

耗散环境单量子点体系输运过程的
量子速度极限研究*刘天¹⁾ 李宗良¹⁾ 张延惠^{1)†} 蓝康²⁾

1) (山东师范大学物理与电子科学学院, 济南 250014)

2) (山东大学物理学院, 晶体材料国家重点实验室, 济南 250100)

(2022 年 11 月 11 日收到; 2022 年 12 月 12 日收到修改稿)

基于量子点输运理论与 Bures 角度量的方法, 研究了耗散环境下单量子点系统输运过程中的量子速度极限特性. 结果表明: 由于隧穿过程存在库仑阻塞效应与量子相干效应, 系统可加速能力随左侧隧穿概率有微小的变化; 然而, 系统可加速能力随右侧隧穿概率变化明显, 归因于动力学通道阻塞与共隧穿的共同效应. 能级差的增大使系统向目标态演化需要更长的时间, 从而改变系统的加速潜力以及随时间演化的震荡频率. 耗散环境中弛豫速率对系统可加速能力的影响不是单调的, 存在一个有趣的转折点, 当弛豫速率小于该点时, 系统的可加速能力产生震荡变化, 当弛豫速率大于该点时, 加速潜力的变化受到了弛豫速率的单调抑制, 弛豫速率的增大总体上抑制了系统的可加速能力.

关键词: 量子速度极限, 量子输运, 耗散环境, 单量子点**PACS:** 73.63.Kv, 05.60.Gg, 82.56.Na**DOI:** 10.7498/aps.72.20222159

1 引言

随着量子计算与量子信息技术的发展, 量子速度极限 (QSL) 开始受到更广泛的关注, 研究发现 QSL 可以应用于量子计算与量子传输, 在保护量子信息与量子最优理论中起到重要作用^[1–8]. 量子速度极限时间是量子系统穿越给定演化距离所需最短演化时间的下界, 量子速度极限时间的边界决定了系统演化速度的上限, 其能表征出系统最快的演化, 研究如何加快系统演化速度能够高效的提升量子计算的效率^[9–13]. 1945 年, Mandelstam 和 Tamm^[14] 由系统能量方差的形式提出了么正演化下从初始态到可区分末态的最短演化时间 $\tau \geq \frac{\pi \hbar}{2\Delta E}$ (MT 型边界). 1998 年, Margolus 和

Levitin^[15] 基于可以判定具体系统的能量平均值 E , 提出了另一种最短演化时间 $\tau \geq \frac{\pi \hbar}{2E}$ (ML 型边界). 通过结合 MT 与 ML 速度极限时间, 给出了封闭系统量子速度极限时间统一界 $\tau \geq \max \left\{ \frac{\pi \hbar}{2\Delta E}, \frac{\pi \hbar}{2E} \right\}$, 2013 年, Deffner 和 Lutz^[16] 将量子速度极限概念拓展到非么正动力学系统, 并通过阻尼 Jaynes-Cummings 模型为研究对象探讨了体系的非马尔可夫性质对最短演化时间的缩短效应. 非马尔可夫效应已经被证实了可以加速系统的演化, 为了提高演化速度, 人们对各种量子体系的速度极限不等式展开了深入研究^[17–21]. 2017 年, Cai 和 Zheng^[22] 采用迹距离度量推导了非平衡环境下的 MT 与 ML 时间界, 证实了体系的非马尔可夫特性对加速系统演化的必要不充分性质. 2019 年, Sun 和 Zheng^[23,24] 基于量子几何相位和几何相位变化率, 在量子态矢

* 国家自然科学基金 (批准号: 11974217) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: yhzhang@sdu.edu.cn

量子流形空间中平行传输的条件下得出不同于 MT 和 ML 类型的时间界, 且通过化简可以回到 ML 的结果.

