

不同频率的组合振荡场下产生正负电子对<sup>\*</sup>罗蕙一<sup>1)</sup> 江森<sup>1)2)†</sup> 徐妙华<sup>1)‡</sup> 李英骏<sup>1)2)††</sup>

1) (中国矿业大学(北京)理学院, 北京 100083)

2) (中国矿业大学(北京), 深部岩土力学与地下工程国家重点实验室, 北京 100083)

(2022 年 8 月 21 日收到; 2022 年 10 月 7 日收到修改稿)

吸收组合低频外场提供的多个不同能量的光子发生跃迁可以在真空中激发正负电子对. 本文探究了在组合振荡场作用下, 不同的外场频率对正负电子对产生的影响, 研究表明: 与单个振荡场类似, 当双振荡场的频率和约为  $2.3m_e c^2$  时, 电子对产量达到极值. 在双振荡场的频率和固定为  $2.3m_e c^2$  的情况下, 对不同组合频率下正负电子对的产量以及能谱分布进行了研究, 发现当两场频率差较小时, 电子对产量随时间演化会出现显著的“拍”现象. 还发现两个振荡场频率差越小, 电子对的单能性越好; 场频率差越大时, 电子对的产量越高、能谱范围越宽. 通过对跃迁概率分布图的比较和分析, 发现主要原因是频率差较大时能够发生显著跃迁的多光子跃迁形式数量增加, 从而促进正负电子对(尤其是高能端电子对)的产生.

**关键词:** 电子对产生, 多光子跃迁, 计算量子场论**PACS:** 12.20.Ds, 03.65.-w, 42.25.Bs, 03.65.Pm**DOI:** 10.7498/aps.72.20221660

## 1 引言

量子电动力学可以用于精确描述带电粒子与电磁场相互作用, 在强电磁场作用下真空衰变产生正负电子对是量子电动力学的重要预言之一. 1951 年 Schwinger<sup>[1]</sup> 给出了可以使真空发生衰变产生电子对的电磁场的最低强度, 对于一个空间均匀且不随时间变化的电场, 产生真空极化的阈值为  $E_c = 1.32 \times 10^{16}$  V/cm, 相应的激光强度需要达到  $10^{29}$  W/cm<sup>2</sup>. 这一强度目前还无法利用现有实验条件实现, 包括一些正在建造的超高功率激光器. 然而强场状态下的辐射发射和电子对产生几乎已成为每个激光设施计划下实验项目的一部分. 目前产生正负电子对的实验一般通过重离子碰撞<sup>[2,3]</sup>、激

光与高能电子束相互作用<sup>[4,5]</sup>、以及激光与原子核相互作用<sup>[6]</sup>来实现. 仅由超强激光场直接引起正负粒子产生的实验还无法开展. 随着激光技术的快速发展, 实验中的激光强度将进一步接近这一阈值, 并有望在不久的将来达到击穿真空的阈值条件, 这对人类探索科学边界的推动将是巨大的.

理论方面, 目前研究真空中正负电子对的产生已有多种方法, 例如世界线瞬时技术<sup>[7,8]</sup>, DHW 形式<sup>[9–11]</sup>, 量子 Vlasov 方程解法<sup>[12–14]</sup>、计算量子场论<sup>[15–17]</sup>等. 国内外研究组针对各种外场情况下的粒子产生过程进行了详细的研究<sup>[18–22]</sup>. 研究表明主要有两种不同的机制可以从真空中产生正负电子对. 一般通过 Keldysh 参数  $\gamma_K = m_e c \omega_0 / (e E_0)$  来划分这两种机制. 当  $\gamma_K \ll 1$  时, 正负电子对产生主要源于隧穿机制<sup>[23,24]</sup>, 这种机制要求稳恒电场的

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金(批准号: 11974419, 11605286)、国家重点研发计划(批准号: 2018YFA0404802)和中国科学院战略性先导科技专项(批准号: XDA25051000)资助的课题.

<sup>†</sup> 通信作者. E-mail: [mjiang@cumtb.edu.cn](mailto:mjiang@cumtb.edu.cn)

<sup>‡</sup> 通信作者. E-mail: [mhxu@cumtb.edu.cn](mailto:mhxu@cumtb.edu.cn)

<sup>††</sup> 通信作者. E-mail: [lyj@aphy.iphy.ac.cn](mailto:lyj@aphy.iphy.ac.cn)

强度超过  $E_c = 1.32 \times 10^{16}$  V/cm. 当  $\gamma_K \gg 1$  时, 可看作是微扰的过程, 此时产生机制为多光子效应<sup>[25]</sup>, 即通过同时吸收几个光子的能量使正负能态之间纵向耦合, 这种机制需要外场随时间快速振荡.

在第二种机制中, 当一个光子的能量大于能带间隙  $2m_e c^2$  的时候, 真空中的正负能态通过光子跃迁效应发生交叠, 从而产生正负电子对. 此前的研究已经表明在单个频率大于  $2m_e c^2$  的振荡场情况下, 通过吸收单光子能量可以持续激发电子对<sup>[26]</sup>. 然而这要求外场超高速振荡, 因此在实验上较难实现. 此外, 多个光子的能量之和如果能够越过能带间隙, 同样也可以激发出正负电子对. 本文将采用两个振荡场组合的模型, 此前的研究表明, 这时产生粒子对的临界条件主要由场的频率  $\omega$  决定, 即使是亚临界的场仍然可以通过光子跃迁触发粒子对产生<sup>[27]</sup>. 本文将重点研究双振荡场情况下外场频率对多光子跃迁产生正负电子对的影响.

