

量化核最小逆双曲正弦自适应滤波算法*

火元莲^{1)†} 脱丽华¹⁾ 齐永锋²⁾ 张印¹⁾

1) (西北师范大学物理与电子工程学院, 兰州 730000)

2) (西北师范大学计算机科学与工程学院, 兰州 730000)

(2022 年 5 月 30 日收到; 2022 年 8 月 4 日收到修改稿)

针对非线性问题, 本文将核方法和双曲正弦函数的逆相结合, 提出了鲁棒的核最小逆双曲正弦算法. 然后利用向量量化对输入空间数据进行量化, 构建出能够抑制网络规模增长的量化核最小逆双曲正弦算法, 降低了原有算法的计算复杂度, 给出了量化核最小逆双曲正弦算法的能量守恒关系和收敛条件. Mackey-Glass 短时混沌时间序列预测和非线性信道均衡环境的仿真结果表明, 本文所提出的核最小逆双曲正弦算法和量化核最小逆双曲正弦算法在收敛速度、鲁棒性和计算复杂度上具有优势.

关键词: 核方法, 向量量化, 核最小逆双曲正弦算法, 短时混沌时间序列预测

PACS: 84.30.Vn, 05.40.Ca, 05.45.Tp

DOI: 10.7498/aps.71.20221065

1 引言

在过去的几十年中, 核方法已经成功的应用于自适应滤波领域来解决非线性问题. 核自适应滤波器^[1](kernel adaptive filter, KAF) 使用 Mercer 核^[2], 将数据从输入空间映射到再生核希尔伯特空间 (reproducing kernel Hilbert space, RKHS). 在再生核希尔伯特空间中, 通过计算所谓的内核技巧^[1], 可以很容易地计算出内积. 核自适应滤波算法在解决非线性问题和非线性信道均衡方面优于普通的自适应滤波算法. 核自适应滤波算法主要有: 核最小均方 (kernel least mean square, KLMS)^[3] 算法、核最小平均 p 范数 (kernel maximum mean p -power, KLMP)^[4] 算法、核最小 $\ln \cosh$ (kernel least $\ln \cosh$, KLL)^[5] 算法、核最大相关熵准则 (kernel maximum correntropy criterion, KMCC)^[6] 算法以及一些改进算法. 这类算法的主要缺点是径向基函数网络随着新数据样本的增加而增长, 从而增加了计算复杂度, 需要更多的内存. 针对其问题, 研究者们采用

了各种稀疏化方法来抑制网络增长, 稀疏化数据的方法主要有近似线性依赖性 (approximate linear dependency, ALD) 准则^[7]、惊奇准则 (surprise criterion, SC)^[8]、新颖性准则 (novelty criterion, NC)^[9] 和预测方差准则^[10] 等. 稀疏化方法可以减少网络规模的增长, 但在稀疏化过程中要丢弃冗余数据, 从而降低了滤波精度, 因为这些数据也在参与网络系数的更新. 向量量化 (vector quantization, VQ)^[11] 被用来解决该问题, 并已成功应用于当前的核自适应滤波算法, 它的主要思想是通过量化来压缩输入空间, 以抑制网络规模的增长. 文献 [12] 提出了量化核最小均方算法 (quantized kernel least mean square, QKLMS) 算法. 文献 [13] 通过改进核递归最小二乘 (kernel recursive least squares, KRLS) 算法, 提出了量化核递归最小二乘 (quantized kernel recursive least squares, QKRLS) 算法. 文献 [14] 利用最大相关熵准则 (maximum correntropy criterion, MCC)^[15,16] 算法, 为脉冲噪声环境下的非线性系统模型, 提出了量化核最大相关熵准则 (quantized kernel maximum correntropy crite-

* 国家自然科学基金 (批准号: 61561044) 和甘肃省自然科学基金 (批准号: 20JR10RA077) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: huoyuanlian@163.com

tion, QKMCC) 算法.

文献 [17] 利用双曲正弦函数的逆构造了新的代价函数, 并证明了该自适应滤波算法在非高斯环境下的性能表现良好. 受此启发, 本文将双曲正弦函数的逆放到再生核希尔伯特空间中, 构造了核最小逆双曲正弦 (kernel least inverse hyperbolic sine, KLIHS) 算法. 同时为了进一步降低该算法的计算复杂度, 利用向量量化方法来抑制其网络规模的增长, 提出了量化核最小逆双曲正弦 (quantized kernel least inverse hyperbolic sine, QKLIHS) 算法, 并研究了 QKLIHS 算法在 Alpha 稳定分布环境 [18–20] 下的非线性信道均衡 [21] 问题和 Mackey-Glass 短期混沌时间序列预测 [22] 问题中的性能. 仿真结果表明, KLIHS 和 QKLIHS 算法在收敛速度和稳态误差方面比 KLMS, KMCC, KLMP, KLL 和 QKLMS 算法有更好的性能.

2 量化核最小均方算法

核技巧就是将任意核从输入空间 U 映射到特征空间 F 的一种方法, 基于 Mercer 定理, 其可以表示为

$$\kappa(\mathbf{x}(n), \mathbf{x}(n)') = \boldsymbol{\varphi}^T(\mathbf{x}(n)) \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{x}(n)'), \quad (1)$$

其中 $\mathbf{x}(n)$ 表示输入信号在 n 时刻的值; $\mathbf{x}(n)'$ 表示输入信号在下一时刻的值. 本文采用核宽为 h 的高斯核, 表示为

$$\kappa(\mathbf{x}(n), \mathbf{x}(n)') = \exp(-h\|\mathbf{x}(n) - \mathbf{x}(n)'\|^2). \quad (2)$$

QKLMS 算法是由 KLMS 算法应用量化方法得到的. KLMS 算法的权值更新方程可以写为

$$\boldsymbol{\Omega}(n) = \boldsymbol{\Omega}(n-1) + \mu e(n) \boldsymbol{\varphi}(n), \quad (3)$$

其中 $\boldsymbol{\Omega}(n)$ 是权重向量; μ 是步长; $e(n) = d(n) - \boldsymbol{\Omega}^T(n-1) \boldsymbol{\varphi}(n)$ 是 n 时刻的预测误差; $d(n)$ 是期望信号; $\boldsymbol{\varphi}(n)$ 是核自适应滤波器输入.

