

被动螺旋耳蜗力学模型<sup>\*</sup>高雷<sup>1)</sup> 梁俊毅<sup>2)</sup> 姚文娟<sup>1)†</sup> 周雷<sup>3)</sup> 黄新生<sup>3)‡</sup>

1) (上海大学力学与工程科学学院, 上海 200072)

2) (美国克利夫兰诊所勒纳研究所, 美国俄亥俄 44106)

3) (复旦大学附属中山医院耳鼻喉科, 上海 200032)

(2022 年 6 月 17 日收到; 2022 年 12 月 16 日收到修改稿)

耳蜗是人体重要的感音器官, 蜗管中的基底膜是所有微观组织的支撑结构, 其与淋巴液之间复杂的耦合运动是耳蜗感音功能产生的首要条件. 通过将耳蜗的长度划分为有限数量的元素, 并给定径向分布, 推导出一组控制方程, 用于微力学和流体耦合. 然后结合矩阵组合方程, 得到基底膜和淋巴液完全耦合的响应. 分析不同激励下基底膜的瞬时响应、不同频率激励时共振位置的时域响应以及基底膜质量及刚度变化对其生物力学行为影响和听力功能的作用. 结果发现: 基底膜质量及刚度的增大均导致最大响应减弱, 但最大响应位置却向基底膜不同方向移动, 前者向底部而后者向顶部向移动; 变化的基底膜截面可以很快地降低耳蜗中部和顶部的特征频率, 以达到较好的滤波和放大特定频率激励的效果, 且可以让耳蜗对特定频率区 (1000—3000 Hz) 间有较高的分辨效果.

**关键词:** 人耳螺旋耳蜗, 基底膜, 力学模型, 时域分析**PACS:** 47.11.Bc, 87.85.Ox, 02.10.Yn**DOI:** 10.7498/aps.72.20221200

## 1 引言

耳是人体重要的感觉器官, 据世界卫生组织和《Science》报道, 全球约有 3 亿人患有感音性耳聋<sup>[1,2]</sup>, 其病变位于内耳的螺旋器结构中. 由于耳蜗的感音机理非常复杂, 至今为止尚不完全清楚, 制约了感音性耳聋的临床治疗, 成为当今医学重要的难题之一.

耳结构是人体最精细而复杂的微小结构. 耳蜗分为宏观结构 (如基底膜与淋巴液) 微观结构 (如毛细胞与纤毛等), 研究前者的力学行为称为被动耳蜗力学, 研究后者的力学行为称为主动耳蜗力学. 由于基底膜是支持耳蜗感声功能微观组织的关键基础结构, 是耳蜗听觉产生的重要功能性结构, 故它的运动模式至关重要<sup>[3,4]</sup>.

耳蜗力学的发展为探究耳蜗的感音机理开拓

了新的视野. 1960 年, 冯·贝基西 (Békésy) 首次由实验发现耳蜗中基底膜的行波振动, 由此揭开了基底膜运动的神秘面纱<sup>[5]</sup>, 也因此获得了诺贝尔奖. 但是 Békésy 的实验数据仅仅测到了基底膜的中高频振动数据. 之后, 科学家们分别通过实验方法、理论建模和数值模拟等方法描述基底膜的运动行为.

1986 年, Johnstone 等<sup>[6]</sup>发现基底膜的振动是高度非线性的. 1991 年, Robles 等<sup>[7]</sup>发现耳蜗基底膜的双音畸变现象. Evans 和 Wilson<sup>[8]</sup>发现从耳蜗中去除外淋巴会破坏耳蜗神经元的急剧调谐. Narayan 等<sup>[9]</sup>发现听觉的频率调谐神经与基底膜移位密切相关. Gundersen 等<sup>[10]</sup>对基底膜特定位置 (离镫骨 12 mm 处) 测试了位移频率响应的实验数据, Greenwood<sup>[11]</sup>和 Warren 等<sup>[12]</sup>使用激光在体外验光和在体内光学相干断层扫描研究豚鼠耳蜗的低频部分, 发现根尖基底膜不能用简单的光束

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金重点项目 (批准号: 11932010) 资助的课题.

<sup>†</sup> 通信作者. E-mail: wjyao@shu.edu.cn

<sup>‡</sup> 通信作者. E-mail: huang.xinsheng@zs-hospital.sh.cn

模型来描述. 目前的实验显示了在基底膜存在一个未预期的反应模式. 饶柱石等<sup>[13]</sup>通过探索豚鼠耳蜗基底膜振动测试的方法, 研究了基底膜的振动特性.

同时, 学者们基于解析理论分析方法研究. Mammano 等<sup>[14]</sup>建立了二维的直型耳蜗力学模型, 得到基底膜的频率选择特性. Paul 等<sup>[15]</sup>建立了三维直型耳蜗力学模型, 把行波近似为长波, 求解了基底膜稳态下的振幅以及相位随频率的变化关系. Ruggero 等<sup>[16]</sup>得到神经阈值是由基底膜的位移和速度的函数决定. Duke 和 Julicher<sup>[17]</sup>建立了直线形的基底膜运动模型, 展示了如何结合行波和自调谐临界振荡器的概念来描述耳蜗中的非线性波.

有限元数值仿真技术的应用使得该领域取得突破性进展. Zhang 等<sup>[18]</sup>探究了在正向和反向刺激过程中, 人耳蜗中声传输比较的有限元分析. Gan 等<sup>[19–21]</sup>建立了中耳和耳蜗组成的人耳 3D 有限元模型, 对模型进行了声-液-液耦合有限元分析, 研究了人受到爆炸性暴露后, 由于中耳和耳蜗组织损伤而导致听力损失时, 耳部往往受到的损伤. Zhou 等<sup>[22]</sup>基于人体颞骨显微图像, 采用逆向工程技术建立人耳有限元模型, 模拟了典型的耳硬化症疾病. 周凯等<sup>[23,24]</sup>利用 CT 扫描和逆向成型技术建立包括中耳和耳蜗的有限元模型, 考虑前庭导水管和耳蜗, 建立了圆窗的有限元模型, 研究典型中耳病变对圆窗激振听力补偿效果的影响. Yao 等<sup>[25–28]</sup>建立了整耳有限元模型及局部解析模型, 分析耳蜗的宏观及微观结构的生物力学行为, 研究圆窗病变及耳蜗发育不全导致听力下降机理. 2021 年, 姚文娟课题组<sup>[29]</sup>发现基底膜在低频下呈现驻波运动, 补充了行波运动理论的局限, 并诠释了许多无法用行波运动理论解释的现代实验现象.

