

## 基于三个耦合量子点的四端混合驱动制冷机\*

刘行 徐帅 高金柱 何济洲†

(南昌大学物理系, 南昌 330031)

(2022 年 5 月 8 日收到; 2022 年 5 月 25 日收到修改稿)

本文提出了一种具有三个电容耦合量子点的四端混合驱动制冷机模型, 该模型可以通过最高温的热库注入的热能和偏置电压输入的功率共同驱动来实现对低温库的制冷. 基于主方程理论, 分别导出了弱电容耦合和强电容耦合情况下三个量子点与四个库之间的电荷流和热流的表达式. 数值模拟了制冷率与制冷系数之间的热力学性能特征曲线, 在最大制冷率条件下对制冷机的主要性能参数进行了优化. 最后, 比较了该制冷机在强电容耦合和弱电容耦合情况下的性能.

**关键词:** 耦合量子点, 四端混合驱动制冷机, 制冷率, 制冷系数

**PACS:** 05.70.-a, 73.50.Lw, 73.63.Kv, 85.80.Fi

**DOI:** 10.7498/aps.71.20220904

## 1 引言

热电装置是运用 Seebeck 效应或者 Peltier 效应将环境中的热量收集起来转化为电能的发电机或者在外加偏压的条件下对某一局部区域进行制冷的冷机. 然而, 目前热电装置的热电转换效率仍然很低. 近来, 人们对开发多端热电器件越来越感兴趣, 因为与传统的两端热电器件相比, 多端热电器件可以通过分开电流和热流来显著提高热力学性能<sup>[1]</sup>.

2011 年, Sánchez 等<sup>[2]</sup>首次提出了一种基于库仑阻塞区中两个电容耦合量子点的三端能量转换器. 它可以通过从热库中吸收热能来发电, 这种转换器可以在最佳配置下实现卡诺效率. 后来, Thierschman 等<sup>[3]</sup>通过实验证明了这种能量转换器的工作原理. 作为热机的反向操作, Zhang 等<sup>[4–6]</sup>提出了一种基于两个耦合量子点的三端量子点制冷机, 详细分析了在考虑一些不可逆因素后这种制冷机的热力学性能. 对于基于更多耦合量子点的三

端器件, Aniket 等<sup>[7,8]</sup>提出了基于三量子点系统的实际非局部热机和制冷机, 基于主方程, 分析了它们的热力学性能. 一些学者理论上<sup>[9–14]</sup>和实验上<sup>[15–18]</sup>研究了基于共振隧穿量子点和电容耦合量子点的许多其他三端热电装置的性能, 取得长足的进展. 除了共振隧穿和耦合量子点之外, 其他纳米结构, 包括量子阱 (或半导体超晶格<sup>[19–22]</sup>、量子霍尔棒<sup>[23,24]</sup>、纳米线<sup>[25,26]</sup>、热离子<sup>[27]</sup>和能量选择性隧道结<sup>[28]</sup>也被提出用于多端热电器件. 由磁振子、声子和光子等驱动源驱动驱动三端热电装置也得到了广泛的研究<sup>[29–37]</sup>.

在三端结构热电装置的基础上, Whitney 等<sup>[38]</sup>提出了一种基于三个电容耦合量子点的四端结构热电热机, 该热机即使在两个热库输入的总热功率为零的情况下, 通过热曳拉效应能达到对外输出功率的效果. Su 等<sup>[39]</sup>提出了一种基于麦克斯韦妖驱动三量子点系统的热力学泵, 他们利用马尔可夫随机热力学分析了驱动泵内热力学过程. Jiang 等<sup>[40]</sup>分析了一种四端介观热电系统中库仑拖曳驱动的热电效应装置. Chen 等<sup>[41]</sup>总结了量子热力学循

\* 国家自然科学基金 (批准号: 11875034) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: [hjzhou@ncu.edu.cn](mailto:hjzhou@ncu.edu.cn)

环, 电子能量选择量子器件, 量子点热管理器件等在理论和实验方面研究的代表性成果和研究进展. 在前人工作的基础上, 本文提出了一种具有三个电容耦合量子点的四端混合驱动制冷机模型. 该模型可以通过高温的热库注入的热能和偏置电压输入的功率共同驱动来实现对低温库的制冷. 相对于三端制冷机, 它可以利用环境中多余的废热来驱动制冷机工作, 提高能源利用. 本文的重点是分析制冷率与制冷系数之间的热力学性能特征, 并对制冷机在最大制冷率条件下的主要性能参数进行了优化, 我们还比较了该制冷机在强电容耦合和弱电容耦合情况下的性能.

## 2 模型及理论

本文提出的四端热电制冷机的模型如图 1(a) 所示, 该装置是由三个耦合量子点、两个热库和左右两个电子库组成. 量子点  $QD_M$  通过两个隧道结嵌入到左右两个电子库之间, 且相互之间可以进行粒子和能量的交换, 其中左侧电子库  $L$  的温度为  $T_L$  以及化学势为  $\mu_L$ , 右侧电子库  $R$  的温度为  $T_R$  以及化学势为  $\mu_R$ . 量子点  $QD_H$  与温度为  $T_H$ , 化学势为  $\mu_H$  的热库  $H$  耦合, 而量子点  $QD_C$  与温度为  $T_C$ , 化学势为  $\mu_C$  的中间温度的热库耦合. 三个量子点  $QD_M$ ,  $QD_H$  和  $QD_C$  相互耦合并且通过长程库仑作用相互影响. 采用  $U_{MH}$ ,  $U_{MC}$  和  $U_{HC}$  来表示充电能. 如果量子点彼此距离较远, 它们可以桥接, 以获得强/弱耦合, 同时又能确保电子库和热库之间形成良好的热隔离. 四端结构热电发动机的等效电路图如图 1(b) 所示.

三个耦合的量子点  $QD_M$ ,  $QD_H$  和  $QD_C$ , 都有各

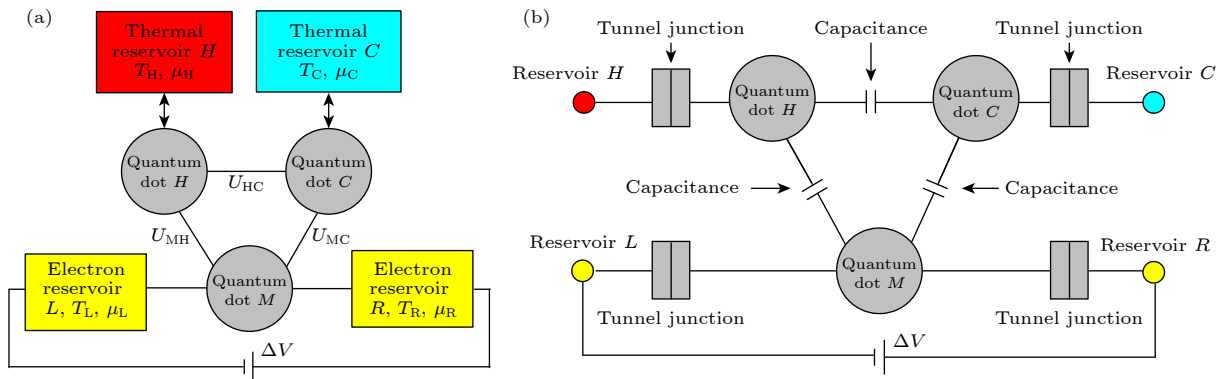


图 1 (a) 基于三量子点耦合的四端制冷机的示意图; (b) (a) 中装置的等效电路图

Fig. 1. (a) Schematic diagram of a four terminal refrigerator based on three coupled quantum dots, and (b) is the equivalent circuit diagram of the device in (a).

