

# 任意方向电偶极子在水平分层受限空间中的远区辐射场求解\*

周丽丽<sup>1)†</sup> 胡欣悦<sup>1)</sup> 穆中林<sup>2)</sup> 张蕤<sup>1)</sup> 郑悦<sup>1)</sup>

1) (陕西科技大学电子信息与人工智能学院, 西安 710021)

2) (空军工程大学航空航天工程学院, 西安 710038)

(2022 年 3 月 25 日收到; 2022 年 7 月 8 日收到修改稿)

任意方向电偶极子在分层受限空间中的远区辐射场求解对于分析云闪回击、对潜通信、地波超视距雷达等领域中电磁特性问题具有重要意义. 本文基于镜像法和偶极子在自由空间远区辐射场, 建立了三层水平受限空间模型, 对其间任意取向电偶极子产生的远区辐射场表达式进行了推导, 综合考虑了从源点到观测点的直达波及上、下界面的一次反射波影响. 在此基础上, 比较分析了频率为 100 kHz, 6 MHz 和 10 MHz 的电偶极子处于地-电离层模型中不同位置时传播的辐射特性. 结果显示: 对于同一位置辐射源, 电偶极子的频率越高, 辐射波瓣数目越多; 当偶极子源的频率相同时, 源点距离下界面越远, 辐射波瓣数目亦越多.

**关键词:** 电偶极子, 水平分层, 任意方向, 镜像定理

**PACS:** 41.20.-q, 03.50.-z, 41.20.Jb, 42.25.Bs

**DOI:** 10.7498/aps.71.20220545

## 1 引言

不同频段电磁波在半空间或分层受限空间中的辐射传播问题<sup>[1,2]</sup>的研究对于雷电防护<sup>[3]</sup>、潜艇通信<sup>[4]</sup>、空间物理探测<sup>[5]</sup>等领域具有重要意义. 电、磁偶极子作为最基本的辐射单元, 其不同分层媒质中的辐射特性一直是研究的热点. 1909 年, Sommerfeld<sup>[6]</sup>首次推导出垂直、水平电偶极子在半空间中所激励的电磁场积分表达式, 奠定了分层媒质中电磁波传播机理研究的基础. 鉴于 Sommerfeld 型积分中被积函数具有高振荡、衰减慢<sup>[7,8]</sup>的问题, 此后多位学者对分层媒质中偶极子激励电磁场的解析表达<sup>[9–19]</sup>、构成形式<sup>[10,11,17,18]</sup>、求解方法<sup>[15,19,20]</sup>、适用频段场景<sup>[16–20]</sup>等问题进行了深入的探讨. 受电磁环境的影响, 不同取向的偶极子源的辐射特性存在很大的差异. 2012 年, 葛德彪和魏兵<sup>[21]</sup>利用

互易定理导出任意方向电偶极子在各向同性分层半空间中远区辐射场的表达式. 为了避免复杂的 Sommerfeld 型积分, 该表达式只考虑直达波和反射波贡献 (不计侧面波、吸附表面波的影响), 适用于源点离半空间界面较近, 而观测点远离分界面的场区, 具有物理概念清晰、算法简单高效的优点, 随后被推广拓展至各向异性分层半空间情况<sup>[22]</sup>, 并对远场时域解析表达式做了进一步研究<sup>[23]</sup>. 本文基于文献<sup>[21]</sup>, 进一步推导了当电偶极子处于上、下受限空间中时的远区场表达式, 同时考虑直达波和上、下界面一次反射波的相互作用. 不同于互易思想, 本文直接结合镜像法和偶极子在自由空间远区辐射场辐射, 推导过程中, 一方面细化了上下界面反射波在互易位置镜像点的  $\hat{e}_\theta$  方向矢量变化对场量计算的影响, 另一方面波程差计算也更为严谨, 从而使本文推导的公式亦适用于源点远离分层边界的情况, 进而能够同时考虑上、下边界对受

\* 国家自然科学基金 (批准号: 62171265) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: zhoulili@sust.edu.cn

限空间场量的影响.

## 2 理论模型

### 2.1 电偶极子在水平分层受限空间中的互易推导

考虑各向同性的三层媒质, 建立从上到下依次为上层空间-受限空间-下层空间的分层模型, 三层媒质的电参数各不相同, 如图 1 所示. 其中上层空间的电参数为  $\varepsilon_2, \mu_2, \sigma_2$ , 受限空间的电参数为  $\varepsilon, \mu, \sigma$ , 下层空间的电参数为  $\varepsilon_3, \mu_3, \sigma_3$ , 受限空间总高度为  $H$ . 设偶极子离下边界高度为  $h$ , 取球坐标系, 将电偶极子位于受限空间中原点  $O$ , 其中电偶极子通有电流为  $I$ , 长度为  $l$ , 方向沿  $\hat{e}_{r_0}$  (单位矢量) 方向, 即  $\mathbf{Il} = \hat{e}_{r_0} Il$ , 单位矢量  $\hat{e}_{r_0}$  在球坐标系中对应的坐标点为  $(1, \varphi_0, \theta_0)$ , 该位置点在  $\varphi, \theta$  方向的单位矢量分别为  $\hat{e}_{\varphi_0}$  和  $\hat{e}_{\theta_0}$ . 观测点与源点的水平投影距离为  $L$ , 距离上界面为  $d$ .