综上所述, 力学建模分析方法能够有效弥补实验手段未能获得耳蜗听力行为的不足.

由于耳蜗的隐蔽性难以观测, 现今很难通过试验准确测得体内的信息. 但是目前的数值模拟方法复杂费时间. 为此, 本论文基于力学理论, 结合医学及生物学等多学科交叉原理, 建立一个被动螺旋耳蜗力学模型, 用于能够快速描述耳蜗中的支撑结构基底膜与淋巴液复杂的流-固耦合运动, 基于模型的计算分析得到了一些新的结论.

## 2 力学模型的建立

耳蜗为螺旋形状如图 1 所示, 其内部的关键结

构基底膜和耳蜗有同样的螺旋形状 (图 2). 本文构建了螺旋的基底膜, 其长度  $L = 35$  mm, 底部和顶部宽度不同, 底部宽度为 0.5 mm, 顶部为 5 mm, 有限元模型的本质是将耳蜗的长度划分为有限的部分, 假设为  $N$  个矩形有限单元, 各单元的刚度和质量随位置变化, 刚度由  $5 \times 10^9$  Pa 线性减小到 0<sup>[22]</sup>, 线质量由 0.03 kg/m 线性增大到 4 kg/m, 并且腔室中的流体和基底膜的机械相应微小的部分是纵向作用. 模型中, 沿着耳蜗管方螺旋向为  $x$  轴, 基底膜宽度方向为  $y$  轴, 垂直基底膜方向为  $z$  轴. 由于  $y$  方向的运动远小于  $z$  方向, 则不计入  $y$  方向的运动.

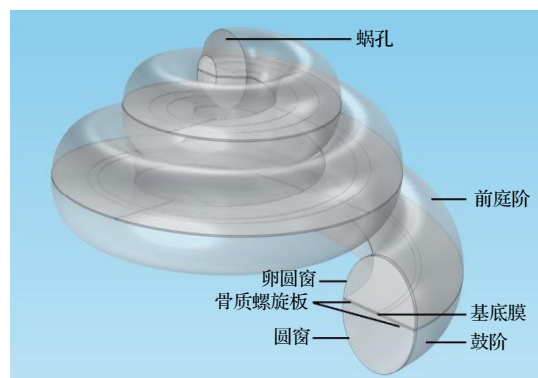


图 1 耳蜗形体图

Fig. 1. The cochlear shape.



图 2 基底膜模型

Fig. 2. The model of Basilar Membrane.

### 2.1 力学基本方程建立

由于基底膜的运动主要是垂直基底膜方向上, 则仅考虑垂直基底膜方向的运动, 并且在截面上呈现的形状为  $\psi(y)$ , 同时只考虑基底膜长度方向的速度分布, 即:

$$v(x) = \frac{1}{W} \int_0^W \psi(y) v(x, y) dy. \quad (1)$$

其中  $W$  是耳蜗的有限元宽度, 假设振型标准化为

$$\frac{1}{W} \int_0^W \psi^2(y) dy = 1. \quad (2)$$

在此基础上, 简化作用在基底膜有限单元上的压力差为

$$p(x) = \frac{1}{W} \int_0^W \psi(y) [p_1(x, y, 0) - p_2(x, y, 0)] dy, \quad (3)$$

其中  $p_1(x, y, 0)$  和  $p_2(x, y, 0)$  是上下流体压力差的分布.

将基底膜沿着长度方向分为  $N$  个单元, 在  $n = 1$  处为卵圆窗处的激励, 最后一个单元  $n = N$  处为耳蜗顶端, 假设基底膜的长度为  $L$ , 则长度均匀分布单元的长度为  $L/N$ , 这里定义为  $\Delta$ .

则可以将这些单元的压力差定义为

$$p = [p(1), p(2), \dots, p(N)]^T, \quad (4)$$

$$v = [v(1), v(2), \dots, v(N)]^T. \quad (5)$$

它们在基底膜和流体的相互作用下是耦合关系. 假设两个流体腔之间产生了一组压力差  $p$ , 则该压力等于耦合矩阵  $Z_{FC}$  乘以速度矢量  $v$ :

$$p = Z_{FC} v. \quad (6)$$

基底膜速度矢量假设为激励矢量的总合, 表示为蹬骨区域的速度减去基底膜导纳矩阵  $Y_{BM}$  和压力  $p$  的乘积:

$$v = v_s - Y_{BM} p. \quad (7)$$

这里规定压力差向下, 基底膜的速度向上. 正常情况下只有第一个单元受到蹬骨处的激励  $v_s$ , 这里将后面每个单元之间的激励依然表示为  $v_s$ , 将 (6) 和 (7) 式组并, 并且假设矩阵  $[I - Y_{BM} Z_{FC}]$  可倒, 可以得出流固耦合导纳和激励的方程为

$$v = [I - Y_{BM} Z_{FC}]^{-1} v_s, \quad (8)$$

该公式为有限元形式下的流固耦合公式, 可以得到压力差的表达式为

$$p = Z_{FC} [I + Y_{BM} Z_{FC}]^{-1} v_s, \quad (9)$$

假设  $A$  为  $Z_{FC}^{-1}$ ,  $B$  为  $[I + Y_{BM} Z_{FC}]$ , 由  $A^{-1} B^{-1} = [BA]^{-1}$  可以得到:

$$p = [Z_{FC}^{-1} + Y_{BM}]^{-1} v_s. \quad (10)$$

可以用传输线模型模拟基底膜受压差作用, 这个模型中, 基底膜速度模拟电流, 压力差模拟电压, 可得到压力差与基底膜的速度关系表达式:

$$-v_n = \frac{p_{n-1} - p_n}{i\omega L} + \frac{p_{n+1} - p_n}{i\omega L}, \quad (11)$$

其中  $L$  是纵向耦合单元的惯性,  $p_n$  是第  $n$  个单元的压力差,  $v_n$  表示向上的基底膜速度,  $\omega$  表示频率, 方程 (11) 可以写成:

$$\frac{p_{n-1} - 2p_n + p_{n+1}}{i\omega L} = -v_n. \quad (12)$$

在流固耦合中, 将流体的质量方程和动量方程结合, 组成一个微分方程, 将基底膜上下的压力差  $p$  在长度  $x$  轴上的分布和基底膜速度  $v$  联系起来, 与  $e^{i\omega t}$  成正比关系:

$$\frac{\partial^2 p(x)}{\partial x^2} = -\frac{2i\omega\rho}{h} v(x), \quad (13)$$