自的单能级  $\varepsilon_M$ ,  $\varepsilon_H$  和  $\varepsilon_C$ . 中心系统的量子态可以表示为  $(m, h, c)$ , 其中  $m$ ,  $h$  和  $c$  分别表示各个量子点能级上的电子占据数. 因为库仑相互作用阻止两个电子同时出现在同一个能级上, 所以三个量子点的单能级  $\varepsilon_M$ ,  $\varepsilon_H$  和  $\varepsilon_C$  上各自只能有一个电子或者没有电子. 该系统存在 8 种量子态, 它们分别为  $(0, 0, 0)$ ,  $(1, 0, 0)$ ,  $(0, 1, 0)$ ,  $(0, 0, 1)$ ,  $(1, 1, 0)$ ,  $(1, 0, 1)$ ,  $(0, 1, 1)$ ,  $(1, 1, 1)$ , 8 种量子态相互转换的动力学过程如图 2 所示, 其中  $[T_\alpha]_{mhc}^{m'h'c'}$  表示由于电子隧穿进入库  $\alpha$  或者隧穿流出库  $\alpha$  ( $\alpha = S, H, C$  和  $S = L, R$ ) 而使得该三量子点中心系统从量子态  $(m', h', c')$  跃迁到量子态  $(m, h, c)$  的速率.

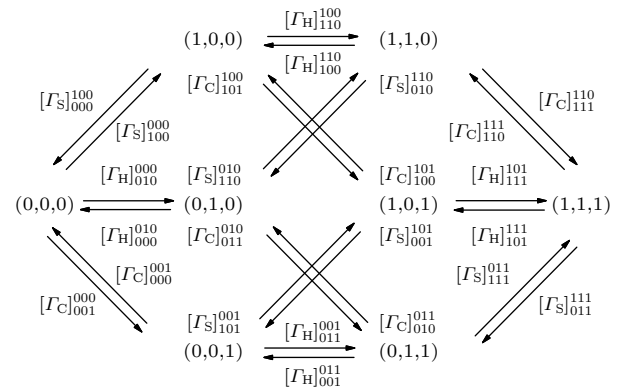


图 2 图 1 描述的八种量子态的跃迁过程

Fig. 2. The transition processes of eight quantum states described in Fig. 1.

在序贯隧穿近似中 ( $\hbar\gamma \ll k_B T$ ), 量子点的能级宽度可以忽略, 用主方程来描述量子态占有概率随时间的演化<sup>[2]</sup>:

$$\dot{P}_{mhc} = \sum_{m'h'c'} [M]_{mhc}^{m'h'c'} P_{m'h'c'}, \quad (1)$$

其中  $\sum_{mhc} P_{mhc} = 1$ ,  $P_{mhc}$  代表量子态  $(m, h, c)$  出现的概率. 跃迁矩阵所有的非对角元素是通过  $[M]_{mhc}^{m'h'c'} = \sum_{\alpha=S, H, C} [\Gamma_{\alpha}]_{mhc}^{m'h'c'}$  来确定, 即三量子点系统从量子态  $(m', h', c')$  到量子态  $(m, h, c)$  跃迁速率的总和.  $[\Gamma_{\alpha}]_{mhc}^{m'h'c'} = [\gamma_{\alpha}]_{mhc}^{m'h'c'} f_{\alpha}(\Delta_{mhc}^{m'h'c'})$ , 这里的  $[\gamma_{\alpha}]_{mhc}^{m'h'c'}$  是三量子点系统从量子态  $(m', h', c')$  到量子态  $(m, h, c)$  时量子点和对应库  $\alpha$  之间的裸穿速率,  $f_{\alpha}(x) = 1/[1 + e^{(x - \mu_{\alpha})/k_B T_{\alpha}}]$  是费米函数, 它

描述了化学势为  $\mu_{\alpha}$ 、温度为  $T_{\alpha}$  的库  $\alpha$  中的电子分布.  $\Delta_{mhc}^{m'h'c'} = E_{mhc} - E_{m'h'c'}$ ,  $E_{mhc}$  是量子态为  $(m, h, c)$  时的能量,  $k_B$  是玻尔兹曼常数. 利用跃迁矩阵的每一列之和为零, 可以直接求出 (1) 式中的对角元素,  $[M]_{mhc}^{mhc} = -\sum_{mhc \neq m'h'c'} [M]_{mhc}^{m'h'c'}$ .

根据主方程 (1), 求出在稳态情况下  $\dot{P}_{mhc} = 0$ , 每一个量子态  $(m, h, c)$  的占有概率  $P_{mhc}$  的表达式. 从左侧电子库  $L$  进入到量子点  $QD_M$  中的电子流为

$$I_L = [\Gamma_L]_{100}^{000} P_{000} - [\Gamma_L]_{000}^{100} P_{100} + [\Gamma_L]_{110}^{010} P_{010} - [\Gamma_L]_{010}^{110} P_{110} + [\Gamma_L]_{101}^{001} P_{001} - [\Gamma_L]_{001}^{101} P_{101} + [\Gamma_L]_{111}^{011} P_{011} - [\Gamma_L]_{011}^{111} P_{111}, \quad (2)$$

从右侧电子库  $R$  进入到量子点  $QD_M$  中的电子流为

$$I_R = [\Gamma_R]_{100}^{000} P_{000} - [\Gamma_R]_{000}^{100} P_{100} + [\Gamma_R]_{110}^{010} P_{010} - [\Gamma_R]_{010}^{110} P_{110} + [\Gamma_R]_{101}^{001} P_{001} - [\Gamma_R]_{001}^{101} P_{101} + [\Gamma_R]_{111}^{011} P_{011} - [\Gamma_R]_{011}^{111} P_{111}, \quad (3)$$

稳态情况下, 从两侧电子库进入到量子点  $QD_M$  的电荷流满足大小相等, 方向相反, 即  $I = I_L = -I_R$ , 则制冷机的输入功率为

$$P = -I \times e\Delta V, \quad (4)$$

其中  $\Delta V = \mu_R - \mu_L$  为施加的偏置电压.

从左侧电子库  $L$  到量子点  $QD_M$  的热流为

$$J_L = (\varepsilon_M - \mu_L) \left( [\Gamma_L]_{100}^{000} P_{000} - [\Gamma_L]_{000}^{100} P_{100} \right) + (\varepsilon_M + U_{MH} - \mu_L) \left( [\Gamma_L]_{110}^{010} P_{010} - [\Gamma_L]_{010}^{110} P_{110} \right) + (\varepsilon_M + U_{MC} - \mu_L) \left( [\Gamma_L]_{101}^{001} P_{001} - [\Gamma_L]_{001}^{101} P_{101} \right) + (\varepsilon_M + U_{MH} + U_{MC} - \mu_L) \left( [\Gamma_L]_{111}^{011} P_{011} - [\Gamma_L]_{011}^{111} P_{111} \right), \quad (5)$$

从右侧电子库  $R$  到量子点  $QD_M$  的热流为

$$J_R = (\varepsilon_M - \mu_R) \left( [\Gamma_R]_{100}^{000} P_{000} - [\Gamma_R]_{000}^{100} P_{100} \right) + (\varepsilon_M + U_{MH} - \mu_R) \left( [\Gamma_R]_{110}^{010} P_{010} - [\Gamma_R]_{010}^{110} P_{110} \right) + (\varepsilon_M + U_{MC} - \mu_R) \left( [\Gamma_R]_{101}^{001} P_{001} - [\Gamma_R]_{001}^{101} P_{101} \right) + (\varepsilon_M + U_{MH} + U_{MC} - \mu_R) \left( [\Gamma_R]_{111}^{011} P_{011} - [\Gamma_R]_{011}^{111} P_{111} \right), \quad (6)$$