用量化方法量化 $\boldsymbol{\varphi}(n)$, 则 QKLMS 算法的权值更新方程可以写为

$$\begin{cases} \boldsymbol{\Omega}(0) = 0, \\ e(n) = d(n) - \boldsymbol{\Omega}^T(n-1) \boldsymbol{\varphi}(n), \\ \boldsymbol{\Omega}(n) = \boldsymbol{\Omega}(n-1) + \mu e(n) Q[\boldsymbol{\varphi}(n)], \end{cases} \quad (4)$$

其中 $Q[\cdot]$ 表示在高维 RKHS 中的量化运算. 由于特征空间 F 的维数通常比较高, 这使得计算很困难, 因此需要将量化放到输入空间 U 进行计算, 即

对输入信号 $\mathbf{x}(n)$ 进行量化, 那么 QKLMS 算法的权值更新方程可以写为

$$\begin{cases} \boldsymbol{\Omega}(0) = 0, \\ e(n) = d(n) - \boldsymbol{\Omega}^T(n-1) \boldsymbol{\varphi}(n), \\ \boldsymbol{\Omega}(n) = \boldsymbol{\Omega}(n-1) + \mu e(n) \kappa(\omega[\mathbf{x}(n)]), \end{cases} \quad (5)$$

其中 $\omega[\cdot]$ 是输入空间 U 的量化运算. 为了便于后续的推导, 定义 $\boldsymbol{\varphi}_p(n) = Q[\boldsymbol{\varphi}(n)]$, $x_p(n) = \omega[\mathbf{x}(n)]$.

3 量化核最小逆双曲正弦算法

3.1 核最小逆双曲正弦算法

Inverse hyperbolic sine (IHS) 是双曲正弦函数的逆, 其代价函数可以写成如下形式:

$$J(n) = \sinh^{-1}(e^2(n)), \quad (6)$$

其中 \sinh 为双曲正弦函数. 利用梯度下降法, (6) 式的导数形式可以写为

$$\frac{\partial J(e(n))}{\partial \boldsymbol{\Omega}(n-1)} = -2 \frac{1}{\sqrt{1+e^4(n)}} e(n) \boldsymbol{\varphi}(n). \quad (7)$$

利用负随机梯度, 可以推导出该 KLIHS 的权重更新方程为

$$\boldsymbol{\Omega}(n) = \boldsymbol{\Omega}(n-1) + 2\mu \frac{1}{\sqrt{1+e^4(n)}} e(n) \boldsymbol{\varphi}(n), \quad (8)$$

其中 μ 表示步长, 逐项递推得到如下形式:

$$\boldsymbol{\Omega}(n) = \boldsymbol{\Omega}(0) + 2\mu \sum_{j=1}^n \frac{1}{\sqrt{1+e^4(j)}} e(j) \boldsymbol{\varphi}(j). \quad (9)$$

在这里 $\boldsymbol{\Omega}(0) = 0$, 则权重更新公式为

$$\boldsymbol{\Omega}(n) = 2\mu \sum_{j=1}^n \frac{1}{\sqrt{1+e^4(j)}} e(j) \boldsymbol{\varphi}(j). \quad (10)$$

表 1 KLIHS 算法
Table 1. KLIHS algorithm.

初始化:

选择步长 μ ; 映射核宽 h ; $\mathbf{a}(1) = 2\mu \frac{1}{\sqrt{1+d^4(1)}} d(1)$;
 $\mathbf{C}(1) = \{\mathbf{x}(1)\}$

每获得一对新的样本 $\{\mathbf{x}(n), d(n)\}$ 时

1) 计算输出值: $y(n) = \sum_{j=1}^{n-1} \mathbf{a}_j(n) \kappa(\mathbf{x}(j), \mathbf{x}(n))$

2) 计算误差: $e(n) = d(n) - y(n)$

3) 添加存储新中心: $\mathbf{C}(n) = \{\mathbf{C}(n-1), \mathbf{x}(n)\}$

4) 更新系数:

$\mathbf{a}(n) = \{\mathbf{a}(n-1), 2\mu \frac{1}{\sqrt{1+e^4(n)}} e(n)\}$

停止循环

滤波器 $n+1$ 时刻的输出为

$$y(n+1) = \boldsymbol{\Omega}(n)^T \boldsymbol{\varphi}(n+1) \\ = 2\mu \sum_{j=1}^n \frac{1}{\sqrt{1+e^4(j)}} e(j) \boldsymbol{\varphi}^T(j) \boldsymbol{\varphi}(j+1). \quad (11)$$

所以 KLIHS 算法如表 1 所列.