式中  $p(x)$  是基底膜上压力分布,  $v(x)$  是基底膜向上速度分布,  $\rho$  是淋巴液密度,  $h$  是流体有效高度, 为  $\pi^2 A / (8B)$ , 其中  $A$  是流体腔的面积,  $B$  是基底膜的宽度. (13) 式的二阶有限差分格式为

$$\frac{p_{n-1} - 2p_n + p_{n+1}}{\Delta^2} = -\frac{2i\omega\rho}{h} v(n). \quad (14)$$

耳蜗底部的压力边界条件的动量方程为

$$\left. \frac{\partial p(x)}{\partial x} \right|_{x=0} = -2i\omega\rho v_1, \quad (15)$$

其中  $v_1$  是当  $p_1$  等于 0 时, 即基底膜不受压力时的蹬骨速度, (15) 式的空间差分格式表示为

$$(p_2 - p_1) / \Delta = -2i\omega\rho v_1. \quad (16)$$

在基底膜顶端, 两个流体腔室连通, 即压力差为 0,  $p(N) = 0$ . 这些有限差分方程可以用矩阵表示为

$$i\omega \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_{N-1} \\ v_N \end{bmatrix} = \frac{h}{-2\Delta^2} \begin{bmatrix} -\Delta/h & \Delta/h & & & \\ 1 & -2 & 1 & & \\ & 1 & -2 & 1 & \\ & & \ddots & \ddots & \ddots \\ & & & 1 & -2 & 1 \\ & & & & \Delta^2/h^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ \vdots \\ p_{N-1} \\ p_N \end{bmatrix}. \quad (17)$$

简化形式为

$$i\omega v = Fp, \quad (18)$$

其中  $F$  为上面的有限差分矩阵. 假设此矩阵可倒, 则压力可以表示为

$$p = i\omega F^{-1}v. \quad (19)$$

流体动力学形式表示为

$$Z_{FC} = i\omega F^{-1}, \quad (20)$$

代入 (19) 式压力方程, 可得到压力差为

$$p = \left[ \frac{1}{i\omega} F + Y_{BM} \right]^{-1} v_s. \quad (21)$$

由此可得出:

$$v_s = \left[ \frac{1}{i\omega} F + Y_{BM} \right] p. \quad (22)$$

最后一个单元的速度为括号内矩阵最后一行和压力矩阵的乘积, 括号内矩阵只有  $F$  最后一个元素不为 0, 而压力矩阵的最后一个元素为 0, 可以得到最后一个单元的速度为 0, 符合边界条件.

## 2.2 微振动力学公式

有限单元基底膜模型中, 如果第一个有限单元的速度只由压力差决定, 则有:

$$v_1 = -Y_{BM}(1)p_1, \quad (23)$$

其中  $Y_{BM}(1)$  为第一个有限单元的导纳, 导纳表达式为

$$Y_{BM}(n) = \frac{i\omega}{i\omega r_n - \omega^2 m_n + s_n}, \quad (24)$$

其中  $\omega$  为特征频率,  $m_n$ ,  $s_n$ ,  $r_n$  分别为第  $n$  个有限单元处的质量、刚度和阻尼.  $m_n$  为第  $n$  个有限单元的质量,  $s_n$  从基底膜底部到顶部均匀变化. 由此可以假设基底膜特征频率分布为

$$f(x) = \sqrt{s_n/m_n}/(2\pi). \quad (25)$$

可以得出每个有限单元的阻尼为

$$r_n = \sqrt{s_n m}/Q, \quad (26)$$

其中  $r_n$  为有限单元的阻尼,  $s_n$  为有限单元的假设刚度,  $m$  为有限单元的质量,  $Q$  为平衡基底膜阻尼因子<sup>[30]</sup>.

## 2.3 时域公式

有限元模型的时域表达中, 将蹬骨处的激励包含在流固耦合的方程中. 在上面差分方程  $F$  的基础上, 由于  $F$  在中的元素与频率无关, 可以将流固耦

合表达为

$$Fp(t) = \dot{v}(t) + \dot{v}_s(t), \quad (27)$$

其中  $F$  为差分矩阵,  $p(t)$  为有限元模型中压力以时间的分布,  $\dot{v}(t)$  是有限单元的加速度,  $\dot{v}_s(t)$  是由蹬骨激励引起的加速度.

用已知变量表示第  $n$  个有限单元的力学特征, 方程如下:

$$\dot{x}_n(t) = A_n x_n(t) + B_n p_n(t), \quad (28)$$

$$v_n(t) = C_n x_n(t), \quad (29)$$

其中  $x_n(t)$  是第  $n$  个有限单元的力学特征, 是一个跟阻抗和质量相关的矩阵,  $p_n(t)$  是作用在第  $n$  个有限单元的压力差, 从而得到速度  $v_n(t)$ .

以体系中一个单元为例, 每个单元有两个自由度, 分别是位移和速度,  $x_{11}(t)$  和  $x_{12}(t)$ , 对应振动方程为

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{11}(t) \\ \dot{x}_{12}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -c_n/m_n & -k_n/m_n \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{11}(t) \\ x_{12}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1/m_n \\ 0 \end{bmatrix} p_n(t), \quad (30)$$

$$v_n(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{11}(t) \\ x_{12}(t) \end{bmatrix}. \quad (31)$$