单量子点具有操作性强、易观测、可制备等优点, 它涉及到量子力学基本原理在实际中的应用, 表现出独特的量子特性, 比如量子隧道效应、库仑阻塞效应、局域化效应、表面效应等. 1997 年, Gurvitz 等^[25,26] 将其与量子点接触探测器结合, 研究了在测量过程中孤立量子点系统内电子转移的动力学演化机制, 并在 2003 年将量子点系统与耗散环境耦合, 表明弛豫会破坏测量过程的芝诺效应. 2010 年, Ouyang 等^[27] 通过占有态和本征态两种方法得到电子运动的主方程, 分析了不同外界环境下量子点系统的输运特性. 研究者们对量子点的转移与输运等特性做出了大量探索, 并对耗散环境中电子转移过程的量子速度极限开展了深刻的研究^[28–36], 但开放量子点系统输运过程的量子速度极限还是一个有待于探索的课题, 输运过程中隧穿概率以及弛豫速率等如何影响量子点系统演化的速度极限正是本文研究的目的, 研究结果可以用于实验中通过对电压的微调来操控量子态的演化, 以应用于量子计算机微观器件的设计.

本文探究了耗散环境下单量子点系统在输运过程中的量子速度极限时间, 得出量子速度极限时间与实际演化时间的比值关系式 τ_{QSL}/τ , 它能表征单量子点系统的可加速能力 (CPS), 反映出系统在演化进程中可被加速的空间. 分析了弛豫速率 γ_r 、左侧隧穿概率与右侧隧穿概率等因素对于量子速度极限的影响, 研究结果表明: 1) 左侧隧穿概率与右侧隧穿概率对量子点系统有不同的加速效果, 左侧隧穿概率的提高对于量子系统的可加速能力的促进细微, 右侧隧穿概率的增大对促进系统的 CPS 更强. 是由于电子从左侧隧穿进入量子点时受到了库仑阻塞效应以及量子相干的影响, 抑制了系统的可加速能力, 右侧由于通道阻塞效应与共隧穿效应的产生, 系统的 CPS 得到增强. 2) 激发态与基态之间弛豫过程的加快总体上提高了系统的演化程度, 系统可加速的空间有所降低. 有趣的是, 当 $\Omega_r \leq \gamma_r \leq \Omega_r$ 时, 弛豫过程会与隧穿过程产生竞争, 影响了输运过程中的电子布局数, 导致量子速度极限时间比值存在震荡现象, 当 $\Omega_r \leq \gamma_r \leq 2\Omega_r$ 时, 竞争关系减弱, 量子速度极限比值稳定上升. 3) 激发态与基态之间的能级差通过影响系统的演

化路径, 改变了系统的演化快慢, 能级差增大时, 系统演化会存在逐渐偏离测地线演化的趋势, 系统的可加速能力得到提升.

此外, 本文推导了单量子点系统输运过程的动力学表达式, 阐述了单量子点系统量子速度极限时间的推导方法及原理, 通过 Bures 角的方法对初始纯态下的量子速度极限表达式进行推导. 将量子速度极限时间表达式应用到单量子点体系输运的过程中, 分析隧穿概率与弛豫速率等因素对于量子速度极限时间的影响.

2 理论方法与模型

2.1 单量子点输运模型

首先建立了一个单量子点与左右电子库耦合的输运模型, 然后推导出了单量子点输运过程的动力学表达式. 如图 1 所示, 由于外加到左右电极上电压不同, 左右电子库的化学势 E_l, r 不同 (考虑 $E_l > E_r$ 的情况). 电子从左侧电极通过基态通道和激发态通道隧穿至量子点中的离散能级上, 左侧电子激发态 (基态) 隧穿概率为 $\Gamma_{e(g)}$. 量子点中电子从激发态 (基态) 隧穿到右侧电极的隧穿概率为 $\Gamma_{E(G)}$. 考虑系统的基矢为 $\{|0\rangle, |e\rangle, |g\rangle\}$, 空态 $|0\rangle$ 代表量子点中不存在电子, $|e\rangle$ 代表电子位于量子点激发态能级, $|g\rangle$ 代表电子处于量子点基态能级.