则从左右电子库流入量子点  $QD_M$  的总热流为

$$J_{LR} = J_L + J_R, \quad (7)$$

从高温热库  $H$  到量子点  $QD_H$  的热流为

$$J_H = (\varepsilon_H - \mu_H) \left( [\Gamma_H]_{010}^{000} P_{000} - [\Gamma_H]_{000}^{010} P_{010} \right) + (\varepsilon_H + U_{MH} - \mu_H) \left( [\Gamma_H]_{110}^{100} P_{100} - [\Gamma_H]_{100}^{110} P_{110} \right) + (\varepsilon_H + U_{HC} - \mu_H) \left( [\Gamma_H]_{011}^{001} P_{001} - [\Gamma_H]_{001}^{011} P_{011} \right) + (\varepsilon_H + U_{MH} + U_{HC} - \mu_H) \left( [\Gamma_H]_{111}^{101} P_{101} - [\Gamma_H]_{101}^{111} P_{111} \right), \quad (8)$$

从  $C$  库到量子点  $QD_C$  的热流为

$$J_C = (\varepsilon_C - \mu_C) \left( [\Gamma_C]_{001}^{000} P_{000} - [\Gamma_C]_{000}^{001} P_{001} \right) + (\varepsilon_C + U_{MC} - \mu_C) \left( [\Gamma_C]_{101}^{100} P_{100} - [\Gamma_C]_{100}^{101} P_{101} \right) + (\varepsilon_C + U_{HC} - \mu_C) \left( [\Gamma_C]_{011}^{010} P_{010} - [\Gamma_C]_{010}^{011} P_{011} \right) + (\varepsilon_C + U_{MC} + U_{HC} - \mu_C) \left( [\Gamma_C]_{111}^{110} P_{110} - [\Gamma_C]_{110}^{111} P_{111} \right), \quad (9)$$

将左右两电子库看作一个子系统  $LR$ , 整个制冷机满足热力学第一定律:

$$J_H + J_C + J_L + J_R + P = 0, \quad (10)$$

和热力学第二定律:

$$\dot{S} = -\frac{J_H}{T_H} - \frac{J_C}{T_C} - \frac{J_L}{T_L} - \frac{J_R}{T_R} \geq 0. \quad (11)$$

当  $T_H > T_{L(R)} > T_C$  时, 该装置可作为一种利用从高温热库 H 流出的热流  $J_H$  和外加电压输入的功率共同驱动来实现对低温热库 C 制冷的混合驱动制冷机, 称之为装置 A. 此时的  $J_H$ ,  $J_C$ ,  $J_{LR}$ ,  $P$  四个参数应该满足:

$$J_H > 0, J_C > 0, J_{LR} < 0, P > 0, \quad (12)$$

此时,  $J_C$  可被视为制冷机的制冷率, 此时的制冷系数定义为

$$\eta_{\text{COP}} = \frac{J_C}{J_H + P}, \quad (13)$$

当输入功率  $P = 0$  时, 该装置可作为一个纯热驱动制冷机, 制冷系数  $\eta_{\text{COP}} = J_C/J_H$ . 当高温热库输入的热流  $J_H = 0$  时, 该装置可作为一个纯电驱动制冷机, 制冷系数  $\eta_{\text{COP}} = J_C/P$ .

当  $T_H > T_C > T_{L(R)}$  时, 该装置可作为一种利用高温热库 H 释放的热流  $J_H$  和外加电压输入的功率共同驱动来实现对低温系统 LR 制冷的混合驱动制冷机, 称之为装置 B. 此时的  $J_H$ ,  $J_C$ ,  $J_{LR}$ ,  $P$  四个参数应该满足:

$$J_H > 0, J_C < 0, J_{LR} > 0, P > 0, \quad (14)$$

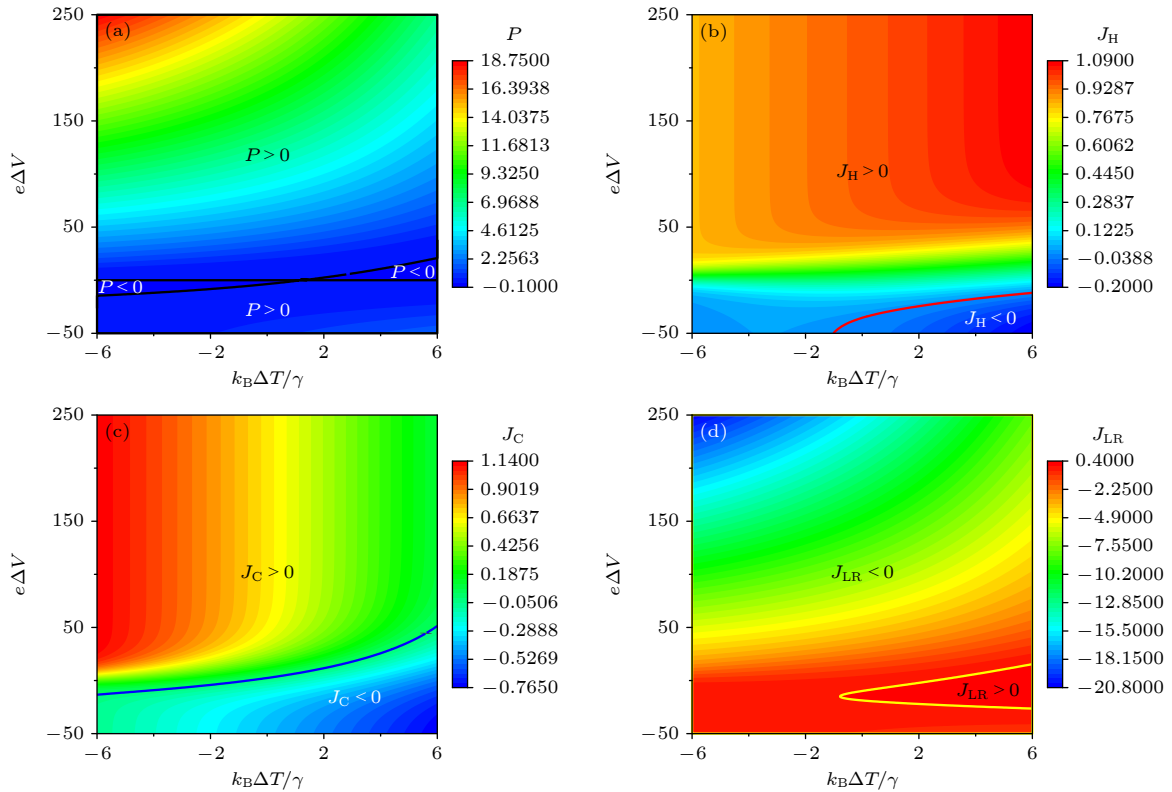


图 3 当耗散系数为  $\lambda = 0$  时, (a) 输入功率  $P$  以及 (b)–(d) 各量子点与对应库之间的热流  $J_H$ ,  $J_C$ ,  $J_{LR}$  随温差  $\Delta T$  和偏置电压  $e\Delta V$  变化的三维投影图

Fig. 3. The three-dimensional projection graphs for (a) input power  $P$  and (b)–(d) the heat flow  $J_H$ ,  $J_C$ ,  $J_{LR}$  varying with the temperature difference  $\Delta T$  and the bias voltage  $e\Delta V$  under the dissipation factor  $\lambda = 0$ .