## 2 方法及模型

本文使用计算量子场论的方法来描述强场下真空中正负粒子的产生过程, 这一方法可以实现在全空间和时间内数值求解狄拉克方程<sup>[28,29]</sup>.

描述粒子和反粒子的与时间相关的场算子  $\hat{\Psi}(z, t)$  满足与时间相关的狄拉克方程. 这里将模型简化至一维, 将狄拉克方程写成如下形式 (原子单位制):

$$i \frac{\partial}{\partial t} \phi(z, t) = [c \alpha_z \hat{p}_z + \beta c^2 + V(z, t)] \phi(z, t). \quad (1)$$

一维情况下势高  $V(z, t)$  在空间上仅依赖于  $z$ . 其中  $\alpha_z$  和  $\beta$  为对角泡利矩阵,  $c$  是光速 ( $c = 137.036$  a.u.). 运用产生算符  $\hat{d}_n^\dagger$  和湮灭算符  $\hat{b}_p$  将场算符写成如下形式:

$$\begin{aligned} \hat{\Psi}(z, t) &= \sum_p \hat{b}_p(t) u_p(z) + \sum_n \hat{d}_n^\dagger(t) v_n(z) \\ &= \sum_p \hat{b}_p u_p(z, t) + \sum_n \hat{d}_n^\dagger v_n(z, t), \end{aligned} \quad (2)$$

其中  $u_p(z)$  和  $v_n(z)$  分别是自由狄拉克方程的正负能态, 算符  $\hat{b}_p$  作用于态  $|p\rangle$  对应正能部分, 而  $\hat{d}_n^\dagger$  则作用于态  $|n\rangle$  对应负能. 根据泡利不相容原理, 这些费米子算符需要满足关系  $\hat{b}_p^2 = \hat{d}_n^2 = 0$ . 由电子空间分布的定义可知, 系统产生的正负电子对空间密度为

$$\begin{aligned} \rho(z, t) &= \langle \text{vac} | [\hat{\Psi}^{(p)}(z, t)]^\dagger \hat{\Psi}^{(p)}(z, t) | \text{vac} \rangle \\ &= \sum_n \left| \sum_p U_{pn} W_p(x) \right|^2. \end{aligned} \quad (3)$$

最后, 将空间密度在全空间进行积分, 可得出  $t$  时刻的粒子产生数:

$$N(t) = \int \rho(z, t) dz = \sum_n \sum_p |U_{pn}(t)|^2. \quad (4)$$

可以看到产生的粒子数目主要是由  $U_{pn}(t)$  来决定的. 本文运用劈裂算符的方法<sup>[30,31]</sup>和快速傅里叶变换对狄拉克方程进行数值求解. 运用劈裂算符的方法可将其中一步的演化算符定义为  $e^{-ih\Delta t} \approx e^{-iV\Delta t/2} \times e^{-ih_0\Delta t} \times e^{-iV\Delta t/2}$ . 通过推导简化可以得到对应空间和动量的等效时间演化算符, 将其与快速傅里叶变换的方法结合演算, 就可以完成一个完整的演化步骤.

本文研究组合双振荡场下正负电子对的产生, 所取的外场  $V(z, t)$  为两个频率不同的随时间振荡的空间局域场的组合, 表达式为  $V(z) = V_1 S(z) \sin(\omega_1 t) + V_2 S(z) \sin(\omega_2 t)$ , 其中  $\omega$  为场的振荡频率,  $V$  表示势的高度, 下文模拟中两个振荡场  $V_1, V_2$  均为  $2.0c^2$ .  $S(z)$  为 Sauter 势, 其表达式为  $S(z) = \{1 + \tanh[(z - z_0)/W]\}/2$ , 其中  $W$  表示振荡场的场宽,  $z_0$  表示势场的中心. 通过前面介绍的方法可以对双振荡场情况下的狄拉克方程进行数值求解, 得到不同频率组合场下粒子对产量随时间的演化过程.

## 3 外场频率对多光子跃迁过程的影响

在多光子跃迁效应中, 外场振荡频率  $\omega$  直接决定光子的能量, 因此正负粒子的产生数与两个振荡场的频率  $\omega_1$  和  $\omega_2$  紧密相关. 图 1 显示的结果是  $t = 0.003$  时刻的电子对数量与振荡场频率的关系. 将双振荡场中一个场的频率  $\omega_1$  固定, 另一个场频率  $\omega_2$  在  $0-4.0c^2$  范围内变化. 这里设置外场宽度  $W = 2/c$ , 场强为  $V_1 = V_2 = 2.0c^2$ , 图中的虚线分别对应于将双振荡场中的  $\omega_1$  固定为  $1.5c^2, 1.6c^2, 1.7c^2, 1.8c^2$ . 作为对比, 黑色实线给出了单个振荡场情况下不同频率的场激发的电子对数量.

从图 1 可以看出, 对于单个振荡场, 正负电子对产量随着频率呈现先增长后降低的趋势, 在频率为  $2.3c^2$  左右达到极值, 这与文献<sup>[27,32]</sup>中的结果

是符合的. 对于双振荡场来说, 在一个场 ( $\omega_1$ ) 为次临界场的情况下, 由于另一个次临界场 ( $\omega_2$ ) 的加入, 电子对产量在  $0 < \omega_2 < 2.0c^2$  区间内有显著的提升. 同时, 对于两个次临界组合振荡场来说, 正负电子对产量随组合场频率之和的变化也呈现出先增长后降低的特征, 与单个振荡场的变化规律一致. 以  $\omega_1 = 1.5c^2$  的数据为例, 从图 1 可以看出, 当  $\omega_2$  为  $0.7c^2$ — $0.8c^2$  时, 正负电子对的产量达到一个极值, 此时两个组合场频率之和为  $2.2c^2$ — $2.3c^2$ , 与单个振荡场峰值频率相符合. 对于  $\omega_1$  为  $1.6c^2, 1.7c^2, 1.8c^2$  的数据来说, 均呈现出相同的规律. 由于越靠近  $2.0c^2$  的位置能态密度越大, 且能态分布有一定宽度, 因此, 在目前的模拟参数 (主要是势场高度  $V$  和场宽  $W$ ) 给定的情况下吸收  $2.2c^2$ — $2.3c^2$  的光子能量时相互作用的态比刚好等于  $2.0c^2$  时更多. 这是导致正负电子对产量在单个振荡场频率和双振荡场频率之和均在  $2.2c^2$ — $2.3c^2$  左右时达到峰值的原因.