以此类推, 可以得到  $N$  个自由度基底膜的压力差和速度动力学关系, 可以表达为

$$\dot{x}(t) = A_E x(t) + B_E p(t), \quad (32)$$

$$v(t) = C_E x(t), \quad (33)$$

其中,  $A_E$  是包含阻抗、刚度和质量的对角化矩阵,  $B_E$  是质量矩阵的逆的对角化矩阵,  $C_E$  是提取单元矩阵速度项的对角化矩阵:

$$x^T(t) = \begin{bmatrix} x_1^T(t) & x_2^T(t) & \cdots & x_M^T(t) \end{bmatrix}^T, \quad (34)$$

$$v^T(t) = \begin{bmatrix} v_1^T(t) & v_2^T(t) & \cdots & v_M^T(t) \end{bmatrix}^T, \quad (35)$$

$$A_E = \begin{bmatrix} A_1 & 0 & \cdots \\ 0 & A_2 & \\ \cdots & & \ddots \\ & & & A_{M-1} \\ 0 & \cdots & & & 0 \end{bmatrix},$$

$$B_E = \begin{bmatrix} B_1 & 0 & \cdots \\ 0 & B_2 & \\ \cdots & & \ddots \\ & & & B_{M-1} \\ 0 & \cdots & & & 0 \end{bmatrix},$$



$$C_E = \begin{bmatrix} C_1 & 0 & \cdots & & \\ 0 & C_2 & & & \\ \cdots & & \ddots & & \\ & & & C_{M-1} & \\ 0 & \cdots & & & 0 \end{bmatrix}. \quad (36)$$

此时结构的状态空间可以写成:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \quad (37)$$

其中:

$$A = [I - B_E F^{-1} C_E]^{-1} A_E, \quad (38)$$

$$B = [I - B_E F^{-1} C_E]^{-1} B_E, \quad (39)$$

$$u = F^{-1} \dot{v}_s. \quad (40)$$

这些公式给出了 MATLAB 编程中需要的矩阵, 使用状态空间描述基底膜的时域基本模型, 在由蹬骨处的速度脉冲激励时, 基底膜瞬时响应, 后面有具体展现.

在求解过程中, 时间步设置为 0.1 倍周期, 时间历程为 5 个周期, 即不同是频率激励的总时间不同.

### 3 模型验证

图 3 为基底膜不同位置对不同频率的响应. 由图 3 可知, 不同频率下, 基底膜顶部的运动频率更低, 符合高频区在基底膜底部, 低频区在基底膜顶部的特征. 同时对比了变截面基底膜特征频率曲线和实验数据 [11] 及 Gundersen 等 [10] 对基底膜特定位置 (离蹬骨 12 mm 处) 频率响应的实验数据, 如图 4 所示, 响应曲线与实验数据曲线总体趋势及数值接近, 说明本文力学模型是准确的.

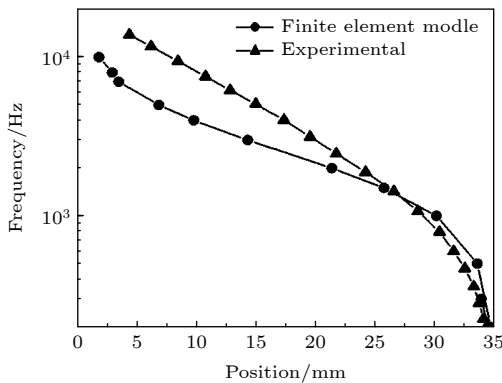


图 3 特征频率曲线

Fig. 3. Characteristic frequency curve.

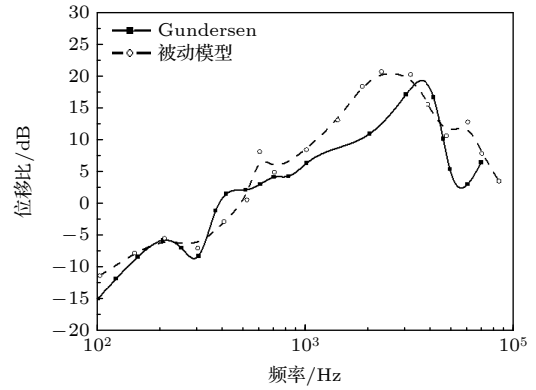


图 4 位移比-频率曲线

Fig. 4. The curve of displacement ratio and frequency.

### 4 结果及讨论

图 5—图 8 所示为由模型计算得到的基底膜不同位置的时域响应, 基底膜有限单元个数为 500, 给定激励为 2000 Hz 简谐激励, 比较距离基底膜 1/5 位置处、1/2 位置处、4/5 位置与特征频率处的时域响应.

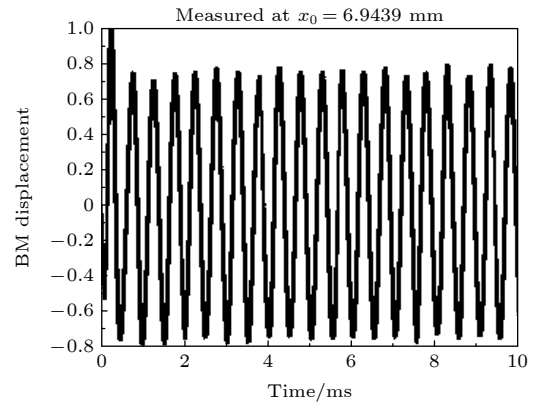


图 5 基底膜 1/5 处的时域响应

Fig. 5. Time domain response at 1/5 of BM.

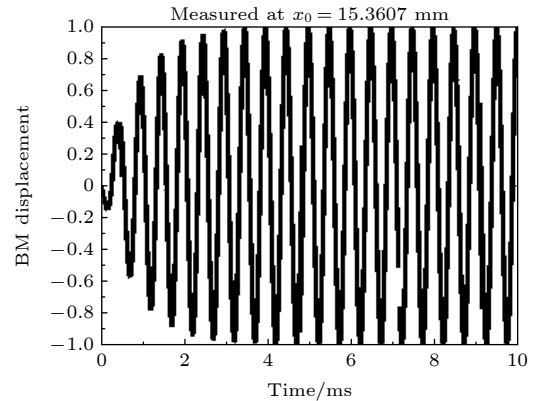


图 6 基底膜特征频率处的时域响应

Fig. 6. Time domain response at characteristic frequency of BM.

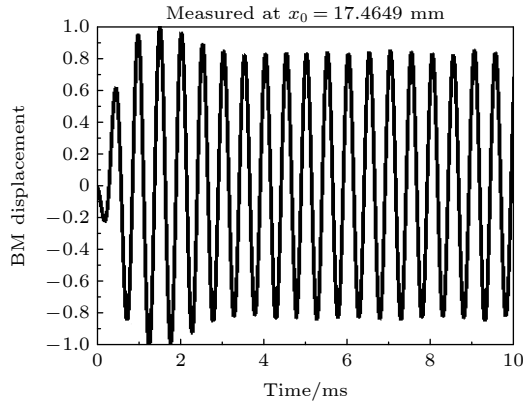


图 7 基底膜 1/2 处的时域响应

Fig. 7. Time domain response at 1/2 of BM.

