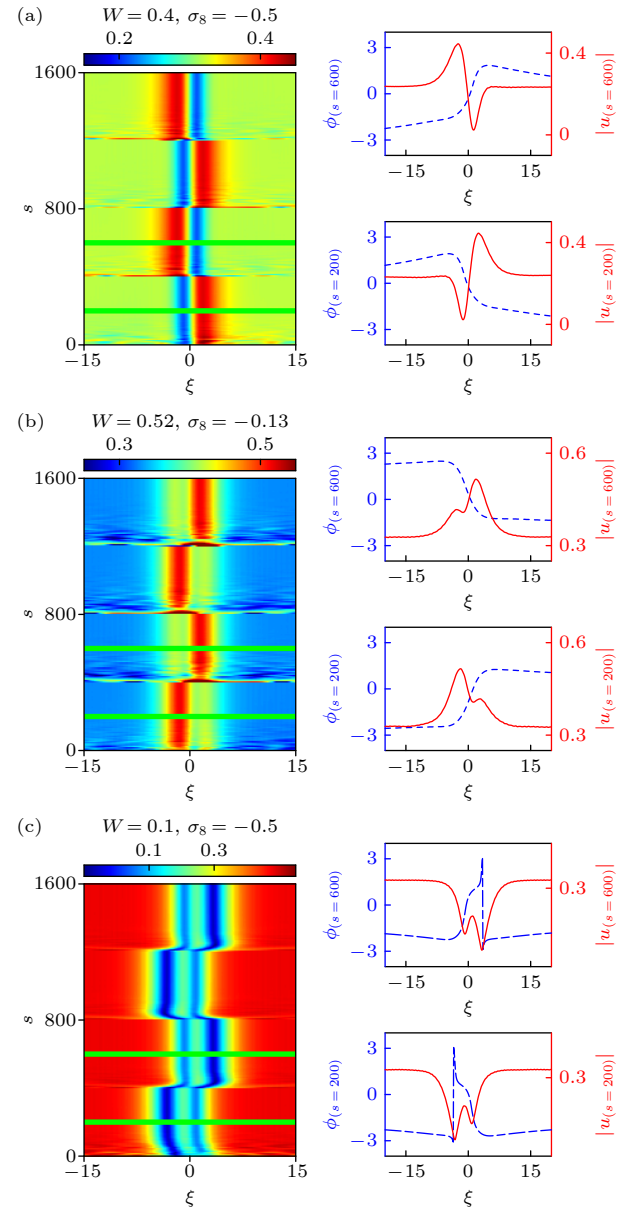


图 6 调控外势虚部时对称破缺孤子的演化结果 (a) $W = 0.4$, $\sigma_8 = -0.5$ 时暗孤子的演化结果; (b) $W = 0.52$, $\sigma_8 = -0.13$ 时暗孤子的演化结果; (c) $\xi_0 = 3$, $W = 0.1$, $\sigma_8 = -0.5$ 时暗孤子的演化结果

Fig. 6. Evolution results of symmetry breaking solitons by controlling the imaginary part of \mathcal{PT} potential: (a) The evolution results of dark soliton with $W = 0.4$, $\sigma_8 = -0.5$; (b) the evolution results of dark soliton with $W = 0.52$, $\sigma_8 = -0.13$; (c) the evolution results of dark soliton with $\xi_0 = 3$, $W = 0.1$, $\sigma_8 = -0.5$.

赖于 PT 对称外势虚部的空间分布, 即孤子的分布依赖于外势的增益耗散区域的空间分布. 如果实时调控 PT 对称外势的分布, 势必会引起孤子空间分布的变化, 从而达到操控孤子的目的, 这为我们操控孤子提供了一种新思路.

