

## 声衍射相移对深海会聚区焦散结构的影响\*

张海刚<sup>1)2)3)</sup> 马志康<sup>3)</sup> 龚李佳<sup>1)2)3)†</sup> 张明辉<sup>1)2)3)</sup> 周建波<sup>4)</sup>

1) (哈尔滨工程大学, 水声技术重点实验室, 哈尔滨 150001)

2) (哈尔滨工程大学, 海洋信息获取与安全工业和信息化部重点实验室, 哈尔滨 150001)

3) (哈尔滨工程大学水声工程学院, 哈尔滨 150001)

4) (西北工业大学航海学院, 西安 710072)

(2022 年 4 月 20 日收到; 2022 年 6 月 21 日收到修改稿)

本文从射线-简正波理论出发, 推导了计及衍射相移时声线跨距、传播时延与群速度的表达式, 在此基础上给出了一种包含衍射相移影响的深海会聚区焦散结构计算模型. 对典型深海声道中第一个上会聚区的仿真研究表明: 高频条件下纯折射 (refracted-refracted, RR) 型会聚区有 3 条焦散线, 海面反射 (refracted surface-reflected, RSR) 型会聚区有 4 条焦散线. 通过与高频结果对比, 低频条件下计及衍射相移后发现, 界面反射相移引起的水平位移使 RR 型焦散线向靠近声源的方向水平偏移, 使 RSR 型声线额外多产生数条焦散线, 而声波以非均匀波形式传播时产生的位移使 RR 型焦散线向远离声源的方向水平偏移. 频率升高后, 声衍射效应减小, 焦散结构趋于经典射线理论的计算结果. 本文给出的模型物理意义清晰, 计算简便准确, 弥补了经典射线理论在低频条件下适用性不强的缺陷.

**关键词:** 深海, 低频声传播, 焦散结构, 射线-简正波**PACS:** 43.30.-k, 43.30.Cq, 43.30.Bp, 43.30.Es**DOI:** 10.7498/aps.71.20220763

## 1 引言

深海的大深度特征使声速剖面大体上呈现稳定的二元分层结构<sup>[1]</sup>, 在温跃层呈负梯度分布, 在深海等温层呈正梯度分布, 这种声速结构有利于声波在水中折射反转, 形成深海会聚区效应. 对会聚区声传播损失、焦散结构以及传播时延的准确预报一直是水声学研究的重点, 深海的大深度特征容易满足射线声学的高频近似条件, 使射线方法被广泛用于研究会聚区的声场特性. Hale<sup>[2]</sup>最先用射线方法研究了会聚区的空间位置及场强增益. Brekhovskikh<sup>[3]</sup>给出了焦散线与聚焦因子的计算方法. Urick<sup>[4]</sup>对不同声源深度下会聚区的焦散结构进行了研究.

张仁和<sup>[5-7]</sup>提出适合快速计算的广义相积分理论, 并解决了 Wenzel-Kramers-Brillouin (WKB) 近似下声强在会聚区发散的问题. Bongiovanni 等<sup>[8]</sup>将温度参数嵌入射线模型, 研究了海水温度对会聚区宽度与位置的影响. 在 2014 年的南海实验中, 大深度 (3146 m) 矢量水听器接收到了下反转点会聚区的声信号<sup>[9]</sup>, 随后朴胜春等<sup>[10]</sup>用射线-简正波理论研究了实验中下反转点会聚区的焦散结构及传播损失大小. 对会聚区的形成机理有了充分认识后, 海洋环境对会聚区的影响也逐步得到了重视. 张青青等<sup>[11]</sup>分析南海北部的声传播实验数据, 发现跨海沟条件下声场有特殊的会聚效果. 张鹏等<sup>[12]</sup>在南海实验中观察到了不同于深海折射型会聚区的海底反射型声会聚现象, 进一步研究了起伏海底

\* 国家自然科学基金 (批准号: 12174078, 11974286) 和哈尔滨工程大学博士研究生科研创新基金 (批准号: XK2050021016) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: [lijia.gong@hrbeu.edu.cn](mailto:lijia.gong@hrbeu.edu.cn)

地形对会聚区位置与声强的影响. 杨帆等<sup>[13]</sup>利用谱系聚类方法将北大西洋声速剖面分为六类, 研究了不同类型声速剖面下的会聚区声场特征. 中尺度涡、内波与锋面等海洋动力学过程也会改变会聚区的位置与传播损失<sup>[14–16]</sup>. 此外, 对于远距离声传播, 地球曲率对会聚区位置、传播损失以及传播时延有显著影响<sup>[17]</sup>.

上述工作主要侧重于研究中高频段会聚区的形成机理及海洋环境对会聚区的影响, 当声波频率变低时, 会聚区的位置也会随频率改变而发生明显变化. Guthrie 等<sup>[18]</sup>曾在实验中观察到 13.89, 111.10 Hz 两个频率下的会聚区位置不一致. 此外, 张海刚等<sup>[19]</sup>进一步研究发现, 低频时会聚区位置由声波频率与声源深度决定, 经过理论推导给出了不同声源深度下会聚区发生水平偏移时对应的频率上限, 但没有揭示发生该现象的物理机理. 上述现象很难用经典射线理论解释, 因为经典射线理论不包含与频率有关的衍射项, 计算得到的焦散结构与实际情况不符<sup>[20]</sup>. 简正波理论虽然是波动方程的精确解, 但计算结果没有射线理论简洁直观, 无法描述会聚区的空间几何特征. 高频时将本征函数通过 WKB 近似与声线等效可以一定程度兼顾简正波与射线理论的分析优势<sup>[21]</sup>, 但频率变低时这种等效关系会发生明显失真<sup>[22,23]</sup>. 目前尚未见到低频条件下深海会聚区焦散结构形成机理的研究.

经典射线分析方法的局限性在浅海波导 (高频近似条件不容易满足) 中尤为明显, 但研究发现用反射相移可以修正声线的跨距与时延<sup>[24–26]</sup>. Murphy 与 Davis<sup>[27,28]</sup>还发现声线反转点靠近波导界面时会因声衍射而产生反射相移, 并进一步研究得到一个修正的射线理论 (modified ray theory, MRT). MRT 可以解释声线反转点靠近波导界面时的特殊声会聚现象<sup>[20]</sup>. 当声线反转点远离波导界面时, MRT 中声波经过反转点时的相移变为经典射线理论中的  $-\pi/2$  常数相移 (高频条件下的理想近似). 但本文的研究表明, 低频时声波经过反转点的相移看做常数时不能有效补偿声线的跨距、传播时延与群速度, 因此 MRT 对声线参数的修正仍然存在理论上的误差. 受上述研究启发, 为了能在低频条件下准确计算会聚区的焦散结构, 本文在 MRT 基础上, 利用非均匀平面波在反转点引入一个函数相移去补偿经典射线在反转点忽略的水平位移与相应时延, 从而使深海波导中的声线与简正

波能在低频条件下通过 WKB 方法建立准确的等效关系. 在此把 MRT 中反转点靠近波导界面时引起的反射相移与在反转点引入的函数相移统称为声衍射相移. 研究发现只有同时计及这两种声衍射相移后才能准确修正深海波导中声线的跨距、传播时延与群速度, 在此基础上给出了一种适合在低频条件下计算深海会聚区焦散结构的模型, 最后通过研究完整深海声道中不同类型会聚区在低频时的焦散结构, 揭示了低频时会聚区焦散结构的形成机理. 相关结论对研究深海低频远程声传播规律与解决深海低频远程声探测问题有一定参考价值.

全文分为 5 节, 第 2 节为几种声传播模型及其之间的联系; 第 3 节分析经典射线理论在计算低频声场参数时的误差, 给出声衍射相移的定义, 并用声衍射相移修正声线跨距、传播时延与群速度, 在此基础上给出一种适合在低频条件下计算深海会聚区焦散结构的模型; 第 4 节研究低频条件下完整深海声道中会聚区的焦散结构, 揭示其形成机理; 第 5 节为本文结论.

## 2 深海声道模型与基本声传播理论

### 2.1 深海声道模型

全文只考虑距离无关的深海声道模型, 海深  $H = 5000$  m, 海底为液态半无限空间, 海底声速  $c_{\text{bot}} = 1700$  m/s, 纵波衰减  $\alpha_{\text{bot}} = 0.6$  dB/ $\lambda$ ,  $\lambda$  为声波波长, 海底密度  $\rho_{\text{bot}} = 1.7$  g/cm<sup>3</sup>, 海水密度  $\rho_{\text{sea}} = 1$  g/cm<sup>3</sup>. 声速分布由 Munk 模型<sup>[1]</sup>给出, 其一般形式为

$$c(z) = C_1[1 + \varepsilon(\eta + e^{-\eta} - 1)], \quad (1)$$

式中  $C_1$  为声道轴声速;  $\varepsilon = B\gamma_A/2 = 7.41 \times 10^{-3}$ ,  $B = 1300$  m 为标度深度,  $\gamma_A = 1.14 \times 10^{-5}$  m<sup>-1</sup> 为绝热环境下的声速梯度;  $\eta = 2(z - z_1)/B$  为量纲一的距离参数,  $z_1$  为声道轴深度.  $z_1$  取 1200 m,  $C_1$  取 1500 m/s, 得到图 1 所示 Munk 声速剖面, 共轭深度为 4117 m, 共轭深度到海底的垂直距离为深度余量.

### 2.2 基本声传播理论

声场的谱积分表示有非常明确的物理意义与理论分析优势. 对时间因子为  $e^{-j\omega t}$  的简谐点源声场,  $\omega$  为角频率, 利用 Fourier-Bessel 变换与 Hankel

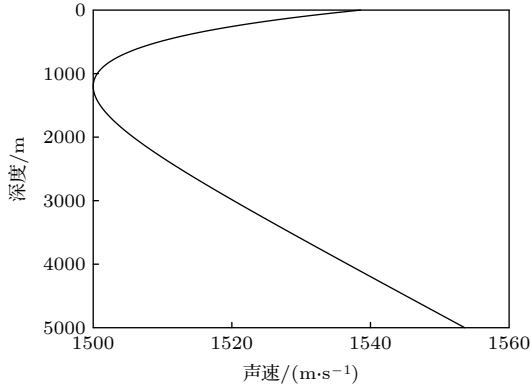


图 1 Munk 声速剖面

Fig. 1. Munk sound speed profile.

函数的渐近展开式在柱对称坐标系下求解 Helmholtz 方程得<sup>[29]</sup>:

$$p(r, z) = \sqrt{\frac{2}{\pi r}} e^{-i\frac{\pi}{4}} \int_{-\infty}^{+\infty} Z(k_r, z) e^{ik_r r} \sqrt{k_r} dk_r, \quad (2)$$

式中,  $p(r, z)$  表示水平距离  $r$ 、深度  $z$  处的声压; 水平波数  $k_r = \omega/c_p$ ,  $c_p$  为相速度;  $i$  为虚数单位.

用 WKB 近似表示深度函数  $Z(k_r, z)$ :

$$Z(k_r, z) \approx A \frac{e^{\pm i \left[ \int_{z_0}^z k_z(z) dz + \frac{\pi}{4} \right]}}{\sqrt{k_z(z)}}, \quad (3)$$

式中,  $+$  表示上行波,  $-$  表示下行波;  $\pi/4$  为高频时用三角函数近似 Airy 函数时引入的相位修正项, 所以高频近似下声波经过反转点时相位变化为  $-\pi/2$ ;  $A$  为幅度系数,  $z_0$  为声源深度,  $k_z$  为垂直波数, 其表达式为

$$k_z^2 = k^2(z) - k_r^2, \quad (4)$$

其中,  $k(z) = \omega/c(z)$  为介质波数. 将 (3) 式代入 (2) 式得到射线理论方程<sup>[29]</sup>:

$$p(r, z) = A \sqrt{\frac{2}{\pi r}} e^{-i\frac{\pi}{4}} \times \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{i \left\{ \pm \left[ \int_{z_0}^z k_z(z) dz + \frac{\pi}{4} \right] + k_r r \right\}}}{\sqrt{k_z(z)}} \sqrt{k_r} dk_r. \quad (5)$$

假设声源在声道轴上方, 则上述积分的相位可写为

$$\phi_{\text{ray}} = \pm \int_a^{z_0} k_z(z) dz + 2j \left[ \int_a^b k_z(z) dz - \frac{\pi}{2} \right] + k_r r, \quad (6)$$

式中  $j$  表示声线走过的跨距个数,  $a, b$  分别为上下反转点深度. 根据稳相点条件<sup>[6,7,27]</sup>:

$$\frac{\partial \phi_{\text{ray}}}{\partial k_r} = 0, \quad (7)$$

得到声线走过的水平距离, 即

$$\begin{aligned} r_{\text{ray}} &= \pm \int_a^{z_0} \frac{k_r}{k_z(z)} dz + 2j \int_a^b \frac{k_r}{k_z(z)} dz \\ &= r(z_0) + 2j \int_a^b \frac{\cos \theta_0}{\sqrt{c_0^2/c^2(z) - \cos^2 \theta_0}} dz, \end{aligned} \quad (8)$$

式中,  $c_0$  为声源处声速;  $\theta_0$  为声线出射掠射角,

$$\theta_0 = \arccos \left[ \frac{k_r}{k(z_0)} \right]. \quad (9)$$

为简化后文公式推导, 记上反转点到声源与接收器的水平距离以及声线跨距分别为

$$L_0 = \int_a^{z_0} \frac{\cos \theta_0}{\sqrt{c_0^2/c^2(z) - \cos^2 \theta_0}} dz, \quad (10a)$$

$$L_z = \int_a^z \frac{\cos \theta_0}{\sqrt{c_0^2/c^2(z) - \cos^2 \theta_0}} dz, \quad (10b)$$

$$L = 2 \int_a^b \frac{\cos \theta_0}{\sqrt{c_0^2/c^2(z) - \cos^2 \theta_0}} dz. \quad (10c)$$

根据等相位面条件<sup>[30]</sup>, 忽略相速度的频散效应, 求得声线传播时延:

$$\begin{aligned} t_{\text{ray}} = \frac{\partial \phi_{\text{ray}}}{\partial \omega} &= \pm \int_a^{z_0} \sqrt{\frac{1}{c^2(z)} - \frac{1}{c_p^2}} dz \\ &+ 2j \int_a^b \sqrt{\frac{1}{c^2(z)} - \frac{1}{c_p^2}} dz + \frac{r_{\text{ray}}}{c_p}, \end{aligned} \quad (11)$$

则声线在一个跨距内的传播时延为

$$T = 2 \int_a^b \sqrt{\frac{1}{c^2(z)} - \frac{1}{c_p^2}} dz + \frac{L}{c_p}. \quad (12)$$

联立 (10c) 式与 (12) 式得到声线的群速度:

$$v_{g, \text{ray}} = \frac{L}{T}. \quad (13)$$

至此得到声线的出射掠射角、跨距、传播时延与群速度的表达式, 可以看到, 经典射线理论中这些物理量均与频率无关.