根据互易定理 [21]: 电偶极子  $\mathbf{Il}$  在待求远区观测点  $P$  处辐射场为  $\mathbf{E}(P)$  (可分解为  $\hat{e}_r, \hat{e}_\theta$  和  $\hat{e}_\varphi$  方向的  $\mathbf{E}_r, \mathbf{E}_\theta$  和  $\mathbf{E}_\varphi$ , 如图 1 所示), 可以根据在  $P$  点放置三个电偶极子  $I_r \mathbf{l}_{rP} (I_r \mathbf{l}_{rP} \hat{e}_r)$ ,  $I_\theta \mathbf{l}_{\theta P} (I_\theta \mathbf{l}_{\theta P} \hat{e}_\theta)$  和  $I_\varphi \mathbf{l}_{\varphi P} (I_\varphi \mathbf{l}_{\varphi P} \hat{e}_\varphi)$  在  $O$  点产生的辐射场  $\mathbf{E}'(O)$  求解. 其满足

$$\mathbf{E}(P) \cdot (I_r \mathbf{l}_{rP} + I_\theta \mathbf{l}_{\theta P} + I_\varphi \mathbf{l}_{\varphi P}) = \mathbf{E}'(O) \cdot \mathbf{Il}, \quad (1)$$

即

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(P) \cdot (I_r \mathbf{l}_{rP} \hat{e}_r + I_\theta \mathbf{l}_{\theta P} \hat{e}_\theta + I_\varphi \mathbf{l}_{\varphi P} \hat{e}_\varphi) \\ = \mathbf{E}'(O) \cdot \mathbf{Il} \hat{e}_{r_0}, \end{aligned} \quad (2)$$

其中

$$I_r \mathbf{l}_{rP} = I_\theta \mathbf{l}_{\theta P} = I_\varphi \mathbf{l}_{\varphi P} = \mathbf{Il}. \quad (3)$$

### 2.2 电偶极子在受限空间中远区辐射场表达式的直接推导

如图 1 所示, 考虑到电波不同传播路径, 在受限空间中观测点  $P$  处的辐射场  $\mathbf{E}(P)$  可以简化为三种辐射场叠加而成: 一是直达辐射场  $\mathbf{E}_d(P)$ , 传

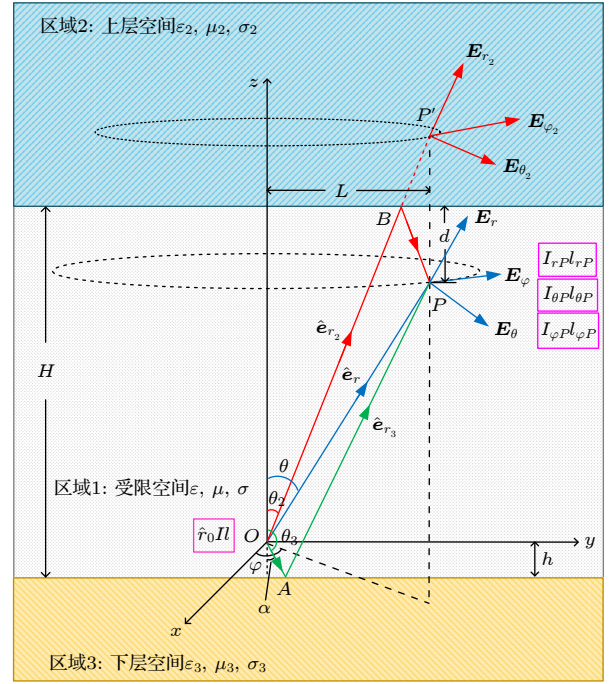


图 1 电偶极子在水平分层受限空间中的辐射示意图

Fig. 1. Radiation diagram of an electric dipole in the horizontal layered confined space.

播路径总长为  $r(OP)$ ; 二是经上界面反射波场  $\mathbf{E}_{rB}(P)$ , 传播路径总长为  $r_2(OBP)$ ; 三是经下界面反射波场  $\mathbf{E}_{tA}(P)$ , 传播路径总长为  $r_3(OAP)$ . 根据图 1 中标识的角度关系, 可知直达波为  $r = L/\sin \theta$ , 上反射波路径为

$$r_2 = \sqrt{4(H-h)^2 + r^2 - 4(H-h)r \cos \theta},$$

下反射波路径为

$$r_3 = \sqrt{4(H-h)^2 + r^2 + 4hr \cos \theta},$$

上反射角为  $\theta_2 = \arcsin \frac{L}{r_2}$ , 下反射角为  $\alpha = \arcsin \frac{L}{r_3}$ .

上、下界面反射波与直达波相比的波程差依次为  $\Delta_1 = r_2 - r$ ,  $\Delta_2 = r_3 - r$ .

不同于文献 [21] 中采用互易思想 (1) 式求解远区场量, 本文直接采用远区平面波场近似方法求解. 对于无限均匀空间偶极子, 可知直达波场  $\mathbf{E}_d(P)$  的矢量方向为  $\hat{e}_r \times (\hat{e}_{r_0} \times \hat{e}_r)$ , 其中

$$\begin{aligned} \hat{e}_r \times (\hat{e}_{r_0} \times \hat{e}_r) &= \hat{e}_r \times \{[\hat{e}_\theta(\hat{e}_{r_0} \cdot \hat{e}_\theta) + \hat{e}_\varphi(\hat{e}_{r_0} \cdot \hat{e}_\varphi) + \hat{e}_r(\hat{e}_{r_0} \cdot \hat{e}_r)] \times \hat{e}_r\} = \hat{e}_\theta(\hat{e}_{r_0} \cdot \hat{e}_\theta) + \hat{e}_\varphi(\hat{e}_{r_0} \cdot \hat{e}_\varphi) \\ &= \hat{e}_\theta[(\hat{e}_x \sin \theta_0 \cos \varphi_0 + \hat{e}_y \sin \theta_0 \sin \varphi_0 + \hat{e}_z \cos \theta_0) \cdot (\hat{e}_x \cos \theta \cos \varphi + \hat{e}_y \cos \theta \sin \varphi - \hat{e}_z \sin \theta)] \\ &\quad + \hat{e}_\varphi[(\hat{e}_x \sin \theta_0 \cos \varphi_0 + \hat{e}_y \sin \theta_0 \sin \varphi_0 + \hat{e}_z \cos \theta_0) \cdot (-\hat{e}_x \sin \varphi + \hat{e}_y \cos \varphi)] \\ &= \hat{e}_\theta[(\sin \theta_0 \cos \theta \cos(\varphi - \varphi_0) - \cos \theta_0 \sin \theta)] + \hat{e}_\varphi[(-\sin \theta_0 \sin(\varphi - \varphi_0))]. \end{aligned} \quad (4)$$