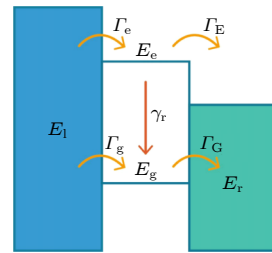


图 1 单量子点系统输运过程示意图, E_e 和 E_g 表示激发态与基态能级, E_l 和 E_r 为左右两侧化学势, $\Gamma_{e(g)}$ 为左侧电子隧穿进入激发态 (基态) 能级的隧穿概率, $\Gamma_{E(G)}$ 为激发态 (基态) 电子隧穿进入右侧电子库的隧穿概率

Fig. 1. The diagram of the single quantum dot system in transport process, E_e and E_g denotes two energy levels in quantum dot, E_l and E_r denotes the left and right electrode potentials $\Gamma_{e(g)}$ is the tunneling probability of the left electron tunneling into the excited (ground) state energy level, $\Gamma_{E(G)}$ is the tunneling probability of the excited (ground) state electron tunneling into the right electron library.

单量子点系统对于在实验中实现 QSL 的研究具有很重要的意义, 如图 1 所示, 体系的哈密顿量为 $H = H_0 + H_{\text{leads}} + H_{\text{int}}$, 由三部分构成:

$$\begin{aligned} H_0 &= \frac{\varepsilon}{2} a_e^+ a_e - \frac{\varepsilon}{2} a_g^+ a_g, \\ H_{\text{leads}} &= \sum_l E_l a_l^+ a_l + \sum_r E_r a_r^+ a_r, \\ H_{\text{int}} &= \sum_{l,j} \Omega_l \sigma_{j+} a_l^+ + \sum_{l,j} \Omega_r \sigma_{j-} a_r^+, \end{aligned} \quad (1)$$

其中 H_0 代表了量子点系统的哈密顿量, ε 为激发态与基态的能级差, a_e^+ (a_e) 与 a_g^+ (a_g) 代表电子处于激发态与基态的产生湮灭算符. H_{leads} 代表了电极部分的哈密顿量, $E_{l,r}$ 为量子点两侧电极电势, a_l^+ (a_l) 与 a_r^+ (a_r) 表示左侧电极以及右侧电极电子的产生湮灭算符. H_{int} 代表了量子点系统与电极之间相互作用的哈密顿量, 右边第 1 项表示左边电极和基态 (激发态) 相互作用, 电子进入量子点. 第 2 项表示右边电极和基态 (激发态) 相互作用, 量子点内的电子湮灭, $\Omega_{l(r)}$ 是量子点与左右两侧电极之间的耦合强度, $\sigma_{j+} = |j\rangle\langle 0|$, $\sigma_{j-} = |0\rangle\langle j|$ 是相应的上下升降算符, 整个过程只考虑从左到右的单向输运, 量子点系统动力学主方程满足:

$$\frac{d}{dt}\rho(t) = L\rho(t) = L_0\rho(t) + L_r\rho(t) + L_d\rho(t). \quad (2)$$

等式右侧第 1 项表示系统的么正演化且 $L_0\rho(t) = -\frac{i}{\hbar}[H_0, \rho(t)]$, 第 2, 3 项描述了系统的非么正演化, 其中电子耗散项 $L_r\rho(t) = \gamma_r \times \left[\sigma_- \rho(t) \sigma_+ - \frac{1}{2}(\sigma_+ \sigma_-, \rho(t)) \right]$ 由 Lindblad 主方程表示. 而 $L_d\rho(t)$ 采用唯象方式描述了电子从左侧电极到右侧的输运过程. 基于此, 非么正过程表示为