3.2 量化核最小逆双曲正弦算法

量化核最小逆双曲正弦 (QKLIHS) 算法是通过量化 (8) 式中的 $\boldsymbol{\varphi}(n)$ 得到的, 可以表示为

$$\begin{cases} \boldsymbol{\Omega}(0) = 0, & e(n) = d(n) - \boldsymbol{\Omega}^T(n-1) \boldsymbol{\varphi}(n), \\ \boldsymbol{\Omega}(n) = \boldsymbol{\Omega}(n-1) + 2\mu \frac{1}{\sqrt{1+e^4(n)}} e(n) Q[\boldsymbol{\varphi}(n)]. \end{cases} \quad (12)$$

与 QKLMS 类似, 要把特征空间 F 的量化转换到输入空间 U . 故 QKLIHS 算法的学习可以表示为

$$\begin{cases} y(0) = 0, & e(n) = d(n) - \boldsymbol{\Omega}^T(n-1) \boldsymbol{\varphi}(n), \\ y(n) = y(n-1) + 2\mu \frac{1}{\sqrt{1+e^4(n)}} e(n) \kappa(\omega[\boldsymbol{x}(n)]). \end{cases} \quad (13)$$

量化过程中当接收到新的输入数据 $\boldsymbol{x}(n)$ 时, 首先需要去计算 $\boldsymbol{x}(n)$ 与当前字典 $\boldsymbol{C}(n-1)$ 的欧几里得距离, 可以表示为:

$$\text{dis}(\boldsymbol{x}(n), \boldsymbol{C}(n-1)) = \min_{1 \leq j \leq \text{size}(\boldsymbol{C}(n-1))} \|\boldsymbol{x}(n) - \boldsymbol{C}_j(n-1)\|, \quad (14)$$

其中 $\|\cdot\|$ 表示范数; $\boldsymbol{C}_j(n-1)$ 表示字典 $\boldsymbol{C}(n-1)$ 中的第 j 个元素. 接下来就要去判断该数据是否要加入“字典”作为该字典的一个新的中心, 量化阈值 $\gamma \geq 0$ 用来当做判断的标准. 如果 $\text{dis}(\boldsymbol{x}(n), \boldsymbol{C}(n-1)) > \gamma$, 将输入数据 $\boldsymbol{x}(n)$ 加入到字典 $\boldsymbol{C}(n-1)$ 中, 并加入相对应的系数向量, 可以表示为

$$\begin{cases} \boldsymbol{x}_q(n) = \boldsymbol{x}(n), \\ \boldsymbol{C}(n) = \{\boldsymbol{C}(n-1), \boldsymbol{x}_q(n)\}, \\ \boldsymbol{a}(n) = [\boldsymbol{a}(n-1), 2\mu \frac{1}{\sqrt{1+e^4(n)}} e(n)]. \end{cases} \quad (15)$$

否则, 即

$$\text{dis}(\boldsymbol{x}(n), \boldsymbol{C}(n-1)) \leq \gamma, \\ j^* = \arg \min_{1 \leq j \leq \text{size}(\boldsymbol{C}(n-1))} \|\boldsymbol{x}(n) - \boldsymbol{C}_j(n-1)\|.$$

此时输入数据 $\boldsymbol{x}(n)$ 不会被加入到字典 $\boldsymbol{C}(n-1)$ 中,

但是会将字典 $\boldsymbol{C}(n-1)$ 中与 $\boldsymbol{x}(n)$ 的欧几里得距离的最近的元素 $\boldsymbol{C}_{j^*}(n-1)$ 作为 $\boldsymbol{x}(n)$ 的量化值, 并且更新 $\boldsymbol{C}_{j^*}(n-1)$ 的系数, 可以表示为

$$\begin{cases} \boldsymbol{x}_q(n) = \boldsymbol{C}_{j^*}(n-1), & \boldsymbol{C}(n) = \boldsymbol{C}(n-1), \\ \boldsymbol{a}_{j^*}(n) = \boldsymbol{a}_{j^*}(n-1) + 2\mu \frac{1}{\sqrt{1+e^4(n)}} e(n). \end{cases} \quad (16)$$

因此, 获得新的样本 $\{\boldsymbol{x}(n), d(n)\}$ 时, QKLIHS 算法的输出为

$$y(n) = \sum_{j=1}^{\text{size}(\boldsymbol{C}(n-1))} \boldsymbol{a}_j(n-1) \kappa(\boldsymbol{x}(n), \boldsymbol{C}(n-1)). \quad (17)$$

综上, QKLIHS 算法的流程如表 2 所列.

表 2 QKLIHS 算法
Table 2. QKLIHS algorithm.

初始化:

选择步长 μ ; 映射核宽 h ; 量化阈值 γ ;

$$\boldsymbol{a}(1) = 2\mu \frac{1}{\sqrt{1+d^4(1)}} d(1); \boldsymbol{C}(1) = \{\boldsymbol{x}(1)\}$$

每获得一对新的样本 $\{\boldsymbol{x}(n), d(n)\}$ 时

$$1) \text{ 计算输出值: } y(n) = \sum_{j=1}^{n-1} \boldsymbol{a}_j(n) \kappa(\boldsymbol{x}(j), \boldsymbol{x}(n))$$

$$2) \text{ 计算误差: } e(n) = d(n) - y(n)$$

$$3) \text{ 计算 } \boldsymbol{x}(n) \text{ 与当前字典 } \boldsymbol{C}(n-1) \text{ 的欧几里得距离: } \\ \text{dis}(\boldsymbol{x}(n), \boldsymbol{C}(n-1)) = \min_{1 \leq j \leq \text{size}(\boldsymbol{C}(n-1))} \|\boldsymbol{x}(n) - \boldsymbol{C}_j(n-1)\|$$

$$4) \text{ 若 } \text{dis}(\boldsymbol{x}(n), \boldsymbol{C}(n-1)) > \gamma, \text{ 更新字典: } \\ \boldsymbol{x}_q(n) = \boldsymbol{x}(n), \boldsymbol{C}(n) = \{\boldsymbol{C}(n-1), \boldsymbol{x}_q(n)\}$$

添加相应系数向量

$$\boldsymbol{a}(n) = \left[\boldsymbol{a}(n-1), 2\mu \frac{1}{\sqrt{1+e^4(n)}} e(n) \right]$$