只考虑环路积分的离散谱 ( $k_{rn} = \omega/c_{pn}$ ,  $c_{pn}$  为离散化的相速度) 贡献时, (2) 式变为简正波级数解<sup>[29]</sup>:

$$p(r, z) = \sqrt{\frac{2}{\pi r}} e^{-i\frac{\pi}{4}} \sum_n \phi_n(z_0) \phi_n(z) \frac{e^{ik_{rn} r}}{\sqrt{k_{rn}}}, \quad (14)$$

式中,  $\varphi_n$  为本征函数,  $n$  为简正波阶数. 按照 WKB

方法<sup>[21]</sup>, 本征函数可写为

$$\phi_n(z) = B_1 \frac{e^{i \int_0^z k_{zn}(z) dz}}{\sqrt{k_{zn}(z)}} + B_2 \frac{e^{-i \int_0^z k_{zn}(z) dz}}{\sqrt{k_{zn}(z)}}, \quad (15)$$

式中  $B_1$  与  $B_2$  为幅度系数,  $k_{zn}$  为离散的垂直波数. 将 (15) 式代入 (14) 式得到第  $n$  阶模态的相位表达式:

$$\phi_n = \pm \int_{z_0}^z k_{zn}(z) dz + k_{rn} r. \quad (16)$$

可以发现 (16) 式与 (6) 式具有相同的形式, 根据 WKB 近似方法, 每阶模态被表示为一个上行波与一个下行波, 声波走过的跨距、传播时延与群速度分别由 (10) 式—(13) 式确定.

简正波的相长干涉周期等效为对应声线的跨距<sup>[21]</sup>, 其表达式为

$$R_{n,n+1} = \frac{2\pi}{k_{r(n+1)} - k_{rn}}. \quad (17)$$

简正波的群速度可以通过本征函数在深度方向对声速剖面的加权平均获得<sup>[31]</sup>:

$$v_{g\_mode} = \frac{k_{rn}}{\omega} \left[ \int_0^\infty \frac{\varphi_n^2(z)}{\rho} dz \middle/ \int_0^\infty \frac{\varphi_n^2(z)}{\rho c^2(z)} dz \right]. \quad (18)$$

在水中  $\rho = \rho_{sea}$ , 在海底  $\rho = \rho_{bot}$ . 联立 (17) 式与 (18) 式得到简正波相长干涉周期内的传播时延:

$$T_{mode} = \frac{R_{n,n+1}}{v_{g\_mode}}. \quad (19)$$

从 (17) 式—(19) 式可以看出, 相较于 (10) 式—(13) 式, 简正波解包含了频率的影响.

### 3 考虑声衍射相移影响的射线理论

#### 3.1 经典射线理论对声线跨距、传播时延与群速度的计算误差

从声线跨距、传播时延与群速度三个角度来讨论经典射线理论在处理低频声场时的局限性, 本文中的声线参数特指这 3 个物理量. 根据相速度的大小可以把在图 1 波导中传播的声线分为 3 类<sup>[19]</sup>:  $1500.0 \text{ m/s} < c_p < 1538.6 \text{ m/s}$  为不与波导界面相互作用的纯折射 (refracted-refracted, RR) 型声线;  $1538.6 \text{ m/s} < c_p < 1553.6 \text{ m/s}$  为经海面反射到达海底前折射反转 (refracted surface-reflected, RSR) 型声线;  $1553.6 \text{ m/s} < c_p < 1700.0 \text{ m/s}$  为海面海底反射 (surface-reflected bottom reflected, SRBR)

型声线.

图 2 给出了 30 Hz 与 100 Hz 时具有相同相速度的两阶本征模态以及声线轨迹, 两条水平虚线表示声线上下反转点所在的深度. 从图 2(a) 与图 2(b) 可以看出, 模态幅值在上下反转点外侧并不立刻为 0, 而是随深度呈指数关系衰减为 0, 这部分声能以非均匀平面波的形式传播<sup>[6]</sup>, 并且频率越高, 非均匀平面波随深度衰减的速度越快, 模态的吉布斯现象<sup>[32]</sup>越明显. 从图 2(c) 可以看出, 声线在上下反转点与两条水平虚线相切, 表明经典射线理论描述的声场中, 在反转点外侧没有额外的声能到达, 有声区与声影区的界限清晰明显.

图 2(c) 声线上下反转点外侧的箭头表示实际声场中存在的非均匀波, 非均匀波在深度方向具有一定的分布范围. 定义从上下反转点到非均匀波幅值衰减为 0 的深度范围分别为

$$\varepsilon_a = \int_0^a \{1 - \delta[\varphi(z)]\} dz, \quad (20a)$$

$$\varepsilon_b = \int_b^H \{1 - \delta[\varphi(z)]\} dz, \quad (20b)$$

式中  $\delta$  为 Dirac 函数:

$$\delta[\varphi(z)] = 1, \quad \varphi(z) = 0, \quad (21a)$$

$$\delta[\varphi(z)] = 0, \quad \varphi(z) \neq 0. \quad (21b)$$

从 (18) 式可知, 非均匀波的幅值对群速度有一定的加权贡献, 低频时  $\varepsilon_a$  与  $\varepsilon_b$  较大, 经典射线理论忽略了这部分非均匀波的加权贡献, 所以对群速度的计算会产生较为明显的误差. 当声波到达反转点时, 以非均匀波的形式水平传播一段距离, 经典射线忽略了这部分水平位移的影响, 对声线传播距离与传播时延也会产生较为明显的误差.

此外, 当反转点靠近波导界面时, 非均匀波会先于反转点与波导边界接触, 以图 2(c) 中下反转点外的非均匀波为例, 假如在蓝色虚线的位置有一个虚拟的海底界面, 此时一部分非均匀波已经侵入海底, 侵入的部分用  $\varepsilon_{bot}$  表示. 侵入波导界面的非均匀波将根据波导界面的性质发生相应的反射, 此时将产生额外的反射相移, 低频时这部分相移对声线参数也会有明显贡献, Murphy 与 Davis<sup>[27,28]</sup> 对这部分内容做了详细讨论, 但并没有考虑到  $\varepsilon_a$  与  $\varepsilon_b$  对声线参数产生的影响.



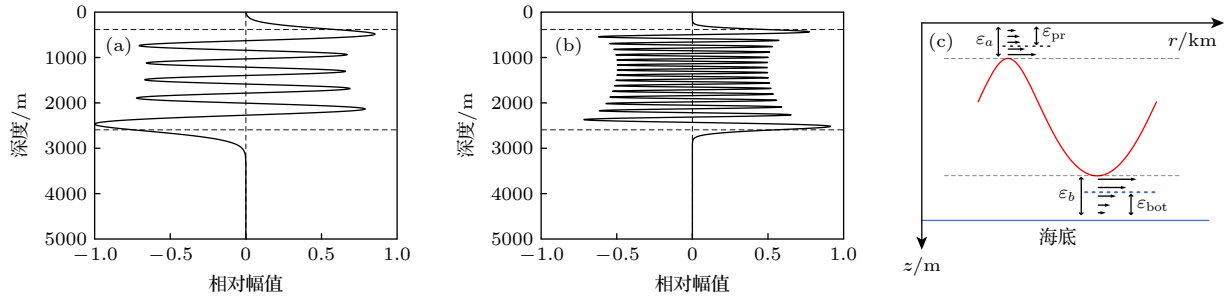


图 2 不同频率下的本征函数与声线轨迹示意图 (a) 30 Hz 时的 RR 型模式; (b) 100 Hz 时的 RR 型模式; (c) 与本征函数对应的声线轨迹

Fig. 2. Eigenfunctions at different frequencies and schematic diagram of a sound ray trace: (a) RR mode at 30 Hz; (b) RR mode at 100 Hz; (c) a ray corresponding to the eigenfunction.

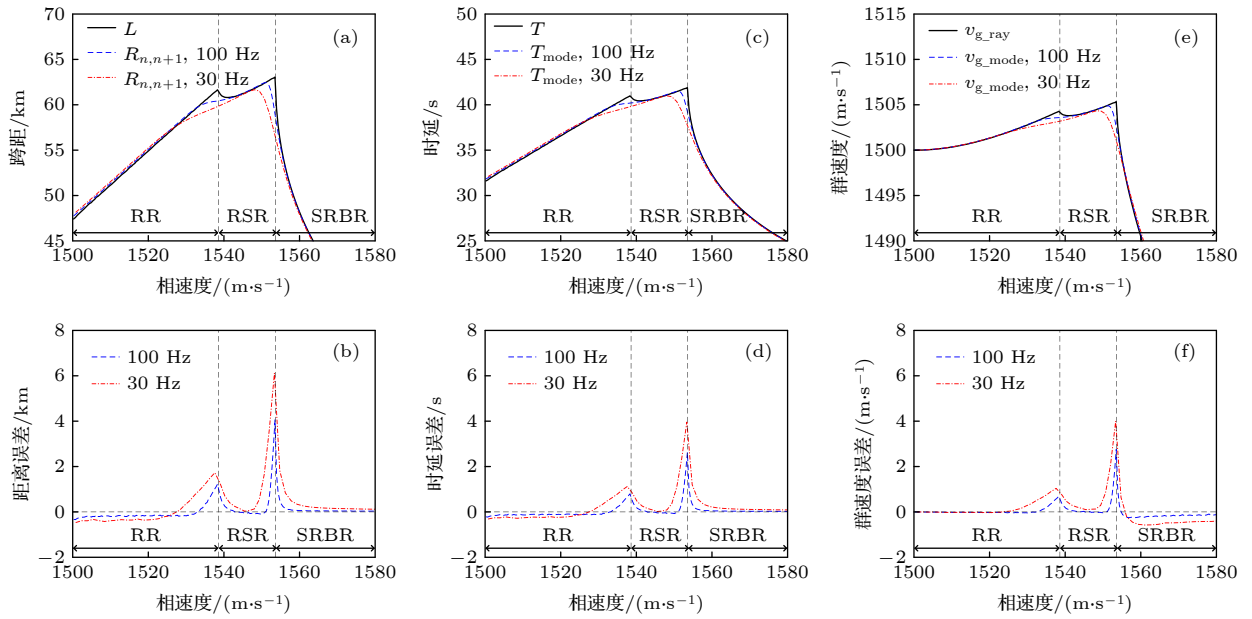


图 3 不同频率下经典射线理论与简正波理论的计算结果以及经典射线理论的计算误差 (a) 声线跨距; (b) 距离误差; (c) 传播时延; (d) 传播时延误差; (e) 群速度; (f) 群速度误差

Fig. 3. Calculation results of classical ray theory and normal mode theory at different frequencies and the calculation errors of classical ray theory: (a) Ray skip distance; (b) distance error; (c) traveling time; (d) traveling time error; (e) group velocity; (f) group velocity error.

通过总结得到 3 种声波经过反转点时的物理图像:

1) 经典射线: 入射波 → 反转点 → 反射波 → 产生  $-\pi/2$  常数相移;

2) MRT: 入射波 → 反转点 → 反转点靠近波导界面时, 非均匀波经波导界面反射而引起相应的水平位移 → 反射波 → 在  $-\pi/2$  常数相移基础上计及了额外的反射相移 (图 2(c) 中  $\varepsilon_{pr}$  与  $\varepsilon_{bot}$  的贡献,  $\varepsilon_{pr}$  表示上反转点外非均匀波侵入海面 (经海面反射) 的部分);

3) 本文: 入射波 → 反转点 → 以非均匀波形式水平传播一段距离 → 反射波 → 在 MRT 基础上

计及了声波以非均匀波形式传播时产生的相移 (图 2(c) 中  $\varepsilon_a$  与  $\varepsilon_b$  的贡献).