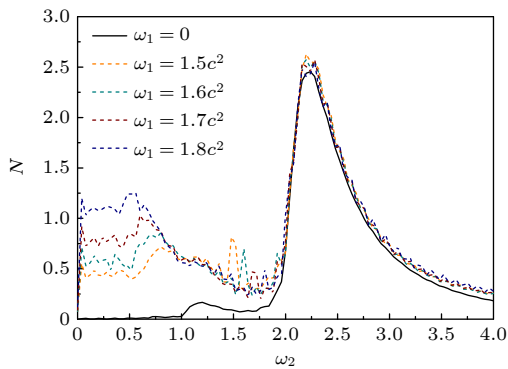


图 1 双振荡场情况下粒子对数量随外场频率  $\omega_2$  的变化关系图 ( $t = 0.003$  时刻), 势场高度  $V_1 = V_2 = 2.0c^2$ , 宽度  $W = 2/c$ . 黑色实线为单个振荡场下的粒子对数量与频率的关系

Fig. 1. The dashed lines give the total number of created pairs for different combined frequencies at  $t = 0.003$ ,  $V_1 = V_2 = 2.0c^2$ , and width is  $W = 2/c$ . The black solid line illustrates the number of created pairs when only one oscillating field is presented.

从图 1 还可以看到, 当两个振荡场的频率相等时, 电子对产量也会达到一个极值, 同时不同频率下电子对产量增加的程度不同. Jiang 等<sup>[26]</sup> 在此前的工作中已经对这一现象进行了解释.

### 3.1 场频率和固定时的粒子对随时间演化

在双振荡场的情况下, 当组合场频率之和约为

$2.3c^2$  时电子对产量会出现峰值, 所以在后续模拟中将双振荡场的频率之和固定为  $2.3c^2$ . 图 2(a) 中不同颜色的实线给出了频率和  $\omega_1 + \omega_2 = 2.3c^2$  不同组合频率的粒子对产量的时间演化曲线, 两条虚线分别为  $\omega = 1.8c^2, 1.9c^2$  的单振荡场的结果.

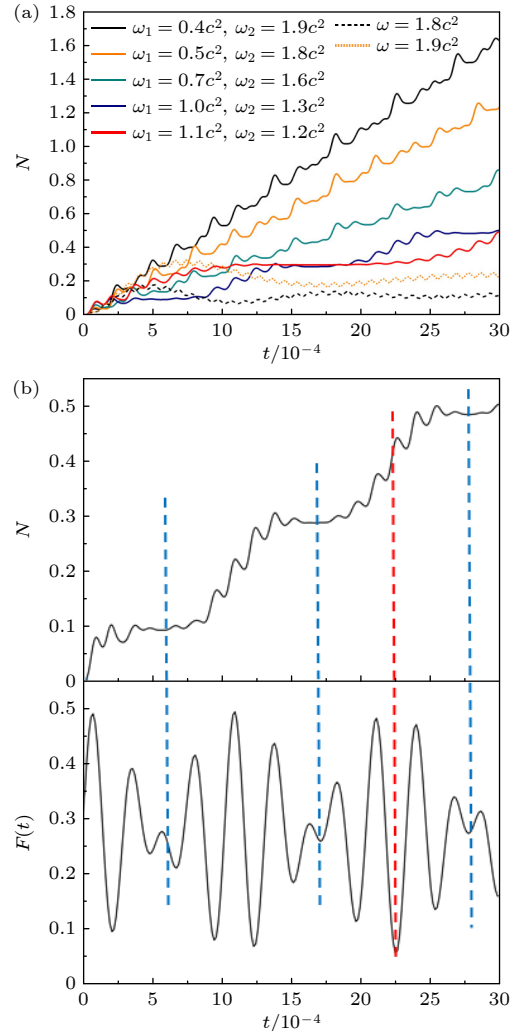


图 2 (a) 保持双振荡场频率和均为  $2.3c^2$  时不同组合场频率下电子对产量  $N$  随时间的演化图; (b)  $N(t)$  与  $F(t)$  的对比图, 上半部分为  $\omega_1 = 1.0c^2, \omega_2 = 1.3c^2$  时的  $N(t)$  曲线, 下半部分是相同条件下  $F(t)$  的示意图. 势高  $V_1 = V_2 = 2.0c^2$ , 场宽  $W = 2/c$

Fig. 2. (a) Time evolution of the total number  $N$  of created electron-positron pairs under different combined frequencies. The sum of the frequencies of the two oscillating fields are kept as  $2.3c^2$ . (b) Comparison of the time evolution of pair production  $N(t)$  and  $f(t)$ . The upper part is the  $N(t)$  figure for  $\omega_1 = 1.0c^2, \omega_2 = 1.3c^2$  and the below part is the sketch of  $F(t)$  under the same conditions.  $V_1 = V_2 = 2.0c^2$ ,  $W = 2/c$ .