根据求出的直达电场方向, 再由远区电偶极子场的表达式<sup>[21,24]</sup>得到:

$$\mathbf{E}_d(P) = \hat{e}_\theta [(\sin \theta_0 \cos \theta \cos(\varphi - \varphi_0) - \cos \theta_0 \sin \theta)] i\omega\mu Il \frac{\exp(ikr)}{4\pi r} + \hat{e}_\varphi [(-\sin \theta_0 \sin(\varphi - \varphi_0))] i\omega\mu Il \frac{\exp(ikr)}{4\pi r}. \quad (5)$$

位于  $O$  处的偶极子  $\hat{e}_{r_0} Il$  在镜像  $P'$  点的直达电场为  $\mathbf{E}_d(P')$  (不考虑上层介质影响), 设  $O$  指向  $P'$  方向的单位矢量为  $\hat{e}_{r_2}$ , 其对应球坐标系中  $\theta$  坐标的单位矢量为  $\hat{e}_{\theta_2}$ . 则直达波场  $\mathbf{E}_d(P')$  的矢量方向为  $\hat{e}_{r_2} \times (\hat{e}_{r_0} \times \hat{e}_{r_2})$ :

$$\begin{aligned} \hat{e}_{r_2} \times (\hat{e}_{r_0} \times \hat{e}_{r_2}) &= \hat{e}_{r_2} \times \{[\hat{e}_{\theta_2}(\hat{e}_{r_0} \cdot \hat{e}_{\theta_2}) + \hat{e}_\varphi(\hat{e}_{r_0} \cdot \hat{e}_\varphi)] \times \hat{e}_{r_2}\} = \hat{e}_{\theta_2}(\hat{e}_{r_0} \cdot \hat{e}_{\theta_2}) + \hat{e}_\varphi(\hat{e}_{r_0} \cdot \hat{e}_\varphi) \\ &= \hat{e}_{\theta_2} [(\sin \theta_0 \cos \theta_2 \cos(\varphi - \varphi_0) - \cos \theta_0 \sin \theta_2)] + \hat{e}_\varphi [(-\sin \theta_0 \sin(\varphi - \varphi_0))] \\ &= (\hat{e}_x \cos \theta_2 \cos \varphi + \hat{e}_y \cos \theta_2 \sin \varphi - \hat{e}_z \sin \theta_2) [(\sin \theta_0 \cos \theta_2 \cos(\varphi - \varphi_0) - \cos \theta_0 \sin \theta_2)] \\ &\quad + \hat{e}_\varphi [(-\sin \theta_0 \sin(\varphi - \varphi_0))]. \end{aligned} \quad (6)$$

由文献<sup>[21, 24]</sup>可以得到  $\mathbf{E}_d(P') = \hat{e}_{r_2} \times (\hat{e}_{r_0} \times \hat{e}_{r_2}) \cdot i\omega\mu Il \frac{\exp(ikr_2)}{4\pi r_2}$ . 根据  $\mathbf{E}_d(P')$ , 同时考虑不同极化波在上界面的反射<sup>[21,24]</sup>, 将 (6) 式中的  $\hat{e}_{\theta_2}$  上分解得到的  $\hat{e}_x$ ,  $\hat{e}_y$  方向的场量变号,  $\hat{e}_z$  方向场量符号保持不变, 可得电偶极子在上界面的反射场:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{rB}(P) &= (-\hat{e}_x \cos \theta_2 \cos \varphi - \hat{e}_y \cos \theta_2 \sin \varphi - \hat{e}_z \sin \theta_2) [(\sin \theta_0 \cos \theta_2 \cos(\varphi - \varphi_0) - \cos \theta_0 \sin \theta_2)] \\ &\quad \times R_{\theta_2}^{\text{TM}} i\omega\mu Il \frac{\exp(ikr_2)}{4\pi r_2} + \hat{e}_\varphi [(-\sin \theta_0 \sin(\varphi - \varphi_0))] R_{\theta_2}^{\text{TE}} i\omega\mu Il \frac{\exp(ikr_2)}{4\pi r_2}, \end{aligned} \quad (7)$$

其中  $R_{\theta_2}^{\text{TE}}$ ,  $R_{\theta_2}^{\text{TM}}$  分别表示入射角为  $\theta_2$  时 TE 波和 TM 波在上界面的反射. 将其再次分解到  $\hat{e}_\theta$ ,  $\hat{e}_r$  方向上:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{rB}(P) &= -\hat{e}_r \sin(\theta + \theta_2) \cdot [(\sin \theta_0 \cos \theta_2 \cos(\varphi - \varphi_0) - \cos \theta_0 \sin \theta_2)] R_{\theta_2}^{\text{TM}} i\omega\mu Il \frac{\exp(ikr_2)}{4\pi r_2} \\ &\quad - \hat{e}_\theta \cos(\theta + \theta_2) [(\sin \theta_0 \cos \theta_2 \cos(\varphi - \varphi_0) - \cos \theta_0 \sin \theta_2)] R_{\theta_2}^{\text{TM}} i\omega\mu Il \frac{\exp(ikr_2)}{4\pi r_2} \\ &\quad + \hat{e}_\varphi [(-\sin \theta_0 \sin(\varphi - \varphi_0))] R_{\theta_2}^{\text{TE}} i\omega\mu Il \frac{\exp(ikr_2)}{4\pi r_2}. \end{aligned} \quad (8)$$

