

# 借助弱测量和环境辅助测量的 $N$ 量子比特 状态退相干抑制\*

张骄阳 丛爽† 王驰 Sajede Harraz

(中国科学技术大学自动化系, 合肥 230027)

(2022 年 4 月 20 日收到; 2022 年 7 月 13 日收到修改稿)

退相干抑制是量子系统控制中一项重要的控制任务. 受到经典控制理论中的前馈控制的启发, 本文借助弱测量和环境辅助测量提出一种新的退相干抑制方案, 并将其推广到一般的  $N$  量子比特情形. 所提方案的核心思想是: 在退相干通道前, 借助弱测量算符和前馈控制算符将量子比特转移到一个对环境噪声更鲁棒的状态上; 在退相干通道中, 对与被保护的量子比特耦合的环境进行测量; 在退相干通道后, 再借助相应的反转算符恢复初始状态. 所提方案适用于具有至少一个可逆的 Kraus 算符的任意退相干通道下的量子状态保护. 假设所考虑的振幅阻尼或相位阻尼退相干通道的特性是完全已知的, 那么所提方案即便是在重阻尼情况下也能取得 100% 的保真度, 这是所提方案的最大优势. 以 2 量子比特纠缠态的并发度增强和噪声环境下量子隐形传态的保真度提高为例设计了两组数值仿真实验, 推导了性能指标的解析表达式, 并通过与无保护方案对比凸显出所提方案的优越性.

**关键词:** 退相干抑制, 量子前馈控制, 弱测量, 环境辅助测量**PACS:** 03.67.Pp, 03.65.Yz, 02.30.Yy, 03.65.Ud**DOI:** 10.7498/aps.71.20220760

## 1 引言

环境噪声的存在对量子信息系统状态造成的干扰是量子信息理论实现的最大瓶颈之一. 任何实际的开放量子系统在与环境发生相互作用的过程中都难免受到环境噪声的影响而导致退相干<sup>[1]</sup>, 因此研究如何借助合适的控制策略对开放量子系统进行退相干抑制具有重要的理论和应用价值. 环境噪声引起的退相干的类型有多种, 其中振幅阻尼和相位阻尼是两种典型的退相干机制, 已经引起了广泛的关注<sup>[2–10]</sup>. 在振幅阻尼通道 (amplitude damping channel, ADC) 中, 退相干的具体表现是量子系统的初始状态会逐渐衰减到一个与环境温度相关的稳态上; 在相位阻尼通道 (phase damping

channel, PDC) 中, 退相干的具体表现是量子系统在与环境相互作用的过程中产生随机相移. 目前, 人们已经陆续提出了多种类型的退相干抑制方案, 如借助无退相干子空间<sup>[11–14]</sup>、量子纠错技术<sup>[15–17]</sup>或动力学解耦<sup>[18–21]</sup>等手段. 然而, 无退相干子空间要求相互作用哈密顿量必须具有适当的对称性, 但这种对称性并非总是存在; 量子纠错技术需要利用冗余的抽象信息对物理系统进行编码, 这无疑需要额外的资源和成本; 动力学解耦则要求控制器能够产生任意大、无约束、超高频的控制序列, 这显然不是一件容易实现的事情. 因此, 开发新的实用的退相干抑制方案成为了近年来研究的热点和难点问题.

近年来, 借助弱测量 (weak measurement, WM) 的退相干抑制方案已从理论和实验两个方面得到

\* 国家自然科学基金 (批准号: 61973290) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: [scong@ustc.edu.cn](mailto:scong@ustc.edu.cn)

了验证,并显示出了良好的应用前景<sup>[10]</sup>.弱测量推广了传统的投影测量,它可以通过弱化相互作用强度来降低对量子系统状态的干扰,从而在获取量子系统状态的部分信息的同时不至于使得量子系统塌缩到某个本征态.在弱测量中,所获取的信息和对系统造成的干扰之间存在着一种平衡机制,即弱测量的强度越小,所获取的信息就越少,但同时系统状态造成的干扰也越小.借助于弱测量,人们已经开发出多种超越经典概念的退相干抑制方案,如借助弱测量的量子反馈控制方案<sup>[22,23]</sup>、弱测量及量子测量反转方案<sup>[24,25]</sup>以及量子前馈控制方案<sup>[26,27]</sup>.Branczyk等<sup>[22]</sup>于2007年提出了基于量子反馈控制的相位退相干抑制方案,其核心思想是在量子比特通过退相干通道后先借助弱测量算符收集关于环境噪声和量子系统状态的信息,然后再根据测量结果施加相应的控制算符来恢复量子状态.Gillett等<sup>[23]</sup>于2010年对基于量子反馈控制的相位退相干抑制方案进行了实验验证,具体做法是先使用非确定性的线性受控 $Z$ 门将量子比特纠缠到另一个光子比特上以实现对量子比特的变强度测量(包括强测量和弱测量),然后对光子比特进行投影测量,最后依据投影测量的结果对量子比特施加旋转算符进行校正.针对初始状态可以位于Bloch球的任意平面上的情况,Harraz等<sup>[28]</sup>于2019年推导出了沿Bloch球不同基底进行测量和旋转的最优控制参数,并指出实现性能最优的量子反馈控制需要依据初始状态在Bloch球上的具体位置在不同的基底上施加控制算符.上述几种基于量子反馈控制的退相干抑制方案都要求初始状态是已知的,且都难以获得足够高的保真度,这说明在经过退相干通道后再提取信息的做法有待改进.事实上,量子状态在进入退相干通道之前的先验信息对于开发退相干抑制方案来说同样至关重要.Korotkov和Keane<sup>[24]</sup>于2010年提出了基于弱测量及量子测量反转的振幅退相干抑制方案,具体做法是先在量子比特上施加强弱测量算符使其向基态移动并减小激发态的权重以使得其不易受到环境噪声的影响,在退相干后再施加量子测量反转算符恢复激发态的权重以使得量子比特的状态近似恢复到初始状态.在弱测量及量子测量反转方案的基础上,Wang等<sup>[26]</sup>于2014年提出了基于量子前馈控制的振幅退相干抑制方案,其思想与弱测量及量子测量反转方案大致相同,只是在弱测量之后添加前馈控制算符,量

子比特肯定能被转移到一个不易受到环境噪声影响的状态上.上述提及的3种借助弱测量的退相干抑制方案所研究的物理模型大多是单量子比特系统.Harraz等<sup>[27]</sup>于2020年将文献<sup>[26]</sup>中的方案推广到了2量子比特状态的振幅退相干抑制中,初步展现了基于量子前馈控制的退相干抑制方案向多量子比特系统推广的潜力.

上述几种借助弱测量的退相干抑制方案的做法都是直接在量子系统上施加强弱测量或者控制算符,不过还有一些方案可以通过直接操纵与量子系统耦合的环境(退相干通道)来抑制量子系统发生退相干,如环境辅助纠错(environment-assisted error correction, EAEC)方案<sup>[29]</sup>和借助环境辅助测量(environment-assisted measurement, EAM)的退相干抑制方案<sup>[30–32]</sup>.Gregoratti和Werner<sup>[29]</sup>于2003年提出了环境辅助纠错方案,具体做法是先对与被保护的量子系统耦合的环境进行测量,然后根据测量结果对被保护的量子系统施加反转算符,它可以以100%的成功概率完全恢复与存在噪声的环境耦合的未知量子态.但由于在许多类型的退相干作用下,开放量子系统的状态演化并非都存在环境辅助纠错方案所必需的任意么正分解,因此该方案的应用受到了极大的限制.借助环境辅助测量的退相干抑制方案是环境辅助纠错方案的扩展,其思想与环境辅助纠错方案类似,但能够适用于抑制Kraus算符不是任意么正类型的退相干<sup>[30]</sup>.

目前,绝大多数基于弱测量的退相干抑制方案都只适用于特定形式的退相干通道且没能推广到 $N$ 量子比特情形.此外,各种退相干抑制方案普遍无法在重阻尼的情况下取得令人满意的保真度,性能指标的解析表达式的推导也是难点问题.围绕上述几个亟待解决的问题,本文借助弱测量和环境辅助测量推导出了一类基于量子前馈控制的退相干抑制方案.与先前提出的同类方案相比,本文所提方案能够适用于振幅阻尼和相位阻尼两种退相干通道上的量子状态保护,且被推广到了一般的 $N$ 量子比特情形.通过结合环境辅助测量,所提方案即使在重阻尼的情况下也能获得100%的保真度.为了展现所提方案的应用前景,本文还以2量子比特纠缠态的并发度增强和噪声环境下量子隐形传态的保真度提高为例设计了两组数值仿真实验,推导了各个性能指标的解析表达式,并通过与无保护方案对比凸显出所提方案的优越性.

## 2 单量子比特情形

本节以单量子比特系统为例, 研究借助弱测量和环境辅助测量的退相干抑制方案. 所提方案的核心思想是: 在退相干通道前, 借助弱测量算符和前馈控制算符将量子比特转移到一个对环境噪声更鲁棒的状态上; 在退相干通道中, 借助环境辅助测量对与被保护的量子比特耦合的环境进行测量; 在退相干通道后, 再借助相应的反转算符恢复初始状态. 其思想与经典控制理论中的前馈控制十分类似. 所提退相干抑制方案的详细步骤如下.

**步骤 1** 在退相干通道前, 首先施加完备的前-弱测量 (pre-weak measurement) 算符  $m_0$  和  $m_1$  来获取关于系统状态的一些信息. 前-弱测量算符选取为

$$m_0 = \begin{bmatrix} \sqrt{p} & 0 \\ 0 & \sqrt{1-p} \end{bmatrix}, m_1 = \begin{bmatrix} \sqrt{1-p} & 0 \\ 0 & \sqrt{p} \end{bmatrix}, \quad (1)$$

其中  $p \in [0, 1]$  为前-弱测量的强度,  $m_0 m_0^\dagger + m_1 m_1^\dagger = I$ . 施加前-弱测量算符后, 单量子比特系统的状态会以  $g_{m_i} = \text{tr}(m_i \rho_{\text{in}} m_i^\dagger)$  的概率变为

$$\rho_{m_i} (i = 0, 1) = m_i \rho_{\text{in}} m_i^\dagger / \text{tr}(m_i \rho_{\text{in}} m_i^\dagger),$$

其中  $\rho_{\text{in}}$  为初始状态.

**步骤 2** 为了将量子状态转移到一个对环境噪声更鲁棒的状态上, 依据步骤 1 的测量结果施加前馈控制算符  $f_0$  或  $f_1$ . 前馈控制算符选取为

$$f_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, f_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

假设获取的是对应于  $m_0$  的测量结果, 那么说明系统状态已经处于能够不受环境噪声影响的基态附近, 因此此时前馈控制算符即选取为单位矩阵. 否则, 需要通过施加前馈控制算符来将系统状态转移到一个对环境噪声更鲁棒的状态上. 施加前馈控制算符后, 单量子比特系统的状态将变为  $\rho_{f_i} = f_i \rho_{m_i} f_i^\dagger$ .