对比单个振荡场和双振荡场的长时效应下的斜率可以发现, 单个次临界振荡场作用下电子对产



生率接近于 0, 而在两个次临界振荡场的共同作用下电子对产生率有显著的增加, 可实现随时间持续地产生. 其次, 从图 2(a) 可以看到电子对产率随时间出现周期性的变化. 这个周期与两个场的频率差有关, 频率差越大, 周期性变化越快. 我们认为导致产率随时间出现周期性变化的原因是双振荡场叠加后合成场振幅随时间发生的振荡. 根据组合场模型, 两个场随时间的振荡由  $F_1(t) = \sin(\omega_1 t)$  和  $F_2(t) = \sin(\omega_2 t)$  给出. 由于两个场在空间中处于完全相同的位置, 所以总电场随时间变化的形式为  $F(t) = 2\sin[(\omega_1 + \omega_2/2)t] \cos[(\omega_1 - \omega_2/2)t]$ .

图 2(b) 上半部分对应于图 2(a) 中蓝色实线  $\omega_1 = 1.0c^2, \omega_2 = 1.3c^2$  时电子对产量随时间的演化曲线, 下半部分则是这一频率参数下根据上述  $F(t)$  的表达式给出的合成电场随时间振荡的图像. 对于光子吸收引起的粒子对产生, 粒子的产生率与激光场的强度以及光子吸收的个数相关, 呈现  $A^{2n}$  的规律, 其中  $A$  为激光场的振幅,  $n$  为光子吸收个数. 当  $\omega_1 \approx \omega_2$  时, 合成场振幅在时间上出现明显“拍”现象. 在合成场的振幅  $A$  接近于 0 的时刻 (如图 2(b) 中蓝色虚线所示), 对应于  $N(t)$  曲线上出现的平台区, 此时电子对产率  $dN/dt$  接近于 0. 在合成场的振幅  $A$  最大的时刻 (如图 2(b) 中红色虚线所示), 电子对的产量随时间快速增长. 由此出现了电子对产率随时间出现周期性变化的现象. 同时, 平台区的存在也导致电子对产量在  $\omega_1 \approx \omega_2$  的情况下受到抑制. 此外, 在  $N(t)$  图中还能观察到短周期的小幅振动, 这一振动周期主要取决于两个振荡场的频率和.

此外还发现, 长时效应下的电子对产率  $dN/dt$  与两个振荡场的频率差紧密相关. 当  $\omega_1 = 1.1c^2, \omega_2 = 1.2c^2$  时, 电子对的平均产率约为  $dN/dt = 95.4$ , 当  $\omega_1 = 0.8c^2, \omega_2 = 1.5c^2$  时, 平均产率约为  $dN/dt = 230.9$ , 变为原来的 2.4 倍, 当  $\omega_1 = 0.4c^2, \omega_2 = 1.9c^2$  时, 电子对平均产率提升为  $dN/dt = 545.3$ , 变为原来的 5.7 倍. 可见, 在双振荡场的频率和固定为  $2.3c^2$  的情况下, 随着两个振荡场的频率差越大, 电子对产率越高. 后续将进一步讨论这一现象的原因.

### 3.2 场频率和固定时的粒子能量分布

同时, 对两个振荡场频率之和为  $2.3c^2$  时不同组合频率下产生的正负电子对的能量分布进行了细致的模拟. 将概率密度分布只对负能态求和, 即

可得出粒子在正能态上的分布. 再通过动量和能量的转换, 可得出产生的电子对在能量上的概率分布. 图 3 给出的是  $t = 0.003$  时刻的电子对能量分布概率图. 其中 5 组数据对应的组合场频率分别为  $\omega_1 = 0.4c^2, \omega_2 = 1.9c^2$ ;  $\omega_1 = 0.5c^2, \omega_2 = 1.8c^2$ ;  $\omega_1 = 0.8c^2, \omega_2 = 1.5c^2$ ;  $\omega_1 = 1.0c^2, \omega_2 = 1.3c^2$ ;  $\omega_1 = 1.1c^2, \omega_2 = 1.2c^2$ .

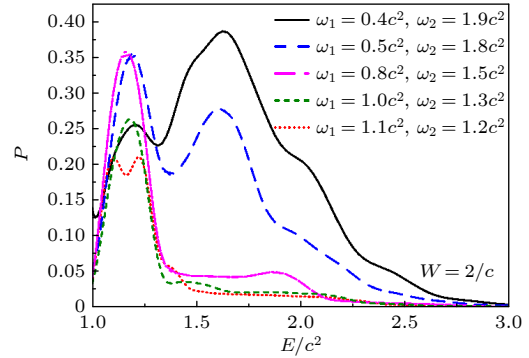


图 3 保持双振荡场频率之和为  $2.3c^2$  时五组不同组合频率下产生粒子的能量分布概率. 演化时间  $t = 0.003$  a.u., 势高  $V_1 = V_2 = 2.0c^2$ , 场宽  $W = 2/c$

Fig. 3. The energy distribution of the particles created with two oscillating fields with different combined frequencies at  $t = 0.003$  a.u..  $V_1 = V_2 = 2.0c^2$ ,  $W = 2/c$ .