同理可得电偶极子在下界面的反射场:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{rA}(P) &= (-\hat{e}_x \cos \theta_3 \cos \varphi - \hat{e}_y \cos \theta_3 \sin \varphi - \hat{e}_z \sin \theta_3) [(\sin \theta_0 \cos \theta_3 \cos(\varphi - \varphi_0) - \cos \theta_0 \sin \theta_3)] \\ &\quad \times R_{\alpha}^{\text{TM}} i\omega\mu Il \frac{\exp(ikr_3)}{4\pi r_3} + \hat{e}_\varphi [(-\sin \theta_0 \sin(\varphi - \varphi_0))] R_{\alpha}^{\text{TE}} i\omega\mu Il \frac{\exp(ikr_3)}{4\pi r_3}, \end{aligned} \quad (9)$$

其中  $\alpha = \pi - \theta_3$ ,  $R_{\alpha}^{\text{TE}}$ ,  $R_{\alpha}^{\text{TM}}$  分别表示入射角为  $\alpha$  时 TE 波和 TM 波在下界面的反射. 将其分解到  $\hat{e}_\theta$ ,  $\hat{e}_r$  方向上

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{rA}(P) &= -\hat{e}_r \sin(\theta + \theta_3) \cdot [(\sin \theta_0 \cos \theta_3 \cos(\varphi - \varphi_0) - \cos \theta_0 \sin \theta_3)] R_{\alpha}^{\text{TM}} i\omega\mu Il \frac{\exp(ikr_3)}{4\pi r_3} \\ &\quad - \hat{e}_\theta \cos(\theta + \theta_3) [(\sin \theta_0 \cos \theta_3 \cos(\varphi - \varphi_0) - \cos \theta_0 \sin \theta_3)] R_{\alpha}^{\text{TM}} i\omega\mu Il \frac{\exp(ikr_3)}{4\pi r_3} \\ &\quad + \hat{e}_\varphi [(-\sin \theta_0 \sin(\varphi - \varphi_0))] R_{\alpha}^{\text{TE}} i\omega\mu Il \frac{\exp(ikr_3)}{4\pi r_3}. \end{aligned} \quad (10)$$

综上, 得到合成总场:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(P) &= \mathbf{E}_d(P) + \mathbf{E}_{rB}(P) + \mathbf{E}_{rA}(P) \\ &= \hat{e}_\theta [(\sin \theta_0 \cos \theta \cos(\varphi - \varphi_0) - \cos \theta_0 \sin \theta)] i\omega\mu Il \frac{\exp(ikr)}{4\pi r} + \hat{e}_\varphi [(-\sin \theta_0 \sin(\varphi - \varphi_0))] i\omega\mu Il \frac{\exp(ikr)}{4\pi r} \\ &\quad - \hat{e}_r \sin(\theta + \theta_2) [(\sin \theta_0 \cos \theta_2 \cos(\varphi - \varphi_0) - \cos \theta_0 \sin \theta_2)] R_{\theta_2}^{\text{TM}} i\omega\mu Il \frac{\exp(ikr_2)}{4\pi r_2} \\ &\quad - \hat{e}_\theta \cos(\theta + \theta_2) [(\sin \theta_0 \cos \theta_2 \cos(\varphi - \varphi_0) - \cos \theta_0 \sin \theta_2)] R_{\theta_2}^{\text{TM}} i\omega\mu Il \frac{\exp(ikr_2)}{4\pi r_2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \hat{e}_\varphi [(-\sin \theta_0 \sin(\varphi - \varphi_0))] R_{\theta_2}^{TE} i\omega\mu l \frac{\exp(ikr_2)}{4\pi r_2} \\
 & - \hat{e}_r \sin(\theta + \theta_3) [(\sin \theta_0 \cos \theta_3 \cos(\varphi - \varphi_0) - \cos \theta_0 \sin \theta_3)] R_\alpha^{TM} i\omega\mu l \frac{\exp(ikr_3)}{4\pi r_3} \\
 & - \hat{e}_\theta \cos(\theta + \theta_3) [(\sin \theta_0 \cos \theta_3 \cos(\varphi - \varphi_0) - \cos \theta_0 \sin \theta_3)] R_\alpha^{TM} i\omega\mu l \frac{\exp(ikr_3)}{4\pi r_3} \\
 & + \hat{e}_\varphi [(-\sin \theta_0 \sin(\varphi - \varphi_0))] R_\alpha^{TE} i\omega\mu l \frac{\exp(ikr_3)}{4\pi r_3}. \quad (11)
 \end{aligned}$$