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{ee} &= \Gamma_e \rho_0 - \Gamma_e \rho_{ee} - \gamma_r \rho_{ee}, \\ \dot{\rho}_{eg} &= i\varepsilon \rho_{eg} - \frac{\gamma_r}{2} \rho_{eg}. \end{aligned} \quad (3)$$

密度矩阵元素 ρ_{ee} (ρ_{gg}) 表示电子占据激发态 (基态) 的概率, 而矩阵元素 ρ_{eg} (ρ_{ge}) 表示系统的相干项, 考虑密度矩阵 $\rho(t) = [\rho_0(t), \rho_{ee}(t), \rho_{gg}(t), \rho_{eg}(t), \rho_{ge}(t)]$ 总的演化算符表示为

$$L = \begin{pmatrix} -\Gamma_e - \Gamma_g & \Gamma_e & \Gamma_g & 0 & 0 \\ \Gamma_e & -\gamma_r - \Gamma_e & 0 & 0 & 0 \\ \Gamma_g & \gamma_r & -\Gamma_g & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & i\varepsilon & -\gamma_r/2 \\ 0 & 0 & 0 & -i\varepsilon & -\gamma_r/2 \end{pmatrix}. \quad (4)$$

2.2 Bures 角度量下的量子速度极限

采用 Bures 角度量的量子速度极限方法 [37–39], 推导单量子点系统动力学演化的可加速能力表达式, D 为任意初始态和末态的测地线, 存在以下几何不等关系:

$$\begin{aligned} D(\rho(0), \rho(\tau)) &= \int_0^\tau \frac{d}{dt} D(\rho(0), \rho(\tau)) dt \\ &\leq \int_0^\tau \left| \frac{d}{dt} D(\rho(0), \rho(\tau)) \right| dt \\ &= L(\rho(0), \rho(\tau)), \end{aligned} \quad (5)$$

式中, L 可以理解为量子系统演化的实际长度 [23,40], 因此系统沿实际路径演化的瞬时速度可以表示为

$$v(t) = \frac{d}{dt} L(\rho(0), \rho(\tau)) = \left| \frac{d}{dt} D(\rho(0), \rho(\tau)) \right|. \quad (6)$$

而系统演化平均速度为

$$\bar{v}(\tau) = \frac{L(\rho(0), \rho(\tau))}{\tau} = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau \left| \frac{d}{dt} D(\rho(0), \rho(\tau)) \right| dt. \quad (7)$$

考虑平均速度是系统沿测地线和实际路径上的守恒量, 量子速度极限时间对应以该平均速度沿测地线演化的时间, 从而获得量子速度极限时间为

$$\tau_{\text{QSL}} = \frac{D(\rho(0), \rho(\tau))}{\bar{v}(\tau)} = \frac{D(\rho(0), \rho(\tau))}{L(\rho(0), \rho(\tau))/\tau}. \quad (8)$$

当系统沿测地线演化时, 此时实际的演化时间等于量子速度极限时间, 量子演化已经达到最快演化, 没有加速的可能; 如果量子系统并未沿测地线演化, 则实际演化时间大于量子速度极限时间, 未达到最快演化, 说明量子演化还存在被加速的可能, 这种能力可以被理解为量子系统的加速潜力, 表示为

$$\frac{\tau_{\text{QSL}}}{\tau} = \frac{D(\rho(0), \rho(\tau))}{L(\rho(0), \rho(\tau))}, \quad (9)$$

其中 τ_{QSL} 是初态 $\rho(0)$ 和末态 $\rho(\tau)$ 之间的最短演化时间, 而 τ 是实际的动力学演化时间. 考虑量子系统在测地线和实际演化路径的平均速度相同, 则二者的比值等于测地线和实际演化路径的比值. 当这个比值为 1 时, 那么就说明量子系统沿着测地线演化, 达到了最小的演化时间. 反之, 当该比值小于 1 时, 则表明量子系统具有偏离测地线演化的行为, 系统演化中存在着一一定的加速潜力 [41].