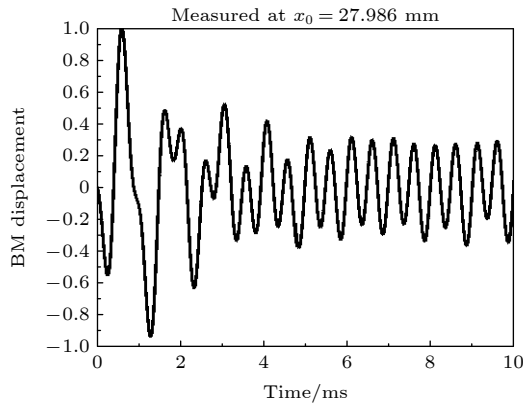


图 8 基底膜 4/5 处的时域响应

Fig. 8. Time domain response at 4/5 of BM.

相同激励下, 高频区响应较大但没有完全达到峰值, 在特征频率处响应最大, 通过特征频率后响应逐渐减小, 并且高频激励传导到低频区, 响应的相位出现较大偏差。

不同频率的响应区 0.5 个周期、1 个周期、3 个周期和 5 个周期的响应如图 9—图 12 所示。

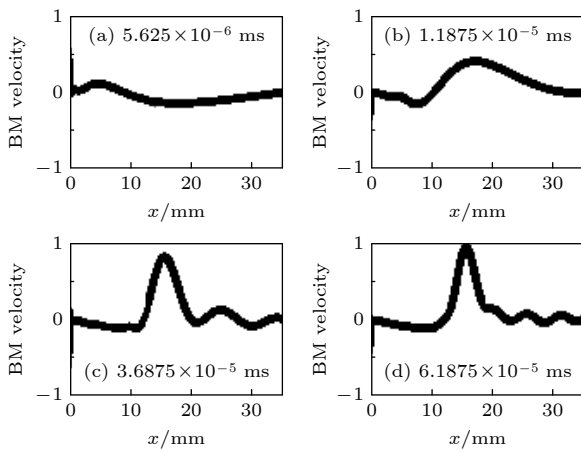


图 9 不同周期时刻响应 2000 Hz

Fig. 9. Response at 2000 Hz at different times.

从图 9—图 12 可以看出, 随着频率升高, 基底膜最大位移响应越靠近底部, 且多个周期激励作用下, 特征频率处响应逐渐加强。

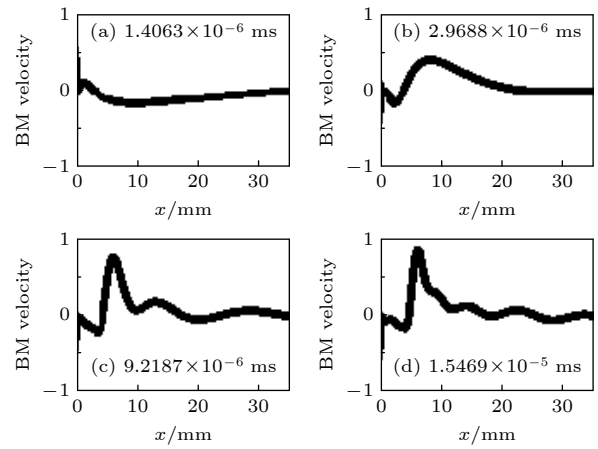


图 10 不同周期时刻响应 4000 Hz

Fig. 10. Response at 4000 Hz at different times.

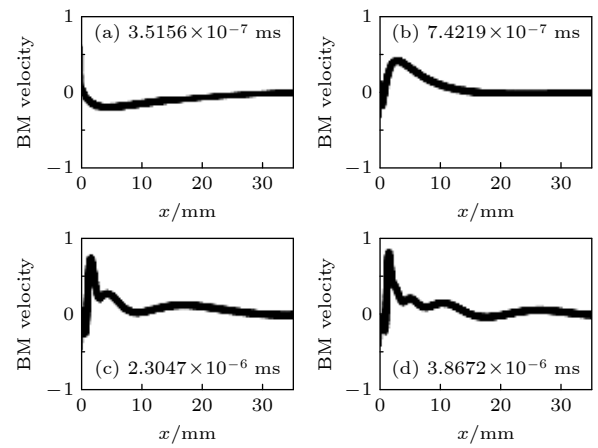


图 11 不同周期时刻响应 8000 Hz

Fig. 11. Response at 8000 Hz at different times.

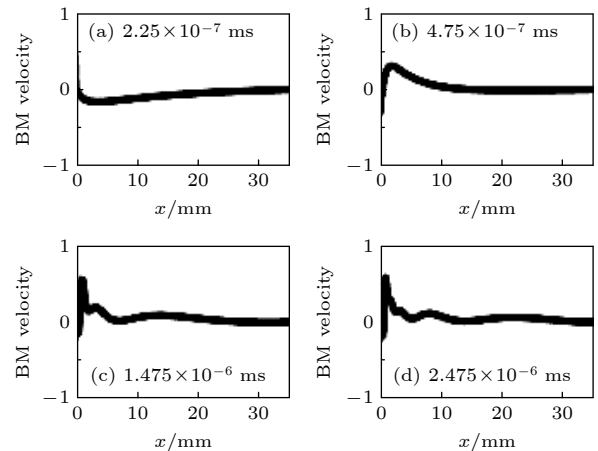


图 12 不同周期时刻响应 10000 Hz

Fig. 12. Response at 10000 Hz at different times.

由于临床上经常出现内耳组织结构的硬化导致听力下降, 这种病变反映在质量及刚度的变化上. 因此应考虑质量及刚度的改变对基底膜响应的影响, 图 13—图 16 对比了将基底膜线密度变及刚度为 2 倍和 10 倍时, 2000 Hz 激励的响应.

从图 13—图 16 可以看出, 随着基底膜质量的增大, 对相同激励的最大响应减弱, 且最大响应位置也向基底膜底部移动, 增大部分质量会降低增大处的响应.

不同基底膜刚度时 2000 Hz 激励的响应如图 17—图 20 所示.

从图 17—图 20 可以看出, 随着基底膜刚度的增大, 对相同激励的最大响应减弱, 且最大响应位置向基底膜顶部移动, 增大部分刚度会降低增大处的

的响应.