**步骤 3** 目前, 系统状态即将通过退相干通道. 假设退相干通道的特性是完全已知的. 需要说明的是, 所提退相干抑制方案适用于具有至少一个可逆的 Kraus 算符的任意退相干通道下的量子状态保护, 但为了简便, 本文只考虑两种最为典型的退相干通道, 即振幅阻尼通道和相位阻尼通道. 在 Born-Markov 近似下, 振幅阻尼通道的 Kraus 算符为

$$e_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \sqrt{1-r} \end{bmatrix}, e_1 = \begin{bmatrix} 0 & \sqrt{r} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (3)$$

相位阻尼通道的 Kraus 算符为

$$e_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \sqrt{1-r} \end{bmatrix}, e_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{r} \end{bmatrix}, \quad (4)$$

其中,  $r = 1 - e^{-\kappa t} \in [0, 1] (\kappa > 0)$  为退相干通道的衰减率. 不过, 本文所涉及的弱测量算符、控制算符与 Kraus 算符的作用都是瞬时性的. 因此, 在量子比特通过退相干通道的时刻, 应当将  $r$  设置为一个与时间无关的常数.

容易验证, 对于所考虑的两类退相干, 均不存在么正矩阵  $U_0$  和  $U_1$ , 使得其 Kraus 算符  $e_0$  和  $e_1$  同时满足  $e_0 = c_0 U_0$  和  $e_1 = c_1 U_1$  (其中  $c_0$  和  $c_1$  为常数), 即所考虑的退相干的 Kraus 算符都不是任意么正类型的. 此时, 环境辅助纠错方案不适用, 但仍可以借助环境辅助测量来开发退相干抑制方案. 施加环境辅助测量的方法为: 先对环境 (退相干通道) 施加一个测量算符, 环境会塌缩到可观测的本征态上, 这使得量子系统被投影到一个与环境相关的状态上. 具体来说, 假设退相干通道塌缩到了第  $k$  个本征态上, 那么单量子比特系统的状态将会处于  $\rho^{k^{\text{th}}} = (E_k \rho(0) E_k^\dagger) / (\text{tr}(E_k \rho(0) E_k^\dagger))$  (其中,  $\rho(0)$  为量子系统的初始状态,  $E_k$  是一个可逆的 Kraus 算符). 显然, 对于振幅阻尼通道和相位阻尼通道而言只有  $e_0$  是可逆的. 因此这里仅考虑对应于  $e_0$  的测量结果, 并丢弃对应于  $e_1$  的测量结果, 这使得该退相干抑制方案成为了一个概率性的方案. 施加环境辅助测量后, 单量子比特系统的状态将以  $g_{e_0-i} = \text{tr}(e_0 \rho_{f_i} e_0^\dagger)$  的概率变为  $\rho_{e_0-i} = e_0 \rho_{f_i} e_0^\dagger / \text{tr}(e_0 \rho_{f_i} e_0^\dagger)$ .

**步骤 4** 在退相干通道后, 需要施加逆前馈控制算符  $f_0^{-1}$  (对应于  $m_0$ ) 或  $f_1^{-1}$  (对应于  $m_1$ ). 由于 (2) 式所示的前馈控制算符是么正的, 因此逆前馈控制算符与前馈控制算符的表达式相同, 即  $f_0^{-1} = f_0$ ,  $f_1^{-1} = f_1$ . 施加逆前馈控制算符后, 单量子比特系统的状态将会变为  $\rho_{f_i^{-1}} = f_i \rho_{e_0-i} f_i^\dagger$ .



**步骤 5** 最后, 施加非完备的后-弱测量 (post-weak measurement) 算符  $\mathbf{n}_0$  (对应于  $\mathbf{m}_0$ ) 或  $\mathbf{n}_1$  (对应于  $\mathbf{m}_1$ ) 来使得终态与其初始状态  $\rho_{\text{in}}$  尽可能地接近. 后-弱测量算符的设计原则是使得  $\mathbf{m}_i \mathbf{n}_i$  近似与单位矩阵成比例. 非完备的后-弱测量算符从两个完备的测量集合  $\{\mathbf{n}_0, \bar{\mathbf{n}}_0\}$  和  $\{\mathbf{n}_1, \bar{\mathbf{n}}_1\}$  中选取:

$$\mathbf{n}_0 = \begin{bmatrix} \sqrt{1-q} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \bar{\mathbf{n}}_0 = \begin{bmatrix} \sqrt{q} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{n}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \sqrt{1-q} \end{bmatrix}, \bar{\mathbf{n}}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{q} \end{bmatrix}, \quad (5)$$

其中,  $q \in [0, 1]$  为后-弱测量的强度,  $\mathbf{n}_i \mathbf{n}_i^\dagger + \bar{\mathbf{n}}_i \bar{\mathbf{n}}_i^\dagger = \mathbf{I}$ . 在施加后-弱测量算符时, 由于只保留了  $\mathbf{n}_0$  和  $\mathbf{n}_1$  的测量结果, 丢弃了  $\bar{\mathbf{n}}_0$  和  $\bar{\mathbf{n}}_1$  的测量结果, 因此单量子比特系统的状态将会以  $g_{n_i} = \text{tr}(\mathbf{n}_i \rho_{f_i^{-1}} \mathbf{n}_i^\dagger)$  的概率变为  $\rho_{n_i} = (\mathbf{n}_i \rho_{f_i^{-1}} \mathbf{n}_i^\dagger) / (\text{tr}(\mathbf{n}_i \rho_{f_i^{-1}} \mathbf{n}_i^\dagger))$ . 后-弱测量算符的施加同样使得所提退相干抑制方案成为了一个概率性的方案.

整个退相干抑制方案的流程图如图 1 所示.

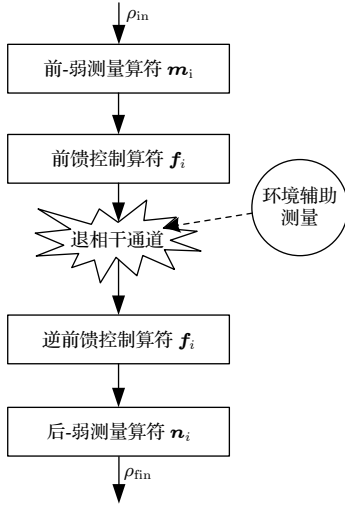


图 1 整个退相干抑制方案的流程图

Fig. 1. Schematic diagram of the whole decoherence suppression scheme.

初始状态与终态的关系可以由一个完全正保迹 (completely-positive and trace-preserving, CPTP) 映射来描述. 经历全部的退相干抑制流程后, 单量子比特系统对应于  $\mathbf{m}_0$  和  $\mathbf{m}_1$  的非归一化的终态为

$$\bar{\rho}_{m_0}^{\text{fin}} = (\mathbf{n}_0 \mathbf{f}_0 \mathbf{e}_0 \mathbf{f}_0 \mathbf{m}_0) \rho_{\text{in}} (\mathbf{n}_0 \mathbf{f}_0 \mathbf{e}_0 \mathbf{f}_0 \mathbf{m}_0)^\dagger,$$

$$\bar{\rho}_{m_1}^{\text{fin}} = (\mathbf{n}_1 \mathbf{f}_1 \mathbf{e}_0 \mathbf{f}_1 \mathbf{m}_1) \rho_{\text{in}} (\mathbf{n}_1 \mathbf{f}_1 \mathbf{e}_0 \mathbf{f}_1 \mathbf{m}_1)^\dagger, \quad (6)$$

概率分别为  $g_{m_0}^{(1)} = \text{tr}(\bar{\rho}_{m_0}^{\text{fin}})$  和  $g_{m_1}^{(1)} = \text{tr}(\bar{\rho}_{m_1}^{\text{fin}})$ .

因此, 归一化的终态为

$$\rho_{m_0}^{\text{fin}} = \frac{\bar{\rho}_{m_0}^{\text{fin}}}{g_{m_0}^{(1)}}, \rho_{m_1}^{\text{fin}} = \frac{\bar{\rho}_{m_1}^{\text{fin}}}{g_{m_1}^{(1)}}. \quad (7)$$

采用保真度作为性能指标来度量所提退相干抑制方案的有效性. 对应于前-弱测量算符  $\mathbf{m}_0$  和  $\mathbf{m}_1$  的保真度分别定义为

$$\text{fid}_{m_0}^{(1)} = \left( \text{tr} \sqrt{\sqrt{\rho_{m_0}^{\text{fin}}} \rho_{\text{in}} \sqrt{\rho_{m_0}^{\text{fin}}}} \right)^2,$$

$$\text{fid}_{m_1}^{(1)} = \left( \text{tr} \sqrt{\sqrt{\rho_{m_1}^{\text{fin}}} \rho_{\text{in}} \sqrt{\rho_{m_1}^{\text{fin}}}} \right)^2. \quad (8)$$

如果初始状态为纯态, 可以用态矢  $|\psi_{\text{in}}\rangle$  来描述, 那么 (8) 式的等价表达式为

$$\text{fid}_{m_0}^{(1)} = \langle \psi_{\text{in}} | \rho_{m_0}^{\text{fin}} | \psi_{\text{in}} \rangle, \text{fid}_{m_1}^{(1)} = \langle \psi_{\text{in}} | \rho_{m_1}^{\text{fin}} | \psi_{\text{in}} \rangle. \quad (9)$$

另外, 总体成功概率和总体保真度可以分别表示为

$$g_{\text{tot}}^{(1)} = g_{m_0}^{(1)} + g_{m_1}^{(1)}, \quad (10)$$

$$\text{fid}_{\text{tot}}^{(1)} = \frac{g_{m_0}^{(1)} \text{fid}_{m_0}^{(1)} + g_{m_1}^{(1)} \text{fid}_{m_1}^{(1)}}{g_{\text{tot}}^{(1)}}. \quad (11)$$

令  $\rho_{\text{in}} = [a, b; b^*, 1-a]$  为任意未知的单量子比特系统的初始密度矩阵, 其中  $a \in \mathbb{R}$  和  $b \in \mathbb{C}$  需要使得  $\rho_{\text{in}}$  满足量子状态约束. 不失一般性, 假设在步骤 1 中获得了对应于  $\mathbf{m}_1$  的测量结果. 因此, 经历全部的退相干抑制方案之后, 非归一化的终态为

$$\bar{\rho}_{m_1}^{\text{fin}} = \begin{bmatrix} a(1-p)(1-r) & b\sqrt{p}\sqrt{1-p}\sqrt{1-q}\sqrt{1-r} \\ b^*\sqrt{p}\sqrt{1-p}\sqrt{1-q}\sqrt{1-r} & (1-a)p(1-q) \end{bmatrix}. \quad (12)$$

最理想的情形是使得归一化的终态  $\rho_{m_1}^{\text{fin}}$  等于其初始状态  $\rho_{\text{in}}$ , 这要求 (12) 式所示的密度矩阵中  $a, b, b^*$  和  $(1-a)$  的系数相等, 即  $(1-p)(1-r) = \sqrt{p}\sqrt{1-p}\sqrt{1-q}\sqrt{1-r} = p(1-q)$ . 因此, 最优

的后-弱测量的强度  $q_{\text{opt}}$  为

$$q_{\text{opt}} = 1 - \frac{(1-p)(1-r)}{p} \in [0, 1]. \quad (13)$$

(13) 式被称为所提退相干抑制方案的完全恢复条件.