否则, 保持字典不变: $\boldsymbol{C}(n) = \boldsymbol{C}(n-1)$

计算与当前数据最近字典元素的下标

$$j^* = \arg \min_{1 \leq j \leq \text{size}(\boldsymbol{C}(n-1))} \|\boldsymbol{x}(n) - \boldsymbol{C}_j(n-1)\|$$

将 $\boldsymbol{C}_{j^*}(n-1)$ 作为当前数据的量化值, 并更新系数向量:

$$\boldsymbol{x}_q(n) = \boldsymbol{C}_{j^*}(n-1), \\ \boldsymbol{a}_{j^*}(n) = \boldsymbol{a}_{j^*}(n-1) + 2\mu \frac{1}{\sqrt{1+e^4(n)}} e(n)$$

停止循环

3.3 能量守恒关系

对本文提出的 QKLIHS 算法的能量守恒关系进行推导. 已知未知系统的输出为

$$d(n) = \boldsymbol{\Omega}_0^T \boldsymbol{\varphi}(n) + v(n), \quad (18)$$

其中 $v(n)$ 是噪声, 输出误差为

$$e(n) = d(n) - \Omega(n-1)^T \varphi(n). \quad (19)$$

将 (18) 式代入 (19) 式得

$$\begin{aligned} e(n) &= d(n) - \Omega(n-1)^T \varphi(n) \\ &= \Omega_0^T \varphi(n) + v(n) - \Omega(n-1)^T \varphi(n) \\ &= \tilde{\Omega}(n-1)^T \varphi(n) + v(n), \end{aligned} \quad (20)$$

其中 $\tilde{\Omega}(n-1) = \Omega_0 - \Omega(n-1)$ 表示特征空间中权矢量的偏差, $e_a(n) = \tilde{\Omega}(n-1)^T \varphi(n)$ 表示先验误差. (8) 式两边同时减去 Ω_0 可得到:

$$\tilde{\Omega}(n) = \tilde{\Omega}(n-1) - 2\mu \frac{1}{\sqrt{1+e^4(n)}} e(n) \varphi(n). \quad (21)$$

先验误差 $e_p(n) = \tilde{\Omega}(n)^T \varphi(n)$, 把 (21) 式代入

$$\begin{aligned} e_p(n) &= \tilde{\Omega}(n-1)^T \varphi(n) \\ &\quad - 2\mu \frac{1}{\sqrt{1+e^4(n)}} e(n) \varphi^T(n) \varphi(n) \\ &= e_a(n) - 2\mu \frac{1}{\sqrt{1+e^4(n)}} e(n) \kappa(\mathbf{x}_p(n), \mathbf{x}(n)). \end{aligned} \quad (22)$$

结合 (21) 式和 (22) 式消除 $e(n)$:

$$\tilde{\Omega}(n) = \tilde{\Omega}(n-1) + [e_p(n) - e_a(n)] \frac{\varphi(n)}{\kappa(\mathbf{x}_p(n), \mathbf{x}(n))}. \quad (23)$$

对 (23) 式两边取内积:

$$\begin{aligned} \|\tilde{\Omega}(n)\|^2 &= \|\tilde{\Omega}(n-1)\|^2 + \frac{e_p^2(n)}{\kappa(\mathbf{x}_p(n), \mathbf{x}(n))^2} - \frac{e_a^2(n)}{\kappa(\mathbf{x}_p(n), \mathbf{x}(n))^2} \\ &\quad + \frac{2(e_p(n) - e_a(n)) \left\{ \tilde{\Omega}(n-1)^T \varphi(n) \kappa(\mathbf{x}_p(n), \mathbf{x}(n)) - e_a(n) \right\}}{\kappa(\mathbf{x}_p(n), \mathbf{x}(n))^2}. \end{aligned} \quad (24)$$

则能量守恒关系为

$$\|\tilde{\Omega}(n)\|^2 = \|\tilde{\Omega}(n-1)\|^2 + \frac{e_p^2(n)}{\kappa(\mathbf{x}_p(n), \mathbf{x}(n))^2} - \frac{e_a^2(n)}{\kappa(\mathbf{x}_p(n), \mathbf{x}(n))^2} + \gamma, \quad (25)$$

其中

$$\gamma = \frac{2(e_p(n) - e_a(n)) \left\{ \tilde{\Omega}(n-1)^T \varphi(n) \kappa(\mathbf{x}_p(n), \mathbf{x}(n)) - e_a(n) \right\}}{\kappa(\mathbf{x}_p(n), \mathbf{x}(n))^2}.$$

如果 $\kappa(\mathbf{x}_p(n), \mathbf{x}(n)) \rightarrow 1$, $\gamma \rightarrow 1$, 则能量守恒关系为

$$\|\tilde{\Omega}(n)\|^2 + e_a^2(n) = \|\tilde{\Omega}(n-1)\|^2 + e_p^2(n). \quad (26)$$

3.4 收敛性能分析

(21) 式可表示为

$$\tilde{\Omega}(n) = \tilde{\Omega}(n-1) - \mu_p e(n) \varphi(n), \quad (27)$$

其中 $\mu_p = 2\mu \frac{1}{\sqrt{1+e^4(n)}}$ 是受 $e(n)$ 影响的变步长因子.