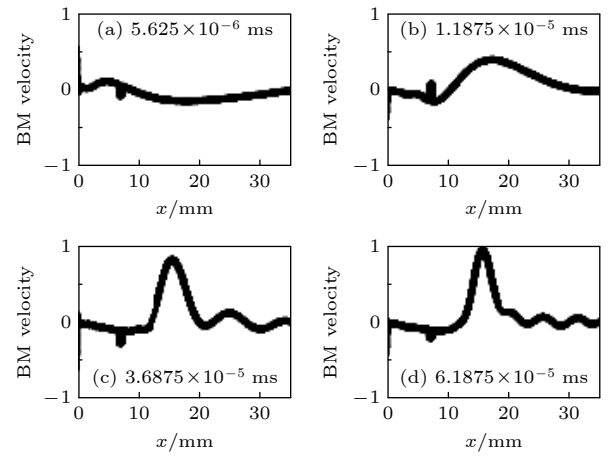


图 15 1/5 处 2 倍质量不同周期时刻响应 2000 Hz

Fig. 15. Response of two times mass at 1/5 at different cycle times at 2000 Hz.

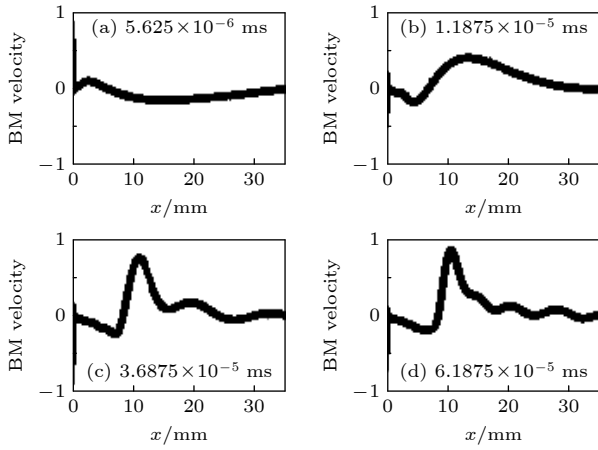


图 13 2 倍质量不同周期时刻响应 2000 Hz

Fig. 13. Response of two times mass at different cycle times at 2000 Hz.

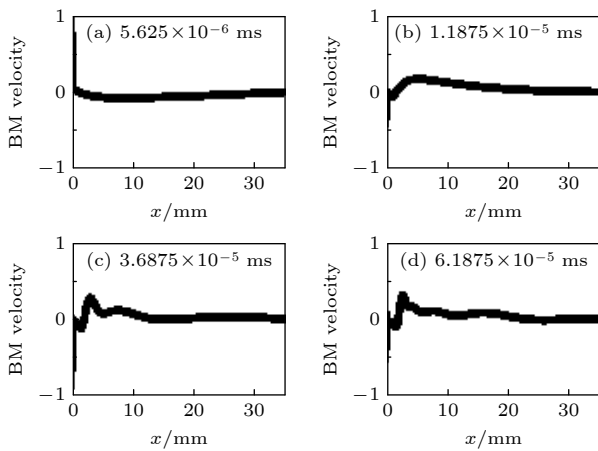


图 14 10 倍质量不同周期时刻响应 2000 Hz

Fig. 14. Response of ten times mass at different cycle times at 2000 Hz.

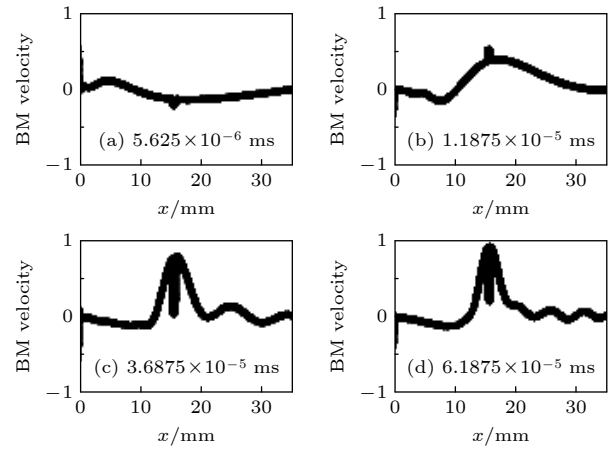


图 16 特征频率处 2 倍质量不同周期时刻响应 2000 Hz

Fig. 16. Response of two times mass at characteristic frequency at different cycle times 2000 Hz.

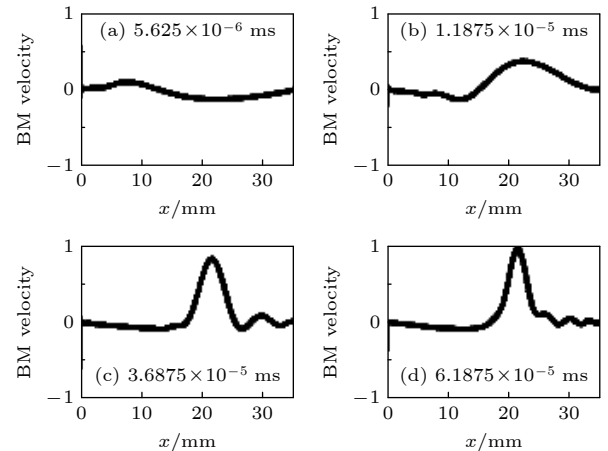


图 17 2 倍刚度不同周期时刻响应 2000 Hz

Fig. 17. Response of twice stiffness at different cycle times at 2000 Hz.

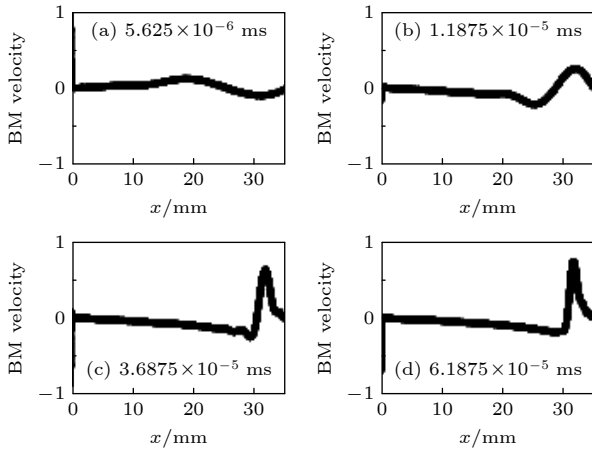


图 18 10 倍刚度不同周期时刻响应 2000 Hz

Fig. 18. Response of 10 times stiffness at different cycle times at 2000 Hz.