下面依据 (13) 式讨论完全恢复条件所要求的前-弱测量强度  $p$  的取值范围. 显然  $q_{\text{opt}} \leq 1$  恒成立. 因此, 只需通过选取适当的  $p$  使得  $q_{\text{opt}} \geq 0$  成立.  $q_{\text{opt}} \geq 0$  等价于  $r \geq 1 - (p/1 - p)$ , 即  $r_{\text{min}} = 0 \geq 1 - (p/1 - p)$ . 因此, 必须确保  $p$  在  $[0.5, 1]$  之间变化才能完全恢复初始状态. 通过 (13) 式的考虑完全恢复条件, 总体成功概率  $g_{\text{tot}}^{(1)}$  和总体保真度  $\text{fid}_{\text{tot}}^{(1)}$  的解析表达式可以表示为

$$g_{\text{tot}}^{(1)} = pr - pq_{\text{opt}} - r + 1 = 2(1 - p)(1 - r), \quad (14)$$

$$\text{fid}_{\text{tot}}^{(1)} = 1. \quad (15)$$

从 (14) 式和 (15) 式可以看出, 在满足 (13) 式所示的完全恢复条件的情况下, 总体成功概率  $g_{\text{tot}}^{(1)}$  和总体保真度  $\text{fid}_{\text{tot}}^{(1)}$  均与初始状态无关. 另外, 与借助弱测量的反馈控制方案和前馈控制方案 [22, 23, 26–28] 相比, 所提方案即便是在重阻尼情况下 ( $r \geq 0.8$ ) 也能获得 100% 的保真度. 当后-弱测量的强度取值满足 (13) 式所示的完全恢复条件时, (14) 式所示的  $g_{\text{tot}}^{(1)}$  与  $p$  和  $r$  的关系如图 2 所示. 从图 2 可以看出, 当前-弱测量的强度  $p$  在  $[0.5, 0.7]$  之间取值且退相干通道的衰减率  $r$  在  $[0, 0.4]$  之间取值时, 总体成功概率  $g_{\text{tot}}^{(1)}$  能够在 0.6 以上. 然而, 如果  $r$  取值较大, 那么则难以获得较高的总体成功概率  $g_{\text{tot}}^{(1)}$ , 这启发我们调整后-弱测量的强度  $q$ , 以适当牺牲总体保真度  $\text{fid}_{\text{tot}}^{(1)}$  为代价来提高总体成功概率  $g_{\text{tot}}^{(1)}$ .

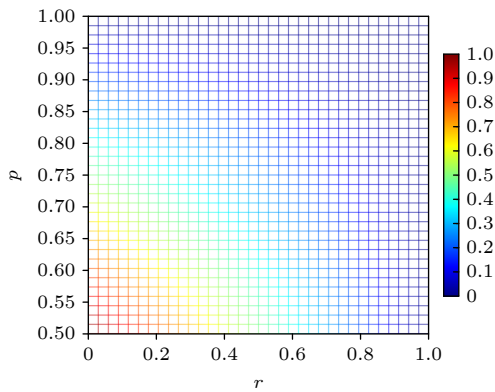


图 2 后-弱测量的强度最优时  $g_{\text{tot}}^{(1)}$  与  $p$  和  $r$  的关系  
Fig. 2.  $g_{\text{tot}}^{(1)}$  is a function of  $p$  and  $r$  with the optimum post-weak measurement strength.

另一方面, 如果后-弱测量的强度不是最优的, 那么  $g_{\text{tot}}^{(1)}$  的取值将取决于  $p$ ,  $q$  和  $r$ ,  $\text{fid}_{\text{tot}}^{(1)}$  的取值将取决于  $p$ ,  $q$ ,  $r$  和初始状态. 此时, 可以通过降低后-弱测量的强度  $q$  来获取更高的总体成功概率  $g_{\text{tot}}^{(1)}$ ,

即在总体成功概率和总体保真度之间达成折中. 假设初始状态为纯态  $|\psi_{\text{in}}\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$  (其中  $\alpha, \beta \in \mathbb{C}$  并满足  $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$ ), 那么根据 (10) 式和 (11) 式可知,  $g_{\text{tot}}^{(1)}$  和  $\text{fid}_{\text{tot}}^{(1)}$  的解析表达式可以表示为

$$g_{\text{tot}}^{(1)} = pr - pq - r + 1, \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \text{fid}_{\text{tot}}^{(1)} = & (r + 2|\alpha|^2 - 2|\alpha|^4 + pq - pr - 2r|\alpha|^2 \\ & + 2r|\alpha|^4 - 2pq|\alpha|^2 + 2pq|\alpha|^4 + 2pr|\alpha|^2 \\ & - 2pr|\alpha|^4 - 4|\alpha|^2\sqrt{p}\sqrt{1-p}\sqrt{1-q}\sqrt{1-r} \\ & + 4|\alpha|^4\sqrt{p}\sqrt{1-p}\sqrt{1-q}\sqrt{1-r}) \\ & \times (r + pq - pr - 1)^{-1}. \end{aligned} \quad (17)$$

在图 3 给出了固定初始状态  $|\alpha|$  分别取 0.2 和 0.8, 以及  $r = 0.5$  的情况下  $\text{fid}_{\text{tot}}^{(1)}$  与  $p$  和  $q$  的关系.

从图 3 可以看出: 1) 对于图 3(a) 中情况, 不论  $p$  和  $q$  如何取值,  $\text{fid}_{\text{tot}}^{(1)}$  始终维持在 0.92 以上; 2) 对于图 3(b) 中情况, 如果出现  $p$  和  $q$  的取值相差过大的情况, 如  $p > 0.9$ ,  $q < 0.4$  或  $p < 0.15$ ,  $q > 0.65$ , 那么  $\text{fid}_{\text{tot}}^{(1)}$  甚至难以维持在 0.8 以上. 总体来看,  $\text{fid}_{\text{tot}}^{(1)}$  随着  $|\alpha|$  的增大而逐渐降低. 因此, 有必要研究遍历所有可能的初始状态的情况下的平均保真度, 其表达式为

$$\begin{aligned} \text{fid}_{\text{av}}^{(1)} &= \int d\psi \text{fid}_{\text{tot}}^{(1)} \\ &= \frac{11}{15} - \frac{8\sqrt{p}\sqrt{1-p}\sqrt{1-q}\sqrt{1-r}}{15(r + pq - pr - 1)}. \end{aligned} \quad (18)$$

另外, 图 4 和图 5 分别给出了在  $r$  固定的情况下  $g_{\text{tot}}^{(1)}$  和  $\text{fid}_{\text{av}}^{(1)}$  与  $p$  和  $q$  的关系, 可以看出: 1) 对于图 4(a) 和图 5(a) 所示的轻阻尼情况 ( $r = 0.3$ ), 选取一组合适的  $p$  和  $q$  值使得  $g_{\text{tot}}^{(1)}$  和  $\text{fid}_{\text{av}}^{(1)}$  均较高是一件相对容易的事情. 如当  $0.2 < p < 0.8$ ,  $q < 0.4$  时,  $g_{\text{tot}}^{(1)}$  大致能够维持在 0.65 以上,  $\text{fid}_{\text{av}}^{(1)}$  大致能够维持在 0.95 以上; 2) 对于图 4(b) 和图 5(b) 所示的重阻尼情况 ( $r = 0.9$ ) 则很难兼顾  $g_{\text{tot}}^{(1)}$  和  $\text{fid}_{\text{av}}^{(1)}$ . 如当  $p > 0.7$ ,  $q < 0.3$  时,  $g_{\text{tot}}^{(1)}$  大致能够维持在 0.6 以上, 但  $\text{fid}_{\text{av}}^{(1)}$  却很难高于 0.85; 在满足  $0 < p < q < 1$  的大部分情况下,  $\text{fid}_{\text{av}}^{(1)}$  都能够维持在 0.95 以上, 但此时  $g_{\text{tot}}^{(1)}$  却难以高于 0.3; 当  $q = p + 0.2$ ,  $0.45 < p < 0.65$  时,  $g_{\text{tot}}^{(1)}$  大致能够维持在 0.4 以上,  $\text{fid}_{\text{av}}^{(1)}$  大致能够维持在 0.88 以上, 这表明所提方案即便是在重阻尼的情况下也能发挥出良好的性能.

在推导退相干抑制方案的过程中, 量子态是利

用密度算子而非态矢算子表示, 因此所提方案既适用于纯态的保护, 也适用于混合态的保护. 为了展示所提方案中每一步的作用, 针对初始状态为纯态和混合态的情况分别设计仿真实验, 结果如图 6 所示, 其中, 红色矢量为初始状态, 黑色矢量为施加前-弱测量算符之后的状态, 蓝色矢量为施加前馈控制算符之后的状态, 青色矢量为通过退相干通道

之后的状态, 黄色矢量为施加逆前馈控制算符之后的状态, 绿色矢量为施加后-弱测量算符之后的状态. 在图 6(a) 中, 初始状态选取为叠加态  $|\psi_{\text{in}}\rangle = 0.4500|0\rangle + 0.8930|1\rangle$ ,  $p$  设置为 0.65,  $r$  设置为 0.3; 在图 6(b) 中, 初始状态选取为混合态

$$\rho_{\text{in}} = [0.4488, 0.0718 - 0.4678i; \\ 0.0718 + 0.4678i, 0.5512],$$

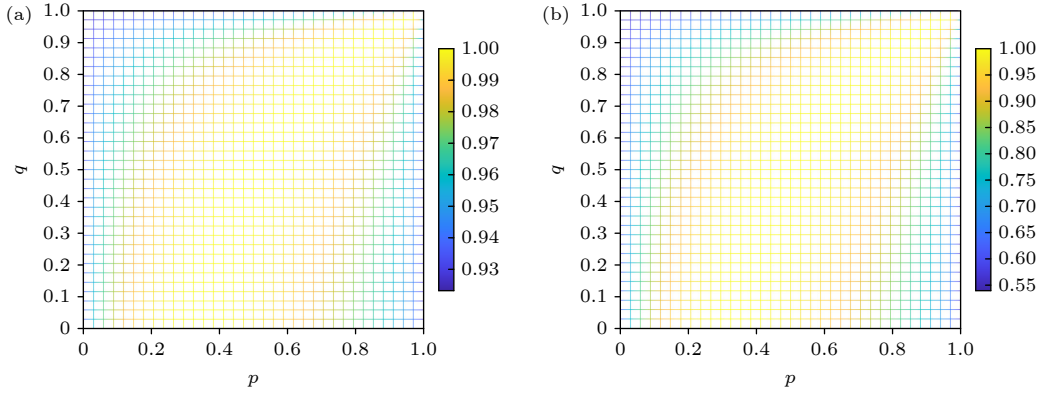


图 3 固定  $\alpha$  和  $r = 0.5$  的情况下  $\text{fid}_{\text{tot}}^{(1)}$  与  $p$  和  $q$  的关系 (a)  $|\alpha| = 0.2$ ; (b)  $|\alpha| = 0.8$

Fig. 3.  $\text{fid}_{\text{tot}}^{(1)}$  is a function of  $p$  and  $q$  with fixed  $\alpha$  and  $r = 0.5$ : (a)  $|\alpha| = 0.2$ ; (b)  $|\alpha| = 0.8$ .