图 3(a), (c), (e) 分别为不同频率下射线方法与简正波方法对声线跨距 (相长干涉周期)、传播时延与群速度的计算结果. 由于射线解与频率无关, 不同频率下的射线计算结果一致, 如图 3 中黑色实线所示. 以简正波的结果为真值, 图 3(b), (d), (f) 分别为不同频率下射线方法对跨距、传播时延与群速度的计算误差. 图 3 每幅子图中左侧黑色虚线表示海面声速 1538.6 m/s, 右侧虚线表示海底声速 (水中) 1553.6 m/s, 相速度由小到大接近波导界面声速时表明声线反转点在逐渐靠近波导界面. 以

30 Hz 为例, 当  $1500 \text{ m/s} < c_p < 1527 \text{ m/s}$  时误差均小于 0, 在其他相速度区间误差大于 0, 当相速度接近波导界面时, 误差达到极大值. 可以预见, 当频率逐渐升高时,  $\varepsilon_a$  与  $\varepsilon_b$  逐渐减小, 误差整体上将趋于零.

### 3.2 声衍射相移

通过 3.1 节的分析可知, 低频时非均匀波对声场参数有着重要影响, 首先其幅度对群速度有直接的加权贡献, 其次声波经过反转点时以非均匀波形式水平传播一段距离, 进而影响到声线的水平位移与时延. 通过观察非均匀波在深度方向的分布范围  $\varepsilon_a$  与  $\varepsilon_b$  以及图 3(b), (d) 发现, 声波经过反转点时以非均匀波形式水平传播的距离与相应时延与  $\varepsilon_a$ ,

$\varepsilon_b$  有着一致的变化规律, 之间相差一个与声速梯度有关的常数, 通过数值寻优确定常数的取值后, 在此结合模态本征函数定义上下反转点外声波以非均匀波形式水平传播时产生的相移分别为

$$\phi_a = \int c'(a)^{\frac{1}{4}} \varepsilon_a dk_r, \quad (22a)$$

$$\phi_b = \int c'(b)^{\frac{1}{4}} \varepsilon_b dk_r, \quad (22b)$$

式中  $c'(a)$  与  $c'(b)$  分别为上下反转点处的声速梯度.

根据 MRT, 反转点靠近绝对软边界 (海面) 时引起的反射相移可以写为 [27]

$$\phi_{pr} = -\frac{\pi}{2} - 2 \arctan \left[ \frac{Ai(-\tau)}{Bi(-\tau)} \right] + \frac{4}{3} \kappa \tau^{\frac{3}{2}}, \quad (23a)$$

靠近海底阻抗边界时引起的反射相移可以写为 [28]

$$\phi_{bot} = -2 \arctan \left[ \frac{Ai'(-\tau) + \frac{\rho_{sea}}{\rho_{bot}} \sqrt{\frac{c_0^2}{c_{bot}^2} - \frac{k_r^2}{k_0^2}} / \sqrt{\frac{c_0^2}{c_w^2} - \frac{k_r^2}{k_0^2}} \sqrt{|\tau|} Ai(-\tau)}{Bi'(-\tau) + \frac{\rho_{sea}}{\rho_{bot}} \sqrt{\frac{c_0^2}{c_{bot}^2} - \frac{k_r^2}{k_0^2}} / \sqrt{\frac{c_0^2}{c_w^2} - \frac{k_r^2}{k_0^2}} \sqrt{|\tau|} Bi(-\tau)} \right] - \frac{\pi}{2} + \frac{4}{3} \kappa \tau^{\frac{3}{2}}. \quad (23b)$$

(23) 式中  $Ai$  与  $Bi$  分别表示 Airy 函数与 Biry 函数,  $\tau$  为 Airy (Biry) 函数宗量, 当反转点在波导内部时:

$$\tau = - \left[ \frac{3}{2} \int_0^a \sqrt{k_r^2 - k^2(z)} dz \right]^{\frac{2}{3}}, \quad a > 0, \quad (24a)$$

$$\tau = - \left[ \frac{3}{2} \int_b^H \sqrt{k_r^2 - k^2(z)} dz \right]^{\frac{2}{3}}, \quad b < H. \quad (24b)$$

当反转点超出波导边界时需要将声速剖面进行延伸, 此时

$$\tau = \left[ \frac{3}{2} \int_a^0 \sqrt{k^2(z) - k_r^2} dz \right]^{\frac{2}{3}}, \quad a < 0, \quad (24c)$$

$$\tau = \left[ \frac{3}{2} \int_H^b \sqrt{k^2(z) - k_r^2} dz \right]^{\frac{2}{3}}, \quad b > H. \quad (24d)$$

$\tau = 0$  表示反转点恰好位于波导边界,  $|\tau|$  越大表示反转点离波导边界越远. 在 (24c) 式与 (24d) 式中,  $|\tau|$  越小还可理解为声波的入射角越大. 根据 MRT 理论, 声波以大入射角入射到界面时也将产生反射相移 [27,28], 但  $\tau$  的取值与频率有关, 不同频率下的大入射角入射条件也不同. 为了方便叙述, 在此给出一个声波满足大入射角入射的判断:

$$\phi_{pr}(\tau) \neq -\pi, \quad (25a)$$

$$\phi_{bot}(\tau) \neq 0. \quad (25b)$$

对于任意频率的声波, 当  $\tau$  满足 (25) 式时, 认为声波以大入射角入射到波导界面, 此时根据该频率下  $\tau$  的取值范围就可以确定声线入射角 (或相速度) 的取值范围.

$\kappa$  的取值与反转点与波导界面的相对位置有关:

$$\kappa = 0, \quad \begin{cases} a > 0, \\ b < H, \end{cases} \quad (26a)$$

$$\kappa = 1, \quad \begin{cases} a < 0, \\ b > H. \end{cases} \quad (26b)$$

很明显, 无法用经典射线理论解释 (22) 式与 (23) 式的产生机理. 1974 年, Murphy 和 Davis [27,28] 把 (23) 式的产生归结为声衍射效应. 反转点外的非均匀波通常被认为是声能在影区的泄漏, 被视为一种声衍射效应, 通过引入复射线或衍射声线可合理解释影区内的声场 [33,34]. 为了叙述方便, 在此把 (22) 式与 (23) 式合并称为声衍射相移. 声衍射相移影响声场参数的显著特点是: 随频率升高相移对声场参数的影响逐渐减小, 当频率足够高时衍射相移的影响通常可以忽略.

### 3.3 采用衍射相移修正声线的跨距、传播时延与群速度

重新利用稳相点条件, 得到上下反转点处声波以非均匀波形式传播时的水平位移  $r_a$  与  $r_b$ , 以及海面海底反射相移引起的声线水平位移  $r_{pr}$  与  $r_{bot}$ :

$$r_{a,b,pr,bot} = \frac{\partial \phi_{a,b,pr,bot}}{\partial k_r}. \quad (27)$$

重新利用等相位面条件, 得到上下反转点处声波以非均匀波形式传播产生的时延  $t_a$  与  $t_b$ , 以及海面海底反射相移对传播时延的贡献  $t_{pr}$  与  $t_{bot}$ :

$$t_{a,b,pr,bot} = \frac{\partial \phi_{a,b,pr,bot}}{\partial \omega}. \quad (28)$$

图 4(a) 中蓝色点线为 30 Hz 时  $r_a$  的取值情况, 由 (22a) 式与 (27) 式可以看出,  $r_a$  的大小与声速梯度以及非均匀波是否接触波导界面有关. 根据非均匀波是否接触波导界面将相速度区间分为两种, 当  $1500 \text{ m/s} < c_p < 1519 \text{ m/s}$  时, 非均匀波不与海面接触. 当  $c_p > 1519 \text{ m/s}$  时, 非均匀平面波开始接触海面, 相速度越大非均匀波经海面反射的部分越多,  $r_a$  迅速呈线性减小. 当  $c_p = 1538.6 \text{ m/s}$  时, 上反转点与海面相切, 非均匀平面波全部经海面反射,  $r_a = 0$ . 图 4(a) 中黑色虚线表示 30 Hz 时  $r_b$  的取值情况, 当  $1500 \text{ m/s} < c_p < 1544 \text{ m/s}$  时,

非均匀波不与海底接触. 当  $c_p > 1544 \text{ m/s}$  时, 非均匀波开始接触海底, 随着相速度增大,  $r_b$  迅速呈线性减小. 当相速度  $c_p = 1553.6 \text{ m/s}$  时, 下反转点与海底相切, 非均匀平面波全部经海底反射,  $r_b = 0$ . 图 4(a) 中红色实线与绿色虚线分别表示 100 Hz 时  $r_a$  与  $r_b$  的取值情况, 曲线随相速度的变化规律与 30 Hz 时一致, 只是由于频率变高, 非均匀波的分布范围  $\varepsilon_1$  变小, 对传播距离的贡献变小, 同时接触界面时的相速度变大. 当相速度  $c_p > 1530 \text{ m/s}$  时上反转点外非均匀平面波开始接触海面,  $c_p > 1550 \text{ m/s}$  时下反转点外非均匀平面波开始接触海底.

图 4(c) 中蓝色点线为 30 Hz 时  $r_{pr}$  的取值, 根据上文分析, 当  $1500 \text{ m/s} < c_p < 1519 \text{ m/s}$  时声波不接触海面, 没有产生反射相移. 当  $c_p > 1519 \text{ m/s}$  时, 非均匀波开始接触海面产生反射相移, 随着相速度增大, 非均匀波经海面反射的部分增加,  $r_{pr}$  迅速增加. 当  $c_p = 1538.6 \text{ m/s}$  时, 非均匀波完全经海面反射,  $r_{pr}$  达到最大. 随着相速度继续增大, 当  $1538.6 \text{ m/s} < c_p < 1568.0 \text{ m/s}$  时, 声波满足大入射角入射条件 (25a) 式. 根据 MRT 可知, 大入射角入射时仍然会产生海面反射相移 [27,28], 随着相速度增大, 声波入射角逐渐变小,  $r_{pr}$  呈指数减小. 当

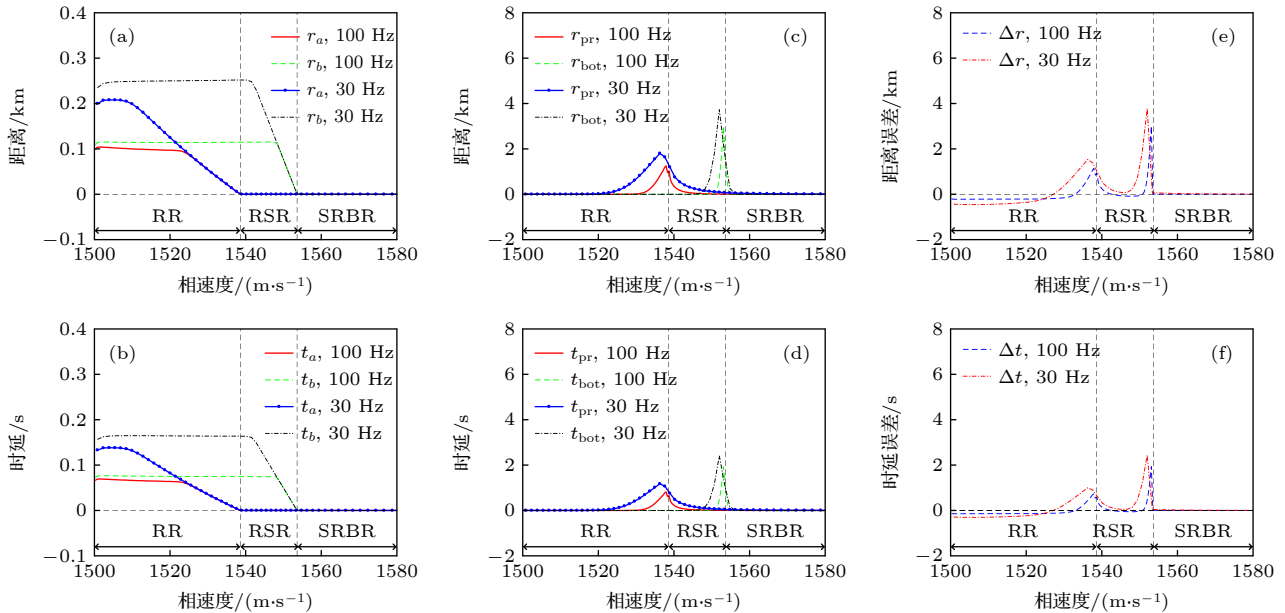


图 4 不同频率下声衍射对距离与时延的贡献 (a)  $\phi_a$  与  $\phi_b$  对传播距离的贡献; (b)  $\phi_a$  与  $\phi_b$  对传播时延的贡献; (c)  $\phi_{pr}$  与  $\phi_{bot}$  对传播距离的贡献; (d)  $\phi_{pr}$  与  $\phi_{bot}$  对传播时延的贡献; (e)  $\Delta r$ ; (f)  $\Delta t$

Fig. 4. Contribution of sound diffraction to propagation distance and traveling time at different frequencies: (a) Contribution of  $\phi_a$  and  $\phi_b$  to propagation distance; (b) contribution of  $\phi_a$  and  $\phi_b$  to traveling time; (c) contribution of  $\phi_{pr}$  and  $\phi_{bot}$  to propagation distance; (d) contribution of  $\phi_{pr}$  and  $\phi_{bot}$  to traveling time; (e)  $\Delta r$ ; (f)  $\Delta t$ .