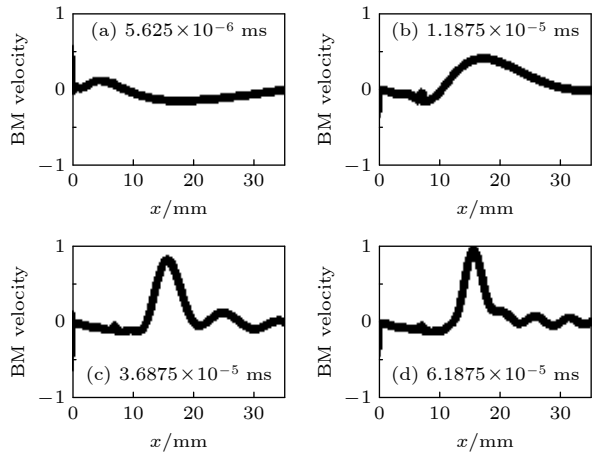


图 19 1/5 处 2 倍刚度不同周期时刻响应 2000 Hz

Fig. 19. Response of 2 times stiffness at 1/5 at different cycle times at 2000 Hz.

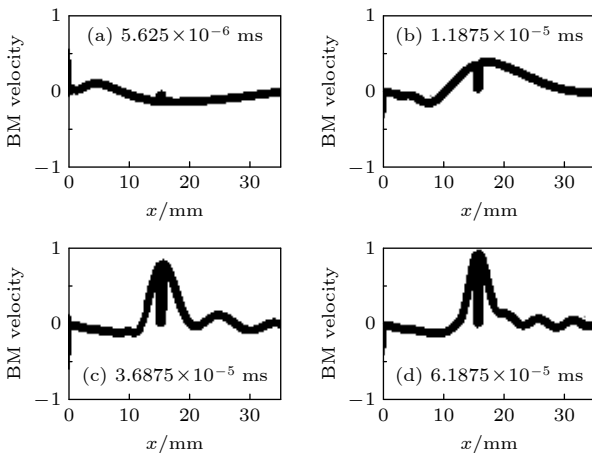


图 20 特征频率处 2 倍刚度不同周期时刻响应 2000 Hz

Fig. 20. Response of two times stiffness at characteristic frequency at different cycle times at 2000 Hz.

变化的基底膜截面可以更快地降低耳蜗中部和顶部的特征频率, 以达到较好的滤波和放大特定频率激励的效果, 且可以让耳蜗对特定频率区 (1000—3000 Hz) 间有较高的分辨效果。

## 5 结 论

本文发展了一种螺旋耳蜗的力学模型建立的方法. 在验证了模型的准确性基础上, 计算分析了基底膜与流体耦合之间的相互作用, 结合流固耦合, 振动微力学, 传输线模型等对基底膜的响应, 分析基底膜质量及刚度变化对其生物力学性质影响和听力功能的作用. 得到结论: 基底膜质量的增大会导致相同激励的最大响应减弱, 且最大响应位置也向基底膜底部移动; 基底膜刚度的增大, 对相同激励的最大响应减弱, 且最大响应位置向基底膜顶部移动;

变化的基底膜截面可以更快地降低耳蜗中部和顶部的特征频率, 以达到较好的滤波和放大特定频率激励的效果, 且可以让耳蜗对特定频率区 (1000—3000 Hz) 间有较高的分辨效果。

本文建立的力学模型充分考虑耳蜗的螺旋几何特征及基底膜及淋巴液的运动规律. 即模型不仅可以反映出耳蜗力学的基本特征以及基底膜形状对耳蜗力学行为的影响, 且相比于现有的有限元模型, 有更快的计算速度和更高的参数分析效率。

## 参考文献

- [1] Chadha S, Kamenov K, Cieza A 2021 *Bull. W. H. O.* **99** 242
- [2] Taylor R R, Forge A 2005 *Science* **307** 1056
- [3] Reichenbach T, Hudspeth A J 2010 *Phys. Rev. Lett.* **105** 118102
- [4] Ashmore J 2008 *Physiol. Rev.* **88** 173
- [5] Békésy V G 1960 *Q. J. Exp. Physiol. Cogn. Med. Sci.* **45** 324
- [6] Johnstone B M, Patuzzi R, Yates G K 1986 *Hear. Res.* **22** 147
- [7] Robles L, Ruggero M A, Rich N C 1991 *Nature* **349** 413
- [8] Evans E, Wilson J 1975 *Science* **190** 1218
- [9] Narayan S S, Temchin A N, Recio A, Ruggero, M A 1999 *Science* **282** 1882
- [10] Gundersen T, Skarstein O, Sikkeland T 1978 *Acta Oto-Laryngol.* **86** 225
- [11] Greenwood D D 1990 *J. Acoust. Soc. Am.* **87** 2592
- [12] Warren R L, Ramamoorthy S, Ciganovic N, Zhang Y, Wilson T M, Petrie T, Wang R K K, Jacques S L, Reichenbach T, Nuttall A, Fridberger A 2016 *Proc. Natl. Acad. Sci. U. S. A.* **113** 4304
- [13] Ta N, Zhang J, Xu L F, Zhou L, Huang X S, Rao Z S 2018 *J. Vibr. Shock* **37** 160 (in Chinese) [塔娜, 张景, 许立富, 周雷, 黄