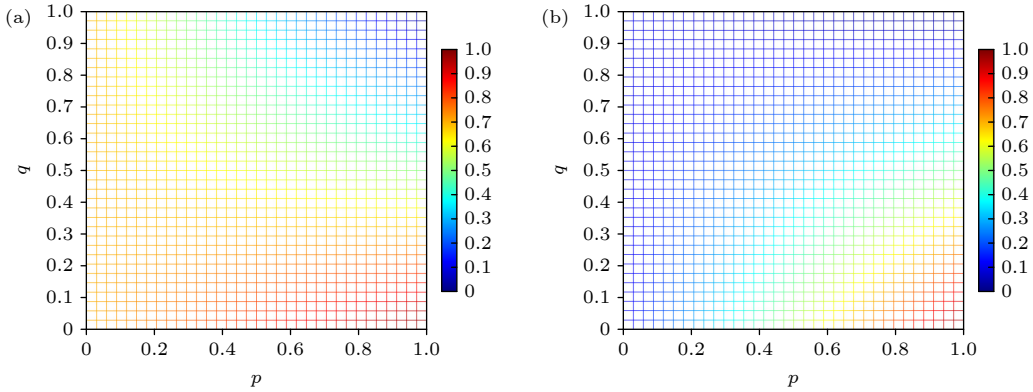


图 4 固定  $r$  的情况下  $g_{\text{tot}}^{(1)}$  与  $p$  和  $q$  的关系 (a)  $r = 0.3$ ; (b)  $r = 0.9$

Fig. 4.  $g_{\text{tot}}^{(1)}$  is a function of  $p$  and  $q$  with fixed  $r$ : (a)  $r = 0.3$ ; (b)  $r = 0.9$ .

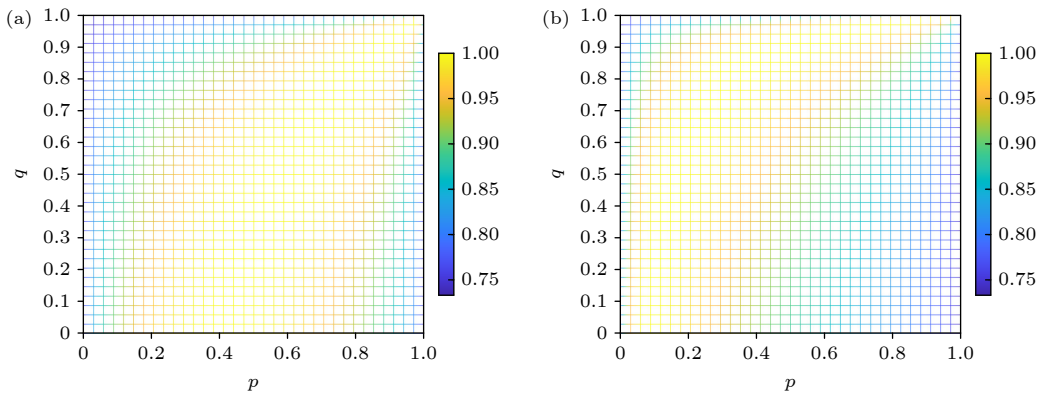


图 5 固定  $r$  的情况下  $\text{fid}_{\text{av}}^{(1)}$  与  $p$  和  $q$  的关系 (a)  $r = 0.3$ ; (b)  $r = 0.9$

Fig. 5.  $\text{fid}_{\text{av}}^{(1)}$  is a function of  $p$  and  $q$  with fixed  $r$ : (a)  $r = 0.3$ ; (b)  $r = 0.9$ .

$p$  设置为 0.8,  $r$  设置为 0.7. 假定步骤 1 中获取的是对应于  $m_1$  的测量结果, 步骤 5 中的后-弱测量的强度是最优的.

图 6(a) 中的 6 个矢量均位于 Bloch 球的球面上, 模长均为 1; 图 6(b) 中的 6 个矢量均位于 Bloch 球的内部, 其中红色矢量、黑色矢量、蓝色矢量、青色矢量、黄色矢量和绿色矢量的模长分别为 0.9521, 0.9731, 0.9731, 0.9897, 0.9897 和 0.9521. 正是由于本文借助环境辅助测量来避免不可逆的 Kraus 算符  $e_1$  引起的量子比特轨迹跳变, 因此图 6(a) 中的量子比特通过退相干通道之后仍为纯态, 而不是演化到一个混合态上. 作为对比, 本文还研究了在相同的初始状态和相同的退相干通道时无保护情形下系统状态的演化. 对于所选取的纯态, 通过振幅阻尼通道后的保真度为 80.49%, 通过相位阻尼通道后的保真度为 94.72%. 对于所选取的混合态, 通过振幅阻尼通道后的保真度为 79.25%, 通过相位阻尼通道后的保真度为 88.04%. 为了量化施加退相干抑制方案后保真度的提升, 可以将其具体地定义为

$$\text{fid}_{\text{improve}}^{(1)} = \text{fid}_{\text{tot}}^{(1)} - \text{fid}_{\text{damping}}^{(1)}, \quad (19)$$

其中后-弱测量的强度是最优的, 即  $\text{fid}_{\text{tot}}^{(1)} = 1$ ;  $\text{fid}_{\text{damping}}^{(1)}$  代表通过退相干通道后的保真度.

以纯态的保护为例进行分析. 当退相干通道为振幅阻尼通道时, (19) 式可以写为

$$\text{fid}_{\text{improve(AD)}}^{(1)} = (1 - |\alpha|^2)(r - 2|\alpha|^2\sqrt{1-r} + 2|\alpha|^2 - 2r|\alpha|^2). \quad (20)$$

当退相干通道为相位阻尼通道时, (19) 式可以写为

$$\text{fid}_{\text{improve(PD)}}^{(1)} = 2|\alpha|^2(1 - |\alpha|^2)(1 - \sqrt{1-r}). \quad (21)$$

图 7 给出了  $\text{fid}_{\text{improve(AD)}}^{(1)}$  和  $\text{fid}_{\text{improve(PD)}}^{(1)}$  与初始纯态和  $r$  之间的关系. 可以看出, 采用所设计的退相干抑制方案在任意初始初态下都能获得保真度的提高. 对于振幅阻尼通道的情形,  $\text{fid}_{\text{improve(AD)}}^{(1)}$  随着  $|\alpha|$  的增大而下降. 对于相位阻尼通道的情形,  $\text{fid}_{\text{improve(PD)}}^{(1)}$  随着  $|\alpha|$  的增大先上升后下降, 在  $|\alpha| = \sqrt{2}/2$  时达到峰值.

### 3 $N$ 量子比特情形

目前, 绝大多数借助弱测量的退相干抑制方案都只适用于单量子比特情形. 本节将把适用于单量子比特状态的退相干抑制方案推广到一般的  $N$  量子比特情形. 通常, 保护  $N$  量子比特状态免受退相干的影响意味着每一步都需要  $2^N$  个算符. 与文献 [27] 一致, 我们假设退相干过程在  $N$  量子比特系统中的每一个量子比特上局部且独立地发生, 并且具有相同的衰减率. 前/后-弱测量算符、前馈控制算符及其逆算符以及量子噪声算符都可以由 Kronecker 积构造, 其表达式如下所示.

前-弱测量算符为

$$\begin{aligned} M_0 &= \underbrace{m_0 \otimes \cdots \otimes m_0 \otimes m_0}_N, \\ M_1 &= \underbrace{m_0 \otimes \cdots \otimes m_0 \otimes m_1}_N, \\ &\vdots \\ M_{2^N-1} &= \underbrace{m_1 \otimes \cdots \otimes m_1 \otimes m_1}_N; \end{aligned} \quad (22)$$

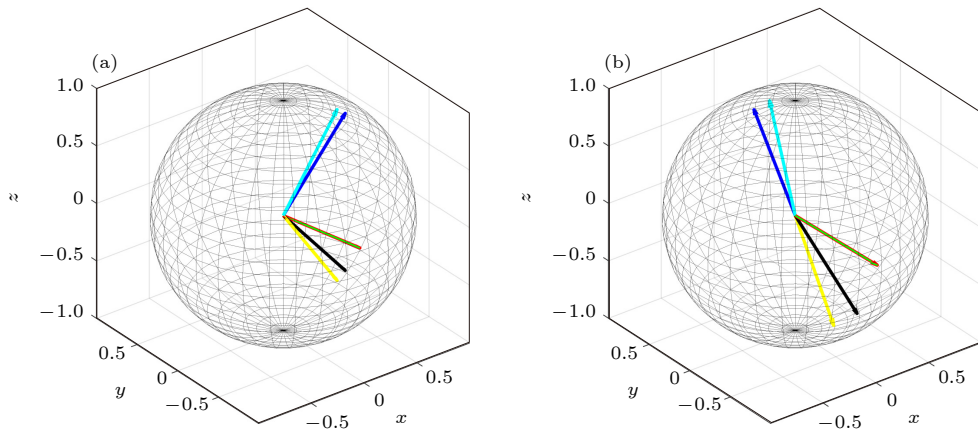


图 6 Bloch 球上单量子比特状态保护的详细过程 (a) 纯态的保护; (b) 混合态的保护

Fig. 6. Detailed procedure of the single-qubit state protection process on the Bloch sphere: (a) pure state protection; (b) mixed state protection.