从图 3 可以看到组合双振荡场的两场频率差  $|\omega_1 - \omega_2|$  越大, 电子对产量越高. 这一结果与图 2(a) 中给出的电子对产率的结果是一致的. 此外, 从图 3 可以看到两场的频率差越大, 产生粒子的能谱整体上呈现更加分散的趋势. 当  $\omega_1 = 1.1c^2, \omega_2 = 1.2c^2$  和  $\omega_1 = 1.0c^2, \omega_2 = 1.3c^2$  时, 产生的粒子能量基本上集中在  $1.1c^2 - 1.2c^2$  附近, 能谱峰的半高全宽约为  $0.2c^2$ , 单能性相对较好. 当  $\omega_1 = 0.8c^2, \omega_2 = 1.5c^2$  时电子对总产量增大, 而且在高能端出现了更多的电子分布. 当  $\omega_1 = 0.5c^2, \omega_2 = 1.8c^2$  时, 电子产量进一步增大, 且能谱上出现了两个明显的峰, 能谱范围显著展宽. 当  $\omega_1 = 0.4c^2, \omega_2 = 1.9c^2$  时, 高能端粒子的占比已显著大于低能端的粒子.

由于本文使用的是空间局域化的外场, 并不是完全均匀的, 粒子会发生动量不守恒的非对称跃迁, 所以仅通过正能部分的能量分布无法准确判断粒子从负能态跃迁到正能态的跃迁形式和概率. 为了进一步理解上述电子对产量和能谱分布的规律, 接下来将结合跃迁能量概率分布图来观察不同组合频率下电子对产生的跃迁情况. 通过导出某一个能量为  $E_n$  的负能态与另一个能量为  $E_p$  的正能态

之间的交叠概率, 并比较各能态之间的交叠概率分布可以更深入地理解电子对产生的过程, 同时对上述规律进行解释.

图 4 给出的是三种组合频率场下电子对跃迁能量概率分布图. 图 4(a) 中  $\omega_1 = 0.5c^2, \omega_2 = 1.8c^2$ , 图 4(b) 中  $\omega_1 = 0.8c^2, \omega_2 = 1.5c^2$ , 图 4(c) 中  $\omega_1 = 1.0c^2, \omega_2 = 1.3c^2$ . 图中的水平轴和垂直轴分别表示负能量状态和正能量状态, 水平轴与垂直轴相交的每一个点都对应于某一负能态到某一正能态之间的跃迁, 这些点对应的颜色深浅表示该点吸收横纵轴相加  $E_p + E_n$  的能量发生跃迁的概率大小. 为方便观察, 图中绘制的跃迁概率以对数形式  $\log(p)$  给出.

从图 4 的比较中可以看出: 当两个场的频率和固定为  $2.3c^2$  时, 频率差越大, 能发生显著跃迁的跃迁形式就越多. 以图 4(a) 为例, 跃迁概率大于  $10^{-6}$  的跃迁形式有 4 种, 包括  $\omega_1 + \omega_2, 2\omega_1 + \omega_2, 3\omega_1 + \omega_2, 4\omega_1 + \omega_2$ . 当两个场的频率差越小, 能发生显著跃迁的跃迁数则越少. 以图 4(b) 为例, 跃迁概率大于  $10^{-6}$  的跃迁形式仅有 2 个, 仅包括  $\omega_1 + \omega_2$  和  $2\omega_1 + \omega_2$ . 对于图 4(c) 的情况, 跃迁概率大于  $10^{-6}$  的跃迁数目仅有 1 个, 即  $\omega_1 + \omega_2$ . 在图 4 的 3 个图中, 均包含显著的吸收  $\omega_1 + \omega_2$  形式的两个光子发生跃迁的情况, 这一跃迁产生的正负电子对的能量主要分布在  $1.1c^2 - 1.2c^2$  左右, 这是在图 3 给出的 5 组能谱分布中均出现  $1.1c^2 - 1.2c^2$  的能谱峰的原因. 当双振荡场的频率差越大时 (意味着低频场频率越低), 则更多的多光子吸收的跃迁能量处于能态密度较大的位置. 此时除了双光子跃迁具有较大的概率以外, 多种多光子跃迁过程对正负电子对产生的贡献增强. 其中三光子跃迁和四光子跃迁过程的概率甚至与双光子跃迁的概率具有相同的数

量级. 从图 4(a) 可以看到, 对于  $\omega_1 = 0.5c^2, \omega_2 = 1.8c^2$  的情况即使在  $4\omega_1 + \omega_2$  的位置上仍能发生显著跃迁, 这对应于同时吸收 4 个  $\omega_1$  和 1 个  $\omega_2$  光子发生的多光子跃迁过程. 此时产生的正负电子对的能量可以达到  $1.9c^2$  左右. 这是双振荡场的频率差较大的情况下电子对的产量增大、能谱扩展到高能端发生显著展宽的主要原因. 同时, 由于所加振荡场的空间局域化 ( $W = 2/c$ ), 非对称跃迁也可以发生. 从图 4(a) 可以看到对于  $\omega_1 + \omega_2, 2\omega_1 + \omega_2, 3\omega_1 + \omega_2, 4\omega_1 + \omega_2$  4 种跃迁过程来说, 非对称跃迁均有较大的概率, 因此能谱将在对称跃迁的基础上得到进一步展宽.

考虑到外场宽度对多光子跃迁和正负粒子产生过程具有重要的影响 [32], 本文还对更宽的场宽下组合双振荡场中频率对正负粒子产生的影响进一步进行了模拟. 图 5 给出了场宽  $W = 5/c$  时的跃迁能量概率分布图和产生粒子的能量概率分布.

通过与图 4 的比较可以看出, 在场宽较大时, 高阶多光子跃迁形式相对于前面窄场的情况发生了削弱, 同时非对称跃迁的概率也显著减小, 因此产生的粒子对数量小于窄场的情况, 同时粒子的能量分布也更为集中. 从不同的组合频率对粒子对产生的影响上来看, 在宽场情况下, 频率差较大 ( $\omega_1 = 0.4c^2, \omega_2 = 1.9c^2$ ) 的双振荡场相对于频率差较小 ( $\omega_1 = 1.0c^2, \omega_2 = 1.3c^2$ ) 的情况仍然具有更多更强的高阶多光子跃迁形式, 因此总体产量更高, 高能粒子更多.