- 新生, 饶柱石 2018 *振动与冲击* **37** 160]
- [14] Mammamo F, Nobili R 1993 *J. Acoust. Soc. Am.* **93** 3320
- [15] Kolston P J 1999 *Proc. Natl. Acad. Sci. U. S. A.* **96** 3676
- [16] Ruggero M A, Narayan S S, Temchin A N, Recio A 2000 *Proc. Natl. Acad. Sci. U. S. A.* **97** 11744
- [17] Duke T, Julicher F 2003 *Phys. Rev. Lett.* **90** 158101
- [18] Zhang J, Zou D L, Tian J B, Ta N, Rao Z S 2019 *Appl. Acoust.* **145** 278
- [19] Gan R Z, Reeves B P, Wang X 2007 *Ann. Biomed. Eng.* **35** 2180
- [20] Zhang X, Gan R Z 2011 *IEEE Trans. Biomed. Eng.* **58** 3024
- [21] Brown M A, Ji X D, Gan R Z 2021 *Ann. Biomed. Eng.* **49** 757
- [22] Zhou K, Liu H G, Yang J H, Zhao Y, Rao Z S, Yang S G 2019 *Acta Bioeng. Biomech.* **21** 3
- [23] Zhou K, Liu H G, Rao Z S, Yang S G, Zhao Y, Xu D 2017 *J. Med. Biomech.* **32** 369 (in Chinese) [周凯, 刘后广, 饶柱石, 杨善国, 赵禹, 徐丹 2017 *医用生物力学* **32** 369]
- [24] Liu H G, Xue L, Yang J H, Liu W, Yang S G, Wang W B 2020 *Appl. Acoust.* **169** 107473
- [25] Yao W J, Ma J W, Luo X M, Luo B T 2014 *J. Mech. Med. Biol.* **14** 1450051
- [26] Yao W J, Zhong J C, Duan M L 2018 *Acta Oto-Laryngol.* **138** 961
- [27] Yao W J, Chen Y Q 2017 *J. Appl. Math. Mech.* **38** 997
- [28] Ma J W, Yao W J, Hu B L 2020 *J. Biomech. Eng.* **142** 91005
- [29] Yao W J, Liang J Y, Ren L J, Ma J W, Zhao Z S, Wang J K, Xie Y Z, Dai P D, Zhang T Y 2021 *Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simul.* **104** 106043
- [30] Boer E D 1996 *Mechanics of the Cochlea: Modeling Efforts* (New York: Springer) p258

# Computational mathematics model of Passive spiral cochlea<sup>\*</sup>

Gao Lei<sup>1)</sup> Liang Jun-Yi<sup>2)</sup> Yao Wen-Juan<sup>1)†</sup>

Zhou Lei<sup>3)</sup> Huang Xin-Sheng<sup>3)‡</sup>

1) (*School of Mechanics and Engineering Science, Shanghai University, Shanghai 200072, China*)

2) (*Genomic Medicine Institute, Lerner Research Institute, Cleveland Clinic Foundation, Cleveland, OH 44106, USA*)

3) (*Department of Otolaryngology, Zhongshan Hospital, Fudan University, Shanghai 200032, China*)

( Received 17 June 2022; revised manuscript received 16 December 2022 )

## Abstract

The ear is an important sensory organ of the human body. Cochlea has a pivotal role in the hearing system of human. Nearly 300 million people around the world suffer from sensorineural deafness caused by cochlear lesions. Because the mechanism of cochlear sensing is very complex, it has not been understood completely so far, which has become one of the important problems in medicine today. The basilar membrane in the cochlear canal is the supporting structure of all microstructures, the complex coupling motion between basilar membrane and lymph in cochlear canal is the primary condition for generating the cochlear sound sensing function. Therefore, it is essential to study the dynamic behavior of the basement membranes. By dividing the length of the cochlea into a finite number of elements and giving the radial distribution, a set of governing equations is derived for coupling micromechanics with fluid. Then combining these equations with the matrix combination equation, the complete coupling response of basilar membrane and lymph is obtained. The instantaneous responses of the basilar membrane under different excitations, the time domain responses of the resonance position under different frequency excitations, and the effects of the changes of the mass and stiffness of the basilar membrane on its biomechanical properties and hearing function are analyzed. The results show that the increase of the mass and stiffness of the basilar membrane leads to the weakening of the maximum response, and the increase of the mass causes the maximum response position to move to the bottom of the basilar membrane; the increase of the basilar membrane stiffness causes the maximum response position to move to the top of the basilar membrane; the changing basilar membrane cross-section can rapidly reduce the characteristic frequencies at the middle and top of the cochlea, thus achieving better filtering and amplification of specific frequency excitation, and enabling the cochlea to have a higher resolution in a specific frequency range of 1000–3000 Hz. This computational mathematics model can provide a numerical analysis platform for implementing the clinical evaluation of lesions in the basilar membrane of the inner ear. Compared with the existing finite element models, this method has faster calculation speed and higher efficiency of parameter analysis.

**Keywords:** spiral cochlea of human ear, basilar membrane, mechanical model, time domain analysis

**PACS:** 47.11.Bc, 87.85.Ox, 02.10.Yn

**DOI:** 10.7498/aps.72.20221200

<sup>\*</sup> Project supported by the Key Projects of National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11932010).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: [wjyao@shu.edu.cn](mailto:wjyao@shu.edu.cn)

<sup>‡</sup> Corresponding author. E-mail: [huang.xinsheng@zs-hospital.sh.cn](mailto:huang.xinsheng@zs-hospital.sh.cn)



## 被动螺旋耳蜗力学模型

高雷 梁俊毅 姚文娟 周雷 黄新生

### Computational mathematics model of Passive spiral cochlea

Gao Lei Liang Jun-Yi Yao Wen-Juan Zhou Lei Huang Xin-Sheng

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 72, 074701 (2023) DOI: 10.7498/aps.72.20221200

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.72.20221200>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

耳蜗中tip-link张力与静纤毛运动动力学研究

Dynamic study of tip-link tension and stereocilia motion in cochlea

物理学报. 2022, 71(4): 048705 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20211105>

双层螺旋环超表面复合吸波体等效电路模型及微波损耗机制

Equivalent circuit model and microwave reflection loss mechanism of double-layer spiral-ring metasurface embedded composite microwave absorber

物理学报. 2019, 68(9): 095201 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20181960>

两层老化心肌组织中螺旋波和时空混沌的控制

Control of spiral wave and spatiotemporal chaos in two-layer aging cardiac tissues

物理学报. 2021, 70(9): 098202 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20201294>

复杂声学环境中人耳附近空间有源降噪研究综述

A review of research on active noise control near human ear in complex sound field

物理学报. 2019, 68(5): 054301 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20182123>

相干合成涡旋光束的螺旋谱分析及应用研究

Spiral spectrum analysis and application of coherent synthetic vortex beams

物理学报. 2019, 68(21): 214206 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20190880>

动作电位动态变化对螺旋波演化行为的影响

Effects of dynamic change of action potential on evolution behavior of spiral wave

物理学报. 2022, 71(11): 110502 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20220021>