对于稳定的对称破缺孤子, 只需要对 PT 对称外势的虚部进行空间上的反转, 即进行 $W = W \cdot (-1)^{\text{round}(s/400)}$ 的操作 (round 是一个取整函数), 就可实现对孤子的控制. 实验上对应于每 218 ns (相当于 $s = 400$) 对 PT 对称外势进行一次对称翻转, 即 W 变成 $-W$. 图 6 给出了操控 3 类对称破缺暗孤子的结果. 图 6(a) 为取 $W = 0.4$, $\sigma_8 = -0.5$ 时暗孤子的演化图, 可发现孤子轮廓随着外势变化迅速翻转, 响应时间在 ns 量级, 同时相位跃迁的特征始终保持. 图 6(b) 给出取 $W = 0.52$, $\sigma_8 = -0.13$ 时对称破缺孤子的演化. 图 6(c) 给出取 $W = 0.1$, $\sigma_8 = -0.5$ 时对称破缺偶极暗孤子的演化.

从以上结果可知, 可以通过调制 PT 对称外势的虚部, 达到操控对称破缺孤子的目的, 进而实现极化子 BEC 在全光开关等光信息处理方面的应用.

5 结 论

本文通过引入由常数与高斯函数构成的复合泵浦和 PT 对称外势, 设计了一维非相干泵浦激子极化凝聚体系统满足的 PT 对称模型. 首先在弱非线性效应情况下, 通过分析线性谱的特征, 给出了体系的 PT 对称相变点. 在正常非线性效应情况下, 通过调节泵浦和 PT 对称外势虚部, 找到了零背景的亮孤子、零背景的多极暗孤子、非零背景的多极对称暗孤子和对称破缺暗孤子、非零背景的凹陷和凸起等类型暗孤子, 并利用线性稳定性分析和演化的方法讨论了它们的稳定性. 通过分析孤子的轮廓与稳定性, 进一步给出了不同类型孤子以非均匀泵浦强度和外势虚部作为参数的分布区域与稳定区域. 最后, 借助对称破缺孤子对 PT 对称外势虚部空间分布的依赖, 通过调制 PT 对称外势的虚部, 达到了操控对称破缺孤子的目的, 为实现极化子 BEC 在全光开关等光信息处理方面的应用奠定了基础. 本文提出的结果将有助于理解非平衡凝聚体系统的物理性质, 指导 PT 对称极化子 BEC 体系中孤子的实验研究, 挖掘极化子 BEC 在量子信息存储和处理方面的潜在应用价值.