(27) 式的内积为

$$\begin{aligned} \|\tilde{\Omega}(n)\|^2 &= \|\tilde{\Omega}(n-1)\|^2 + \mu_p^2 e^2(n) \\ &\quad - 2\mu_p e(n) \tilde{\Omega}(n-1)^T \varphi(n). \end{aligned} \quad (28)$$

对 (28) 式两边取期望

$$\begin{aligned} E[\|\tilde{\Omega}(n)\|^2] &= E[\|\tilde{\Omega}(n-1)\|^2] + E[\mu_p^2 e^2(n)] \\ &\quad - 2E[\mu_p e(n) \tilde{\Omega}(n-1)^T \varphi(n)]. \end{aligned} \quad (29)$$

算法收敛必须满足:

$$E[\|\tilde{\Omega}(n)\|^2] \leq E[\|\tilde{\Omega}(n-1)\|^2].$$

那么

$$E[\mu_p^2 e^2(n)] \leq E[2\mu_p e(n) \tilde{\Omega}(n-1)^T \varphi(n)]. \quad (30)$$

基于上述情况, 步长 (算法收敛的充分必要条件) 满足:

$$0 < \mu \leq \frac{\tilde{\Omega}(n-1)^T \sqrt{1+e^4(n)} \varphi(n)}{e(n)}. \quad (31)$$

4 算法仿真

本节中给出了 Mackey-Glass 短时混沌时间序列预测和非线性信道均衡两个例子来验证所提出的 KLISH, QKLISH 算法的性能. 对于所有的模拟, 进行了 200 次蒙特卡罗运行以减少干扰. 所有实验高斯核核宽 $h = 1.0$, 训练数据的大小为 1000, 测试数据的大小为 100. Alpha 稳定分布模型来模拟

非高斯噪声环境如图 1. 为了评估滤波精度, 均方误差 (MSE) 被定义为 $MSE = \frac{1}{S} \sum_{b=1}^S (d(b) - y(b))^2$, 其中 $S = 100$ 为测试数据的大小.

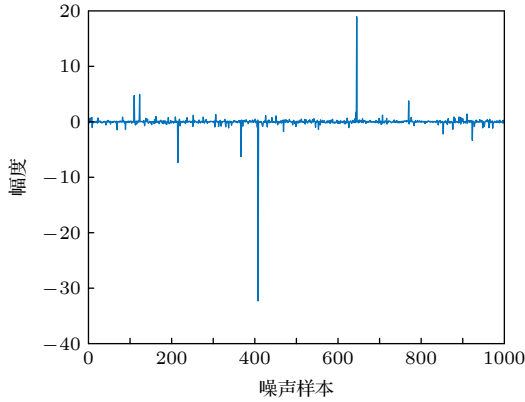


图 1 $\alpha = 1.3$ 时的 Alpha 稳定分布噪声 (非高斯环境)
Fig. 1. When $\alpha = 1.3$, alpha stable distribution noise (non-Gaussian environment).

4.1 短时混沌时间序列预测

Mackey-Glass 短时混沌时间序列由下列延迟微分方程生成:

$$\frac{dx(t)}{dt} = bx(t) + \frac{ax(t-c)}{1+x(t-c)^{10}}, \quad (32)$$

其中参数设置为: $a = 0.2$, $b = 0.1$, $c = 10$. 根据 Takens 嵌入定理, 用之前的 7 个数据 $u(i) = [x(i-7), x(i-6), \dots, x(i-1)]^T$ 作为输入量, 预测当前的输入 $x(i)$.

1) 不同核自适应滤波算法对比. 把本文的 KLIHS 算法和 KLMS, KLMP, KLL, KMCC 算法性能进行对比, 结果如图 2 所示. 表 3 给出了各算法达到稳态时候的稳态误差的均值和标准偏差.

表 3 在短时混沌时间序列预测下不同算法的均值±标准偏差
Table 3. The mean standard deviation of different algorithms under short-term chaotic time series prediction.

| 算法 | 均值 ± 偏差 |
|-------|---------------------|
| KLMS | 0.2256 ± 0.1082 |
| KMCC | 0.1847 ± 0.0034 |
| KLMP | 0.1831 ± 0.0061 |
| KLL | 0.1807 ± 0.0047 |
| KLIHS | 0.1773 ± 0.0045 |

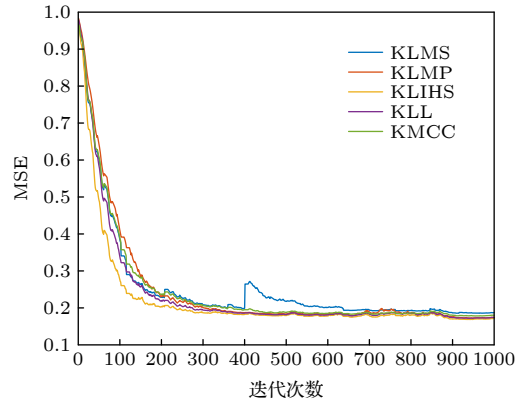


图 2 在短时混沌时间序列预测下不同算法的性能比较
Fig. 2. Performance comparison of different algorithms under short-time chaotic time series prediction.

从图 2 和表 3 可以看出, 在非高斯噪声环境下 KLMS 算法不具有鲁棒性, 而本文算法和 KLMP, KLL, KMCC 算法都具有鲁棒性, 并且都能达到比较好的稳态误差, 同时本文算法的收敛速度比其他几种算法都要快. 由此可得本文所提的 KLIHS 算法在短时混沌时间序列预测环境下性能较好.