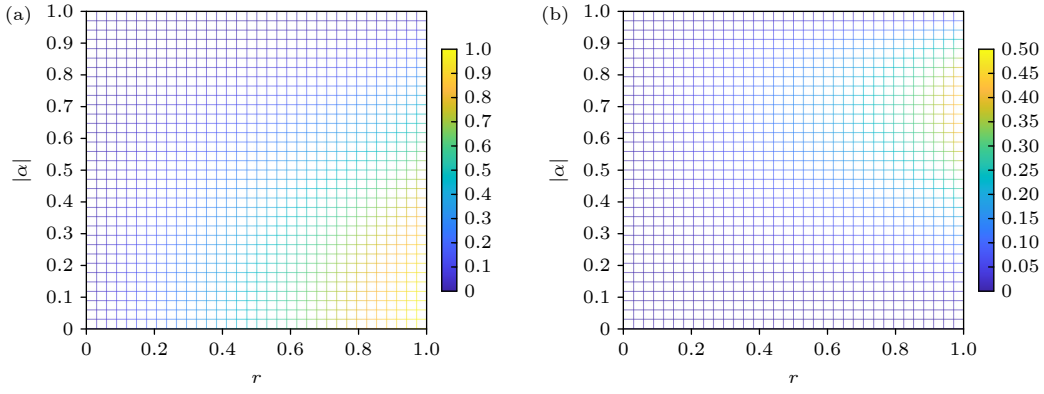


图 7  $\text{fid}_{\text{improve(AD)}}^{(1)}$  和  $\text{fid}_{\text{improve(PD)}}^{(1)}$  与初始纯态和  $r$  的关系 (a)  $\text{fid}_{\text{improve(AD)}}^{(1)}(|\alpha|, r)$ ; (b)  $\text{fid}_{\text{improve(PD)}}^{(1)}(|\alpha|, r)$

Fig. 7.  $\text{fid}_{\text{improve(AD)}}^{(1)}$  and  $\text{fid}_{\text{improve(PD)}}^{(1)}$  are a function of the initial pure state and  $r$ : (a)  $\text{fid}_{\text{improve(AD)}}^{(1)}(|\alpha|, r)$ ; (b)  $\text{fid}_{\text{improve(PD)}}^{(1)}(|\alpha|, r)$ .

前馈控制算符及其逆算符为

$$\begin{aligned} F_0 &= \underbrace{f_0 \otimes \cdots \otimes f_0 \otimes f_0}_N, \\ F_1 &= \underbrace{f_0 \otimes \cdots \otimes f_0 \otimes f_1}_N, \\ &\vdots \\ F_{2^N-1} &= \underbrace{f_1 \otimes \cdots \otimes f_1 \otimes f_1}_N; \end{aligned} \quad (23)$$

振幅/相位阻尼通道的 Kraus 算符为

$$\begin{aligned} E_0 &= \underbrace{e_0 \otimes \cdots \otimes e_0 \otimes e_0}_N, \\ E_1 &= \underbrace{e_0 \otimes \cdots \otimes e_0 \otimes e_1}_N, \\ &\vdots \\ E_{2^N-1} &= \underbrace{e_1 \otimes \cdots \otimes e_1 \otimes e_1}_N, \end{aligned} \quad (24)$$

其中只有  $E_0$  可逆.

后-弱测量算符为

$$\begin{aligned} N_0 &= \underbrace{n_0 \otimes \cdots \otimes n_0 \otimes n_0}_N, \\ N_1 &= \underbrace{n_0 \otimes \cdots \otimes n_0 \otimes n_1}_N, \\ &\vdots \\ N_{2^N-1} &= \underbrace{n_1 \otimes \cdots \otimes n_1 \otimes n_1}_N. \end{aligned} \quad (25)$$

因此, 对应于每一个前-弱测量算符的非归一化的终态为

$$\begin{aligned} \bar{\rho}_{M_k}^{\text{fin}} &= (N_k F_k E_0 F_k M_k) \rho_{\text{in}} (N_k F_k E_0 F_k M_k)^\dagger, \\ k &= 1, \dots, 2^N - 1, \end{aligned} \quad (26)$$

其概率为  $g_{M_k}^{(N)} = \text{tr}(\bar{\rho}_{M_k}^{\text{fin}})$ .

归一化的终态为

$$\rho_{M_k}^{\text{fin}} = \frac{\bar{\rho}_{M_k}^{\text{fin}}}{g_{M_k}^{(N)}}. \quad (27)$$

总体成功概率和总体保真度为

$$g_{\text{tot}}^{(N)} = \sum_{k=0}^{2^N-1} g_{M_k}^{(N)}, \quad (28)$$

$$\text{fid}_{\text{tot}}^{(N)} = \frac{\sum_{k=0}^{2^N-1} g_{M_k}^{(N)} \text{fid}_{M_k}^{(N)}}{g_{\text{tot}}^{(N)}}. \quad (29)$$

根据 Kronecker 积的性质可知, 单量子比特情形下推导的完全恢复条件同样适用于一般的  $N$  量子比特情形. 通过考虑最优的后-弱测量强度,  $N$  量子比特情形下总体成功概率  $g_{\text{tot}}^{(N)}$  和总体保真度  $\text{fid}_{\text{tot}}^{(N)}$  的解析表达式分别为

$$\begin{aligned} g_{\text{tot}}^{(N)} &= (pr - pq_{\text{opt}} - r + 1)^N \\ &= 2^N (1-p)^N (1-r)^N, \end{aligned} \quad (30)$$

$$\text{fid}_{\text{tot}}^{(N)} = 1. \quad (31)$$

尽管量子比特数目越多, 总体成功概率  $g_{\text{tot}}^{(N)}$  就越低, 但总体保真度  $\text{fid}_{\text{tot}}^{(N)}$  始终等于 1. 对于多量子比特系统, 正如第 2 节解释的那样, 如果总体成功概率  $g_{\text{tot}}^{(N)}$  过低, 有必要调整后-弱测量的强度  $q$ .

为了更好地理解  $N$  量子比特情形下的所提退相干抑制方案, 以 2 量子比特纠缠态为例阐述详细的状态保护流程. 根据对应于不同的前-弱测量算符的结果, 可以将所提退相干抑制方案分为 4 种情况. 不失一般性, 假设获取了对应于  $M_2$  的测量结果, 即将通过两个独立的振幅阻尼通道或者相位阻尼通道的初始的 2 量子比特纠缠态表示为  $|\psi_{\text{in}}\rangle = \alpha|00\rangle + \beta|11\rangle$ , 其中  $\alpha, \beta \in \mathbb{C}$  并满足  $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$ .



步骤 1 过后, 2 量子比特系统的状态  $|\psi_{\text{in}}\rangle$  以  $g_{M_2} = p(1-p)$  的概率变为

$$|\psi_{M_2}\rangle = \mathbf{M}_2|\psi_{\text{in}}\rangle = \begin{bmatrix} \alpha\sqrt{p}\sqrt{1-p} \\ 0 \\ 0 \\ \beta\sqrt{p}\sqrt{1-p} \end{bmatrix}; \quad (32)$$

步骤 2 过后, 2 量子比特系统的状态  $|\psi_{M_2}\rangle$  变为

$$|\psi_{F_2}\rangle = \mathbf{F}_2|\psi_{M_2}\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ \beta\sqrt{p}\sqrt{1-p} \\ \alpha\sqrt{p}\sqrt{1-p} \\ 0 \end{bmatrix}; \quad (33)$$

步骤 3 过后, 2 量子比特系统的状态  $|\psi_{F_2}\rangle$  以  $g_{E_0_2} = p(1-p)(1-r)$  的概率变为

$$|\psi_{E_0_2}\rangle = \mathbf{E}_0|\psi_{F_2}\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ \beta\sqrt{p}\sqrt{1-p}\sqrt{1-r} \\ \alpha\sqrt{p}\sqrt{1-p}\sqrt{1-r} \\ 0 \end{bmatrix}; \quad (34)$$

步骤 4 过后, 2 量子比特系统的状态  $|\psi_{E_0_2}\rangle$  变为

$$|\psi_{F_2^{-1}}\rangle = \mathbf{F}_2|\psi_{E_0_2}\rangle = \begin{bmatrix} \alpha\sqrt{p}\sqrt{1-p}\sqrt{1-r} \\ 0 \\ 0 \\ \beta\sqrt{p}\sqrt{1-p}\sqrt{1-r} \end{bmatrix}; \quad (35)$$

步骤 5 (施加最优的后-弱测量算符) 过后, 2 量子比特系统的状态  $|\psi_{F_2^{-1}}\rangle$  以  $g_{M_2}^{(2)} = g_{N_2} = (1-p)^2(1-r)^2$  的概率变为

$$|\bar{\psi}_{M_2}^{\text{fin}}\rangle = |\psi_{N_2}\rangle = \mathbf{N}_2|\psi_{F_2^{-1}}\rangle = \begin{bmatrix} \alpha(1-p)(1-r) \\ 0 \\ 0 \\ \beta(1-p)(1-r) \end{bmatrix}. \quad (36)$$

实际上, 从 (35) 式可以看出, 在获取了对应于  $\mathbf{M}_2$  的测量结果的情况下, 后-弱测量算符不是必须的, 因为  $|\psi_{F_2^{-1}}\rangle$  经过归一化后已经等于其初始状态  $|\psi_{\text{in}}\rangle$ . 而且, 步骤 5 中所施加的非完备的后-弱测量算符还会使得总体成功概率进一步降低, 这对于退相干抑制来说是不利的. 然而, 假设步骤 1 中获取的是对应于  $\mathbf{M}_1$  或  $\mathbf{M}_3$  的测量结果, 那么则必须通过施加对应的后-弱测量算符  $\mathbf{N}_0$  或  $\mathbf{N}_3$  来完全恢复初始状态.

为了简便, 不再具体地展示其他三种情况, 但不难理解四种情况下经历退相干抑制方案后的终态是相同的. 因此, 经历步骤 1—5 后, 2 量子比特系统的归一化终态为

$$\rho_{M_k}^{\text{fin}} = \frac{|\bar{\psi}_{M_2}^{\text{fin}}\rangle\langle\bar{\psi}_{M_2}^{\text{fin}}|}{g_{M_2}^{(2)}} = \begin{bmatrix} |\alpha|^2 & 0 & 0 & \alpha\beta^* \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \alpha^*\beta & 0 & 0 & |\beta|^2 \end{bmatrix}, \quad (37)$$

$k = 1, 2, 3, 4;$

系统总体成功概率为  $g_{\text{tot}}^{(2)'} = 2(1-p)^2(1-r)^2 + 2p(1-p)(1-r) = 2(1-p)(1-r)(1-r+pr)$ , 这表明总体成功概率有时会高于 (30) 式所示的标准值  $2^N(1-p)^N(1-r)^N$ . 图 8 给出了 2 量子比特纠缠态保护的总体成功概率  $g_{\text{tot}}^{(2)'}$  及其标准值  $g_{\text{tot}}^{(2)}$  与  $p$  和  $r$  的关系.