其中  $J_{LR}$  为制冷率, 制冷系数定义为

$$\eta_{\text{COP}} = \frac{J_{LR}}{J_H + P}. \quad (15)$$

采用了一套物理上合理的参数, 三个量子点的能级为  $\varepsilon_H = \varepsilon_C = \varepsilon_M = 0$ , 四个库的温度满足  $k_B T_L/\gamma = k_B T_R/\gamma = 12 + k_B \Delta T/\gamma$ ,  $k_B T_C/\gamma = 12 - k_B \Delta T/\gamma$ ,  $k_B T_H/\gamma = 18$ , 四个库的化学势为  $\mu_H = \mu_C = \mu_L = 0$ ,  $\mu_R = e\Delta V$ , 且充电能为  $U_{MH}/\gamma = 50$ ,  $U_{MC}/\gamma = 20$ ,  $U_{HC}/\gamma = 10$ , 裸穿率为  $[\gamma_H]_{mhc}^{m'h'c'} = [\gamma_C]_{mhc}^{m'h'c'} = \gamma$ ,  $[\gamma_L]_{mhc}^{m'h'c'} = \gamma$  除了  $[\gamma_L]_{100}^{000} = [\gamma_L]_{000}^{100} = \lambda\gamma$ ,  $[\gamma_R]_{mhc}^{m'h'c'} = \lambda\gamma$  除了  $[\gamma_R]_{100}^{000} = [\gamma_R]_{000}^{100} = \gamma$ .  $\lambda$  ( $0 \leq \lambda \leq 1$ ) 为耗散系数, 当  $\lambda = 0$  时, 在两量子点  $QD_H$  和  $QD_C$  都为空的情况下, 量子点  $QD_M$  会与左侧电子库  $L$  解耦. 当  $\lambda \neq 0$  时, 在两量子点  $QD_H$  和  $QD_C$  均被占据的情况下, 量子点  $QD_M$  与左右电子库都是耦合的.

可以绘制出当耗散系数为  $\lambda = 0$  时, 输入功率  $P$  以及各量子点与对应库之间的热流  $J_H$ ,  $J_C$ ,  $J_{LR}$  随温差  $\Delta T$  和偏置电压  $e\Delta V$  变化的三维投影图. 如图 3 所示, 图中的黑线对应  $P = 0$ , 红线代表  $J_H = 0$ , 蓝线表示  $J_C = 0$ , 黄线表示  $J_{LR} = 0$ .



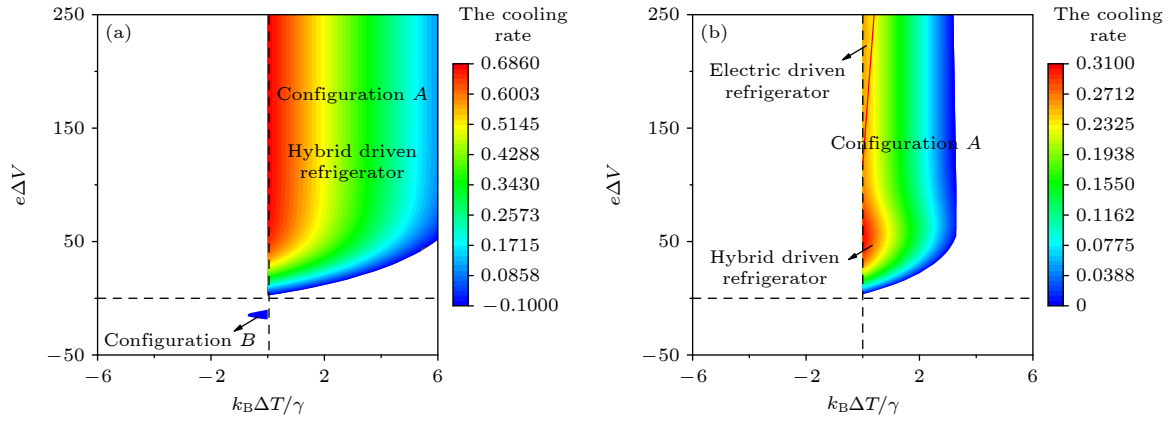

 图 4 当耗散系数为  $\lambda = 0$  和  $\lambda = 0.26$  时, 装置 A 和装置 B 各自对应的工作区域

Fig. 4. The corresponding working areas of device A and device B when the dissipation factor is (a)  $\lambda = 0$  and (b)  $\lambda = 0.26$ , respectively.

当耗散系数为  $\lambda = 0$  和  $\lambda = 0.26$  时, 装置 A 和装置 B 各自对应的工作区域, 如图 4 所示. 通过数值计算, 发现装置 A 和装置 B 对应的工作区域都随着耗散系数的增大而减小. 且当  $\lambda \geq 0.015$  时, 装置 B 会消失. 当  $\lambda \leq 0.26$  时, 装置 A 只有一种工作模式, 即混合驱动制冷机, 当  $\lambda \geq 0.26$ , 装置 A 有两种不同的工作模式, 即混合驱动制冷机和纯电驱动制冷机. 与装置 A 相比, 装置 B 更为复杂, 因为子系统 LR 既是电力的驱动端, 又是制冷的目标. 虽然装置 B 的制冷率明显小于装置 A, 但可以在装置 A 不能工作的区域工作, 进而实现不同的制冷效果.

本文仅分析装置 A 即混合驱动制冷机的性能特征. 可以画出在不同耗散系数下, 装置作为混合驱动制冷机时的总熵产率随温差  $\Delta T$  和偏置电压  $e\Delta V$  变化的三维曲线, 如图 5 所示. 其中绿色面对应  $\lambda = 0$ , 红色面对应  $\lambda = 0.1$ , 蓝色面对应  $\lambda = 0.2$ . 发现总熵产率满足的  $\dot{S} > 0$ , 并且  $\dot{S}$  随着耗散系数的增加而增加.

为了简化制冷率和制冷系数并明确各种参数之间的关系, 制冷率和制冷系数可以重新写成

$$J_C = J_C(eV, \lambda, \Delta T, U_{MH}, U_{MC}), \quad (16)$$

$$\eta = \eta(eV, \lambda, \Delta T, U_{MH}, U_{MC}). \quad (17)$$

根据以上各公式, 对于给定的  $\Delta T = 2\gamma/k_B$  和  $e\Delta V = 50$ , 绘制出在不同的耗散系数下制冷率和制冷系数随充电能  $U_{MH}$  和  $U_{MC}$  变化的三维图, 如图 6 所示. 可以看出对于耗散系数为  $\lambda = 0$ , 当满足  $U_{MH}/\gamma = 50$  和  $U_{MC}/\gamma \simeq 19.5$  时, 可以得到最大制冷率, 当满足  $U_{MH}/\gamma = 50$  和  $U_{MC}/\gamma \simeq 23$  时, 可以得到最大制

冷系数. 且最大制冷率和最大制冷系数均随耗散系数的增大而减小.