2) 讨论量化阈值 γ 取不同值时对算法性能的影响. 文中 γ 分别取 0, 0.5, 0.9, 1.2 和 2.0, QKLIHS 算法的学习曲线和网络尺寸大小分别如图 3 和图 4 所示. 从图 3 和图 4 中可以看出, 当量化阈值 γ 为 0 时, QKLIHS 算法的网络尺寸和迭代次数成正比, 此时的 QKLIHS 算法退化为 KLIHS 算法. 随着 γ 的增大, 网络尺寸减小, 该算法性能也随之下降. 为了更清晰地分析不同量化阈值对算法性能的影响, 表 4 给出了在短时混沌时间序列预测环境下,

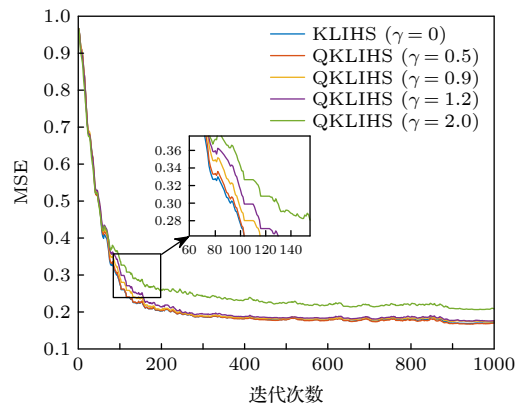


图 3 在短时混沌时间序列预测下不同量化阈值 γ 的 QKLIHS 算法的性能比较

Fig. 3. Performance comparison of QKLIHS algorithms with different quantization thresholds γ under short-time chaotic time series prediction.

不同量化阈值的 QKLIHS 算法达到稳态时的均方误差和网络尺寸. 由表 4 分析可知, 量化阈值从 0 变化到 1.2, QKLIHS 算法的均方误差增大了不到 0.01, 但该算法的网络尺寸却从 1000 变到 101, 降低了 10 倍. 当 $\gamma \leq 1.2$ 时, 在保证基本不损失稳态误差性能的基础上, 最大程度地降低算法的计算复杂度.

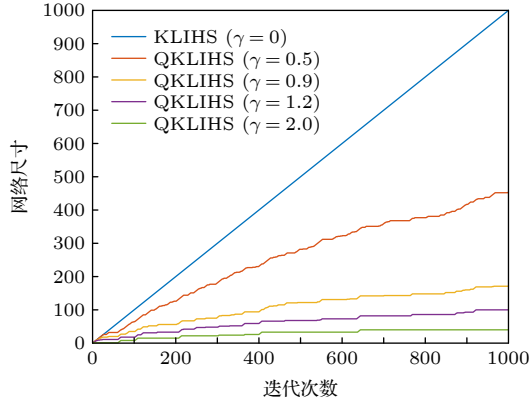


图 4 在短时混沌时间序列预测下不同量化阈值 γ 的 QKLIHS 算法的网络尺寸比较

Fig. 4. Network size comparison of QKLIHS algorithms with different quantization thresholds γ under short-time chaotic time series prediction.

表 4 在短时混沌时间序列预测下不同量化阈值的 QKLIHS 算法的均方误差与网络尺寸比较

Table 4. Comparison of mean square error and network size of QKLIHS algorithm with different quantization thresholds γ under short-time chaotic time series prediction.

| 量化阈值 | 误差均值 \pm 偏差 | 网络尺寸 |
|------|---------------------|------|
| 0 | 0.1738 ± 0.0046 | 1000 |
| 0.5 | 0.1759 ± 0.0050 | 454 |
| 0.9 | 0.1793 ± 0.0041 | 172 |
| 1.2 | 0.1820 ± 0.0045 | 101 |
| 2.0 | 0.2149 ± 0.0056 | 41 |

4.2 非线性信道均衡

非线性信道模型由线性滤波器和无记忆非线性模型组成. 图 5 为一个非线性信道的方框图, 其中 $u(n) \in \{-1, 1\}$ 为信道输入, $x(n) = u(n) + 0.5u(n-1)$ 为线性滤波器的输出, $r(n) = x(n) - 0.9x(n)^2 + v(n)$ 为非线性信道的输出, 其中 $v(n)$ 为噪声. 信道均衡的目标是构造一个逆滤波器以尽可能低的错误率恢复原始信号. 可以将其看做一个简单的回归问题,

其样本为 $\{([r(n), r(n+1), \dots, r(n+l), u(n-D)])\}$, l 是时间嵌入长度, D 是均衡滞后时间. 实验中, $l = 3$, $D = 2$.

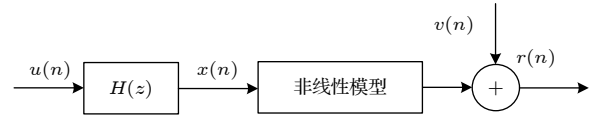


图 5 非线性信道

Fig. 5. Nonlinear channel.

1) 不同核自适应滤波算法对比. 上述五种不同算法的学习曲线如图 6 所示. 从图 6 可以看出, 本文的算法和其他的四种算法能达到相同的稳态误差, 并且都有较好的鲁棒性, 但是本文算法的收敛速度优于其他四种算法. 综上所述, 本文所提出的算法在非线信信道均衡环境下性能较好.

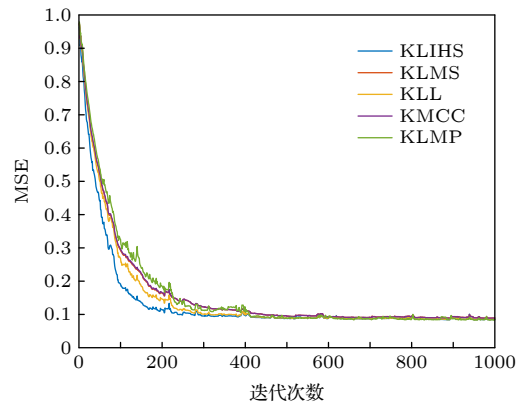


图 6 在非线信信道均衡下不同算法的性能比较

Fig. 6. Performance comparison of different algorithms under nonlinear channel equalization.