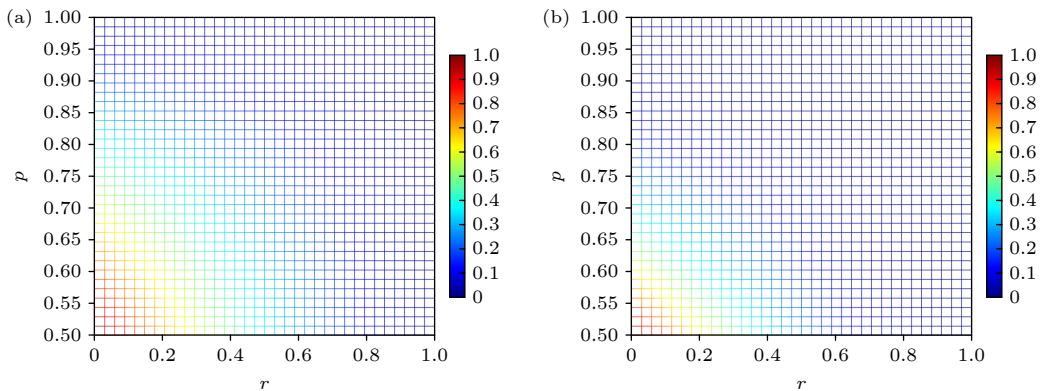


图 8  $g_{\text{tot}}^{(2)'}$  和  $g_{\text{tot}}^{(2)}$  与  $p$  和  $r$  的关系 (a)  $g_{\text{tot}}^{(2)'}$  ( $p, r$ ); (b)  $g_{\text{tot}}^{(2)}$  ( $p, r$ )  
 Fig. 8.  $g_{\text{tot}}^{(2)'}$  and  $g_{\text{tot}}^{(2)}$  are a function of  $p$  and  $r$ : (a)  $g_{\text{tot}}^{(2)'}$  ( $p, r$ ); (b)  $g_{\text{tot}}^{(2)}$  ( $p, r$ ).

通常,人们习惯以并发度 (concurrence) 作为性能指标来度量任意 2 量子比特状态的纠缠度<sup>[33]</sup>. 并发度的取值区间为 $[0, 1]$ , 其取值越接近 1, 一般认为纠缠度就越大; 其取值为 0 时, 就意味着发生了纠缠猝死 (entanglement sudden death). 在本文所提退相干抑制方案中, 对应于步骤 1 中的每一个测量算符的并发度被定义为

$$C_k^{(2)}(\rho_{M_k}^{\text{fin}}) = \max\{0, \lambda_1 - \lambda_2 - \lambda_3 - \lambda_4\} \in [0, 1],$$

$$k = 1, 2, 3, 4, \quad (38)$$

其中,  $\{\lambda_k\}$  为矩阵  $\rho_{M_k}^{\text{fin}} \bar{\rho}_{M_k}^{\text{fin}}$  的本征值的非负平方根, 并满足  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3 \geq \lambda_4$ ,  $\bar{\rho}_{M_k}^{\text{fin}}$  为

$$\bar{\rho}_{M_k}^{\text{fin}} = (\sigma_y \otimes \sigma_y) (\rho_{M_k}^{\text{fin}})^* (\sigma_y \otimes \sigma_y), \quad (39)$$

其中符号“\*”代表复共轭.

经计算, 所提退相干抑制方案的总体并发度为

$$C_{\text{tot}}^{(2)} = \frac{\sum_{k=0}^3 g_{M_k}^{(2)} C_k^{(2)}(\rho_{M_k}^{\text{fin}})}{g_{\text{tot}}^{(2)}} = 2|\alpha| \sqrt{1 - |\alpha|^2}. \quad (40)$$

作为对比, 同样研究了无保护的情形以凸显所提方案对并发度的提升. 为了量化施加退相干抑制方案后并发度的增强, 定义

$$C_{\text{improve}}^{(2)} = C_{\text{tot}}^{(2)} - C_{\text{damping}}^{(2)}, \quad (41)$$

其中  $C_{\text{damping}}^{(2)}$  代表 2 量子比特纠缠态通过退相干通道后的并发度.

通过两个独立的振幅阻尼通道后, (41) 式可以表示为

$$C_{\text{improve(AD)}}^{(2)} = 2|\alpha|(1 - |\alpha|^2)^{\frac{1}{2}} - \max\{0, (r - 1)[(2|\alpha|^2 - 2|\alpha|^4 - 2r^2|\alpha|^2 + r^2|\alpha|^4 + r^2 - 2|\alpha|(1 - |\alpha|^2)(-r^2|\alpha|^2 + r^2 + |\alpha|^2)^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}} - (2|\alpha|^2 - 2|\alpha|^4 - 2r^2|\alpha|^2 + r^2|\alpha|^4 + r^2 + 2|\alpha|(1 - |\alpha|^2)(-r^2|\alpha|^2 + r^2 + |\alpha|^2)^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}} + 2r(1 - |\alpha|^2)]\}. \quad (42)$$

通过两个独立的相位阻尼通道后, (41) 式可以表示为

$$C_{\text{improve(PD)}}^{(2)} = 2|\alpha|(1 - |\alpha|^2)^{\frac{1}{2}} - \max\{0, 2|\alpha|(1 - |\alpha|^2)^{\frac{1}{2}}(1 - r)\}. \quad (43)$$

图 9 给出了  $C_{\text{improve(AD)}}^{(2)}$  和  $C_{\text{improve(PD)}}^{(2)}$  与初始的 2 量子比特纠缠态和  $r$  之间的关系. 可以看出, 不论退相干通道为振幅阻尼通道还是相位阻尼通道, 所提退相干抑制方案对于任意初始状态都能增强 2 量子比特纠缠态的并发度. 此外, 随着  $|\alpha|$  的增大,  $C_{\text{improve(AD)}}^{(2)}$  和  $C_{\text{improve(PD)}}^{(2)}$  的变化趋势都是先上升再下降, 不论  $r$  如何取值, 二者都在  $|\alpha| = \sqrt{2}/2$  时达到峰值.

进一步地, 所提退相干抑制方案在量子隐形传态中具有广阔的应用前景. 众所周知, 理想的隐形传态协议需要一个纯的最大纠缠态 (例如 Bell 态  $|\Phi\rangle = (1/\sqrt{2})(|00\rangle + |11\rangle)$ ) 作为量子信道. 然而在实际实现中, 共享纠缠态常常由于环境噪声的影响而显著退化, 这会导致量子隐形传态的保真度大幅下滑. 因此, 保护量子隐形传态免受退相干的影响显得尤为重要.

假设发送方 (Alice) 制备了一个 Bell 态, 并通过退相干通道 (振幅阻尼通道或相位阻尼通道) 将

纠缠对中的一个量子比特传送给接收方 (Bob). 由于只有属于 Bob 的那个量子比特通过了退相干通道, 因此整个退相干抑制方案只需要在纠缠对中的第二个量子比特上实施. 因此, 退相干抑制方案中涉及的 2 量子比特算符可以构造为

$$X_k = I \otimes x_k, \quad k = 1, 2. \quad (44)$$

通过施加所提的退相干抑制方案并考虑标准的量子隐形传态协议<sup>[34]</sup>, 受保护的量子隐形传态的原理图如图 10 所示.

由图 10 可知, 非归一化的受保护的共享纠缠态  $\bar{\rho}_{ab}^{\text{fin}}$  为

$$\bar{\rho}_{ab}^{\text{fin}} = \sum_{k=0,1} (N'_k F'_k E_0 F'_k M'_k) \rho_{ab} (N'_k F'_k E_0 F'_k M'_k)^\dagger, \quad (45)$$

其中,  $M'_k = I \otimes m_k$ ,  $F'_k = I \otimes f_k$ ,  $E'_0 = I \otimes e_0$ ,  $N'_k = I \otimes n_k$ .

通过施加最优的后-弱测量算符, 不难发现归一化的受保护的共享纠缠态  $\rho_{ab}^{\text{fin}}$  以  $g_{\text{fin}}^{(1)} = 2(1 - p) \times (1 - r)$  的概率等于 Bell 态  $|\Phi\rangle\langle\Phi|$ . 由于经过整个退相干抑制方案之后的量子信道是一个最大纠缠态, 因此通过执行文献<sup>[34]</sup>中标准的量子隐形传态协议总能获得 100% 的平均保真度, 其中隐形传态的

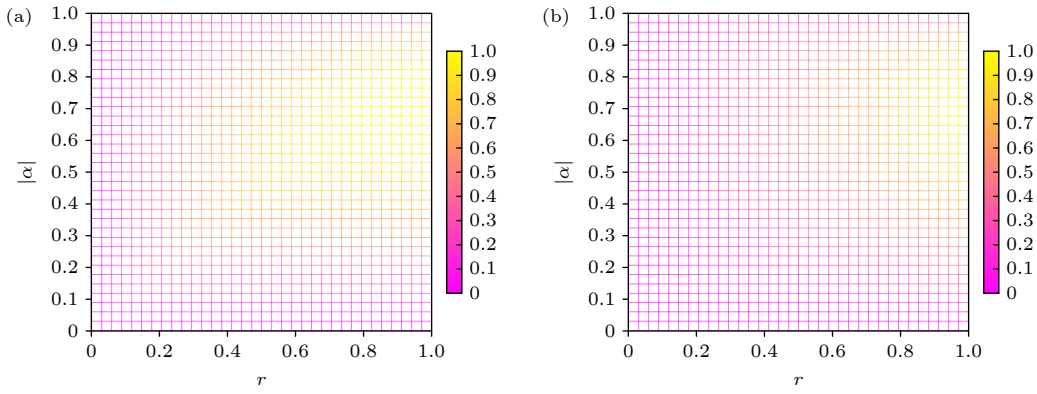

 图 9  $C_{\text{improve(AD)}}^{(2)}$  和  $C_{\text{improve(PD)}}^{(2)}$  与初始纠缠态和  $r$  的关系 (a)  $C_{\text{improve(AD)}}^{(2)}(|\alpha|, r)$ ; (b)  $C_{\text{improve(PD)}}^{(2)}(|\alpha|, r)$ 

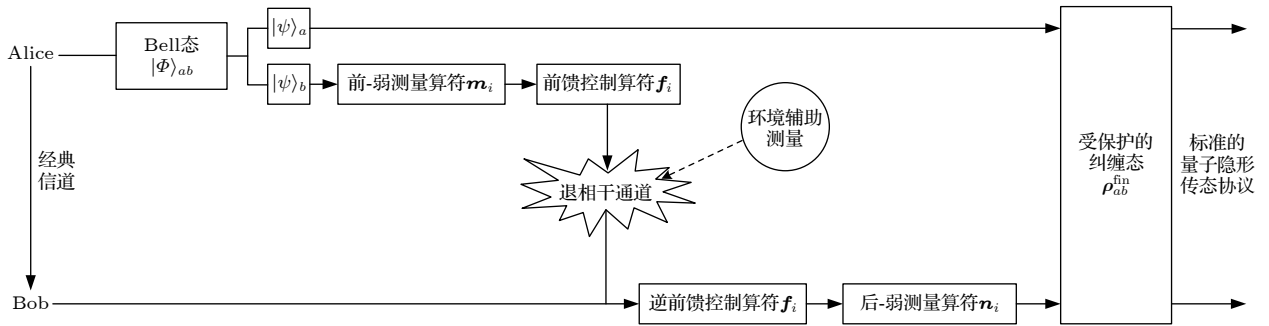
 Fig. 9.  $C_{\text{improve(AD)}}^{(2)}$  and  $C_{\text{improve(PD)}}^{(2)}$  are a function of the initial entangled state and  $r$ : (a)  $C_{\text{improve(AD)}}^{(2)}(|\alpha|, r)$ ; (b)  $C_{\text{improve(PD)}}^{(2)}(|\alpha|, r)$ .