考虑初始纯态的情况, 动力学演化测地距离可以表示为

$$D(\rho(0), \rho(\tau)) = \arccos \sqrt{\text{tr} \rho(0) \rho(\tau)}. \quad (10)$$

相应的实际演化路径为

$$L(\rho(0), \rho(\tau)) = \int_0^\tau \left| \frac{d}{dt} D(\rho(0), \rho(t)) \right| dt. \quad (11)$$

2.3 初始基态

首先考虑初始时刻电子位于基态的情况, 即 $|\psi_0\rangle = |g\rangle$, 相应的密度矩阵为

$$\rho(0) = |\psi_0\rangle \langle \psi_0| = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (12)$$

此时量子系统不存在初始相干. 结合单量子点输运体系密度矩阵 (4), 推导出 τ 时刻测地距离表达式:

$$D(\rho(0), \rho(\tau)) = \arccos \sqrt{\rho_{gg}(\tau)}, \quad (13)$$

通过 (13) 式, 给出系统实际演化路径表达式:

$$\begin{aligned} L(\rho(0), \rho(\tau)) &= \int_0^\tau \left| \frac{d}{dt} D(\rho(0), \rho(t)) \right| dt \\ &= \int_0^\tau \left| \frac{\dot{\rho}_{gg}(t)}{2\sqrt{\rho_{gg}(t) - \rho_{gg}(t)^2}} \right| dt. \end{aligned} \quad (14)$$

量子速度极限时间可以表示为

$$\tau_{\text{QSL}} \geq \frac{\arccos \sqrt{\rho_{gg}(\tau)}}{\tau^{-1} \int_0^\tau \left| \frac{\dot{\rho}_{gg}(t)}{2\sqrt{\rho_{gg}(t) - \rho_{gg}(t)^2}} \right| dt}. \quad (15)$$

该不等式不仅将系统初态 $\rho(0)$ 与末态 $\rho(\tau)$ 紧密结合起来, 体现出单量子点系统的最快演化, 而

且反应出了量子速度极限时间与体系实际演化时间的比值关系:

$$\frac{\tau_{\text{QSL}}}{\tau} = \frac{\arccos \sqrt{\rho_{gg}(\tau)}}{\int_0^\tau \left| \frac{\dot{\rho}_{gg}(t)}{2\sqrt{\rho_{gg}(t) - \rho_{gg}(t)^2}} \right| dt}. \quad (16)$$

对 (15) 式进一步推导给出了 τ_{QSL}/τ 的比值关系式 (16), 反映出量子系统实际演化时间与演化最短时间的差异, 能体现出系统可供加速的空间即量子系统可加速能力 (CPS) 有多大, 该比值的范围应该遵循 $0 \leq \tau_{\text{QSL}}/\tau \leq 1$.

2.4 初始叠加态

当初始态为叠加态时, 即 $|\varphi_0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|e\rangle + |g\rangle)$, 相应的密度矩阵为

$$\rho(0) = |\varphi_0\rangle \langle \varphi_0| = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}. \quad (17)$$

τ 时刻测地距离表达式为

$$\begin{aligned} D(\rho(0), \rho(\tau)) &= \arccos \sqrt{\frac{1}{2}\rho_{ee}(\tau) + \frac{1}{2}\rho_{eg}(\tau) + \frac{1}{2}\rho_{ge}(\tau) + \frac{1}{2}\rho_{gg}(\tau)}. \end{aligned} \quad (18)$$

叠加态下 τ 时刻实际演化路径表达式为

$$L(\rho(0), \rho(\tau)) = \int_0^\tau \left| \frac{\frac{1}{2}(\dot{\rho}_{ee}(t) + \dot{\rho}_{eg}(t) + \dot{\rho}_{ge}(t) + \dot{\rho}_{gg}(t))}{2\sqrt{\frac{1}{2}(\rho_{ee}(t) + \rho_{eg}(t) + \rho_{ge}(t) + \rho_{gg}(t)) - \frac{1}{4}(\rho_{ee}(t) + \rho_{eg}(t) + \rho_{ge}(t) + \rho_{gg}(t))^2}} \right| dt. \quad (19)$$