$c_p > 1568$  m/s 时,  $\tau$  的绝对值较大, 大入射角入射条件被破坏, 声波近似在海面发生镜反射, 此时  $r_{pr} = 0$ . 图 4(c) 中黑色虚线表示 30 Hz 时  $r_{bot}$  的取值大小, 当  $1500$  m/s  $< c_p < 1544$  m/s 时, 声波不接触海底, 此时  $r_{bot} = 0$ . 当  $c_p > 1544$  m/s 时, 非均匀波开始接触海底产生反射相移, 随着相速度增大, 非均匀平面波经海底反射的部分增加,  $r_{bot}$  迅速增加. 当  $c_p = 1553.6$  m/s 时, 非均匀波完全经海底反射,  $r_{bot}$  达到最大. 同理, 当  $1553.6$  m/s  $< c_p < 1556.0$  m/s 时, 可以认为声波以大入射角入射到海底, 满足 (25b) 式, 此时伴随有海底反射相移的产生, 随着相速度增大, 声波入射角变小,  $r_{bot}$  近似呈指数减小. 当相速度大于  $1556$  m/s 后, 大入射角入射的条件被破坏,  $r_{bot} = 0$ . 图 4(c) 中红色实线与绿色虚线分别为 100 Hz 时  $r_{pr}$  与  $r_{bot}$  的取值情况, 相较于 30 Hz,  $r_{pr}$  与  $r_{bot}$  整体上变小, 产生反射相移的相速度区间变窄, 当  $1530$  m/s  $< c_p < 1556$  m/s 时由  $\phi_{pr}$  产生相应的水平位移, 在  $1550$  m/s  $< c_p < 1555$  m/s 时由  $\phi_{bot}$  产生相应的水平位移, 但整体变化规律与 30 Hz 时一致.

图 4(e) 中红色点划线与蓝色虚线分别为 30 Hz 与 100 Hz 时用衍射相移计算得到的一个跨距内的传播距离误差:

$$\Delta r = r_{pr} + r_{bot} - r_a - r_b. \quad (29)$$

随着相速度增大, 两种衍射相移对距离的贡献此消彼长,  $\Delta r$  的符号也在不断改变. 以 30 Hz 为例: ① 当  $1500$  m/s  $< c_p < 1519$  m/s 时,  $\theta_0$  较小, 上下反转点离波导边界面足够远, 反转点外的非均匀波不会触碰波导边界面, 在该区间内模态与相应声线均不受波导边界面的影响, 此时  $r_a > 0$ ,  $r_b > 0$ ,  $r_{pr} = r_{bot} = 0$ , 所以  $\Delta r < 0$ ; ② 当  $1519.0$  m/s  $< c_p < 1538.6$  m/s 时,  $\theta_0$  变大, 上反转点外的非均匀波开始触碰海面产生反射相移, 相速度增大时非均匀平面波经海面反射的部分增加,  $r_{pr}$  增大, 深度余量的存在使该相速度区间内下反转点离海底仍然足够远, 下反转点外侧的非均匀波不会与海底相互作用, 此时  $r_a > 0$ ,  $r_b > 0$ ,  $r_{pr} > 0$ ,  $r_{bot} = 0$ ; 当  $1519$  m/s  $< c_p < 1527$  m/s 时,  $r_a + r_b > r_{pr}$ ,  $\Delta r < 0$ ; 当  $c_p = 1527$  m/s 时,  $r_a + r_b = r_{pr}$ ,  $\Delta r = 0$ ; 当  $1527.0$  m/s  $< c_p < 1538.6$  m/s 时,  $r_a + r_b < r_{pr}$ ,  $\Delta r > 0$ ; ③ 当  $1538.6$  m/s  $< c_p < 1544.0$  m/s 时,  $\theta_0$  进一步增大, 上反转点消失, 声线在海面满足大入射角入射条

件 (25a) 式, 随着相速度增大, 入射角逐渐减小,  $r_{pr}$  逐渐减小, 该相速度区间内下反转点仍然离海底较远, 不产生海底反射相移, 此时  $r_a = 0$ ,  $r_{pr} > r_b > 0$ ,  $r_{bot} = 0$ ,  $\Delta r > 0$ ; ④ 当  $1544.0$  m/s  $< c_p < 1553.6$  m/s 时, 下反转点外侧的非均匀波开始触碰海底, 随着相速度增加, 下反转点外非均匀波经海底反射的部分增加,  $r_{bot}$  增大, 此时  $r_a = 0$ ,  $r_b > 0$ ,  $r_{pr} > 0$ ,  $r_{bot} > 0$ ,  $r_b < r_{pr} + r_{bot}$ ,  $\Delta r > 0$ ; ⑤ 当  $1553.6$  m/s  $< c_p < 1556$  m/s 时, 声线在海底满足大入射角入射条件 (25b) 式, 随着相速度增大, 入射角逐渐减小,  $r_{bot}$  逐渐减小, 此时  $r_a = 0$ ,  $r_b = 0$ ,  $r_{pr} > 0$ ,  $r_{bot} > 0$ ,  $\Delta r > 0$ ; ⑥ 当  $1556$  m/s  $< c_p < 1568$  m/s 时, 声线在海底不满足 (25b) 式, 此时  $r_a = 0$ ,  $r_b = 0$ ,  $r_{pr} > 0$ ,  $r_{bot} = 0$ ,  $\Delta r > 0$ ; ⑦ 当  $c_p > 1568$  m/s 时, 声线在海面不满足 (25a) 式, 此时  $r_a = 0$ ,  $r_b = 0$ ,  $r_{pr} = 0$ ,  $r_{bot} = 0$ ,  $\Delta r = 0$ .

与图 3(b) 相比, 图 4(e) 的计算结果整体上符合真实误差, 但需要强调的是, 理想情况下, 图 4(c) 与图 4(d) 中曲线的两个峰值都应该出现在两条垂直虚线的位置, 但 30 Hz 条件下, 简正波阶数较少, 相速度 (水平波数) 之间离散程度较大, 导致图 4(c) 与图 4(d) 中 30 Hz 对应的曲线峰值略微偏离实际位置. 同时由于边界参数在深度方向的不连续性, 在数值差分求解 (27) 式与 (28) 式时会产生比较明显的误差, 与图 3(b) 相比, 图 4(e) 中红色点划线第一个峰值偏小约 0.2 km, 第二个峰值偏小约 2.1 km. 当频率变大后, 简正波阶数增加, 相速度 (水平波数) 近似随阶数连续变化, 计算误差变小, 如图 4(c) 与图 4(d) 中 100 Hz 对应的曲线峰值均准确出现在垂直虚线的位置, 边界参数的不连续性对计算结果的影响也会降低, 与图 3(b) 相比, 图 4(e) 中蓝色虚线第一个峰值偏小约 0.1 km, 第二个峰值偏小约 0.8 km, 计算误差明显减小.

图 4(b), (d), (f) 为不同频率下声衍射相移对传播时延的贡献, 声线走过一个跨距的传播时延误差为

$$\Delta t = t_{pr} + t_{bot} - t_a - t_b. \quad (30)$$

除数值差异外, 传播时延曲线随相速度的变化规律与图 4(a), (c), (e) 中的规律一致, 在此不再赘述. 为便于下文定性分析焦散结构的分布特性, 表 1 整理了  $r_a$ ,  $r_b$ ,  $r_{pr}$ ,  $r_{bot}$  与  $\Delta r$  在不同频率下, 不同相速度区间内的取值符号.



表 1 不同频率下, 不同相速度区间内  $r_a$ ,  $r_b$ ,  $r_{pr}$ ,  $r_{bot}$  与  $\Delta r$  的取值符号

 Table 1. Values of  $r_a$ ,  $r_b$ ,  $r_{pr}$ ,  $r_{bot}$  and  $\Delta r$  in different phase velocity range at different frequencies.

相速度区间/(m·s <sup>-1</sup> )		$r_a$	$r_b$	$r_{pr}$	$r_{bot}$	$\Delta r$
30 Hz	100 Hz					
1500—1519	1500—1530	>0	>0	0	0	<0
1519—1527	1530—1533	>0	>0	>0	0	<0
1527.0—1538.6	1533.0—1538.6	>0	>0	>0	0	>0
1538.6—1544.0	1538.6—1543.0	0	>0	>0	0	>0
—	1543—1550	0	>0	>0	0	<0
—	1550—1551	0	>0	>0	>0	<0
1544.0—1553.6	1551.0—1553.6	0	>0	>0	>0	>0
1553.6—1556.0	1553.6—1555.0	0	0	>0	>0	>0
1556—1568	1555—1556	0	0	>0	0	>0
1568—1700	1556—1700	0	0	0	0	0

利用 (29) 式与 (30) 式对 (10c) 式与 (12) 式补偿后分别得到修正后的声线跨距与传播时延:

$$L^m = L - \Delta r, \quad (31)$$

$$T^m = T - \Delta t. \quad (32)$$

联立 (31) 式与 (32) 式, 可以得到衍射相移补偿后的群速度:

$$v_{g\_ray}^m = \frac{L^m}{T^m}. \quad (33)$$

图 5(a), (c), (e) 中红色圆圈为 30 Hz 时对声线跨距、时延与群速度的修正结果, 蓝色实线为相同频率下简正波的计算结果. 根据对图 4 的误差分析可知, 由于边界参数在深度方向的不连续变化以及低频时简正波离散程度较大, 相速度接近波导声速时的补偿误差较大, 导致图 5(a), (c), (e) 中靠近垂直虚线的个别点的修正结果不理想, 除此之外, 其他点与简正波的计算结果均拟合较好. 当频率升高后, 简正波阶数增加, 相速度 (水平波数) 近似随阶数连续变化, 边界参数不连续性的影响下降, 靠近垂直虚线的点的拟合误差变小, 见图 5(b), (d), (f).

通过分析总结可知, 经典射线理论的计算误差由两个方面引起: 1) 反转点远离波导界面时, 声波经过反转点以非均匀平面波的形式传播一段距离, 此时有相应的相移产生, 忽略 (22) 式会对相位的计算结果产生误差; 2) 反转点靠近波导界面时伴随有反射相移产生, 忽略 (23) 式对相位的计算结果也会产生误差. 只有同时计及这两种衍射相移才能准确修正经典射线理论在计算声线跨距、传播时延与群速度时的误差, 通过与简正波的计算结果对比验证了 (27) 式—(33) 式的有效性.

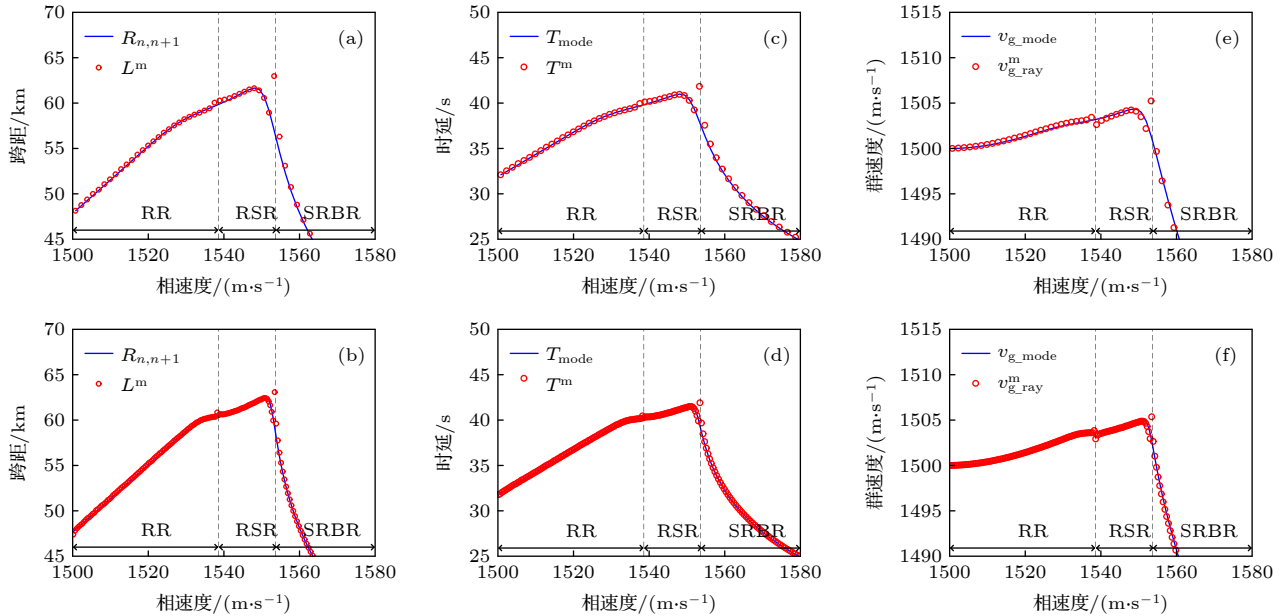


图 5 不同频率下利用衍射相移对声场参数的修正结果 (a) 30 Hz 时的声线跨距; (b) 100 Hz 时的声线跨距; (c) 30 Hz 时的传播时延; (d) 100 Hz 时的传播时延; (e) 30 Hz 时的群速度; (f) 100 Hz 时的群速度

Fig. 5. Correction results of sound field parameters by diffraction phase shift at different frequencies: (a) Ray skip distance at 30 Hz; (b) ray skip distance at 100 Hz; (c) traveling time at 30 Hz; (d) traveling time at 100 Hz; (e) group velocity at 30 Hz; (f) group velocity at 100 Hz.