综上所述, 结合电子对跃迁概率分布图, 对双振荡场情况下不同组合频率对正负电子对产量与其能量概率分布的影响和规律进行了很好的解释.

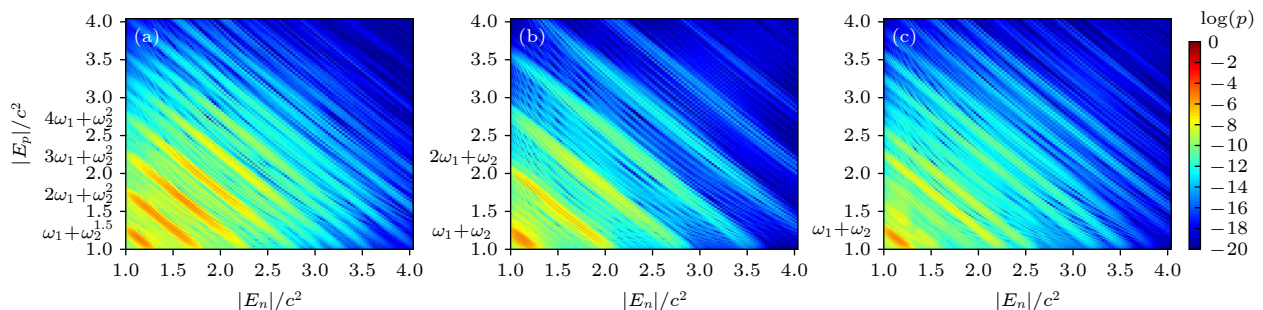


图 4 双振荡场下粒子跃迁能量概率分布图 (a)  $\omega_1 = 0.5c^2, \omega_2 = 1.8c^2$ ; (b)  $\omega_1 = 0.8c^2, \omega_2 = 1.5c^2$ ; (c)  $\omega_1 = 1.0c^2, \omega_2 = 1.3c^2$ . 势高  $V_1 = V_2 = 2.0c^2$ , 场宽  $W = 2/c$

Fig. 4. The probability distribution of transitions with different frequency combinations: (a)  $\omega_1 = 0.5c^2, \omega_2 = 1.8c^2$ ; (b)  $\omega_1 = 0.8c^2, \omega_2 = 1.5c^2$ ; (c)  $\omega_1 = 1.0c^2, \omega_2 = 1.3c^2$ .  $V_1 = V_2 = 2.0c^2$ .  $W = 2/c$ .

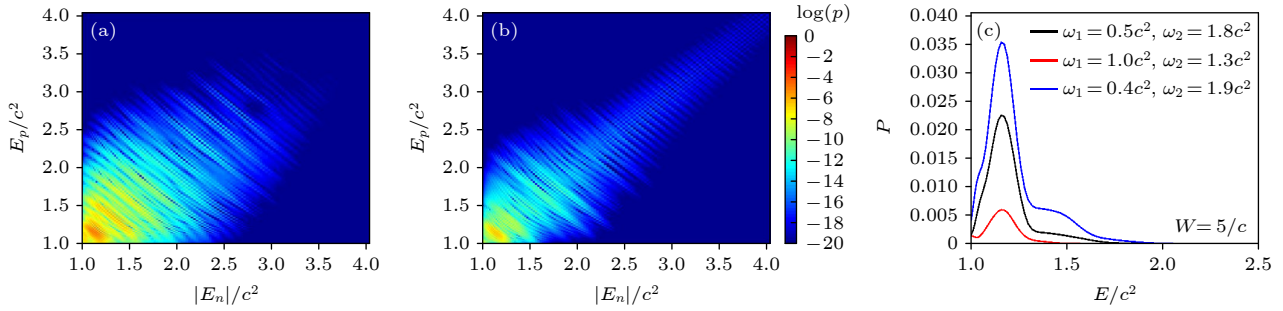


图5 场宽为  $W = 5/c$  时 (a)  $\omega_1 = 0.4c^2$ ,  $\omega_2 = 1.9c^2$  和 (b)  $\omega_1 = 1.0c^2$ ,  $\omega_2 = 1.3c^2$  的概率分布图. (c) 不同组合频率下粒子的能量概率分布. 势高  $V_1 = V_2 = 2.0c^2$

Fig. 5. The probability distribution of transitions with  $W=5/c$ : (a)  $\omega_1 = 0.4c^2$ ,  $\omega_2 = 1.9c^2$ ; (b)  $\omega_1 = 1.0c^2$ ,  $\omega_2 = 1.3c^2$ . (c) The energy distributions of the particles at  $t = 0.003$  a.u..  $V_1 = V_2 = 2.0c^2$ .

## 4 结 论

本文基于计算量子场论, 以劈裂算符和快速傅里叶变换为基础的模拟方法对狄拉克方程进行全空间和时间上的数值求解, 详细讨论分析了振荡场作用下真空中产生正负电子对的过程, 研究了两个次临界振荡场情况下场的频率参数对电子对产生的影响. 研究结果表明, 对于次临界频率场, 通过两个组合场的方式可以有效产生正负电子对. 在场频率之和约为  $2.3c^2$  时电子对产量达到极值. 在两场的频率和固定为  $2.3c^2$  的情况下, 对不同频率组合下电子对的产量以及其能量概率分布的研究表明: 两个振荡场的频率差越大, 能发生显著跃迁的多光子跃迁的形式越多, 电子对的产量 (特别是高能端电子对产量) 越高, 而且产生的粒子整体上能量分布的范围越宽.