将测地距离表达式与该式对比得出关系式为

$$\frac{\tau_{\text{QSL}}}{\tau} = \frac{\arccos \sqrt{\frac{1}{2}\rho_{ee}(\tau) + \frac{1}{2}\rho_{eg}(\tau) + \frac{1}{2}\rho_{ge}(\tau) + \frac{1}{2}\rho_{gg}(\tau)}}{\int_0^\tau \left| \frac{\frac{1}{2}(\dot{\rho}_{ee}(t) + \dot{\rho}_{eg}(t) + \dot{\rho}_{ge}(t) + \dot{\rho}_{gg}(t))}{2\sqrt{\frac{1}{2}(\rho_{ee}(t) + \rho_{eg}(t) + \rho_{ge}(t) + \rho_{gg}(t)) - \frac{1}{4}(\rho_{ee}(t) + \rho_{eg}(t) + \rho_{ge}(t) + \rho_{gg}(t))^2}} \right| dt}. \quad (20)$$

该式为叠加态下量子速度极限时间 QSL 与实际演化时间的比值, 反映系统叠加态下 CPS 的大小, 体现出量子点系统在输运过程中实际演化时间与最短演化时间的偏离程度.

3 结果与讨论

图 2(a) 为初始单态的情况, 可以发现量子速度极限时间和实际演化时间的比值 τ_{QSL}/τ 始终

为 1, 系统不具备加速潜力. 在图 2(b) 中, 考虑初始叠加态, 随着量子演化比值 τ_{QSL}/τ 呈现出先恒定后振荡减小的趋势, 这是因为初始相干的存在导致了测地线随演化时间的振荡^[42], 而实际演化长度单调递增. 这种特性让系统的演化存在一定可加速的空间, 最后该比值趋于稳定, 表示系统动力学演化结束.

图 3 展示了左侧不同隧穿概率下单量子点体系量子速度极限时间比值 τ_{QSL}/τ 随驱动时间的演化趋势. 从图 3(a) 插图可以看出, 随着激发态隧穿概率的增大, 量子速度极限时间的比值变化细微, 但也存在微小的下降. 图 3(b) 中基态隧穿概率的变化对 τ_{QSL}/τ 的影响弱小同样存在微小下降如

图 3(b) 中插图. 因为电子隧穿进入量子点的过程中, 无论进入激发态通道还是基态通道都会产生库仑阻塞效应以及量子相干, 电子隧穿过程受到了阻碍, 抑制了系统演化加速的可能, 故系统的可加速能力略有增大但变化很小, 表明左侧激发态与基态隧穿概率对系统的 CPS 影响不明显.

图 4 展示了不同出射隧穿概率下单量子点体系量子速度极限时间比值 τ_{QSL}/τ 随驱动时间的变化规律, 图 4(a) 中, 右侧激发态隧穿概率的增大让速度极限时间比值产生均匀的下降, 基态隧穿概率的变化如图 4(b) 所示, 使 τ_{QSL}/τ 呈现不均匀的下降. 因为当激发态与基态隧穿概率差值增大时, 演化过程中产生动力学通道阻塞效应阻碍了激发态