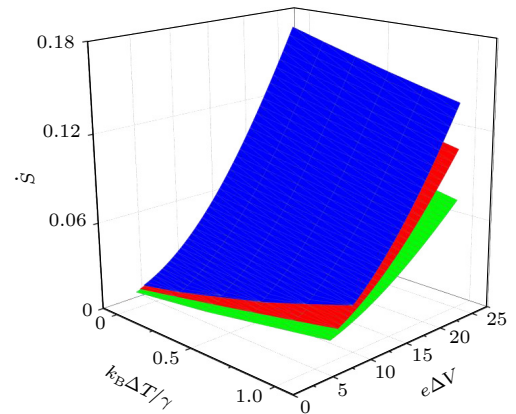

 图 5 在不同耗散系数下, 装置作为混合驱动制冷机时的总熵产率随温差  $\Delta T$  和偏置电压  $e\Delta V$  变化的三维曲线

Fig. 5. The three-dimensional curves of total entropy production rate varying with temperature difference  $\Delta T$  and bias voltage  $e\Delta V$  when the device is used as a hybrid-driven refrigerator under different dissipation factor.

在不同的耗散系数下制冷率和制冷系数随充电能  $U_{MH}$  和偏置电压  $eV$  变化的三维图, 如图 7 所示. 可以看出, 制冷率随着偏置电压的增大而增大.

### 3 优化性能分析

根据 (1)–(5) 式, (10) 和 (11) 式以及极值条件:

$$\frac{\partial J_C}{\partial U_{MH}} = 0, \quad \frac{\partial J_C}{\partial U_{MC}} = 0, \quad \frac{\partial J_C}{\partial eV} = 0. \quad (18)$$

在给定条件  $\Delta T = 2\gamma/k_B$  下, 优化的制冷率  $J_{Copt}$  和优化制冷率对应的制冷系数随耗散系数  $\lambda$

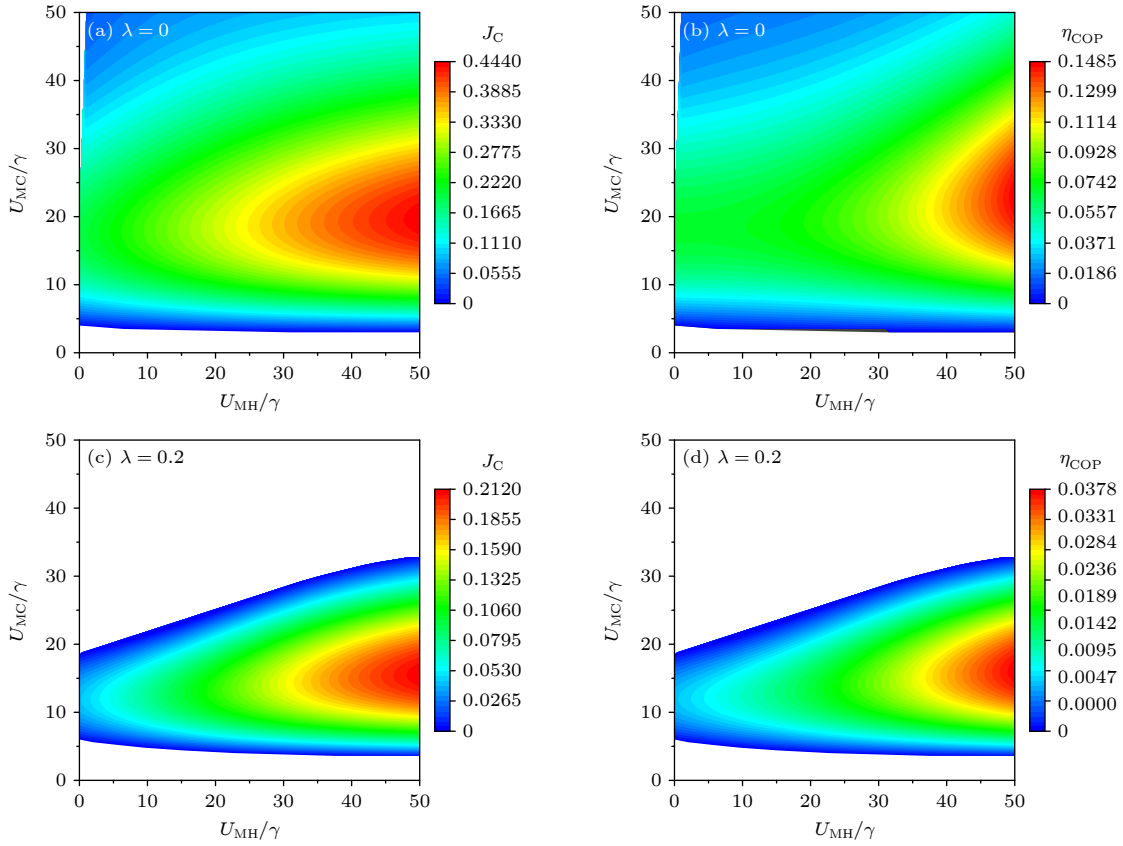

 图 6 在不同耗散系数下, 制冷率和制冷系数随充电能  $U_{MH}$  和  $U_{MC}$  变化的三维图

Fig. 6. The three-dimensional diagrams of the cooling rate and the COP varying with charging energy  $U_{MH}$  and  $U_{MC}$  under different dissipation factor.

的变化曲线, 如图 8 所示. 优化的制冷率和对应的制冷系数随耗散系数  $\lambda$  的增大而单调递减, 只有当  $\lambda = 0$  时, 才能得到优化的制冷率最大值和对应的制冷系数的最大值. 为了获得最大的制冷率和相应的制冷系数, 应该选择尽可能小的耗散系数. 本文采用了  $U_{MH}/\gamma = 50$ ,  $e\Delta V = 50$  进行数值计算.

分析温差  $\Delta T$  对混合驱动制冷机最优性能的影响. 利用 (16) 和 (17) 式, 只对最大制冷率对应的充电能  $U_{MC}$  进行优化, 而直接取充电能、优化偏压和优化耗散系数为  $U_{MH}/\gamma = 50$ ,  $e\Delta V = 50$  和  $\lambda = 0$ . 可以绘制出最大制冷率  $J_{C\max}$ 、最大制冷率对应的 COP  $\eta_J$ 、最佳充电能量  $U_{MC}$  随温差  $\Delta T$  的变化曲线, 如图 9 所示. 从图 9(a) 可以看出, 最大制冷率  $J_{C\max}$ 、最大制冷率对应的 COP  $\eta_J$  会随着温差  $\Delta T$  的增大而逐渐减小. 由图 9(b) 可知, 最佳充电能量  $U_{MC}$  随温差  $\Delta T$  的增大而单调减小.