## 参考文献

- [1] Schwinger J 1951 *Phys. Rev.* **82** 664
- [2] Cowan T, Backe H, Bethge K, Bokemeyer H, Folger H, Greenberg J S, Sakaguchi K, Schwalm D, Schweppe J, Stiebing K E, Vincent P 1986 *Phys. Rev. Lett.* **56** 444
- [3] Ahmad I, Austin S M, Back B B, et al. 1997 *Phys. Rev. Lett.* **78** 618
- [4] Burke D L, Field R C, Horton-Smith G, Spencer J E, Walz D, Berridge S C, Bugg W M, Shmakov K, Weidemann A W, Bula C, McDonald K T, Prebys E J 1997 *Phys. Rev. Lett.* **79** 1626
- [5] Bamber C, Boege S J, Koffas T, et al. 1999 *Phys. Rev. D* **60** 092004
- [6] Chen H, Wilks S C, Meyerhofer D D, Bonlie J, Chen C D, Chen S N, Courtois C, Elbertson L, Gregori G, Kruer W, Landoas O, Mithen J, Myatt J, Murphy C D, Nilson P, Price D, Schneider M, Shepherd R, Stoeckl C, Tabak M, Tommasini R, Beiersdorfer P 2010 *Phys. Rev. Lett.* **105** 015003
- [7] Gies H, Klingmüller K 2005 *Phys. Rev. D* **72** 065001
- [8] Ilderton A, Torgrimsson G, Wårdh J 2015 *Phys. Rev. D* **92** 065001
- [9] Blinne A, Strobel E 2016 *Phys. Rev. D* **93** 025014
- [10] Kohlfürst C, Alkofer R 2018 *Phys. Rev. D* **97** 036026
- [11] Olugh O, Li Z L, Xie B S, Alkofer R 2019 *Phys. Rev. D* **99** 036003
- [12] Kluger Y, Eisenberg J M, Svetitsky B, Cooper F, Mottola E 1991 *Phys. Rev. Lett.* **67** 2427
- [13] Alkofer R, Hecht M B, Roberts C D, Schmidt S M, Vinnik D V 2001 *Phys. Rev. Lett.* **87** 193902
- [14] Sitiwaldi I, Xie B S 2017 *Phys. Lett. B* **768** 174
- [15] Krekora P, Cooley K, Su Q, Grobe R 2005 *Phys. Rev. Lett.* **95** 070403
- [16] Lv Q Z, Liu Y, Li Y J, Grobe R, Su Q 2013 *Phys. Rev. Lett.* **111** 183204
- [17] Tang S, Xie B S, Lu D, Wang H Y, Fu L B, Liu J 2013 *Phys. Rev. A* **88** 012106
- [18] Li Z L, Xie B S, Li Y J 2019 *Phys. Rev. D* **100** 076018
- [19] Wang Q, Liu J, Fu L B 2016 *Sci. Rep.* **6** 25292
- [20] Wang Q, Xia Q Z, Liu J, Fu L B 2018 *Chin. Phys. B* **27** 080302
- [21] Su D D, Li Y T, Lv Q Z, Zhang J 2020 *Phys. Rev. D* **101** 054501
- [22] Liu Y, Lv Q Z, Li Y T, Grobe R, Su Q 2015 *Phys. Rev. A* **91** 052123
- [23] Krekora P, Su Q, Grobe R 2004 *Phys. Rev. Lett.* **92** 040406
- [24] Wöllert A, Klaiber M, Bauke H, Keitel C H 2015 *Phys. Rev. D* **91** 065022
- [25] Schützhold R, Gies H, Dunne G 2008 *Phys. Rev. Lett.* **101** 130404
- [26] Jiang M, Su W, Lu X, Sheng Z M, Li Y T, Li Y J, Zhang J, Grobe R, Su Q 2011 *Phys. Rev. A* **83** 053402
- [27] Jiang M, Su W, Lv Z Q, Lu X, Li Y J, Grobe R, Su Q 2012 *Phys. Rev. A* **85** 033408
- [28] Braun J W, Su Q, Grobe R 1999 *Phys. Rev. A* **59** 604
- [29] Wagner R E, Ware M R, Shields B T, Su Q, Grobe R 2011 *Phys. Rev. Lett.* **106** 023601
- [30] Bandrauk A D, Shen H 1994 *J. Phys. A: Math. Gen.* **27** 7147
- [31] Mocken G R, Keitel C H 2008 *Comput. Phys. Commun.* **178** 868
- [32] Jiang M, Zheng X R, Lin N S, Li Y J 2021 *Acta Phys. Sin.* **70** 231202 (in Chinese) [江森, 郑晓冉, 林南省, 李英骏 2021 物理学报 **70** 231202]



# Electron-positron pair creation under combined oscillation fields with different frequencies\*

Luo Hui-Yi<sup>1)</sup> Jiang Miao<sup>1)2)†</sup> Xu Miao-Hua<sup>1)‡</sup> Li Ying-Jun<sup>1)2)††</sup>

1) (School of Science, China University of Mining and Technology Beijing, Beijing 100083, China)

2) (State Key Laboratory for Geomechanics and Deep Underground Engineering,  
China University of Mining and Technology Beijing, Beijing 100083, China)

( Received 21 August 2022; revised manuscript received 7 October 2022 )

## Abstract

We study the creation of electron-positron pairs in vacuum induced by multi-photon transition process with combined oscillating fields. According to the computational quantum field theory and the split operator technique, we numerically solve the spatiotemporally dependent Dirac equation. The effects of field frequencies on the yields and energy distributions of electron-positron pairs are investigated.