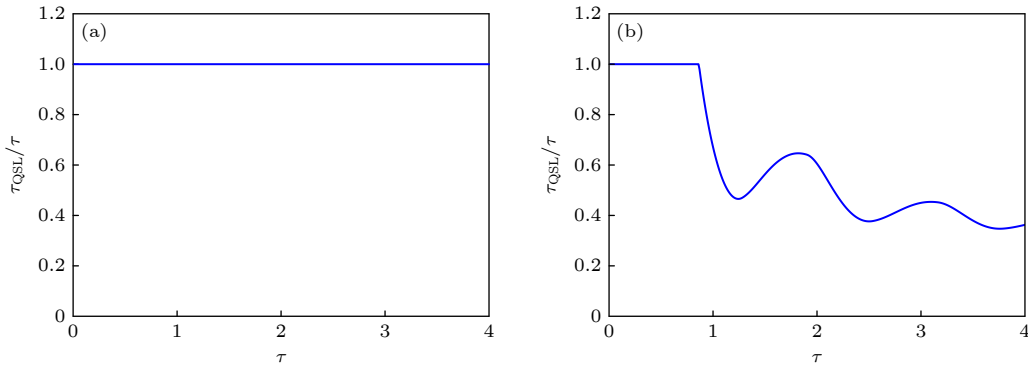


图 2 初态为 g 态与相干态下量子速度极限时间比值 τ_{QSL}/τ 随驱动时间变化图 (a) 初态为 g 态时 τ_{QSL}/τ 随驱动时间的变化; (b) 初态为相干态时 τ_{QSL}/τ 随驱动时间的变化, 左量子点与电子库耦合强度 $\Omega_r = 1$, 电子的隧穿概率 $\Gamma_E = 0.5$

Fig. 2. The ratio of the quantum speed limit time τ_{QSL}/τ varies with the driving time in the initial g state and the superposition state: (a) The change of the τ_{QSL}/τ with driving time when the initial state is coherent state; (b) the change of the τ_{QSL}/τ with driving time when the initial state is superposition state; the left coupling strength parameter $\Omega_r = 1$, tunneling probability of electrons $\Gamma_E = 0.5$.

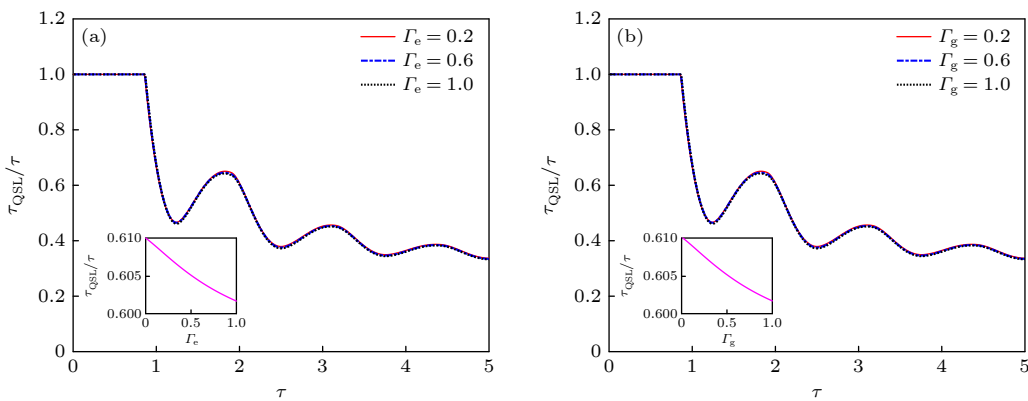


图 3 单量子点系统的速度极限时间比值 τ_{QSL}/τ 随左侧隧穿概率与驱动时间的变化图 (a) 不同左侧激发态隧穿概率影响下 τ_{QSL}/τ 随驱动时间变化; (b) 不同左侧基态隧穿概率影响下 τ_{QSL}/τ 随驱动时间变化, 量子点与左侧电子库耦合强度 $\Omega_r = 1$, 能级差 $\varepsilon = 5\Omega_r$

Fig. 3. The diagram of the quantum speed limit time ratio τ_{QSL}/τ as a function of left tunneling probability and driving time for a single quantum dot system: (a) Variation of τ_{QSL}/τ with driving time under the influence of left different tunneling probabilities into excited states; (b) variation of τ_{QSL}/τ with driving time under the influence of left different tunneling probabilities into ground states, the left coupling strength parameter $\Omega_r = 1$, the energy displacement $\varepsilon = 5\Omega_r$.