#### 4 强耦合 $U_{HC}$

当量子点  $QD_H$  和  $QD_C$  之间是强耦合  $U_{HC}$  时, 则

量子点  $QD_H$  和  $QD_C$  同时被占据的可能性就变得很小, 所以就不存在量子态  $(0, 1, 1)$  和  $(1, 1, 1)$ , 此时中心系统仅存在 6 个量子态. 电荷涨落可分为两个循环, 第一个循环是:

$$(0, 0, 0) \rightarrow (1, 0, 0) \rightarrow (1, 1, 0) \rightarrow (0, 1, 0) \rightarrow (0, 0, 0) \quad (19)$$

涉及到系统和高温热库之间的交换能量  $U_{MH}$ . 第二个循环是:

$$(0, 0, 0) \rightarrow (1, 0, 0) \rightarrow (1, 0, 1) \rightarrow (0, 0, 1) \rightarrow (0, 0, 0) \quad (20)$$

涉及到系统和次高温热库之间的交换能量  $U_{MC}$ . 从左侧电子库 L 到量子点  $QD_M$  的电子流表达式为

$$I_L = [\Gamma_L]_{100}^{000} P_{000} - [\Gamma_L]_{000}^{100} P_{100} + [\Gamma_L]_{110}^{010} P_{010} - [\Gamma_L]_{010}^{110} P_{110} + [\Gamma_L]_{101}^{001} P_{001} - [\Gamma_L]_{001}^{101} P_{101}, \quad (21)$$

从右侧电子库 R 到量子点  $QD_M$  的电子流表达式为

$$I_R = [\Gamma_R]_{100}^{000} P_{000} - [\Gamma_R]_{000}^{100} P_{100} + [\Gamma_R]_{110}^{010} P_{010} - [\Gamma_R]_{010}^{110} P_{110} + [\Gamma_R]_{101}^{001} P_{001} - [\Gamma_R]_{001}^{101} P_{101}, \quad (22)$$

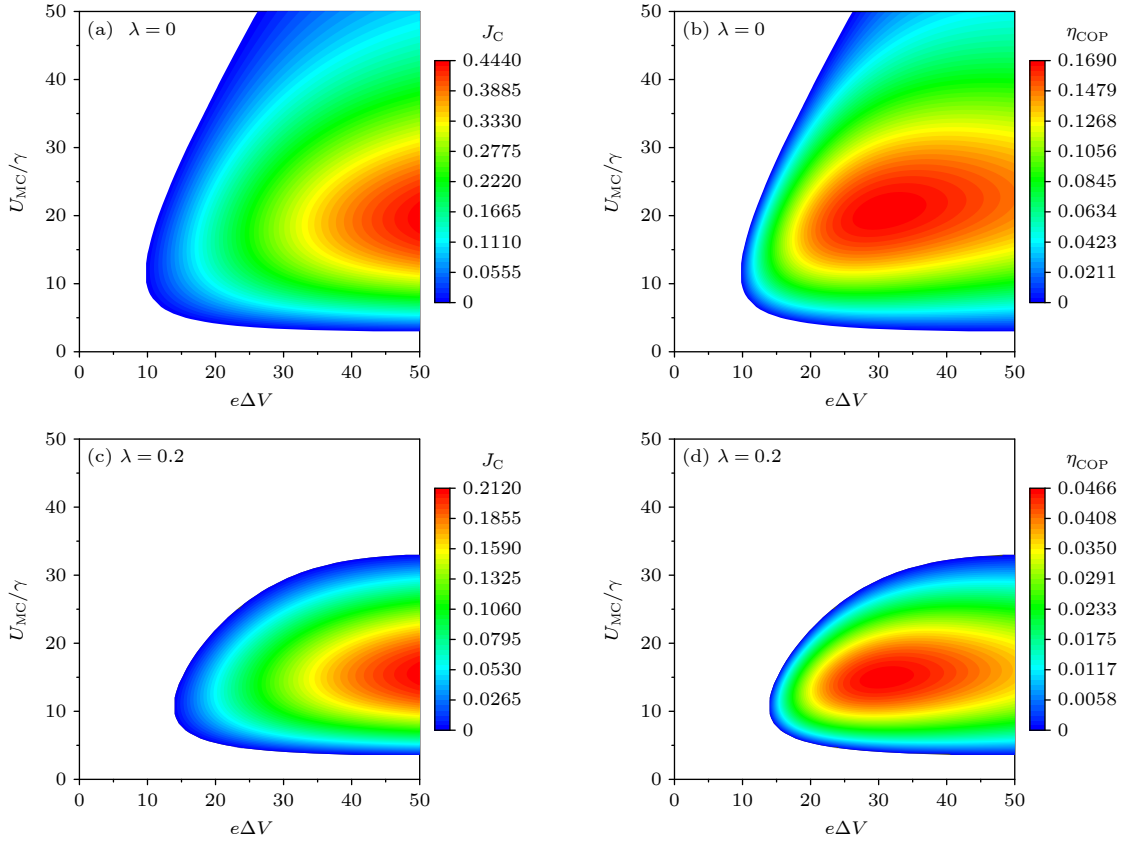

 图 7 在不同的耗散系数下, 制冷率和制冷系数随充电能  $U_{MH}$  和偏置电压  $eV$  变化的三维图

Fig. 7. The three-dimensional diagrams of the cooling rate and the COP varying with charging energy  $U_{MH}$  and bias voltage  $eV$  under different dissipation factor.

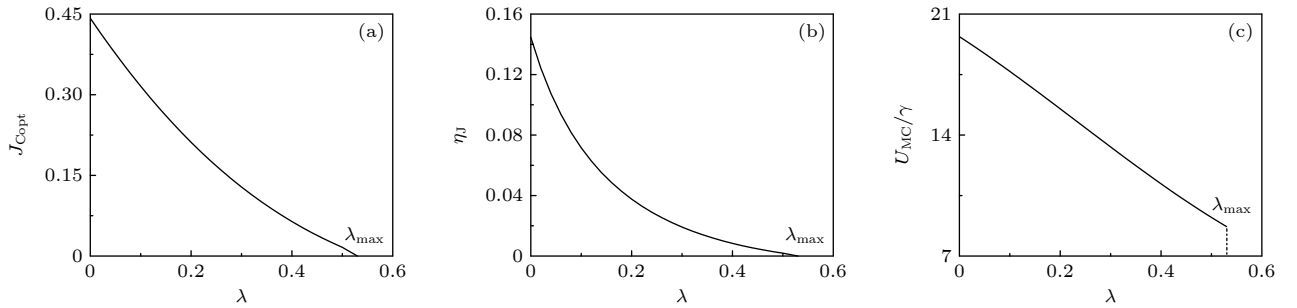


图 8 在给定条件  $\Delta T = 2\gamma/k_B$  下, (a) 优化的制冷率  $J_{Copt}$  和 (b) 优化制冷率对应的制冷系数以及 (c) 对应的充电能  $U_{MC}$  随耗散系数  $\lambda$  的变化曲线

Fig. 8. The curves of (a) the optimized cooling rate  $J_{Copt}$  and (b) the COP corresponding to optimized cooling rate and (c) the corresponding charging energy  $U_{MC}$  as a function of dissipation factor  $\lambda$  under the given condition  $\Delta T = 2\gamma/k_B$ .

从左侧电子库 L 到量子点  $QD_M$  的热流表达式为

$$\begin{aligned}
 J_L = & (\varepsilon_M - \mu_L) \left( [I_L]_{100}^{000} P_{000} - [I_L]_{000}^{100} P_{100} \right) \\
 & + (\varepsilon_M + U_{MH} - \mu_L) \left( [I_L]_{110}^{010} P_{010} - [I_L]_{010}^{110} P_{110} \right) \\
 & + (\varepsilon_M + U_{MC} - \mu_L) \left( [I_L]_{101}^{001} P_{001} - [I_L]_{001}^{101} P_{101} \right), \quad (23)
 \end{aligned}$$

从右侧电子库 R 到量子点  $QD_M$  的热流表达式为

$$\begin{aligned}
 J_R = & (\varepsilon_M - \mu_R) \left( [I_R]_{100}^{000} P_{000} - [I_R]_{000}^{100} P_{100} \right) \\
 & + (\varepsilon_M + U_{MH} - \mu_R) \\
 & \times \left( [I_R]_{110}^{010} P_{010} - [I_R]_{010}^{110} P_{110} \right) \\
 & + (\varepsilon_M + U_{MC} - \mu_R) \\
 & \times \left( [I_R]_{101}^{001} P_{001} - [I_R]_{001}^{101} P_{101} \right), \quad (24)
 \end{aligned}$$