2) 讨论量化阈值 γ 取不同值时对算法性能的影响. 文中 γ 分别取 0, 0.5, 0.9, 1.2 和 2.0, 不同量化阈值的 QKLIHS 算法的学习曲线和网络尺寸大小分别如图 7 和图 8 所示. 从图 7 和图 8 中可以看出, 当量化阈值 $\gamma = 0$ 时, QKLIHS 算法退化为 KLIHS 算法, 此时网络尺寸和迭代次数成正比. 当 γ 逐渐增大, 网络尺寸减小, 算法性能下降. 为了更清晰地看出稳态误差的差距, 给出了在当前仿真下的均方误差和网络尺寸, 如表 5 所列. 分析表 5 可以得到, 在 $\gamma \leq 1.2$ 时, 网络尺寸的减小的程度远远大于稳态误差增加的程度. 因此, QKLIHS 算法可以在保证基本不损失稳态误差性能的基础上, 能最大程度地降低算法的计算复杂度.

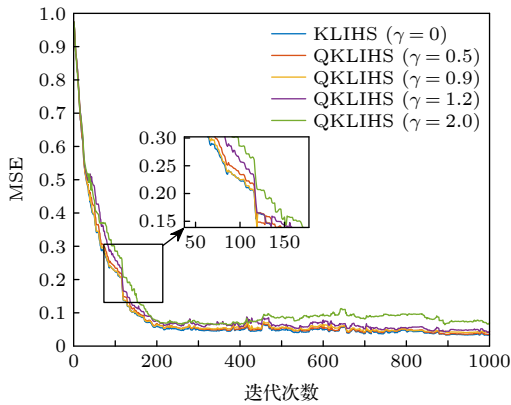


图 7 在非线性信道均衡下不同量化阈值 γ 的 QKLIHS 算法的性能比较

Fig. 7. Performance comparison of QKLIHS algorithms with different quantization thresholds γ under nonlinear channel equalization.

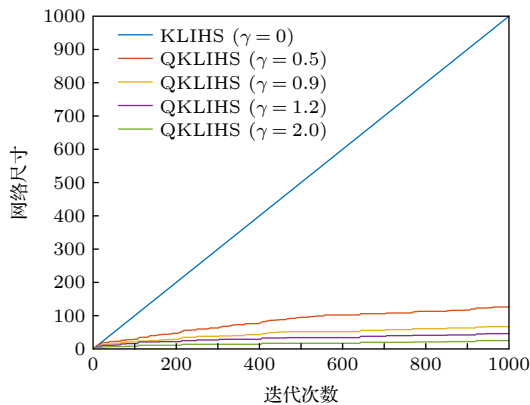


图 8 在非线性信道均衡下不同量化阈值 γ 的 QKLIHS 算法的网络尺寸比较

Fig. 8. Network size comparison of QKLIHS algorithms with different quantization thresholds γ under nonlinear channel equalization.

表 5 在非线性信道均衡下不同量化阈值 γ 的 QKLIHS 算法的稳态误差均值与网络尺寸

Table 5. Steady-state error mean and network size of QKLIHS algorithm with different quantization threshold γ under nonlinear channel equalization.

| 量化阈值 | 误差均值 \pm 偏差 | 网络尺寸 |
|------|---------------------|------|
| 0 | 0.0422 ± 0.0060 | 1000 |
| 0.5 | 0.0454 ± 0.0065 | 127 |
| 0.9 | 0.0489 ± 0.0063 | 68 |
| 1.2 | 0.0560 ± 0.0080 | 47 |
| 2.0 | 0.0866 ± 0.0095 | 26 |

5 结 论

将核方法和双曲正弦函数的逆相结合, 提出了

一种适用于非高斯环境的鲁棒核最小逆双曲正弦算法. 同时考虑到该算法网络尺寸线性增长的问题, 进一步利用向量量化方法, 推导出了能够抑制网络规模增长的量化核最小逆双曲正弦算法, 给出了该算法的能量守恒关系和收敛条件. 仿真结果表明, 提出的核最小逆双曲正弦算法的性能优于 KLMS, KLMP, KMCC 和 KLL 算法, 且量化核最小逆双曲正弦算法在保证滤波精度的前提下, 能够有效地减少网络尺寸, 降低了算法的计算复杂度.

参考文献

- [1] Liu W F, Príncipe J C, Haykin S 2010 *Kernel Adaptive Filtering: A Comprehensive Introduction* (Hoboken, NJ, USA: John Wiley & Sons) pp16-32
- [2] Huo Y L, Wang D F, Long X Q, Lian P J, Qi Y F 2021 *Acta Phys. Sin.* **70** 028401 (in Chinese) [火元莲, 王丹凤, 龙小强, 连培君, 齐永锋 2021 物理学报 **70** 028401]
- [3] Liu W, Pokharel P P, Principe J C 2008 *IEEE Trans. Signal Process.* **56** 543
- [4] Ma W, Duan J, Man W, Zhao H, Chen B 2017 *Eng. Appl. Artif. Intel.* **58** 101
- [5] Wu Q, Li Y, Zakharov Y V, Xue W 2021 *Signal Process.* **189** 108255
- [6] Zhao S, Chen B, Príncipe J C 2011 *The 2011 International Joint Conference on Neural Networks* San Jose, CA USA, 03 October 2011, p2012
- [7] Engel Y, Mannor S, Meir R 2004 *IEEE Trans. Signal Process.* **52** 2275
- [8] Liu W, Park I, Principe J C 2009 *IEEE Trans. Neural Networks* **20** 1950
- [9] Chen B, Zhao S, Zhu P, Príncipe J C 2013 *IEEE Trans. Neural Networks Learn. Syst.* **24** 1484
- [10] Csató L, Oppor M 2002 *Neural Comput.* **14** 641
- [11] Zhao S, Chen B, Zhu P, Príncipe J C 2013 *Signal Process.* **93** 2759
- [12] Chen B, Zhao S, Zhu P, Príncipe J C 2012 *IEEE Trans. Neural Networks Learn. Syst.* **23** 22
- [13] Engel Y, Mannor S, Meir R 2004 *IEEE Transactions on Signal Processing* **52** 2275
- [14] Wang S, Zheng Y, Duan S, Wang L, Tan H 2017 *Digital Signal Process.* **63** 164
- [15] Wu Z, Shi J, Xie Z, Ma W, Chen B 2015 *Signal Process.* **117** 11
- [16] Shi L, Yun L 2014 *IEEE Signal Process. Lett.* **21** 385
- [17] Guan S, Cheng Q, Zhao Y, Biswal B 2021 *PLoS One* **16** 1
- [18] Jiao S B, Ren C, Huang W C, Liang Y M 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 210501 (in Chinese) [焦尚彬, 任超, 黄伟超, 梁炎明 2013 物理学报 **62** 210501]
- [19] Huo Y L, Tuo L H, Qi Y F, Ding R B 2022 *Acta Phys. Sin.* **71** 048401 (in Chinese) [火元莲, 脱丽华, 齐永锋, 丁瑞博 2022 物理学报 **71** 048401]
- [20] Aalo V, Ackie A, Mukasa C 2019 *Signal Process.* **154** 363
- [21] Wu Q, Li Y, Jiang Z, Zhang Y 2019 *IEEE Access.* **7** 62107
- [22] Wang S Y, Shi C F, Qian G B, Wang W L 2018 *Acta Phys. Sin.* **67** 018401 (in Chinese) [王世元, 史春芬, 钱国兵, 王万里 2018 物理学报 **67** 018401]