### 3.4 考虑衍射相移影响的深海会聚区焦散结构计算模型

为便于讨论, 首先对会聚区简单地进行分类. 根据经典射线理论, 在图 1 所示的完整深海声道中, 单频点源产生的声强可以写为 [3]

$$I = \frac{I_0 \cos \theta_0}{r \sin \theta \left( \frac{\partial r}{\partial \theta_0} \right)}, \quad (34)$$

式中,  $I_0$  为单位距离上的声强. 接收器在声线反转点时满足 [5]:

$$\sin \theta = 0, \quad (35)$$

所以在反转点 (34) 式变为无穷大, 产生一次焦散, 形成反转点会聚区. 接收器在焦散线上时满足 [3]:

$$\frac{\partial r}{\partial \theta_0} = 0, \quad (36)$$

(34) 式再次变为无穷大, 形成焦散线会聚区. 此外, 按照声线类型的不同可以把会聚区分为 RR 型会聚区与 RSR 型会聚区, 根据会聚区相对于声道轴

的位置, 又可分为上会聚区与下会聚区.

为了研究声源在声道轴以上形成的 RR 型上会聚区, 张仁和 [6] 在 1982 年根据上反转点到声源与接收器的距离以及声线跨距总结出了以下 4 类 RR 型折射声线:

$$r_1 = jL + L_0 - L_z, \quad (37a)$$

$$r_2 = jL - L_0 + L_z, \quad (37b)$$

$$r_3 = jL - L_0 - L_z, \quad (37c)$$

$$r_4 = jL + L_0 + L_z. \quad (37d)$$

图 6 中红色曲线为  $j = 1$  时声源深度 500 m, 接收深度 1000 m 时 4 类 RR 型折射声线示意图, 水平虚线表示接收深度. 可以发现,  $r_1$  与  $r_2$  均有一个上反转点和一个下反转点,  $r_3$  只有一个下反转点,  $r_4$  有两个上反转点和一个下反转点. 这个思路很容易推广到 RSR 型声线,  $j = 1$  时, 对于 RSR 型声线,  $r_1$  与  $r_2$  均有一次海面反射和一个下反转点,  $r_3$  只有一个下反转点,  $r_4$  有两次海面反射和一个下反转点, 如图 6 中蓝色虚线所示.

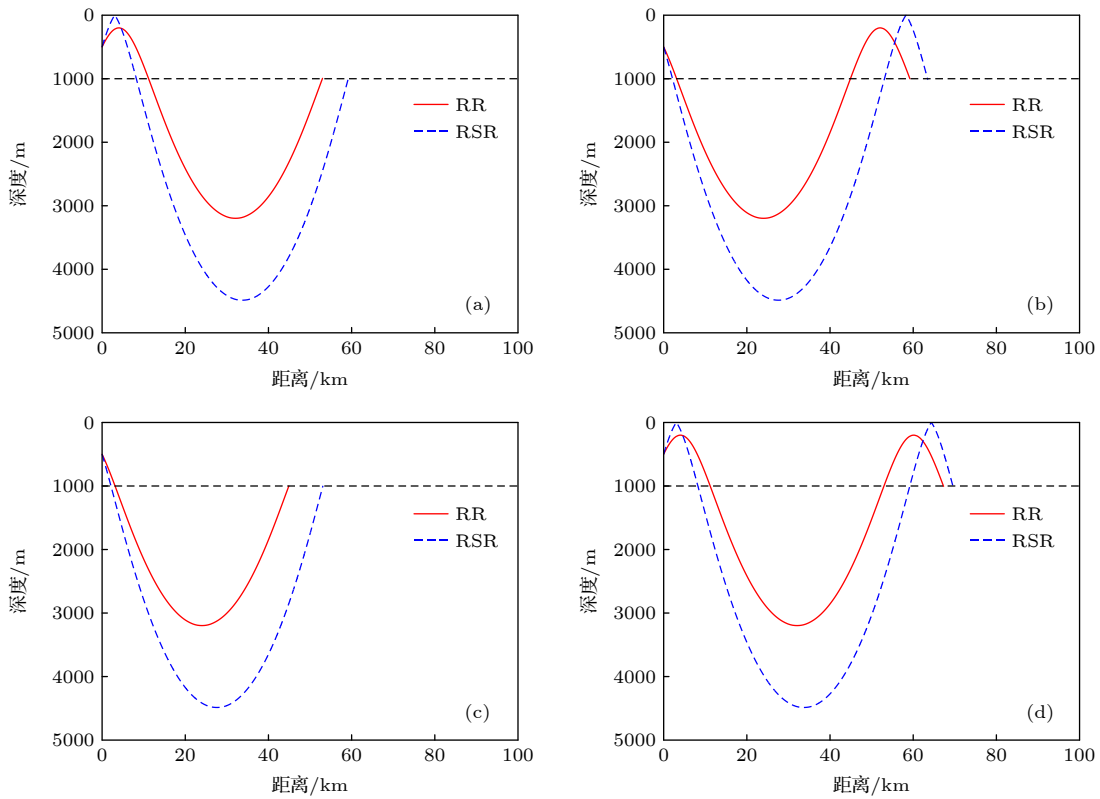


图 6 声源深度 500 m, 接收深度 1000 m 时的四类折射声线示意图 (a)  $r_1$ ; (b)  $r_2$ ; (c)  $r_3$ ; (d)  $r_4$

Fig. 6. Schematic diagram of four types of refracted rays where source depth is 500 m and receiver depth is 1000 m: (a)  $r_1$ ; (b)  $r_2$ ; (c)  $r_3$ ; (d)  $r_4$ .

结合图 6 中四类声线的特征, 利用 (27) 式与 (29) 式对 (37) 式修正后得:

$$r_1^m = j(L - \Delta r) + L_0 - L_z, \quad (38a)$$

$$r_2^m = j(L - \Delta r) - L_0 + L_z, \quad (38b)$$

$$r_3^m = j(L - \Delta r) + r_{pr} - r_a - L_0 - L_z, \quad (38c)$$

$$r_4^m = j(L - \Delta r) - r_{pr} + r_a + L_0 + L_z. \quad (38d)$$

从 (38) 式可以看出,  $r_a$  与  $r_b$  使声线与声源之间的水平距离增加,  $r_{pr}$  与  $r_{bot}$  使声线与声源之间的水平距离减小. 当  $L_z = 0$  时, (38) 式就是修正后反转点会聚区的位置. 当声线满足条件 (36) 式时, 则可以得到修正后的焦散线会聚区位置. 可以预见, 衍射相移的引入将重新改变经典射线理论中会聚区的位置, 当频率逐渐升高使衍射相移可以忽略时, (38) 式退化为 (37) 式.

#### 4 低频条件下会聚区的空间分布特征

反转点会聚区的位置计算相对简单, 本节主要以第一个上会聚区为例, (37) 式与 (38) 式中  $j$  取 1, 说明如何用第 3.4 节的方法计算低频条件下的

焦散线, 并讨论衍射相移对焦散线的影响.

##### 4.1 低频条件下 RR 型会聚区的焦散线

图 7 为声源深度 500 m, 接收深度 800 m 时不同频率下 RR 型声线在不同出射掠射角  $\theta_0$  下的水平距离. 高频时衍射相移的影响可以忽略, 从图 7 中的黑色实线 (Ray 表示高频) 可以看出,  $r_2$  与  $r_3$  类声线各有一个满足 (36) 式的极小值点, 如图 7(b) 与图 7(c) 中黑色箭头所示, 这表明在该深度  $r_2$  与  $r_3$  类声线将分别在 54.9 km 与 43.7 km 处发生交会形成焦散点. 图 7(b) 黑色实线上 54.9—56.2 km 范围内的每个距离处都有两条出射掠射角不同的  $r_2$  类声线到达, 这两条声线由于声程的不同将发生相长或相消 (或介于二者之间) 干涉, 距离小于 54.9 km 的区域为没有声线到达的声影区, 焦散点也通常被理解为有声区与声影区的一个边界点 [33]. 与图 7(b) 类似, 图 7(c) 黑色实线上 43.7—45.4 km 范围内的每个距离处也有两条声程不同的  $r_3$  类声线到达. 任何频率下  $r_1$  与  $r_4$  类声线在该深度均没有满足 (36) 式的点, 如图 7(a) 与图 7(d) 所示, 在该深度不形成焦散点.

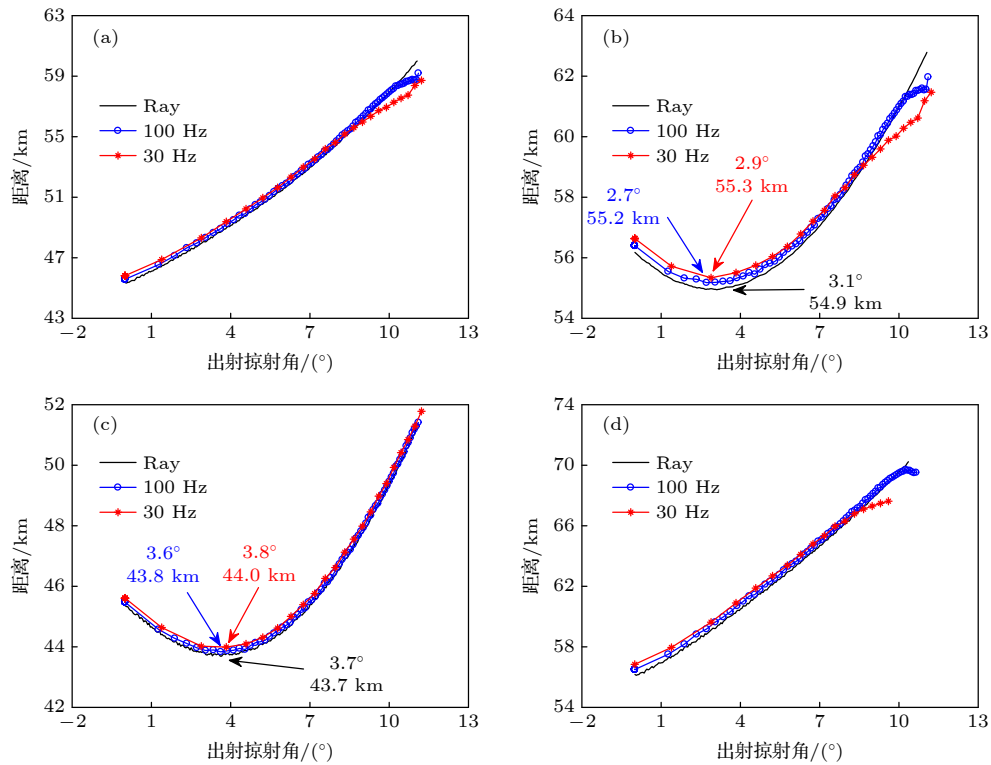


图 7 声源深度 500 m, 接收深度 800 m 时不同频率下 RR 型声线在不同出射掠射角下的水平距离 (a)  $r_1$ ; (b)  $r_2$ ; (c)  $r_3$ ; (d)  $r_4$

Fig. 7. The horizontal distance of RR rays under different initial grazing angles at different frequencies when sound source depth is 500 m and the receiver depth is 800 m: (a)  $r_1$ ; (b)  $r_2$ ; (c)  $r_3$ ; (d)  $r_4$ .

频率为 30 Hz 时, 对于  $r_2$  类声线, 由表 1 知, 受衍射相移的影响, 当  $1509.5 \text{ m/s} < c_p < 1527.0 \text{ m/s}$  (声源处声速为  $1509.5 \text{ m/s}$ , 根据折射定律, 对应  $0^\circ < \theta_0 < 8.7^\circ$ ) 时,  $r_{\text{bot}} = 0$ ,  $r_a + r_b > r_{\text{pr}} > 0$ , 使  $r_1^m > r_1$ ,  $r_2^m > r_2$ . 当  $\theta_0 = 8.7^\circ$  时,  $r_a + r_b = r_{\text{pr}}$ , 使  $r_1^m = r_1$ ,  $r_2^m = r_2$ . 当  $1527.0 \text{ m/s} < c_p < 1538.6 \text{ m/s}$  ( $8.7^\circ < \theta_0 < 11.2^\circ$ ) 时,  $r_{\text{bot}} = 0$ ,  $r_{\text{pr}} > r_a + r_b > 0$ , 使  $r_1^m < r_1$ ,  $r_2^m < r_2$ . 根据上述分析可知, 图 7(b) 中红色点线与黑色实线在  $\theta_0 = 8.7^\circ$  时相交: 当  $0^\circ < \theta_0 < 8.7^\circ$  时, 红色点线在黑色实线上方; 当  $8.7^\circ < \theta_0 < 11.2^\circ$  时, 红色点线在黑色实线下方. 30 Hz 时  $r_2$  类声线在  $\theta_0 = 2.9^\circ$  时出现一个极小值 55.3 km, 如图 7(b) 红色箭头所示, 比黑色实线的极小值略大, 这表明该焦散点会在高频结果的基础上向远离声源的方向水平偏移. 当  $j = 1$  时,  $r_3$  类声线由于只受  $r_b$  的影响, 所以图 7(c) 中红色点线始终在黑色实线上方, 并且在  $\theta_0 = 3.8^\circ$  时有一个极小值 44 km, 比黑色实线的极小值略大. 同理, 该焦散点相比于高频结果会向远离声源的方向水平偏移. 频率为 100 Hz 时, 声线的水平距离受衍射相移的影响变小, 计算结果更加趋近于高频情况, 如图 7 蓝色点线所示, 但声线的整体变化规律仍然与 30 Hz 时一致, 在此不过多赘述.