First, we show that even for subcritical fields, the goal of generating electron-positron pairs continuously can be achieved by combining two oscillating fields. We also find that when the sum of the field frequencies is close to  $2.3c^2$  (a.u.), the yield of the created pairs reaches a maximum value. In the case that only one oscillating field is involved and single photon transition is dominant, the pair creation is also optimal at this frequency. In this way, the sum of the frequencies of the combined fields is fixed at  $2.3c^2$  in the later simulations. For example, oscillating fields with  $\omega_1 = 1.1c^2$ ,  $\omega_2 = 1.2c^2$ ;  $\omega_1 = 1.0c^2$ ,  $\omega_2 = 1.3c^2$ ;  $\omega_1 = 0.8c^2$ ,  $\omega_2 = 1.5c^2$ ;  $\omega_1 = 0.5c^2$ ,  $\omega_2 = 1.8c^2$ ; and  $\omega_1 = 0.4c^2$ ,  $\omega_2 = 1.9c^2$  are applied to the following study.

The time evolutions of the yield of the electron-positron pairs under different frequency combinations are investigated. It is found that when the frequencies of the two fields are close to each other, the growth rate  $dN/dt$  presents an obvious periodic variation, showing a “beat” - like structure. The “beat” - like structure is found to be synchronized with the synthesized electric field. Meanwhile, the long-term growth rate  $dN/dt$  of the pairs increases significantly when the field frequency difference becomes larger.

The energy distributions of the electron-positron pairs created at different frequency combinations are studied. It is found that when the frequency difference is small (eg,  $\omega_1 = 1.0c^2$ ,  $\omega_2 = 1.3c^2$ ), the energy distribution of the particles shows a quasi-monoenergetic feature, with most of the particles distributed around  $1.1c^2 - 1.2c^2$ . For a large frequency difference (eg,  $\omega_1 = 0.5c^2$ ,  $\omega_2 = 1.8c^2$ ), the total yield of the pairs greatly increases. Meanwhile, the energy range of the particles is broadened significantly with the generation of more energetic particles.

By analyzing and comparing the probability distributions of transitions between the negative energy and the positive energy, we find that the main reason for the spectrum-broadening and the yield-increasing is the enhancement of the multi-photon transition process. Beside the two-photon transition ( $\omega_1 + \omega_2$ ), which is of high probability in all the cases, the higher-order photon transitions ( $2\omega_1 + \omega_2$ ,  $3\omega_1 + \omega_2$ ,  $4\omega_1 + \omega_2$ ) will arise

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11974419, 11605286), the National Key R&D Program of China (Grant No. 2018YFA0404802), and the Strategic Priority Research Program of the Chinese Academy of Sciences (Grant No. XDA25051000).

† Corresponding author. E-mail: [mjiang@cumtb.edu.cn](mailto:mjiang@cumtb.edu.cn)

‡ Corresponding author. E-mail: [mhxu@cumtb.edu.cn](mailto:mhxu@cumtb.edu.cn)

†† Corresponding author. E-mail: [lyj@aphy.iphy.ac.cn](mailto:lyj@aphy.iphy.ac.cn)

with probability in the same order as the two-photon transition. These multi-photon transitions enhance the creation of the electron-positron pairs, especially the high-energy pairs. The second reason is that for a narrow field width ( $W = 2/c$ ), the conservation of the momentum breaks down, the generation of electron-positron pairs corresponding to the asymmetric transitions becomes important, which further enhances the pair production and broadens the energy distribution.

For a wide field width ( $W = 5/c$ ), the probability of high-order photon transitions and the asymmetric transitions are suppressed compared with the case of narrow field width ( $W = 2/c$ ). However, the frequencies of the combined fields still have important influence on the pair productions and energy distributions.

**Keywords:** pair creation, multi-photon transition, computational quantum field theory

**PACS:** 12.20.Ds, 03.65.-w, 42.25.Bs, 03.65.Pm

**DOI:** [10.7498/aps.72.20221660](https://doi.org/10.7498/aps.72.20221660)



## 不同频率的组合振荡场下产生正负电子对

罗蕙一 江淼 徐妙华 李英骏

### Electron-positron pair creation under combined oscillation fields with different frequencies

Luo Hui-Yi Jiang Miao Xu Miao-Hua Li Ying-Jun

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 72, 021201 (2023) DOI: 10.7498/aps.72.20221660

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.72.20221660>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

正负电子对产生过程中不同外场宽度下的多光子跃迁效应

Multi-photon transition effects under different external field widths in electron-positron-pair creation process

物理学报. 2021, 70(23): 231202 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20202101>

频率啁啾对强场下真空正负电子对产生的增强效应

Enhancement effect of frequency chirp on vacuum electron-positron pair production in strong field

物理学报. 2022, 71(13): 131201 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20220148>

光子对撞机产生正负电子对的数值方法

Numerical method of electron-positron pairs generation in photon-photon collider

物理学报. 2020, 69(1): 019501 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20190729>

极强激光场驱动超亮伽马辐射和正负电子对产生的研究进展

Research progress of ultrabright  $\gamma$ -ray radiation and electron-positron pair production driven by extremely intense laser fields

物理学报. 2021, 70(8): 085202 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20202224>

基于微波-电子康普顿背散射的环形正负电子对撞机束流能量测量方案

Circular electron-positron collider beam energy measurement scheme based on microwave-electronic Compton backscattering

物理学报. 2021, 70(13): 131301 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20202081>

强激光驱动高能极化正负电子束与偏振伽马射线的研究进展

Review on laser-driven high-energy polarized electron and positron beams and  $\gamma$ -rays

物理学报. 2021, 70(8): 087901 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20210009>