上式可化为

$$\begin{aligned}
 \mathbf{E}(P) = & -\hat{e}_r \sin(\theta + \theta_2) [(\sin \theta_0 \cos \theta_2 \cos(\varphi - \varphi_0) - \cos \theta_0 \sin \theta_2)] R_{\theta_2}^{TM} i\omega\mu l \frac{\exp(ikr_2)}{4\pi r_2} \\
 & - \hat{e}_r \sin(\theta + \theta_3) [(\sin \theta_0 \cos \theta_3 \cos(\varphi - \varphi_0) - \cos \theta_0 \sin \theta_3)] R_\alpha^{TM} i\omega\mu l \frac{\exp(ikr_3)}{4\pi r_3} \\
 & + \hat{e}_\theta [(\sin \theta_0 \cos \theta \cos(\varphi - \varphi_0) - \cos \theta_0 \sin \theta)] i\omega\mu l \frac{\exp(ikr)}{4\pi r} \\
 & - \hat{e}_\theta \cos(\theta + \theta_2) [(\sin \theta_0 \cos \theta_2 \cos(\varphi - \varphi_0) - \cos \theta_0 \sin \theta_2)] R_{\theta_2}^{TM} i\omega\mu l \frac{\exp(ikr_2)}{4\pi r_2} \\
 & - \hat{e}_\theta \cos(\theta + \theta_3) [(\sin \theta_0 \cos \theta_3 \cos(\varphi - \varphi_0) - \cos \theta_0 \sin \theta_3)] R_\alpha^{TM} i\omega\mu l \frac{\exp(ikr_3)}{4\pi r_3} \\
 & + \hat{e}_\varphi [(-\sin \theta_0 \sin(\varphi - \varphi_0))] i\omega\mu l \frac{\exp(ikr)}{4\pi r} + \hat{e}_\varphi [(-\sin \theta_0 \sin(\varphi - \varphi_0))] R_{\theta_2}^{TE} i\omega\mu l \frac{\exp(ikr_2)}{4\pi r_2} \\
 & + \hat{e}_\varphi [(-\sin \theta_0 \sin(\varphi - \varphi_0))] R_\alpha^{TE} i\omega\mu l \frac{\exp(ikr_3)}{4\pi r_3}. \quad (12)
 \end{aligned}$$

实际上, 由 (12) 式, 根据对偶原理及麦克斯韦旋度方程, 可以进一步得到任意方向磁偶极子在水平分层受限空间中的远区辐射场. 当无上边界, 只考虑下界面反射波与直达波, 且  $\theta \approx \pi - \theta_3$ ,  $r \approx r_3$  时, (12) 式退化为

$$\begin{aligned}
 \mathbf{E}(P) = & \hat{e}_\theta \sin \theta_0 \cos \theta \cos(\varphi - \varphi_0) (1 - R_\alpha^{TM} \exp(ik\Delta_2)) i\omega\mu l \frac{\exp(ikr)}{4\pi r} \\
 & + \hat{e}_\theta [(-\cos \theta_0 \sin \theta) (1 + R_\alpha^{TM} \exp(ik\Delta_2))] i\omega\mu l \frac{\exp(ikr)}{4\pi r} \\
 & + \hat{e}_\varphi [(-\sin \theta_0 \sin(\varphi - \varphi_0))] (1 + R_\alpha^{TE} \exp(ik\Delta_2)) i\omega\mu l \frac{\exp(ikr)}{4\pi r}. \quad (13)
 \end{aligned}$$

该式与文献 [21] 结果一致.

### 3 结果分析

根据前面给出的任意方向电偶极子在受限空间内远区辐射场的表达式, 源点位置与受限空间的边界距离较远, 因此其反射波波程  $r_2$  (OBP) 和  $r_3$  (OAP) 与直达波波程  $r$  (OP) 相差较大, 相应地, 上、下反射波与直达波的相位差也较大. 因此, 对于远区辐射场的方向性和波瓣情况的讨论, 参考文献 [21] 中远区辐射场的分析方法, 对取实部后的辐射场解析表达式进行仿真. 此处给出了不同条件下

电偶极子在地-电离层受限空间内远区辐射场的仿真结果.

设电偶极子的电流为  $I = 0.002$  A, 长度为  $l = 1$  m, 受限空间为真空 ( $\varepsilon = \varepsilon_0$ ,  $\mu = \mu_0$ ); 上层空间电参数为  $\varepsilon_2 = 10.0\varepsilon_0$ ,  $\mu_2 = \mu$ ,  $\sigma_2 = 10^{-3}$  S/m; 下层空间电参数为  $\varepsilon_3 = 4.0\varepsilon_0$ ,  $\mu_3 = \mu$ ,  $\sigma_3 = 10^{-5}$  S/m. 受限空间总高度为  $H = 70$  km. 通过数值计算受限空间中  $\hat{e}_{r_0}$  取向不同, 频率不同电偶极子的辐射场, 得到了范围在  $0 < \theta < \pi/2$ ,  $0 < \varphi < 2\pi$  的取实部的辐射场  $\sqrt{(\text{real}(\mathbf{E}_\varphi))^2 + (\text{real}(\mathbf{E}_\theta))^2 + (\text{real}(\mathbf{E}_r))^2}$  的方向图.



图2—图4分别为频率是100 kHz, 6 MHz和10 MHz的电偶极子均放置在受限空间下界面上方 $h = 80$  m,  $r = 100\lambda$ 时的辐射方向图, 其中偶极子的方向 $\hat{e}_{r_0}$ 分别取垂直、水平以及 $\theta_0 = \pi/4$ ,  $\varphi_0 = \pi/4$ 时三个方向. 图2(a)—(c)为 $f = 100$  kHz的电偶极子的立体辐射方向图. 因电偶极子在受限空间中受上、下边界的约束, 其观察角的取值范围为 $\theta \in (76.5^\circ, 90^\circ)$ ; 图3(a)—(c)为 $f = 6$  MHz的电偶极子的立体辐射方向图; 图4(a)—(c)为 $f = 10$  MHz的电偶极子的方向图.

对比图2—图4可知, 将不同频率电磁波的电偶极子发射源放置在同一受限空间介质中的相同

位置时, 辐射瓣数目也不一样. 其中, 图3(a)—(c)与文献[21]中图8(a)—(c)结果相比, 辐射波瓣数目相差不大. 因此, 频率较高的电偶极子在地-电离层受限空间中受上界面反射波的影响较小.

图5(a)—(c)所示的是电磁波频率为6 MHz, 发射源位置距离下界面 $h$ 依次为 $1/2$ 个波长(25 m), 1个波长(50 m)和2个波长(100 m)时水平偶极子辐射情况. 从图5可以看出, 对于相同频率的电偶极子, 由于在受限空间中的位置不同, 辐射瓣数目也不同, 波瓣数目随离界面距离 $h$ 的增加而增加.