按照图 7 的方法, 遍历海面至声道轴 (1200 m) 整个深度求焦散点得到不同频率下 RR 型会聚区的焦散线, 如图 8(a) 所示. 图 8(a) 中黑色实线为高频条件下 RR 型会聚区的焦散线, 其中  $r_1$  类声线在海面至声源深度 (500 m) 之间形成一条焦散线,  $r_2$  类声线在声源深度至声道轴之间形成一条焦散线, 这两条焦散线在声源深度相交, 形成一个尖点聚焦<sup>[33,35]</sup>,  $r_3$  类声线在海面至声道轴之间形成一条焦散线. 图 8(a) 中红色点划线与蓝色虚线分别为 30 Hz 与 100 Hz 时考虑衍射相移后的 RR 型焦散线, 因为频率变低后简正波的离散程度变大, 简正波对应射线上的反转点深度并不能在 0—1200 m 范围内连续变化, 所以相较于经典射线解, 低频时  $r_1$  类焦散线与  $r_3$  类焦散线距离海面仍有一段距离.

从图 8(a) 还可以看出, 低频时  $r_2$  与  $r_3$  类焦散线均在黑色实线的右侧, 频率越低距离黑色实线越远. 30 Hz 时  $r_1$  类焦散线在 0—155 m (100 Hz 时为 0—90 m) 深度范围内在黑色实线左侧, 在 155—500 m (100 Hz 时为 90—500 m) 深度范围内在黑色实线的右侧. 以 30 Hz 时的焦散线为例进行分析. 当  $1527.0 \text{ m/s} < c_p < 1538.6 \text{ m/s}$  时, 对应声线上反转点深度范围为 0—155 m, 参考表 1, 此时  $r_{\text{pr}}$  的极大值会使  $r_1$  类声线产生新的焦散点,

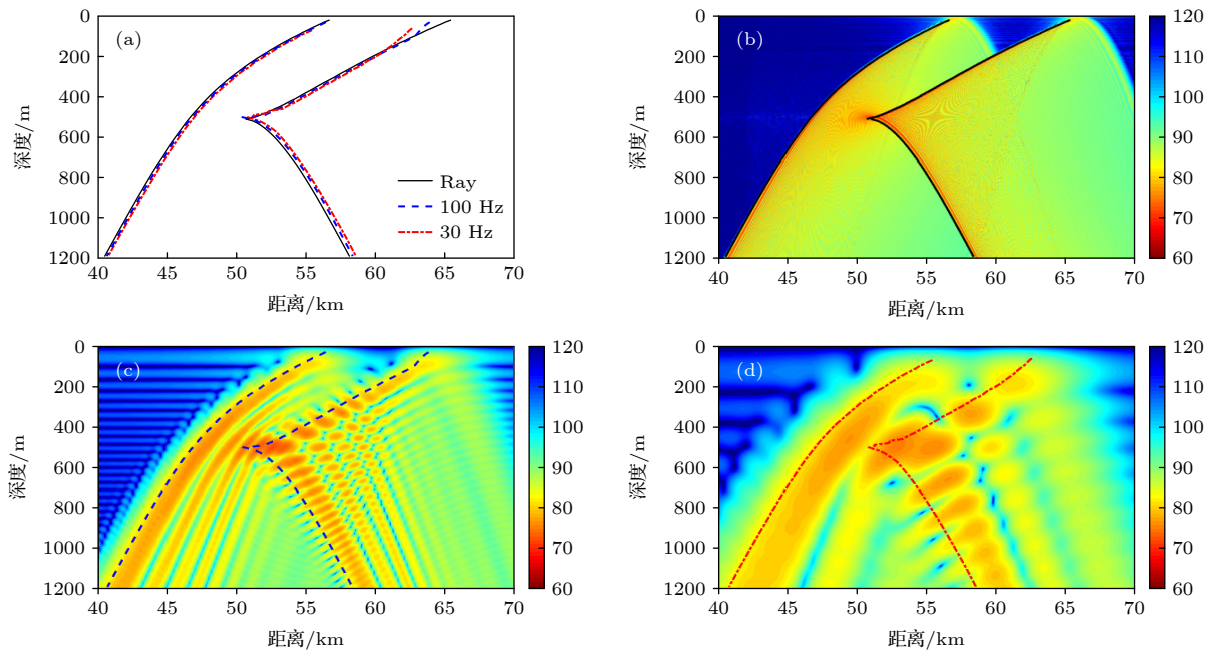


图 8 声源深度 500 m (a) 不同频率下 RR 型会聚区的焦散线; (b) 3 kHz 时的传播损失; (c) 100 Hz 时的传播损失; (d) 30 Hz 时的传播损失

Fig. 8. Source depth is 500 m: (a) RR caustics at different frequencies; (b) transmission loss at 3 kHz; (c) transmission loss at 100 Hz; (d) transmission loss at 30 Hz.



这些焦散点距离声源的水平距离相较于高频结果更近. 当  $1509.5 \text{ m/s} < c_p < 1527.0 \text{ m/s}$  情况下, 对应声线上反转点深度的范围为  $155\text{--}500 \text{ m}$ , 此时  $r_a + r_b > r_{pr} > 0$ ,  $r_{bot} = 0$ , 使  $r_1^m > r_1$ . 因此, 在  $0\text{--}155 \text{ m}$  范围内,  $r_1$  类焦散线主要受  $r_{pr}$  影响, 与高频结果相比距离声源更近, 在  $155\text{--}500 \text{ m}$  范围内,  $r_1$  类焦散线主要受  $r_a$  与  $r_b$  的影响, 在高频结果的基础上向远离声源的方向水平偏移. 遍历整个深度,  $r_2$  类焦散线均主要受  $r_a$  与  $r_b$  的影响, 可以参考图 7(b), 所以修正后的  $r_2$  类焦散线在高频结果基础上向远离声源方向水平偏移. 根据 (38c) 式可知, 当  $j=1$  时  $r_3$  类焦散线只受  $r_b$  的影响, 所以  $r_3$  类焦散线也会在高频结果基础上向远离声源的方向水平偏移. 频率升高后, 衍射效应减小, 焦散结构趋于 (37) 式的计算结果, 如图 8(a) 中蓝色虚线所示.

图 8(b)—(d) 为不同频率下 RR 型会聚区的传播损失, 把  $3 \text{ kHz}$  的声场视为高频声场, 图中曲线为对应频率下的焦散线, 可以看出, 在不同频率下焦散线均准确出现在伪彩图中低传播损失的橙红色高亮区域. 根据对图 7(b) 与图 7(c) 的分析可知, 由于在焦散线右侧一定距离范围内的每个距离点均有两条声程不同的声线到达, 伪彩图会呈现出亮暗相间的干涉图案. 从图 8(c) 与图 8(d) 中还可以看出, 在焦散线外侧仍有部分声能延伸到影区内, 这是因为低频时声能并不能完全限制在声线管束中传播, 会通过衍射效应泄漏至声线管束外侧, 这些声能随频率升高以及离开声线管束中心的距离迅速衰减, 通过复射线理论 [33,34] 可对其进行合理地解释.

焦散线作为有声区与声影区的分界线, 其变化

规律影响着会聚区的行为. 从图 8(a) 可以看出, 接收深度  $100 \text{ m}$  时, 频率越低,  $r_3$  类焦散线与声源的水平距离越远,  $r_1$  类焦散线在  $30 \text{ Hz}$  时距离声源最近,  $3 \text{ kHz}$  时其次,  $100 \text{ Hz}$  时距离声源最远, 接收深度  $800 \text{ m}$  时, 频率越低,  $r_3$  类和  $r_2$  类焦散线均与声源的水平距离越远.

选取图 8 中  $100 \text{ m}$  与  $800 \text{ m}$  两个深度的传播损失进一步验证 (38) 式的有效性. 图 9(a) 为不同频率下接收深度  $100 \text{ m}$  时的传播损失, 最左侧波峰受  $r_3$  类焦散线的约束, 其中  $3 \text{ kHz}$ ,  $100 \text{ Hz}$  与  $30 \text{ Hz}$  时波峰横坐标分别为  $54.3$ ,  $54.9$ ,  $55.5 \text{ km}$ , 频率越低波峰距离声源的水平距离越远. 图 9(a) 中最右侧波峰受  $r_1$  类焦散线约束, 其中  $3 \text{ kHz}$ ,  $100 \text{ Hz}$  与  $30 \text{ Hz}$  时波峰横坐标分别为  $62.9$ ,  $63.5$ ,  $61.6 \text{ km}$ , 可以看出,  $30 \text{ Hz}$  时波峰距离声源最近,  $3 \text{ kHz}$  时其次,  $100 \text{ Hz}$  时波峰距离声源最远. 图 9(b) 为不同频率下接收深度  $800 \text{ m}$  时的传播损失, 最左侧波峰受  $r_3$  类焦散线约束,  $3 \text{ kHz}$ ,  $100 \text{ Hz}$  与  $30 \text{ Hz}$  下波峰的横坐标分别为  $43.9$ ,  $44.9$ ,  $46.1 \text{ km}$ . 图 9(b) 最右侧波峰受  $r_2$  类焦散线约束,  $3 \text{ kHz}$ ,  $100 \text{ Hz}$  与  $30 \text{ Hz}$  下波峰的横坐标分别为  $55.5$ ,  $56.4$ ,  $57.4 \text{ km}$ , 这表明在接收深度  $800 \text{ m}$  时, 频率越低这些传播损失曲线波峰距离声源越远. 经分析, 图 9 中传播损失曲线波峰位置随频率的变化规律与图 8(a) 中焦散线位置随频率的变化规律一致.

#### 4.2 低频条件下 RSR 型会聚区的焦散线

图 10 为声源深度  $500 \text{ m}$ , 接收深度  $800 \text{ m}$  时不同频率下 RSR 型声线在不同出射掠射角下的水平距离. 从图 10 黑色实线可以看出, 高频时四类

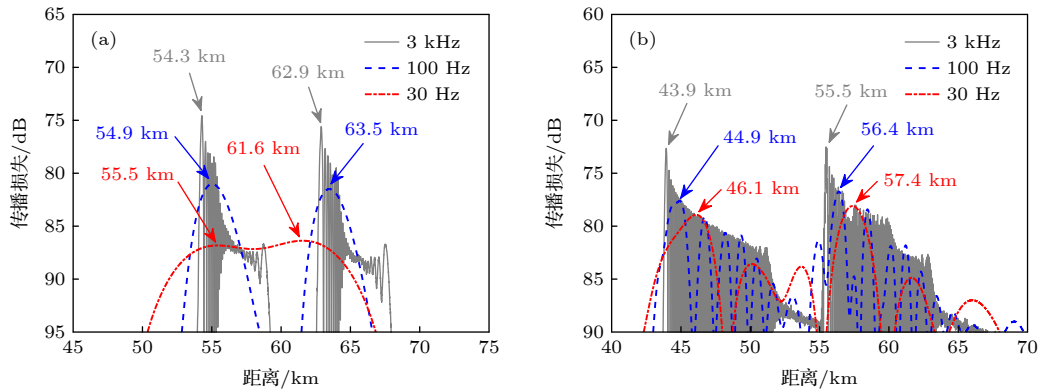


图 9 声源深度  $500 \text{ m}$  时不同频率下 RR 型会聚区的传播损失 (a) 接收深度  $100 \text{ m}$ ; (b) 接收深度  $800 \text{ m}$

Fig. 9. Transmission loss curves of RR convergence zones at different frequencies when source depth is  $500 \text{ m}$ : (a) Receiver depth is  $100 \text{ m}$ ; (b) receiver depth is  $800 \text{ m}$ .