参考文献

- [1] Cao H, Wiersig J 2015 *Rev. Mod. Phys.* **87** 61
- [2] Bender C M, Boettcher S 1998 *Phys. Rev. Lett.* **80** 5243
- [3] Musslimani Z H, Makris K G, El G R, Christodoulides D N 2008 *Phys. Rev. Lett.* **100** 030402
- [4] Rüter C, Makris K, El G R 2010 *Nat. Phys.* **6** 192
- [5] Regensburger A, Bersch C, Miri M A, Onishchukov G, Christodoulides D N, Peschel U 2012 *Nature* **488** 167
- [6] Guo A, Salamo G J, Duchesne D, Morandotti R, Volatier R M, Aimez V, Sililoglou G A, Christodoulides D N 2009 *Phys. Rev. Lett.* **103** 093902
- [7] Feng L, Wong Z J, Ma R, Wang Y, Zhang X 2014 *Science* **346** 972
- [8] Hodaei H, Miri M, Heinrich M, Christodoulides D N, Khajavikhan M 2014 *Science* **346** 975
- [9] Regensburger A, Miri M, Bersch C, Näger J, Onishchukov G, Christodoulides D N, Peschel U 2013 *Phys. Rev. Lett.* **110** 223902
- [10] Peng B, Özdemir S K, Lei F, Monifi F, Gianfreda M, Long G L, Fan S, Nori F, Bender C M, Yang L 2014 *Nat. Phys.* **10** 394
- [11] Chang L, Jiang X, Hua S, Yang C, Wen J, Jiang L, Li G, Wang G, Xiao M 2014 *Nat. Photonics* **8** 524
- [12] Ramezani H, Schindler J, Ellis F M, Gunther U, Kottos T 2012 *Phys. Rev. A* **85** 062122
- [13] Lin Z, Schindler J, Ellis F M, Kottos T 2012 *Phys. Rev. A* **85** 050101
- [14] Feng L, Xu Y L, Fegadolli W S, Lu M H, Oliveira J E B, Almeida V R, Chen Y F, Scherer A 2013 *Nat. Mater.* **12** 108
- [15] Sun Y, Tan W, Li H, Li J, Chen H 2014 *Phys. Rev. Lett.* **112** 143903
- [16] Li J, Harter A K, Liu J, Melo L, Joglekar Y N, Luo L 2019 *Nat. Commun.* **10** 1
- [17] Hang C, Huang G, Konotop V V 2013 *Phys. Rev. Lett.* **110** 083604
- [18] Sheng J, Miri M, Christodoulides D N, Xiao M 2013 *Phys. Rev. A* **88** 041803
- [19] Li H, Dou J, Huang G 2013 *Opt. Express* **21** 32053
- [20] Wu J, Artoni M, Rocca G 2014 *Phys. Rev. Lett.* **113** 123004
- [21] Zhang Z, Zhang Y, Sheng J, Yang L, Miri M, Christodoulides D N, He B, Zhang Y, Xiao M 2016 *Phys. Rev. Lett.* **117** 123601
- [22] Makris K G, El-Ganainy R, Christodoulides D N, Musslimani Z H 2008 *Phys. Rev. Lett.* **100** 103904
- [23] Sieberer L M, Buchhold M, Diehl S 2016 *Rep. Prog. Phys.* **79** 096001
- [24] Wouters M, Carusotto I 2007 *Phys. Rev. Lett.* **99** 140402
- [25] Szymanska M H, Keeling J, Littlewood P B 2006 *Phys. Rev. Lett.* **96** 230602
- [26] Byrnes T, Kim N Y, Yamamoto Y 2014 *Nat. Phys.* **10** 803
- [27] Anton C, Liew T C H, Cuadra J, Martin M D, Eldridge P S, Hatzopoulos Z, Stavriniadis G, Savvidis P G, Vina L 2013 *Phys. Rev. B* **88** 245307
- [28] Smirnov L A, Smirnova D A, Ostrovskaya E A, Kivshar Y S 2014 *Phys. Rev. B* **89** 235310
- [29] Xue Y, Matuszewski M 2014 *Phys. Rev. Lett.* **112** 216401
- [30] Liew T C H, Egorov O A, Matuszewski M, Kyriienko O, Ma X, Ostrovskaya E A 2015 *Phys. Rev. B* **91** 085413
- [31] Kol G R 2017 *Opt. Quantum Electron.* **49** 385
- [32] Cheng S, Chen T 2018 *Phys. Rev. E* **97** 032212
- [33] Yoon S, Sun M, Rubo Y G, Savenko I G 2019 *Phys. Rev. A* **100** 023609
- [34] Opala A, Pieczarka M, Bobrowska N, Matuszewski M 2018 *Phys. Rev. B* **97** 155304
- [35] Xue Y, Jiang Y, Wang G, Wang R, Feng S, Matuszewski M 2018 *Opt. Express* **26** 6267
- [36] Sigurdsson H, Liew T C H, Shelykh I A 2017 *Phys. Rev. B* **96**