为了考察上界面对辐射场的影响, 图6给出了频率为6 MHz的垂直电偶极子分别放置在半空

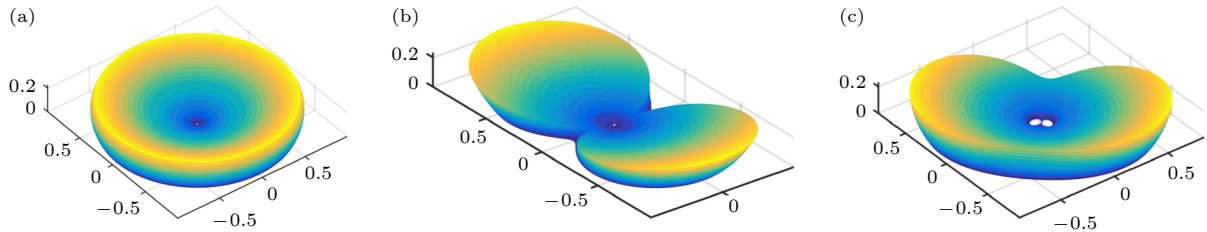


图2 下界面上方80 m处频率为100 kHz的电偶极子立体辐射方向图( $\theta \in (76.5^\circ, 90^\circ)$ ) (a) 垂直偶极子; (b) 水平偶极子; (c)  $\theta_0 = \pi/4$ ,  $\varphi_0 = \pi/4$ 的偶极子

Fig. 2. Radiation pattern of an electric dipole located at 80 m high above the lower interface as the frequency is 100 kHz ( $\theta \in (76.5^\circ, 90^\circ)$ ): (a) Vertical dipole; (b) horizontal dipole; (c)  $\theta_0 = \pi/4$ ,  $\varphi_0 = \pi/4$  dipole.

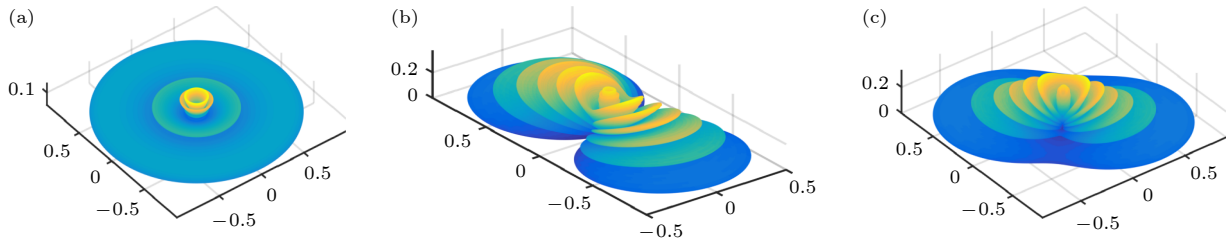


图3 下界面上方80 m处频率为6 MHz的电偶极子立体辐射方向图 (a) 垂直偶极子; (b) 水平偶极子; (c)  $\theta_0 = \pi/4$ ,  $\varphi_0 = \pi/4$ 的偶极子

Fig. 3. Radiation pattern of an electric dipole located at 80 m high above the lower interface as the frequency is 6 MHz: (a) Vertical dipole; (b) horizontal dipole; (c)  $\theta_0 = \pi/4$ ,  $\varphi_0 = \pi/4$  dipole.

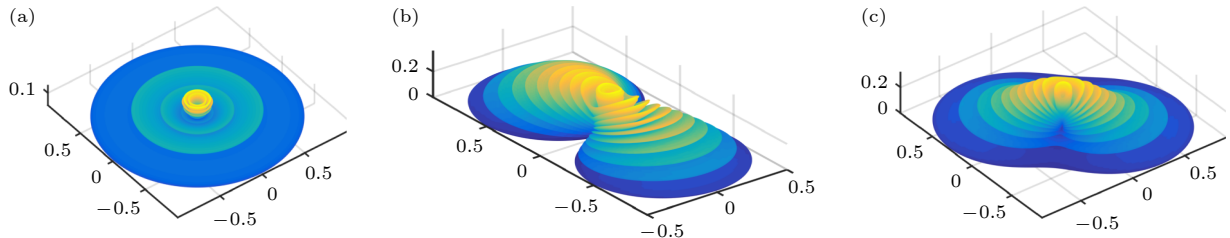


图4 下界面上方80 m处频率为10 MHz的电偶极子立体辐射方向图 (a) 垂直偶极子; (b) 水平偶极子; (c)  $\theta_0 = \pi/4$ ,  $\varphi_0 = \pi/4$ 的偶极子

Fig. 4. Radiation pattern of an electric dipole located at 80 m high above the lower interface as the frequency is 10 MHz: (a) Vertical dipole; (b) horizontal dipole; (c)  $\theta_0 = \pi/4$ ,  $\varphi_0 = \pi/4$  dipole.

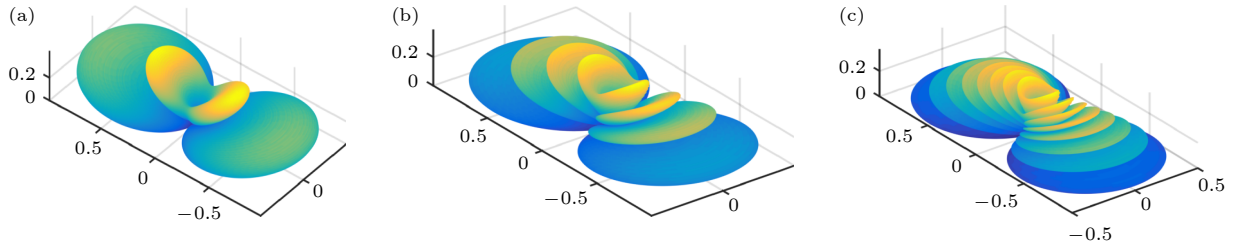


图 5 频率为 6 MHz 的水平电偶极子于下界面上方不同高度时的立体辐射方向图 (a)  $h = 25$  m; (b)  $h = 50$  m; (c)  $h = 100$  m  
Fig. 5. Radiation pattern of a horizontal electric dipole located at different heights above the lower interface as the frequency is 6 MHz: (a)  $h = 25$  m; (b)  $h = 50$  m; (c)  $h = 100$  m.