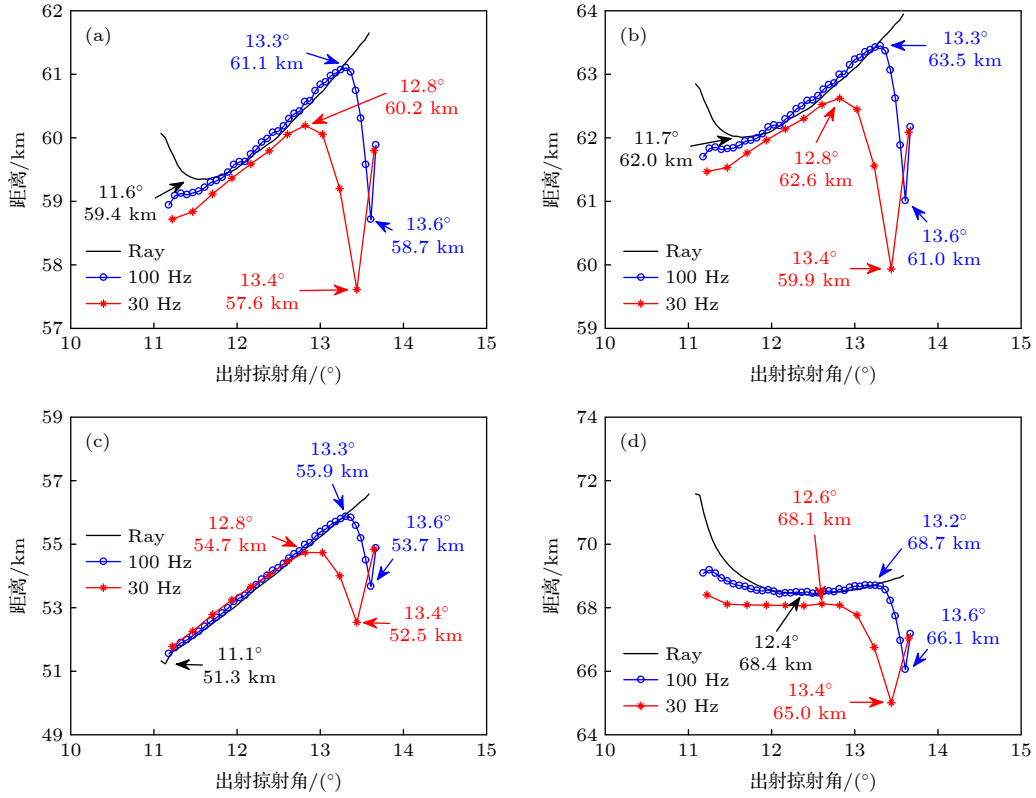


图 10 声源深度 500 m, 接收深度 800 m 时不同频率下 RSR 型声线在不同出射掠射角下的水平距离 (a)  $r_1$ ; (b)  $r_2$ ; (c)  $r_3$ ; (d)  $r_4$

Fig. 10. The horizontal distance of RSR rays under different initial grazing angles at different frequencies when sound source depth is 500 m and the receiver depth is 800 m: (a)  $r_1$ ; (b)  $r_2$ ; (c)  $r_3$ ; (d)  $r_4$ .

声线各有一个极小值, 如黑色箭头所示, 根据 (37) 式可知, 在该深度时  $r_1$ ,  $r_2$ ,  $r_3$  与  $r_4$  类声线将分别在 59.4, 62.0, 51.3, 68.4 km 处形成焦点。

频率为 100 Hz 时, 对于  $r_1$  类与  $r_2$  类声线, 如图 10(a), (b) 所示. 从表 1 可知, 受衍射相移的影响, 当  $1538.6 \text{ m/s} < c_p < 1543.0 \text{ m/s}$  ( $11.1^\circ < \theta_0 < 11.9^\circ$ ) 时,  $r_a = r_{\text{bot}} = 0$ ,  $r_{\text{pr}} > r_b > 0$ , 使  $r_1^m < r_1$ ,  $r_2^m < r_2$ , 蓝色点线在黑色实线下方. 当  $\theta_0 = 11.9^\circ$  时,  $r_{\text{pr}} = r_b$ , 使  $r_1^m = r_1$ ,  $r_2^m = r_2$ , 蓝色点线与黑色实线相交. 当  $1543 \text{ m/s} < c_p < 1551 \text{ m/s}$  ( $11.9^\circ < \theta_0 < 13.3^\circ$ ) 时,  $r_a = 0$ ,  $r_b > r_{\text{pr}} + r_{\text{bot}} > 0$ , 使  $r_1^m > r_1$ ,  $r_2^m > r_2$ , 蓝色点线在黑色实线上方. 当  $\theta_0 = 13.3^\circ$  时,  $r_b = r_{\text{pr}} + r_{\text{bot}}$ , 此时  $r_1^m = r_1$ ,  $r_2^m = r_2$ , 蓝色点线与黑色实线相交. 当  $1551.0 \text{ m/s} < c_p < 1553.6 \text{ m/s}$  ( $13.3^\circ < \theta_0 < 13.7^\circ$ ) 时,  $r_a = 0$ ,  $r_{\text{pr}} + r_{\text{bot}} > r_b > 0$ , 使  $r_1^m < r_1$ ,  $r_2^m < r_2$ , 蓝色点线在黑色实线下方. 当  $j=1$  时, (38c) 式变为  $r_3^m = L - r_{\text{bot}} + r_b - L_0 - L_z$ , 此时  $r_3$  类声线只受  $r_b$  与  $r_{\text{bot}}$  的影响, 如图 10(c) 所示, 结合图 4(a) 与图 4(c), 当  $1538.6 \text{ m/s} < c_p < 1551.0 \text{ m/s}$  ( $11.1^\circ < \theta_0 < 13.3^\circ$ ) 时,  $r_b > r_{\text{bot}}$ , 蓝色点线在黑色实线上方. 当  $1551.0 \text{ m/s} < c_p <$

$1553.6 \text{ m/s}$  ( $13.3^\circ < \theta_0 < 13.7^\circ$ ) 时,  $r_b < r_{\text{bot}}$ , 蓝色点线在黑色实线下方. 当  $\theta_0 = 13.3^\circ$  时,  $r_b = r_{\text{bot}}$ , 蓝色点线与黑色实线相交. 相较于  $r_1$  与  $r_2$  类声线,  $r_4$  类声线多考虑了一次  $r_{\text{pr}}$  的影响, 当  $11.1^\circ < \theta_0 < 11.9^\circ$  时,  $r_a = r_{\text{bot}} = 0$ ,  $2r_{\text{pr}} > r_b > 0$ , 使  $r_4^m < r_4$ . 当  $\theta_0 = 11.9^\circ$  时,  $2r_{\text{pr}} = r_b$ , 此时  $r_4^m = r_4$ . 当  $11.9^\circ < \theta_0 < 13.2^\circ$ ,  $r_a = 0$ ,  $r_b > 2r_{\text{pr}} + r_{\text{bot}} > 0$ , 使  $r_4^m > r_4$ . 当  $\theta_0 = 13.2^\circ$  时,  $r_b = 2r_{\text{pr}} + r_{\text{bot}}$ , 此时  $r_4^m = r_4$ . 当  $13.2^\circ < \theta_0 < 13.7^\circ$  时,  $r_a = 0$ ,  $2r_{\text{pr}} + r_{\text{bot}} > r_b > 0$ , 使  $r_4^m < r_4$ . 所以图 10(d) 中蓝色点线与黑色实线在  $\theta_0 = 11.9^\circ, 13.2^\circ$  时相交, 当  $11.9^\circ < \theta_0 < 13.2^\circ$  时蓝色点线在黑色实线上方, 当  $11.1^\circ < \theta_0 < 11.9^\circ$ ,  $13.2^\circ < \theta_0 < 13.7^\circ$  时蓝色点线在黑色实线下方.

对比图 7 与图 10 可以发现一个明显的不同, RR 声线受衍射相移影响后, 极值点的个数与类型并没有改变, 而 RSR 声线受衍射相移影响后除了出现极小值以外, 还出现了极大值, 这就使 RSR 型焦散线会比 RR 型焦散线更复杂. 受  $r_{\text{bot}}$  影响, 低频时图 10 中的声线均主要有两个极值点.  $r_1$ ,  $r_2$ ,  $r_3$  与  $r_4$  类声线在  $\theta_0 = 13.3^\circ$  ( $r_4$  多受一次  $r_{\text{pr}}$  影响,  $\theta_0 = 13.2^\circ$ ) 时分别出现极大值 61.1, 63.5, 55.9,

68.7 km, 在  $\theta_0 = 13.6^\circ$  时分别出现极小值 58.7, 61.0, 53.7, 66.1 km. 频率为 30 Hz 时, 简正波的离散程度进一步变大, 同时衍射相移对声线距离的影响进一步变大, 但与 100 Hz 时类似, 四类声线均主要有两个极值点产生, 如图 10 中红色箭头所示.

图 11(a) 为遍历海面至声道轴求焦散点得到的不同频率下 RSR 会聚区的焦散线, 可知所有焦散线均覆盖海面至声道轴的整个深度. 高频时  $r_1$ ,  $r_2$ ,  $r_3$  与  $r_4$  类声线各形成一条焦散线, 如图 11(a) 中黑色实线所示, 其中  $r_1$  与  $r_2$  类声线的焦散线在声源深度处相交,  $r_1$  与  $r_4$  类、 $r_2$  与  $r_3$  类声线的焦散线在海面处相交.

低频时  $r_1$ ,  $r_2$ ,  $r_3$  与  $r_4$  类声线各主要形成两条焦散线, 如图 11(a) 中蓝色虚线与红色点划线所示. 图 11(b) 为 3 kHz 时的传播损失伪彩图, 黑色实线为高频时 RSR 会聚区的焦散线, 可以看出, 焦散线准确出现在图 11(b) 中传播损失较低的橙红色高亮带状区域. 图 11(c) 与图 11(d) 分别为 100 Hz 与 30 Hz 时的传播损失, 图中曲线为对应频率下的焦散线, 其中 30 Hz 时 RSR 型模态个数非常少, 水平波数的离散程度较大, 模态之间无法有效发生相长干涉产生清晰的“声线路径”, 所以传播损失在深度方向呈现出极大值与极小值点交替出现的波动

特征 (模态本征函数在深度方向零点与极大值点交替出现的特征), 导致图 11(d) 中没有出现与焦散线一一对应的高亮带状条纹, 但焦散线的分布范围仍与图 11(d) 中的低传播损失区域符合.

为进一步说明问题, 图 12 给出了接收深度 800 m 时不同频率下 RSR 型会聚区的传播损失, 由于 30 Hz 时 RSR 型会聚区的射线特征并不明显, 在此以 100 Hz 与 3 kHz 的传播损失对比分析. 频率为 3 kHz 时, 图 10 中高频条件下的四个焦散点导致传播损失曲线出现四个波峰, 如图 12 中灰色曲线所示. 在图 12 中 52.5 km 与 56 km 之间蓝色虚线出现三个波峰两个波谷, 该区域为  $r_3$  型声线形成的会聚区, 根据图 10(c) 可以对此做出合理解释. 图 10(c) 中蓝色点线的极大值 55.9 km 可视为  $r_3$  型会聚区的右边界, 极小值 53.7 km (根据对图 4(c) 的分析可知, 边界参数在深度方向的不连续性导致对  $r_{\text{bot}}$  最大值的计算结果会偏小, 所以极小值的计算结果会偏大 1 km 左右) 可视为  $r_3$  型会聚区的左边界, 在左右边界之间的距离上有两条甚至三条声线到达, 这些声线发生之间根据声程差的不同发生相长或相消干涉 (或介于两者之间), 在该区域形成三个波峰两个波谷. 对图 12 中其余三个会聚区内声场的分析类似, 不再反复说明.

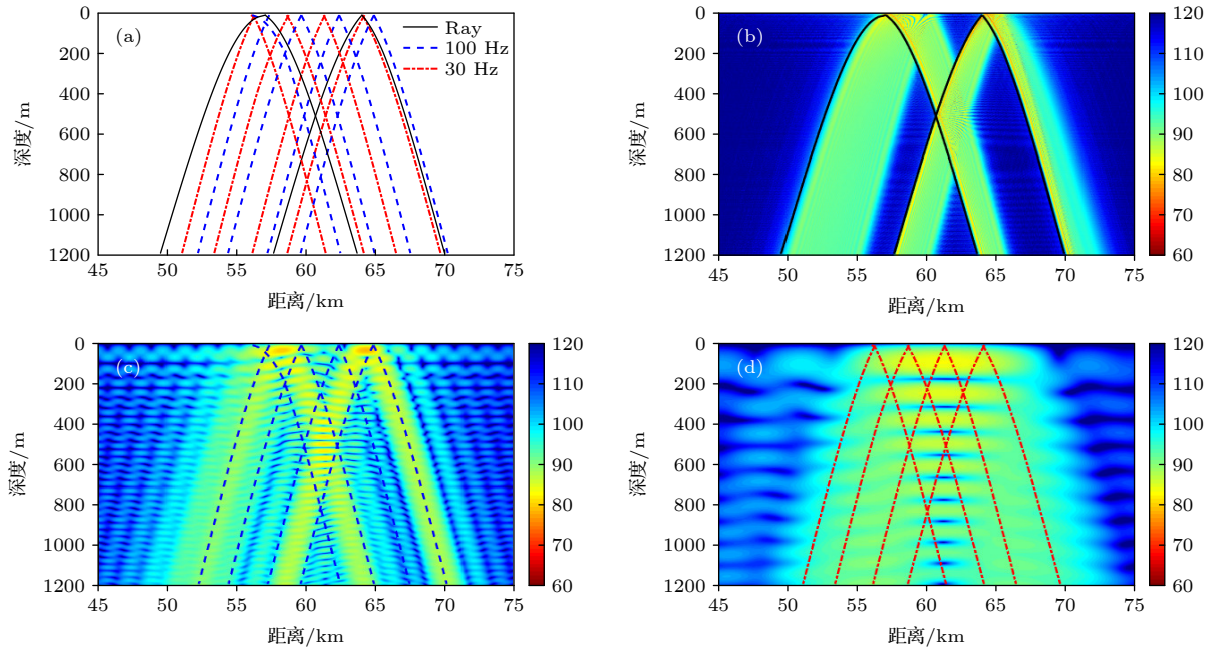


图 11 声源深度 500 m (a) 不同频率下 RSR 型会聚区的焦散线; (b) 3 kHz 时的传播损失; (c) 100 Hz 时的传播损失; (d) 30 Hz 时的传播损失

Fig. 11. At the source depth of 500 m: (a) RSR caustics at different frequencies; (b) transmission loss at 3 kHz; (c) transmission loss at 100 Hz; (d) transmission loss at 30 Hz.