从高温热库 H 到量子点  $QD_H$  的热流表达式为

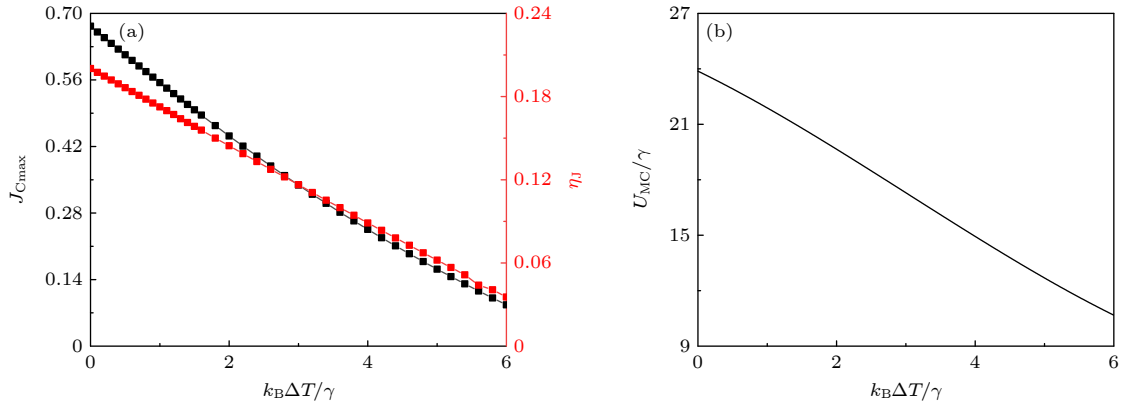


图 9 (a) 最大制冷率  $J_{Cmax}$  和最大制冷率对应的 COP  $\eta$ ; (b) 最佳充电能量  $U_{MC}$  随温差  $\Delta T$  的变化曲线

Fig. 9. The curves of (a) the maximum cooling rate  $J_{Cmax}$  and the COP corresponding to maximum cooling rate  $\eta$  and (b) the optimal charging energy  $U_{MC}$  as a function of temperature difference  $\Delta T$ .

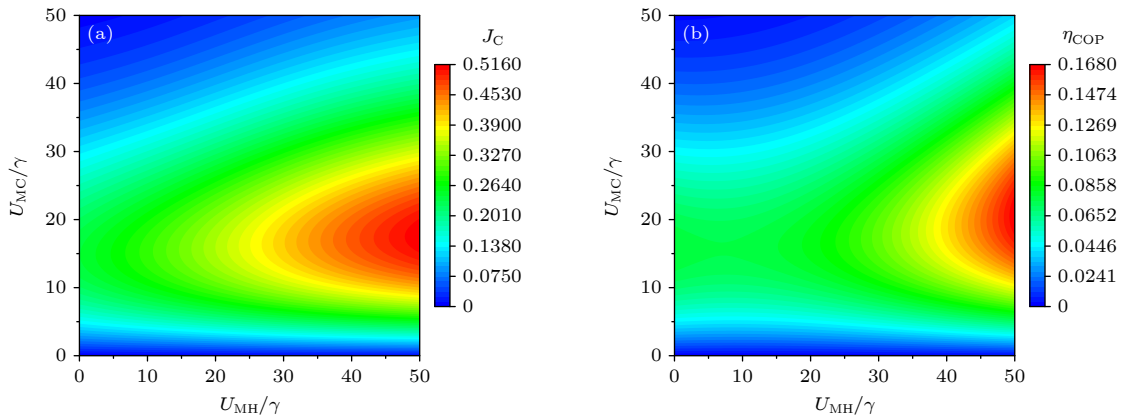


图 10 在强耦合  $U_{HC}$  的情况下, 当  $\lambda = 0$  时, (a) 制冷率  $J_C$  和 (b) 制冷系数  $\eta_{COP}$  随着  $U_{MH}$  和  $U_{MC}$  变化的三维图

Fig. 10. In the case of strong coupling  $U_{HC}$ , when  $\lambda = 0$ , the three-dimensional diagrams for (a) cooling rate  $J_C$  and (b) the COP varying with  $U_{MH}$  and  $U_{MC}$ .

$$J_H = (\varepsilon_H - \mu_H) \left( [I_H]_{010}^{000} P_{000} - [I_H]_{000}^{010} P_{010} \right) + (\varepsilon_H + U_{MH} - \mu_H) \left( [I_H]_{110}^{100} P_{100} - [I_H]_{100}^{110} P_{110} \right), \quad (25)$$

从次高温热库 C 到量子点  $QD_C$  的热流表达式为

$$J_C = (\varepsilon_C - \mu_C) \left( [I_C]_{001}^{000} P_{000} - [I_C]_{000}^{001} P_{001} \right) + (\varepsilon_C + U_{MC} - \mu_C) \left( [I_C]_{101}^{100} P_{100} - [I_C]_{100}^{101} P_{101} \right). \quad (26)$$

通过数值计算, 绘制出该混合驱动制冷机在强耦合  $U_{HC}$  的情况下, 当  $\lambda = 0$  时制冷率  $J_C$  和制冷系数  $\eta_{COP}$  随  $U_{MH}$  和  $U_{MC}$  变化的三维图, 如图 10 所示. 与弱耦合的情况相比, 强耦合作用下最大制冷率和制冷系数要大得多.

## 5 结 论

本文研究了利用高温热源释放的热能和外加电压输入电能共同驱动来实现对低温库制冷的四

端三量子点制冷机的性能. 主要研究结论: 1) 混合驱动制冷机的工作区域、制冷率和制冷系数均随耗散系数的增大而减小; 2) 最大制冷率和对应的制冷系数 COP 随着温差  $\Delta T$  的增大而减小; 3) 通过合理选择充电能  $U_{MC}$ , 使  $\lambda = 0$ , 并使充电能  $U_{MH}$  和  $e\Delta V$  尽可能大, 可以使混合驱动制冷机在最大制冷率的最佳状态下运行; 4) 与弱耦合的情况相比, 强耦合作用下最大制冷率和制冷系数要大得多.

## 参考文献

- [1] Chen L, Ding Z, Sun F 2011 *Energy* **36** 4011
- [2] Sánchez R, Büttiker M 2011 *Phys. Rev. B* **83** 085428
- [3] Thierschmann H, Sánchez R, Sothmann B, Arnold F, Heyn C, Hansen W, Buhmann H, Molenkamp L W 2015 *Nat. Nanotechnol* **10** 854
- [4] Zhang Y C, Lin G X, Chen J C 2015 *Phys. Rev. E* **91** 052118
- [5] Zhang Y C, Huang C K, Lin G X, Chen J C 2015 *Energy* **85** 200
- [6] Zhang Y C, Wang Y, Huang C K, Lin G X, Chen J C 2016