图 10 受保护的量子隐形传态的原理图

Fig. 10. Schematic diagram of the protected quantum teleportation.

平均保真度定义为

$$\text{fid}^{\text{av}} = \int d\psi \langle \psi_{\text{in}} | \rho_{\text{out}} | \psi_{\text{in}} \rangle, \quad (46)$$

其中,  $|\psi_{\text{in}}\rangle$  是被传输的未知状态,  $\rho_{\text{out}}$  是 Bob 接收到的状态. 结合所提退相干抑制方案, 只需要关注量子信道的保护而无需修改隐形传态协议, 即可以以  $g_{\text{fin}}^{(1)} = 2(1-p)(1-r)$  的总体成功概率和 100% 的平均保真度实现量子隐形传态.

而无保护情形下, Alice 先通过振幅阻尼通道或相位阻尼通道将纠缠对中的一个量子比特发送给 Bob 再执行标准的隐形传态协议后的平均保真度分别为  $\text{fid}_{\text{AD}}^{\text{av}} = (1/15)[4\sqrt{1-r} - (7/2)r + 11]$  或  $\text{fid}_{\text{PD}}^{\text{av}} = (1/15)(4\sqrt{1-r} + 11)$  (有关无保护情形下  $\text{fid}_{\text{AD}}^{\text{av}}$  的计算过程参见附录 A1). 因此, 利用所提退相干抑制方案进行共享纠缠态保护后, 隐形传态的平均保真度的提升分别为

$$\text{fid}_{\text{improve(AD)}}^{\text{av}} = 1 - \frac{1}{15} \left( 4\sqrt{1-r} - \frac{7}{2}r + 11 \right), \quad (47)$$

$$\text{fid}_{\text{improve(PD)}}^{\text{av}} = 1 - \frac{1}{15} (4\sqrt{1-r} + 11). \quad (48)$$

由  $\text{fid}_{\text{improve(AD)}}^{\text{av}}$  和  $\text{fid}_{\text{improve(PD)}}^{\text{av}}$  与  $r$  之间的关系可知, 越是在重阻尼的情况下, 利用所提退相干抑制方案进行共享纠缠态保护对于隐形传态的平均保真度的提升就越显著. 另外, 当退相干通道为振幅阻尼通道时, 结合所提退相干抑制方案进行量子隐形传态显得更为必要. 但需要注意的是, 受保护的隐形传态在重阻尼的情况下, 总体成功概率  $g_{\text{fin}}^{(1)}$  显得稍低, 此时, 一种可行的解决方案是通过调整后-弱测量的强度  $q$  以牺牲  $\text{fid}^{\text{av}}$  为代价提升  $g_{\text{fin}}^{(1)}$ .

## 4 结 论

本文借助弱测量和环境辅助测量提出了一种量子前馈控制方案, 解决了任意未知的  $N$  量子比特状态退相干抑制的问题, 并给出了总体保真度、总体成功概率等指标的解析表达式. 环境辅助测量的引入推广了量子前馈控制方案的适用范围, 使得所提方案适用于振幅阻尼和相位阻尼两种退相干通道上的量子状态保护. 与先前提出的多种基于弱测量的退相干抑制方案相比, 所提方案的优势在于

即便是在重阻尼的情况下也能取得 100% 的保真度. 仿真实验结果表明, 所提方案对于任意初始状态都能够增强 2 量子比特纠缠态的并发度, 且能够有效地提高噪声环境下量子隐形传态的保真度. 需要说明的是, 由于环境辅助测量和后-弱测量均丢弃了部分测量结果, 因此所提方案是一个概率性的方案. 下一步的研究中, 我们计划采用旋转算符取代不完备的后-弱测量算符, 以开发出成功概率更

高的退相干抑制方案.

#### 附录 A1 无保护情形下 $\text{fid}_{\text{AD}}^{\text{av}}$ 的计算过程

假设待传输的未知量子比特为  $|\psi_{\text{in}}\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$ , 其中  $\alpha, \beta \in \mathbb{C}$  并满足  $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$ . 在无保护方案的情况下, 假定 Alice 通过一个振幅阻尼通道向 Bob 发送纠缠对中的一个量子比特, 则输入线路的状态为

$$\rho_0 = \begin{bmatrix} \frac{|\alpha|^2}{2} & 0 & 0 & \frac{|\alpha|^2\sqrt{1-r}}{2} & \frac{\alpha\beta^*}{2} & 0 & 0 & \frac{\alpha\beta^*\sqrt{1-r}}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{r|\alpha|^2}{2} & 0 & 0 & 0 & \frac{\alpha\beta^*r}{2} & 0 \\ \frac{|\alpha|^2\sqrt{1-r}}{2} & 0 & 0 & \frac{|\alpha|^2(1-r)}{2} & \frac{\alpha\beta^*\sqrt{1-r}}{2} & 0 & 0 & \frac{\alpha\beta^*(1-r)}{2} \\ \frac{\alpha^*\beta}{2} & 0 & 0 & \frac{\alpha^*\beta\sqrt{1-r}}{2} & \frac{|\beta|^2}{2} & 0 & 0 & \frac{|\beta|^2\sqrt{1-r}}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\alpha^*\beta r}{2} & 0 & 0 & 0 & \frac{r|\beta|^2}{2} & 0 \\ \frac{\alpha^*\beta\sqrt{1-r}}{2} & 0 & 0 & \frac{\alpha^*\beta(1-r)}{2} & \frac{|\beta|^2\sqrt{1-r}}{2} & 0 & 0 & \frac{|\beta|^2(1-r)}{2} \end{bmatrix}. \quad (\text{A1})$$

执行文献 [34] 中标准的隐形传态协议后,  $\rho_0$  变为

$$\rho_2 = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} |\alpha|^2 + r|\beta|^2 & \alpha\beta^*\sqrt{1-r} & \alpha\beta^* + \alpha^*\beta r & |\alpha|^2\sqrt{1-r} & |\alpha|^2 - r|\beta|^2 & -\alpha\beta^*\sqrt{1-r} & \alpha^*\beta r - \alpha\beta^* & |\alpha|^2\sqrt{1-r} \\ \alpha^*\beta\sqrt{1-r} & |\beta|^2(1-r) & |\beta|^2\sqrt{1-r} & \alpha^*\beta(1-r) & \alpha^*\beta\sqrt{1-r} & -|\beta|^2(1-r) & -|\beta|^2\sqrt{1-r} & \alpha^*\beta(1-r) \\ \alpha^*\beta + \alpha\beta^*r & |\beta|^2\sqrt{1-r} & r|\alpha|^2 - |\alpha|^2 + 1 & \alpha^*\beta\sqrt{1-r} & \alpha^*\beta - \alpha\beta^*r & -|\beta|^2\sqrt{1-r} & |\alpha|^2 + r|\alpha|^2 - 1 & \alpha^*\beta\sqrt{1-r} \\ |\alpha|^2\sqrt{1-r} & \alpha\beta^*(1-r) & \alpha\beta^*\sqrt{1-r} & |\alpha|^2(1-r) & |\alpha|^2\sqrt{1-r} & -\alpha\beta^*(1-r) & -\alpha\beta^*\sqrt{1-r} & |\alpha|^2(1-r) \\ |\alpha|^2 - r|\beta|^2 & \alpha\beta^*\sqrt{1-r} & \alpha\beta^* - \alpha^*\beta r & |\alpha|^2\sqrt{1-r} & |\alpha|^2 + r|\beta|^2 & -\alpha\beta^*\sqrt{1-r} & -\alpha\beta^* - \alpha^*\beta r & |\alpha|^2\sqrt{1-r} \\ -\alpha^*\beta\sqrt{1-r} & -|\beta|^2(1-r) & -|\beta|^2\sqrt{1-r} & -\alpha^*\beta(1-r) & -\alpha^*\beta\sqrt{1-r} & |\beta|^2(1-r) & |\beta|^2\sqrt{1-r} & -\alpha^*\beta(1-r) \\ \alpha\beta^*r - \alpha^*\beta & -|\beta|^2\sqrt{1-r} & |\alpha|^2 + r|\alpha|^2 - 1 & -\alpha^*\beta\sqrt{1-r} & -\alpha^*\beta - \alpha\beta^*r & |\beta|^2\sqrt{1-r} & r|\alpha|^2 - |\alpha|^2 + 1 & -\alpha^*\beta\sqrt{1-r} \\ |\alpha|^2\sqrt{1-r} & \alpha\beta^*(1-r) & \alpha\beta^*\sqrt{1-r} & |\alpha|^2(1-r) & |\alpha|^2\sqrt{1-r} & -\alpha\beta^*(1-r) & -\alpha\beta^*\sqrt{1-r} & |\alpha|^2(1-r) \end{bmatrix}. \quad (\text{A2})$$

进一步地, Alice 对她所属的那个量子比特与待传输的未知量子比特构成的复合系统在一组正交基底  $\{|00\rangle, |01\rangle, |10\rangle, |11\rangle\}$  下进行投影测量. 不妨假设她得到了结果  $|00\rangle$ , 则  $\rho_2$  将变为

$$\rho_{2,00} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} |\alpha|^2 + r|\beta|^2 & \alpha\beta^*\sqrt{1-r} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \alpha^*\beta\sqrt{1-r} & |\beta|^2(1-r) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (\text{A3})$$

对 Alice 所属的那个量子比特与待传输的未知量子比特构成的复合系统求偏迹, 可得 Bob 所属的量子比特的非归一化状态为



$$\bar{\rho}_{\text{out}_00} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} |\alpha|^2 + r|\beta|^2 & \alpha\beta^*\sqrt{1-r} \\ \alpha^*\beta\sqrt{1-r} & |\beta|^2(1-r) \end{bmatrix}, \quad (\text{A4})$$

其概率为  $g_{00} = \text{tr}(\rho_{\text{out}_00}) = \frac{1}{4}$ .

将  $\bar{\rho}_{\text{out}_00}$  归一化后, 可得这种情况下的保真度为

$$\text{fid}_{00} = \langle \psi_{\text{in}} | \rho_{\text{out}_00} | \psi_{\text{in}} \rangle = |\alpha|^2(3r-2) - r - |\alpha|^4(2r-2) + 2(|\alpha|^2 - |\alpha|^4)\sqrt{1-r} + 1. \quad (\text{A5})$$

如果 Alice 得到的测量结果为  $|01\rangle$ , 则 Bob 需要借助  $X$  门来恢复状态; 如果 Alice 得到的测量结果为  $|10\rangle$ , 则 Bob 需要借助  $Z$  门来恢复状态; 如果 Alice 得到的测量结果为  $|11\rangle$ , 则 Bob 需要先借助  $X$  门再借助  $Z$  门来恢复状态. 通过类似的运算可得:  $g_{01} = g_{10} = g_{11} = 1/4$ ,  $\text{fid}_{00} = \text{fid}_{10}$ ,  $\text{fid}_{01} = \text{fid}_{11} = |\alpha|^2(r-2) - |\alpha|^4(2r-2) + 2(|\alpha|^2 - |\alpha|^4)\sqrt{1-r} + 1$ .