Quantized kernel least inverse hyperbolic sine adaptive filtering algorithm^{*}

Huo Yuan-Lian^{1)†} Tuo Li-Hua¹⁾ Qi Yong-Feng²⁾ Zhang Yin¹⁾

1) (*College of Physics and Electronic Engineering, Northwest Normal University, Lanzhou 730000, China*)

2) (*College of Computer Science and Engineering, Northwest Normal University, Lanzhou 730000, China*)

(Received 30 May 2022; revised manuscript received 4 August 2022)

Abstract

In the last few decades, the kernel method has been successfully used in the field of adaptive filtering to solve nonlinear problems. Mercer kernel is used to map data from input space to reproducing kernel Hilbert space (RKHS) by kernel adaptive filter (KAF). In regenerated kernel Hilbert spaces, the inner product can be easily calculated by computing the so-called kernel trick. The Kernel adaptive filtering algorithm is superior to common adaptive filtering algorithm in solving nonlinear problems and nonlinear channel equalization. For nonlinear problems, a robust kernel least inverse hyperbolic sine (KLIHS) algorithm is proposed by combining the kernel method with the inverse of hyperbolic sine function. The main disadvantage of KAF is that the radial-basis function (RBF) network grows with every new data sample, which increases the computational-complexity and requires more memories. The vector quantization (VQ) has been proposed to address this problem and has been successfully applied to the current kernel adaptive filtering algorithm. The main idea of the VQ method is to compress the input space through quantization to curb the network-size growth. In this paper, vector quantization is used to quantify the input spatial data, and a quantized kernel least inverse hyperbolic sine (QKLIHS) algorithm is constructed to restrain the growth of network scale. The energy conservation relation and convergence condition of quantized kernel least inverse hyperbolic sine algorithm are given. The simulation results of Mackey-Glass short-time chaotic time series prediction and nonlinear channel equalization environment show that the proposed kernel least inverse hyperbolic sine algorithm and quantized kernel least inverse hyperbolic sine algorithm have advantages in convergence speed, robustness and computational complexity.

Keywords: kernel method, the vector quantization, kernel least inverse hyperbolic sine algorithm, short-time chaotic time series prediction

PACS: 84.30.Vn, 05.40.Ca, 05.45.Tp

DOI: 10.7498/aps.71.20221065

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 61561044) and the Natural Science Foundation of Gansu Province, China (Grant No. 20JR10RA077).

[†] Corresponding author. E-mail: huoyuanlian@163.com

量化核最小逆双曲正弦自适应滤波算法

火元莲 脱丽华 齐永锋 张印

Quantized kernel least inverse hyperbolic sine adaptive filtering algorithm

Huo Yuan-Lian Tuo Li-Hua Qi Yong-Feng Zhang Yin

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 71, 228401 (2022) DOI: 10.7498/aps.71.20221065

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.71.20221065>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于指数加权-核在线序列极限学习机的混沌系统动态重构研究

Dynamic reconstruction of chaotic system based on exponential weighted online sequential extreme learning machine with kernel

物理学报. 2019, 68(10): 100503 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20190156>

基于P范数的核最小对数绝对差自适应滤波算法

Kernel least logarithm absolute difference algorithm based on P-norm

物理学报. 2022, 71(4): 048401 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20211124>

基于Nystrm柯西核共轭梯度算法的混沌时间序列预测

Prediction of chaotic time series based on Nystrm Cauchy kernel conjugate gradient algorithm

物理学报. 2022, 71(10): 108401 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20212274>

非高斯冲激干扰下基于Softplus函数的核自适应滤波算法

Kernel adaptive filtering algorithm based on Softplus function under non-Gaussian impulse interference

物理学报. 2021, 70(2): 028401 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20200954>

一种变尺度S型核分式低次幂自适应滤波算法

A variable-scale S-type kernel fractional low-power adaptive filtering algorithm

物理学报. 2021, 70(15): 158401 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20210075>

基于大脑情感学习模型和自适应遗传算法的混沌时间序列预测

Chaotic time series prediction based on brain emotional learning model and self-adaptive genetic algorithm

物理学报. 2018, 67(8): 080502 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20172104>