*Energy* **95** 593

- [7] Aniket S. 2020 *J. Appl. Phys.* **127** 234903
- [8] Anamika B, Surojit H, Shailendra K, Varshney, Gourab D, Aniket S 2021 *Phys. Rev. E* **103** 012131
- [9] Kano S, Fujii M 2017 *Nanotechnology* **28** 095403
- [10] Lim J S, Sánchez D, López R 2018 *N. J. Phys.* **20** 023038
- [11] Daré A M, Lombardo P 2017 *Phys. Rev. B* **96** 115414
- [12] Su H, Shi Z C, He J Z 2015 *Chin. Phys. Lett.* **32** 100501
- [13] Su H, Wang J W, Zhao Q Y, He J Z 2016 *Sci. Sin-Tech.* **46** 1296 (in Chinese) [苏豪, 王家伟, 赵沁园, 何济洲 2016 中国科学: 技术科学 **46** 1296]
- [14] Shi Z C, Qin W F, He J Z 2016 *Mod. Phys. Lett. B* **30** 1650397
- [15] Roche B, Roulleau P, Jullien T, Jompol, Y, Farrer I, Ritchie D A, Glatthli D C. 2015 *Nat. Commun* **6** 6738
- [16] Hartmann F, Pfeffer P, Höfling S, Kamp M, Worschech L. 2015 *Phys. Rev. Lett.* **114** 146805
- [17] Josefsson M, Svilans A, Burke A, Hoffmann E, Fahlvik S, Thelander C, Leijnse M, Linke H 2018 *Nat. Nanotechnol* **13** 920
- [18] Keller A J, Lim J S, Sánchez D, López R, Amasha S, Katine J A 2016 *Phys. Rev. Lett.* **117** 066602
- [19] Sothmann B, Sánchez R, Jordan A N, Büttiker M 2013 *N. J. Phys.* **15** 095021
- [20] Choi Y, Jordan A N 2015 *Physica E:Low-dimensional Systems Nanostruct* **74** 465
- [21] Lin Z B, Yang Y Y, Fu J, Li W, He J Z 2019 *Chin. Phys. Lett.* **36** 060501
- [22] Lin Z B, Li W, Yang Y Y, He J Z 2020 *Phys. Rev. E* **101** 022117
- [23] Sothmann B, Sánchez R, Jordan A N 2014 *Europhys. Lett.* **107** 47003
- [24] Sánchez R, Sothmann B, Jordan A N 2015 *Phys. Rev. Lett.* **114** 146801
- [25] Boukai A I, Bunimovich Y, Tahir-Kheli J, Yu J K, Goddard I W A, Heath J R 2008 *Nature* **451** 168
- [26] Yang Y Y, Xu S, Li W, He J Z 2020 *Phys. Scr.* **95** 095001
- [27] Yang Y Y, Xu S, He J Z 2020 *Chin. Phys. Lett.* **37** 120502
- [28] Su S, Zhang Y, Chen J, Shih T M 2016 *Sci. Reports* **6** 21425
- [29] Shi Z C, Fu J, Qin W F, He J Z 2017 *Chin. Phys. Lett.* **34** 110501
- [30] Jiang J H, Entin-Wohlman O, Imry Y 2013 *New Journal of Physics* **15** 075021
- [31] Li C, Zhang Y, He J 2013 *Chin. Phys. Lett.* **30** 100501
- [32] Rutten B, Esposito M, Cleuren B 2009 *Phys. Rev. B* **80** 235122
- [33] Cleuren B, Rutten B, Van den Broeck C 2012 *Phys. Rev. Lett.* **108** 120603
- [34] Shi Z C, He J Z, Xiao Y L 2015 *Sci. Sin-Phys. Mech. Astron.* **45** 050502 (in Chinese) [施志诚, 何济洲, 肖宇玲 2015 中国科学: 物理学 力学 天文学 **45** 050502]
- [35] Li C, Zhang Y, Wang J, He J 2013 *Phys. Rev. E* **88** 062120
- [36] Wang J H, Lai Y M, Ye Z L, He J Z, Ma Y L, Liang Q H 2015 *Phys. Rev. E* **91** 050102
- [37] Li W, Fu J, Yang Y Y, He J Z 2019 *Acta Phys. Sin.* **68** 220501 (in Chinese) [李唯, 符婧, 杨赞赞, 何济洲 2019 物理学报 **68** 220501]
- [38] Whitney R S, Sánchez R, Haupt F, Splettstoesser J 2016 *Phys. E* **82** 176
- [39] Fu T, Du J Y, Su S H, Su G Z, Chen J C 2021 *Eur. Phys. J. Plus* **136** 1059
- [40] Xi M M, Wang R Q, Lu J C, Chen T Y, Jiang J H 2021 *Chin. Phys. Lett.* **38** 088801
- [41] Su S H, Zhang Y C, Peng W L, Su G Z, Chen J C 2021 *Sci. Sin-Phys. Mech. Astron.* **51** 112 (in Chinese) [苏山河, 张艳超, 彭万里, 苏国珍, 陈金灿 2021 中国科学: 物理学 力学 天文学 **51** 112]

# Four-terminal hybrid driven refrigerator based on three coupled quantum dots<sup>\*</sup>

Liu Xing    Xu Shuai    Gao Jin-Zhu    He Ji-Zhou<sup>†</sup>

(*Department of Physics, Nanchang University, Nanchang 330031, China*)

( Received 8 May 2022; revised manuscript received 25 May 2022 )

## Abstract

In this paper, a four-terminal hybrid driven refrigerator model with three capacitively coupled quantum dots is proposed, which can be driven by the energy current injected from the highest temperature thermal reservoir and the power input to achieve the refrigeration of the low temperature reservoir. Based on the master equation we derive the expressions for charge current and heat current between three quantum dots and thermal reservoirs in the weak/strong capacitive coupling case, respectively. We numerically analyze the thermodynamic performance characteristics of the refrigerator between the cooling rate and the coefficient of performance, and the main performance parameters of the refrigerator are optimized under the condition of the maximum cooling rate. Finally, we compare the performance of this refrigerator in the strong capacitive coupling case with that in the weak capacitive coupling case.

**Keywords:** couple quantum dot, four-terminal hybrid refrigerator, cooling rate, coefficient of performance

**PACS:** 05.70.-a, 73.50.Lw, 73.63.Kv, 85.80.Fi

**DOI:** [10.7498/aps.71.20220904](https://doi.org/10.7498/aps.71.20220904)

---

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11875034) .

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: [hjzhou@ncu.edu.cn](mailto:hjzhou@ncu.edu.cn)

## 基于三个耦合量子点的四端混合驱动制冷机

刘行 徐帅 高金柱 何济洲

## Four-terminal hybrid driven refrigerator based on three coupled quantum dots

Liu Xing Xu Shuai Gao Jin-Zhu He Ji-Zhou

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 71, 190502 (2022) DOI: 10.7498/aps.71.20220904

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.71.20220904>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

#### 基于一维弹道导体的三端纳米线制冷机的性能优化

Performance optimization of three-terminal nanowire refrigerator based on one-dimensional ballistic conductor

物理学报. 2022, 71(2): 020501 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20211077>

#### 光子驱动量子点制冷机

Quantum dot refrigerator driven by photon

物理学报. 2019, 68(22): 220501 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20191091>

#### 线性不可逆热力学框架下一个无限尺寸热源而有限尺寸冷源的制冷机的性能分析

Performance analysis of a refrigerator operating between an infinite-sized hot reservoir and a finite-sized cold one within linear irreversible thermodynamics

物理学报. 2018, 67(4): 040502 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20172010>

#### 稀释制冷机及其中的热交换问题

Dilution refrigerator and its heat transfer problems

物理学报. 2021, 70(23): 230202 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20211760>

#### 用于亚开温区的极低温绝热去磁制冷机

Ultra-low temperature adiabatic demagnetization refrigerator for sub-Kelvin region

物理学报. 2021, 70(9): 090702 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20202237>

#### 仿生辐射制冷的研究进展

Research progress of bio-inspired radiative cooling

物理学报. 2022, 71(2): 024401 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20211854>