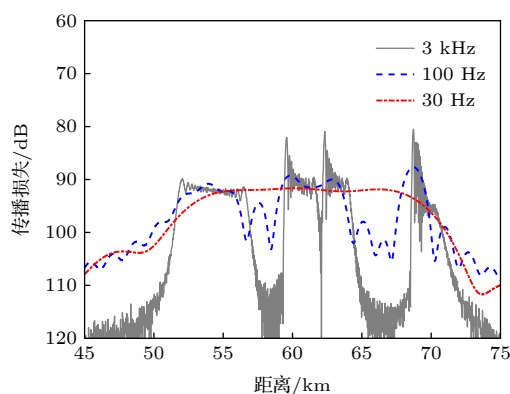


图 12 声源深度 500 m, 接收深度 800 m 时不同频率下 RSR 型会聚区的传播损失

Fig. 12. Transmission loss curves of RSR convergence zones at different frequencies when source depth is 500 m and receiver depth is 800 m.

## 5 结 论

为了能在低频条件下准确计算会聚区的焦散结构, 本文结合简正波理论, 从物理层面详细分析了低频时经典射线理论产生误差的原因, 推导了考虑衍射相移时声线跨距、传播时延与群速度的表达式, 给出了一个适合在低频条件下计算会聚区焦散结构的模型, 最后通过一个典型数值算例说明如何使用该模型计算深海会聚区的焦散结构, 并分析了低频时会聚区焦散结构的形成机理. 经总结, 全文主要结论如下.

1) 通过与简正波的计算结果对比, 只有同时计及界面反射相移以及声波经过反转点以非均匀波形式水平传播时引起的相移才能准确修正经典射线理论中声线的跨距、传播时延与群速度. 在此基础上给出了一种计及衍射相移影响的深海会聚区焦散结构计算模型, 该模型物理意义清晰, 计算简便准确, 当频率逐渐升高使衍射效应可以忽略时, 退化为经典射线理论中的模型.

2) 对完整深海声道中第一个上会聚区进行了理论分析, 研究表明: 高频条件下 (衍射相移被忽略), RR 型会聚区有三条焦散线, RSR 型会聚区有四条焦散线. 当在低频条件下计及衍射相移后, 界面反射相移引起的水平位移会使 RR 型会聚区的焦散点在高频结果基础上向靠近声源的方向水平偏移, 使 RSR 型声线额外多产生数条焦散线. 而声波经过反转点以非均匀波形式水平传播时的位移会使 RR 型会聚区的焦散点在高频结果的基础

上向远离声源的方向水平偏移. 频率升高后, 声衍射效应减小, 会聚区的焦散结构逐渐趋于经典射线理论的计算结果.

以上工作虽然以完整深海声道环境为前提, 但同样适用于不完整深海声道. 未来将重点利用对时延与群速度的修正结果研究深海声场的低频宽带干涉结构与波导不变量取值分布, 揭示其形成机理.

## 参考文献

- [1] Munk W H 1974 *J. Acoust. Soc. Am.* **55** 220
- [2] Hale F E 1961 *J. Acoust. Soc. Am.* **33** 456
- [3] Brekhovskii L M 1980 *Waves in Layered Media* (2nd Ed.) (New York: Academic Press) p377
- [4] Urlick R J 1965 *J. Acoust. Soc. Am.* **38** 348
- [5] Zhang R H 1980 *Acta Acust.* **1** 28 (in Chinese) [张仁和 1980 声学学报 **1** 28]
- [6] Zhang R H 1982 *Acta Acust.* **7** 75 (in Chinese) [张仁和 1982 声学学报 **7** 75]
- [7] Zhang R H 1988 *Acta Acust.* **13** 101 (in Chinese) [张仁和 1988 声学学报 **13** 101]
- [8] Bongiovanni K P, Siegmund W L 1996 *J. Acoust. Soc. Am.* **100** 3033
- [9] Xu C X 2017 *Ph. D. Dissertation* (Harbin: Harbin Engineering University) (in Chinese) [徐传秀 2017 博士学位论文 (哈尔滨: 哈尔滨工程大学)]
- [10] Piao S C, Li Z Y, Wang X H, Zhang M H 2021 *Acta Phys. Sin.* **70** 024301 (in Chinese) [朴胜春, 栗子洋, 王笑寒, 张明辉 2021 物理学报 **70** 024301]
- [11] Zhang Q Q, Li Z L, Qin J X, Li W, Wu S L 2020 *Acta Acust.* **45** 458 (in Chinese) [张青青, 李整林, 秦继兴, 李文, 吴双林 2020 声学学报 **45** 458]
- [12] Zhang P, Li Z L, Wu L X, Zhang R H, Qin J X 2019 *Acta Phys. Sin.* **68** 014301 (in Chinese) [张鹏, 李整林, 吴立新, 张仁和, 秦继兴 2019 物理学报 **68** 014301]
- [13] Yang F, Wang H, Gao W D, Meng X S, Liu Y L 2021 *Marine Forecasts.* **38** 103 (in Chinese) [杨帆, 王华, 高文典, 孟小嵩, 刘云龙 2021 海洋预报 **38** 103]
- [14] Henrick R F, Burkom H S 1983 *J. Acoust. Soc. Am.* **73** 173
- [15] Lawrence M W 1983 *J. Acoust. Soc. Am.* **73** 474
- [16] Baer R N 1981 *J. Acoust. Soc. Am.* **69** 70
- [17] Bi S Z, Peng Z H 2021 *Acta Phys. Sin.* **70** 114303 (in Chinese) [毕思昭, 彭朝晖 2021 物理学报 **70** 114303]
- [18] Guthrie A N, Fitzgerald R M, Nutile D A, Shaffer J D 1974 *J. Acoust. Soc. Am.* **56** 58
- [19] Zhang H G, Ma Z K, Fu J S, Piao S C 2021 *Acta Acust.* **46** 1093 (in Chinese) [张海刚, 马志康, 付金山, 朴胜春 2021 声学学报 **46** 1093]
- [20] Davis J A 1975 *J. Acoust. Soc. Am.* **57** 276
- [21] Tindle C T, Guthrie K M 1974 *J. Sound Vibration.* **34** 291
- [22] Guthrie K M 1974 *J. Sound Vibration.* **32** 289
- [23] Gordon D F 1980 *J. Acoust. Soc. Am.* **67** 106
- [24] Tindle C T, Weston D E 1980 *J. Acoust. Soc. Am.* **67** 1614
- [25] Tindle C T, Bold G E J 1981 *J. Acoust. Soc. Am.* **70** 813
- [26] Zhang R H, Li F H 1999 *Sci. China A* **29** 241 (in Chinese) [张仁和, 李风华 1999 中国科学 A 辑 **29** 241]
- [27] Murphy E L, Davis J A 1974 *J. Acoust. Soc. Am.* **56** 1747
- [28] Davis J A 1974 *Modified Ray Theory for Discontinuous Media* (Massachusetts: Woods Hole Institution) p18



- [29] Jensen F B, Kuperman W A, Porter M B, Schmidt H 2011 *Computational Ocean Acoustics* (2nd Ed.) (NewYork: Springer-Verlag) pp86, 219, 340
- [30] Zhang L Y, Zhang M H 2016 *Foundation of Vibration and Sound* (Harbin: Harbin Engineering University Press) p95 (in Chinese) [张揽月, 张明辉 2016 振动与声基础 (哈尔滨: 哈尔滨工程大学出版社) 第95页]
- [31] Chapman D M F, Ellis D D 1983 *J. Acoust. Soc. Am.* **74** 973
- [32] Ferla M C, Jensen F B, Kuperman W A 1982 *J. Acoust. Soc. Am.* **72** 505
- [33] Tindle C T 2002 *J. Acoust. Soc. Am.* **112** 464
- [34] White D W, Pedersen M A 1981 *J. Acoust. Soc. Am.* **69** 1029
- [35] Grigorieva N S, Fridman G M, Mercer J A, et al. 2009 *J. Acoust. Soc. Am.* **125** 1919

## Effect of acoustic diffraction phase shift on caustic structure in deep sea convergence zone<sup>\*</sup>

Zhang Hai-Gang<sup>1)2)3)</sup> Ma Zhi-Kang<sup>3)</sup> Gong Li-Jia<sup>1)2)3)†</sup>

Zhang Ming-Hui<sup>1)2)3)</sup> Zhou Jian-Bo<sup>4)</sup>

1) (*Acoustic Science and Technology Laboratory, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China*)

2) (*Key Laboratory of Marine Information Acquisition and Security, Ministry of Industry and Information Technology, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China*)

3) (*College of Underwater Acoustic Engineering, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China*)

4) (*School of Marine Science and Technology, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China*)

( Received 20 April 2022; revised manuscript received 21 June 2022 )

### Abstract

The constant phase shift  $-\pi/2$  generated by a turning point is an ideal approximation under high frequency conditions. In fact, when sound waves pass through a turning point, it will travel horizontally for a certain distance in the form of inhomogeneous plane wave and then be refracted back. At this time, a functional phase shift should also be included at the turning point. In addition, a refracted ray will bring about reflection phase shift when the turning point is close to the waveguide edge. These two kinds of phase shifts which are associated with the diffraction phenomenon are called diffraction phase shifts in this paper and are more notable when the frequency goes down. In order to accurately obtain the caustic structure at low frequency, the diffraction phase shift is used to correct the classical ray theory in calculating ray skip distance, traveling time, and group velocity in this work. On this basis, a simple and explicit analytical model is proposed which is suitable for calculating the low frequency deep water caustics. The numerical study of the first upper convergence zone in the complete deep water sound channel shows that there are three caustic lines in the refracted-refracted (RR) convergence zone and four caustic lines in the refracted surface-reflected (RSR) convergence zone under the condition of high frequency hypothesis. When the diffraction phase shifts at low frequency are included, and compares with high frequency results, it is found that the horizontal beam displacement caused by the reflection phase shift will make the RR caustics horizontally move towards the source and also lead the RSR rays to generate several new caustics, while the beam displacement caused by sound propagating in the form of inhomogeneous plan wave will make the RR caustics horizontally move away from the sound source. Accompanied with the increased frequency, the diffraction effect will decrease, and the caustic structure gradually tends to the classical ray theory results. The reliability of the correction results is verified by the normal mode theory. The model proposed in this work makes up for the deficiency of classical ray theory.

**Keywords:** deep water, low frequency sound propagation, caustic structure, ray-normal mode theory

**PACS:** 43.30.-k, 43.30.Cq, 43.30.Bp, 43.30.Es

**DOI:** 10.7498/aps.71.20220763

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 12174078, 11974286) and the Doctoral Research and Innovation Foundation of Harbin Engineering University, China (Grant No. XK2050021016).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: [lijia.gong@hrbeu.edu.cn](mailto:lijia.gong@hrbeu.edu.cn)



## 声衍射相移对深海会聚区焦散结构的影响

张海刚 马志康 龚李佳 张明辉 周建波

## Effect of acoustic diffraction phase shift on caustic structure in deep sea convergence zone

Zhang Hai-Gang Ma Zhi-Kang Gong Li-Jia Zhang Ming-Hui Zhou Jian-Bo

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 71, 204302 (2022) DOI: 10.7498/aps.71.20220763

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.71.20220763>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

#### 深海海底山环境下声传播水平折射效应研究

Horizontal refraction effects of seamounts on sound propagation in deep water

物理学报. 2018, 67(22): 224302 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20181480>

#### 深海大接收深度海底混响研究

Bottom reverberation for large receiving depth in deep water

物理学报. 2019, 68(13): 134303 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20181883>

#### 深海海底反射会聚区声传播特性

Characteristics of convergence zone formed by bottom reflection in deep water

物理学报. 2019, 68(1): 014301 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20181761>

#### 深海不完整声道下反转点会聚区研究

Lower turning point convergence zone in deep water with an incomplete channel

物理学报. 2021, 70(2): 024301 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20201375>

#### 浅海波导中低频声场干涉简正模态的判别

Identification of interference normal mode pairs of low frequency sound in shallow water

物理学报. 2019, 68(13): 134304 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20190221>

#### 东印度洋热带偶极子对声会聚区影响分析

Influence of tropical dipole in the East Indian Ocean on acoustic convergence region

物理学报. 2022, 71(13): 134301 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20212355>