因此, 无保护情形下, Alice 先通过振幅阻尼通道将纠缠对中的一个量子比特发送给 Bob 再执行标准的隐形传态协议后的平均保真度为

$$\text{fid}_{\text{AD}}^{\text{av}} = \int d\psi \frac{g_{00}\text{fid}_{00} + g_{01}\text{fid}_{01} + g_{10}\text{fid}_{10} + g_{11}\text{fid}_{11}}{g_{00} + g_{01} + g_{10} + g_{11}} = \frac{1}{15}(4\sqrt{1-r} - \frac{7}{2}r + 11). \quad (\text{A6})$$

同理可得无保护情形下, Alice 先通过相位阻尼通道将纠缠对中的一个量子比特发送给 Bob 再执行标准的隐形传态协议后的平均保真度为  $\text{fid}_{\text{PD}}^{\text{av}} = \frac{1}{15}(4\sqrt{1-r} + 11)$ .

## 参考文献

- [1] Cong S, Kuang S 2020 *Control Theory and Methods of Quantum Systems* (Hefei: Press of University of Science and Technology of China) pp32–33 (in Chinese) [丛爽, 匡森 2020 量子系统控制理论与方法 (合肥: 中国科学技术大学出版社) 第 32–33 页]
- [2] Cardoso E S, de Oliveira M D, Furuya K 2005 *Phys. Rev. A* **72** 042320
- [3] Fan H Y, Hu L Y 2009 *Opt. Commun.* **282** 932
- [4] Liu Q G, Ji X 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 230303 (in Chinese) [刘其功, 计新 2012 物理学报 **61** 230303]
- [5] Piao M Z, Ji X 2012 *J. Mod. Opt.* **59** 21
- [6] Jahangir R, Arshed N, Toor A H 2015 *Quantum Inf. Process.* **14** 765
- [7] Yang G, Lian B W, Nie M 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 010303 (in Chinese) [杨光, 廉保旺, 聂敏 2015 物理学报 **64** 010303]
- [8] D'Arrigo A, Benenti G, Falci G, Macchiavello C 2015 *Phys. Rev. A* **92** 062342
- [9] Hu Q, Zeng B Y, Gu P Y, Jia X Y, Fan D H 2022 *Acta Phys. Sin.* **71** 070301 (in Chinese) [胡强, 曾柏云, 辜鹏宇, 贾欣燕, 樊代和 2022 物理学报 **71** 070301]
- [10] Harraz S, Cong S, Nieto J J 2022 *Int. J. Quantum Inf.* **20** 2250007
- [11] Lidar D A, Chuang I L, Whaley K B 1998 *Phys. Rev. Lett.* **81** 2594
- [12] Kempe J, Bacon D, Lidar D A, Whaley K B 2001 *Phys. Rev. A* **63** 392
- [13] Kwiat P G, Berglund A J, Altepeter J B, White A G 2000 *Science* **290** 498
- [14] Chen M, Kuang S, Cong S 2017 *J. Franklin Inst.* **354** 439
- [15] Steane A M 1996 *Phys. Rev. Lett.* **77** 793
- [16] Cramer J, Kalb N, Rol M A, Hensen B, Blok M S, Markham M, Twitchen D J, Hanson R, Taminian T H 2016 *Nat. Commun.* **7** 11526
- [17] Ofek N, Petrenko A, Heeres R, Reinhold P, Leghtas Z, Vlastakis B, Liu Y, Frunzio L, Girvin S M, Jiang L, Mirrahimi M, Devoret M H, Schoelkopf R J 2016 *Nature* **536** 441
- [18] Viola L, Lloyd S 1998 *Phys. Rev. A* **58** 2733
- [19] Viola L, Knill E, Lloyd S 1999 *Phys. Rev. Lett.* **82** 2417
- [20] Du J, Rong X, Zhao N, Wang Y, Yang J, Liu R B 2009 *Nature* **461** 1265
- [21] Wang Y, Zhang J N, Kim K 2019 *Acta Phys. Sin.* **68** 030306 (in Chinese) [汪野, 张静宁, 金奇奕 2019 物理学报 **68** 030306]
- [22] Branczyk A M, Mendonca P E M F, Gilchrist A, Doherty A C, Bartlett S D 2007 *Phys. Rev. A* **75** 012329
- [23] Gillett G G, Dalton R B, Lanyon B P, Almeida M P, Barbieri M, Pryde G J, O'Brien J L, Resch K J, Bartlett S D, White A G 2010 *Phys. Rev. Lett.* **104** 080503
- [24] Korotkov A N, Keane K 2010 *Phys. Rev. A* **81** 040103
- [25] Huang J 2017 *Acta Phys. Sin.* **66** 010301 (in Chinese) [黄江 2017 物理学报 **66** 010301]
- [26] Wang C Q, Xu B M, Zou J, He Z, Yan Y, Li J G, Shao B 2014 *Phys. Rev. A* **89** 032303
- [27] Harraz S, Cong S, Li K 2020 *Quantum Inf. Process.* **19** 250
- [28] Harraz S, Cong S, Kuang S 2019 *J. Syst. Sci. Complex.* **32** 1264
- [29] Gregoratti M, Werner R F 2003 *J. Mod. Opt.* **50** 915
- [30] Wang K, Zhao X, Yu T 2014 *Phys. Rev. A* **89** 042320
- [31] Xu X M, Cheng L Y, Liu A P, Su S L, Wang H F, Zhang S 2015 *Quantum Inf. Process.* **14** 4147
- [32] Wu H J, Jin Z, Zhu A D 2018 *Int. J. Theor. Phys.* **57** 1235
- [33] Harraz S, Cong S, Nieto J J 2021 *Eur. Phys. J. Plus* **136** 851
- [34] Nielsen M A, Chuang I L 2010 *Quantum Computation and Quantum Information* (New York: Cambridge University Press) pp26–28

# Decoherence suppression for $N$ -qubit states via weak measurement and environment-assisted measurement<sup>\*</sup>

Zhang Jiao-Yang   Cong Shuang<sup>†</sup>   Wang Chi   Sajede Harraz

(*Department of Automation, University of Science and Technology of China, Hefei 230027, China*)

( Received 20 April 2022; revised manuscript received 13 July 2022 )

## Abstract

All open quantum systems are affected by environmental noises due to their interactions with the external environment and inevitably suffer from decoherence. Hence, it is fundamentally important and necessary to investigate decoherence suppression for open quantum systems via proper control strategies. Inspired by feed-forward control in the classical control theory, this paper proposes a novel decoherence suppression scheme via weak measurement and environment-assisted measurement. We first take the single-qubit system as an example to illustrate steps of the proposed scheme. To be specific, the single-qubit system is transferred to a state that is more robust to environmental noises via pre-weak measurement operators and feed-forward control operators before the decoherence channel, a measurement is performed on the environment coupled to the protected qubit during the decoherence channel, and the initial state is recovered via reversed feed-forward control operators and post-weak measurement operators after the decoherence channel. The optimum post-weak measurement strength is derived by setting the normalized final state equal to the initial state. By considering the optimum post-weak measurement strength, analytical formulas of the total success probability and the total fidelity are deduced. The proposed scheme is applicable for protecting quantum states from arbitrary decoherence channels with at least one invertible Kraus operator although only the amplitude damping channel and the phase damping channel are taken into account. Provided that the decay rate of the amplitude or phase damping channel is completely known, one can always achieve unit fidelity even for heavy damping cases, which is the biggest advantage of the proposed scheme. Influences of several parameters including strengths of weak measurements, the initial state and the decay rate of the decoherence channel on the performance of decoherence suppression are analyzed, and detailed procedures of a single-qubit pure and mixed state protection are presented on the Bloch sphere, respectively. Subsequently, the Kronecker product is employed to construct operators of dimension  $2^N \times 2^N$ , the proposed scheme is extended to the general  $N$ -qubit case, and unified analytical formulas of the total success probability and the total fidelity are deduced. By applying the proposed scheme to the protection of two-qubit entangled states, it is demonstrated that post-weak measurement operators are not necessary sometimes because of the particular structure of two-qubit entangled states. Furthermore, two numerical simulations are designed to enhance the concurrence of two-qubit entangled states and improve the average fidelity of the standard quantum teleportation in a noisy environment. Analytical formulas of the improvement of concurrence and the average teleportation fidelity are deduced, and the superiority of the proposed scheme is highlighted in comparison with unprotected scenarios.

**Keywords:** decoherence suppression, quantum feed-forward control, weak measurement, environment-assisted measurement

**PACS:** 03.67.Pp, 03.65.Yz, 02.30.Yy, 03.65.Ud

**DOI:** 10.7498/aps.71.20220760

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 61973290).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: [scong@ustc.edu.cn](mailto:scong@ustc.edu.cn)



## 借助弱测量和环境辅助测量的 $N$ 量子比特状态退相干抑制

张骄阳 丛爽 王驰 SajedeHarraz

## Decoherence suppression for $N$ -qubit states via weak measurement and environment-assisted measurement

Zhang Jiao-Yang Cong Shuang Wang Chi Sajede Harraz

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 71, 220303 (2022) DOI: 10.7498/aps.71.20220760

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.71.20220760>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

#### 退相干条件下两比特纠缠态的量子非局域关联检验

Testing quantum nonlocality of two-qubit entangled states under decoherence

物理学报. 2022, 71(7): 070301 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20211453>

#### 量子弱测量中纠缠对参数估计精度的影响

Influence of entanglement on precision of parameter estimation in quantum weak measurement

物理学报. 2021, 70(24): 240302 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20210796>

#### 级联环境下三量子比特量子关联动力学研究

Dynamics of quantum correlation for three qubits in hierarchical environment

物理学报. 2021, 70(10): 100301 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20202133>

#### 基于部分测量增强量子隐形传态过程的量子Fisher信息

Enhancement of quantum Fisher information of quantum teleportation by optimizing partial measurements

物理学报. 2018, 67(14): 140304 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20180330>

#### 基于辅助单比特测量的量子态读取算法

A quantum state readout method based on a single ancilla qubit

物理学报. 2021, 70(21): 210303 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20211066>

#### 量子相干态的二维电子光谱测量的原理、应用和发展

Quantum coherence measurement with femtosecond time-resolve two-dimensional electronic spectroscopy: principles, applications and outlook

物理学报. 2018, 67(12): 127801 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20180783>