间/受限空间中距离下界面  $h = 80$  m 处, 随观察角  $\theta$  变化的辐射方向图. 从图 6 中的结果图对比可得出, 同时考虑上、下界面反射波时, 辐射瓣数目比只考虑下界面反射波的辐射瓣数目要多, 辐射特性更为复杂.

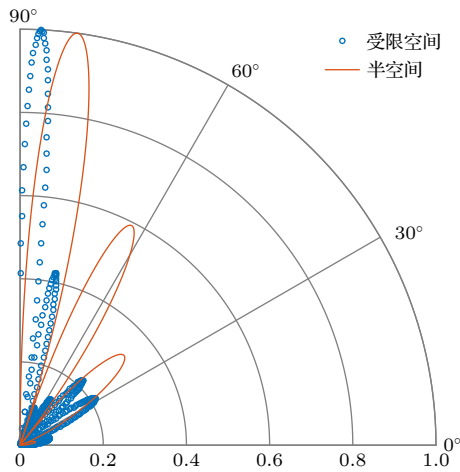


图 6 频率为 6 MHz 的垂直电偶极子放置在不同空间环境时的辐射方向图

Fig. 6. Radiation pattern of a vertical electric dipole located at different space environments at a frequency of 6 MHz.

## 4 结 论

本文建立了上层空间-受限空间-下层空间平面分层模型, 通过镜像法、远区平面波近似对受限空间中任意取向电偶极子的远区辐射场的表达式进行了推导研究. 较文献 [21] 互易方法更为简便直接, 精确求解了上下界面一次反射波与直达波的波程差, 该方法亦可进一步拓展用于求解上下界面多次反射波的贡献. 通过比较仿真结果, 分析了不同频率的低频电偶极子源分别处于地-电离层受限空间中不同位置时的辐射特性. 对比结果显示: 当源点位置相同时, 电偶极子的频率越高, 辐射瓣数目

越多; 当电偶极子源的频率相同时, 源点距离下界面的距离越远, 辐射瓣数目越多. 在实际应用中, 若偶极子收发环境在隧道、走廊或巷道内, 则不可忽略来自上界面反射波的影响. 因此该方法在受限空间媒质中的应用更具普适性, 计算精度更高, 适用频段更广, 适用于工程应用. 由于本文结果为频域总场形式, 在实际应用中需要根据观测需求、具体的应用场景、各种模式的到达时间及距离边界的位置等综合考量最终叠加的分量. 此外本文推导结果存在一定的局限性, 如未考虑电磁波在空间媒质之间传播时的侧面波、吸附表面波及界面粗糙程度的影响. 此模型的媒质参数也较简单, 例如, 当电波在地-电离层中传播时, 上层空间的电离层为各向异性媒质, 下层空间的土壤层为分层媒质, 此时模型还需进一步讨论.

## 参考文献

- [1] Li K 2010 *Electromagnetic Fields and Waves in Layered Media* (Hangzhou: Zhejiang University Press) pp21–85 (in Chinese) [李凯 2010 分层介质中的电磁场和电磁波 (杭州: 浙江大学出版社) 第21—85页]
- [2] Wu J, Zhou Z W, Yan X 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 194101 (in Chinese) [吴静, 周志为, 闫旭 2015 物理学报 **64** 194101]
- [3] Zhang X, Tong Y Z, Tian Z Y, Wang J H, Yao Z 2020 *Acta Phys. Sin.* **69** 248401 (in Chinese) [张歆, 童昱泽, 田志颖, 王金洪, 姚泽 2020 物理学报 **69** 248401]
- [4] Wang H L 2016 *Ph. D. Dissertation* (Xi'an: Northwestern Polytechnical University) (in Chinese) [王宏磊 2016 博士学位论文 (西安: 西北工业大学)]
- [5] Zeng H R, He T, Li K 2021 *IEEE Trans. Antennas Propag.* **69** 5870
- [6] Sommerfeld A 1909 *Ann. Phys.* **28** 665
- [7] Nazari M E, Huang W M 2020 *IEEE Trans. Antennas Propag.* **68** 1181
- [8] Wang J H, Li B 2017 *IEEE Trans. Antennas Propag.* **65** 2707
- [9] Wait J R 1966 *IEEE Trans. Antennas Propag.* **14** 790
- [10] King R W P, Sandler S S 1994 *IEEE Trans. Antennas Propag.* **42** 382
- [11] Zhang H Q, Pan W Y 2002 *Radio Sci.* **37** 1
- [12] Collin R E 2002 *Electromagnetic Wave Theory* (Beijing:

- Higher Education Press) pp219–328
- [13] Hong Q Q, Zhong W B, Yu Y Z, Cai Z S, Chen M S, Lin S D 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 160302 (in Chinese) [洪清泉, 仲伟博, 余燕忠, 蔡植善, 陈木生, 林顺达 2012 物理学报 **61** 160302]
- [14] Pan W Y 2004 *Long Wave Ultra Long Wave Very Long Wave Propagation* (Chengdu: University of Electronic Science and Technology Press) pp40–80 (in Chinese) [潘威炎 2004 长波超长波极长波传播 (成都: 电子科技大学出版社) 第40—80页]
- [15] Chen C, Li D G, Jiang Z G, Liu H B 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 244101 (in Chinese) [陈聪, 李定国, 蒋治国, 刘华波 2012 物理学报 **61** 244101]
- [16] He L N, He T, Li K 2020 *Int. J. Antenn. Propag.* **2020** 1
- [17] Zhu X Q, Pan W Y, Guan B R 2009 *Chin. J. Radio Sci.* **24** 71 (in Chinese) [朱秀芹, 潘威炎, 官伯然 2009 电波科学学报 **24** 71]
- [18] Gu T T 2019 *Ph. D. Dissertation* (Hangzhou: Zhejiang University) (in Chinese) [顾婷婷 2019 博士学位论文 (杭州: 浙江大学)]
- [19] Gao Y, Di Q Y, Wang R, Fu C M, Liang P F, Zheng F H 2021 *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.* **60** 1
- [20] Zhao S F, Zhang X M, Zhao Z Y, Shen X H 2014 *Ann. Geophys.* **32** 194
- [21] Ge D B, Wei B 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 050301 (in Chinese) [葛德彪, 魏兵 2012 物理学报 **61** 050301]
- [22] Cao L, Wei B, Ge D B 2013 *Waves Random Complex Media* **23** 446
- [23] Shen N, Wei B, Yin W K 2019 *Results Phys.* **14** 102388
- [24] Ge D B, Wei B 2011 *Electromagnetic Wave Theory* (Beijing: Science Press) pp245–261 (in Chinese) [葛德彪, 魏兵 2011 电磁波理论 (北京: 科学出版社) 第245—261页]

## Far-field calculation of an arbitrarily oriented electric dipole in horizontal layered confined space<sup>\*</sup>

Zhou Li-Li<sup>1)†</sup> Hu Xin-Yue<sup>1)</sup> Mu Zhong-Lin<sup>2)</sup> Zhang Rui<sup>1)</sup> Zheng Yue<sup>1)</sup>

1) (School of Electronic Information and Artificial Intelligence, Shaanxi University of Science and Technology, Xi'an 710021, China)

2) (School of Aerospace Engineering, Air Force Engineering University, Xi'an 710038, China)

( Received 25 March 2022; revised manuscript received 8 July 2022 )

### Abstract

The far-field calculation of arbitrarily oriented electric dipole in a stratified confined space is of great significance in analyzing electromagnetic properties in the lightning return stroke, submarine communication, over-the-horizon ground-wave radar, etc. Based on the mirror image method and the far-field approximation of an electric dipole in free space, a three-layer horizontal confined space model with an arbitrarily oriented dipole is established in this work. Through novel vector operations, the expression of the far field generated by an arbitrarily oriented electric dipole in the confined space model is derived, where the direct wave from the source point to the observation point and the waves reflected by the upper boundary and the lower boundary are all comprehensively considered. On this basis, the radiation characteristics of the electric dipole with frequencies of 100 kHz, 6 MHz and 10 MHz at different positions in the Earth-ionosphere waveguide are compared and analyzed, which are taken for example. Three different orientations of electric dipoles, i.e. vertical direction, horizontal direction, and 45° tilt are taken into account and the corresponding radiation patterns are presented. The results show that the radiation characteristics of electric dipoles in the Earth-ionosphere waveguide will change greatly with their frequencies, orientations and positions. For the electric dipole source at the same location, the higher the frequency, the more the number of radiation lobes is. In addition, when the source frequency keeps unchanged, the farther the dipole source is from the bottom boundary, the more the radiated lobes are. The proposed expression can conveniently and accurately consider the direct wave of a dipole source and its primary reflection from the upper interface and the lower interface in a confined space, and can also be further extended to solving the contribution of multiple reflections from the interfaces.

**Keywords:** electric dipole, horizontal layering, arbitrary direction, mirror image method

**PACS:** 41.20.-q, 03.50.-z, 41.20.Jb, 42.25.Bs

**DOI:** 10.7498/aps.71.20220545

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 62171265).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: zhoulili@sust.edu.cn

## 任意方向电偶极子在水平分层受限空间中的远区辐射场求解

周丽丽 胡欣悦 穆中林 张蕊 郑悦

## Far-field calculation of an arbitrarily oriented electric dipole in horizontal layered confined space

Zhou Li-Li Hu Xin-Yue Mu Zhong-Lin Zhang Rui Zheng Yue

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 71, 200301 (2022) DOI: 10.7498/aps.71.20220545

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.71.20220545>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

### 您可能感兴趣的其他文章

#### Articles you may be interested in

#### 单轴晶体中产生的高纯度纵向针形磁化场

High-purity longitudinal needle-shaped magnetization fields produced in uniaxial crystals

物理学报. 2022, 71(14): 147801 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20220316>

#### 基于宽波束磁电偶极子天线的宽角扫描线性相控阵列

Wide-angle scanning linear phased arrays based on wide-beam magneto electric dipole antenna

物理学报. 2021, 70(1): 014101 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20201104>

#### 基于长电偶极子和大磁圆环的新型电磁矢量传感器双基地多输入多输出雷达角度和极化参数联合估计

Joint angle and polarization parameter estimation for the new designed bistatic multiple-input multiple-output radar with long dipoles and large loops

物理学报. 2021, 70(4): 044302 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20201111>

#### 角锥棱镜的斜入射远场衍射图样

Far-field diffraction pattern of cube corner retroreflector at oblique incidence

物理学报. 2021, 70(15): 154201 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20210261>

#### 外电场操控单分子的偶极取向极化特性研究

Dipole orientation polarization property of single-molecule manipulated by external electric field

物理学报. 2019, 68(12): 128201 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20190361>

#### 高效产生任意矢量光场的一种方法

A method of efficiently generating arbitrary vector beams

物理学报. 2019, 68(2): 024201 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20181816>