- 205406
- [37] Ma X, Egorov O A, Schumacher S 2017 *Phys. Rev. Lett.* **118** 157401
- [38] Pinsker F, Flayac H 2016 *Proc. R. Soc. A* **472** 20150592
- [39] Kulczykowski M, Bobrovskaya N, Matuszewski M 2015 *Phys. Rev. B* **91** 245310
- [40] Ma X, Schumacher S 2017 *Phys. Rev. B* **95** 235301
- [41] Ostrovskaya E A, Abdullaev J, Desyatnikov A S, Fraser M D, Kivshar Y S 2012 *Phys. Rev. A* **86** 013636
- [42] Tanese D, Flayac H, Solnyshkov D, Amo A, Lemaître A, Galopin E, Braive R, Senellart P, Sagnes I, Malpuech G, Bloch J 2013 *Nat. Commun.* **4** 1749
- [43] Ostrovskaya E A, Abdullaev J, Fraser M D, Desyatnikov A S, Kivshar Y S 2013 *Phys. Rev. Lett.* **110** 170407
- [44] Pinsker F, Flayac H 2014 *Phys. Rev. Lett.* **112** 140405
- [45] Lien J, Chen Y, Ishida N, Chen H, Hwang C, Nori F 2015 *Phys. Rev. B* **91** 024511
- [46] Chestnov I Y, Demirchyan S S, Alodjants A P, Rubo Y G, Kavokin A V 2016 *Sci. Rep.* **6** 19551
- [47] Ma X K, Kartashov Y Y, Gao T, Schumacher S 2019 *New J. Phys.* **21** 123008
- [48] Jia C Y, Liang Z X 2020 *Chin. Phys. Lett.* **37** 040502
- [49] Zhang K, Wen W, Lin J, Li H 2021 *New J. Phys.* **23** 033011
- [50] Yang J 2011 *Nonlinear Waves in Integrable and Nonintegrable Systems* (Philadelphia: PA: SIAM) p327
- [51] Carusotto I, Ciuti C 2013 *Rev. Mod. Phys.* **85** 299
- [52] Zhang K, Liang Y, Lin J, Li H 2018 *Phys. Rev. A* **97** 023844
- [53] Suchkov S V, Sukhorukov A A, Huang J H 2016 *Laser Photonics Rev.* **10** 177
- [54] Konotop V V, Yang J K, Zezyulin D A 2016 *Rev. Mod. Phys.* **88** 035002
- [55] Ozdemir S K, Rotter S, Nori F, Yang L 2019 *Nat. Mater.* **18** 783
- [56] Rodislav D, Boris A M 2011 *Opt. Lett.* **36** 4323
- [57] Yang J 2017 *J. Opt.* **19** 054004
- [58] Akhmediev N, Ankiewicz A 2005 *Dissipative Solitons* (Berlin: Springer) pp1–17
- [59] Bludov Y V, Hang C, Huang G, Konotop V V 2014 *Opt. Lett.* **39** 3382
- [60] Nixon S, Zhu Y, Yang J 2012 *Opt. Lett.* **37** 4874
- [61] Dang T T, Wang J F, An Y D, Liu X L, Zhang Z X, Yang L Z 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 064211 (in Chinese) [党婷婷, 王娟芬, 安亚东, 刘香莲, 张朝霞, 杨玲珍 2015 物理学报 **64** 064211]

Stable solitons and their controllability in \mathcal{PT} symmetrical polariton condensates^{*}

Chen Li-Yuan Gao Chao Lin Ji Li Hui-Jun[†]

(Department of Physics, Zhejiang Normal University, Jinhua 321004, China)

(Received 16 March 2022; revised manuscript received 18 April 2022)

Abstract

By constructing the spatial distribution of external potential and incoherent pumping, a \mathcal{PT} symmetrical model satisfied by the one-dimensional incoherent pumped exciton-polariton condensate system is designed. In the weakly nonlinear case, the \mathcal{PT} symmetrical phase transition point is found, and the linear spectrum is shown. In the normal nonlinear case, found are the bright soliton with the zero background, the multi-poles dark solitons with zero background, the symmetry breaking dark solitons and symmetrical dark soliton with the homogeneous background, and the dip- and hump-type dark solitons with the homogeneous background, and discussed are the effects of inhomogeneous pumping and the imaginary part of external potential on the profiles and the stability of solitons. Through these results, the competition between \mathcal{PT} symmetrical potential and the inhomogeneous pumping is understood, the scheme that how the bright and dark solitons are excited is presented, and the existence and stability regions of these solitons are determined. Finally, the symmetry breaking dark solitons are controlled by modulating the imaginary part of the \mathcal{PT} symmetrical potential, which reveals the potential applications of the polariton condensate system in optical information processing, such as the all-optical switches.

Keywords: parity-time symmetry, phase transition point, incoherent pumping, exciton-polariton condensate, soliton

PACS: 11.30.Er, 11.30.Qc, 03.75.Lm, 71.36.+c

DOI: 10.7498/aps.71.20220475

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 12074343, 11835011, 12074342) and the Natural Science Foundation of Zhejiang Province, China (Grant Nos. LZ22A050002, LY21A040004, LR22A040001).

[†] Corresponding author. E-mail: hjli@zjnu.cn