与基态中电子的横向传输, 系统演化的可加速能力得到提升. 在隧穿过程中激发态通道与基态通道的相互作用也产生了共隧穿效应为系统演化加速提供了更大的空间. 表明右侧隧穿概率的增大会明显降低量子速度极限时间比值, 促进了系统可加速能力的提升.

图 5(a) 展示了不同弛豫速率下单量子点体系量子速度极限时间比值 τ_{QSL}/τ 随驱动时间的演化趋势, 随着弛豫速率 γ_r 的增大, τ_{QSL}/τ 总体上也逐渐上升. 因为弛豫速率的增大加速了电子从激发态到基态指数衰减的快慢, 从整体上加快了系统演化的进程, 弱化了系统的可加速能力. 如图 5(b) 所示, 弛豫速率 γ_r 对体系的影响并不是单调的, 当量

子点系统与耗散环境耦合逐渐增大时, τ_{QSL}/τ 先呈现出振荡随后又单调上升. 当 $0 \leq \gamma_r \leq \Omega_r$ 时, 电子在激发态与基态之间的跃迁影响了电子从左电极通过量子点到右电极的隧穿过程, 两个方向上的演化存在竞争导致上下能级电子布局数的变化, 输运过程中量子速度极限比值产生了震荡现象. $\Omega_r \leq \gamma_r \leq 2\Omega_r$ 时, 跃迁过程在竞争关系中占据了主导地位, 系统速度极限比值呈现单调上升的趋势, 单量子点体系的 CPS 受到抑制. 表明: 弛豫速率增大过程中, τ_{QSL}/τ 虽会产生振荡, 但总体上该比值出现上升趋势, 弛豫速率的增大抑制了量子点系统演化的可加速能力.

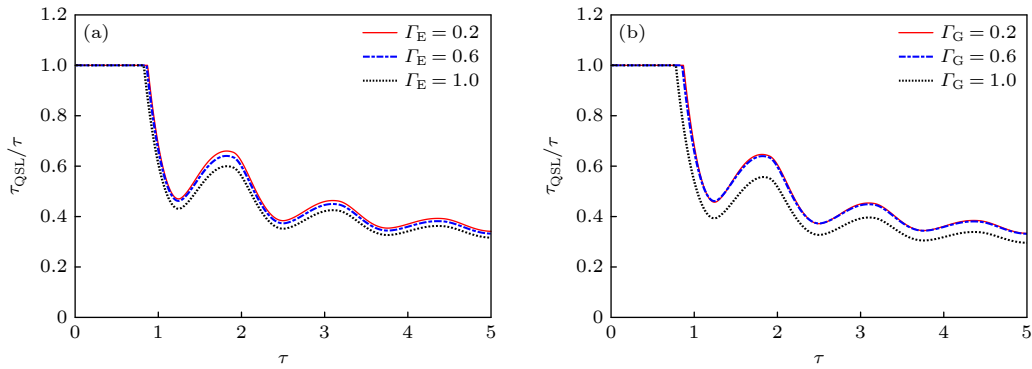


图 4 单量子点系统的速度极限时间比值 τ_{QSL}/τ 随右侧隧穿概率与驱动时间的变化图 (a) 不同右侧激发态隧穿概率影响下 τ_{QSL}/τ 随驱动时间的变化; (b) 不同右侧基态隧穿概率影响下 τ_{QSL}/τ 随驱动时间的变化. 量子点与左侧电子库耦合强度 $\Omega_r = 1$, 能极差 $\varepsilon = 5\Omega_r$.

Fig. 4. The diagram of the quantum speed limit time ratio τ_{QSL}/τ as a function of right tunneling probability and driving time for a single quantum dot system: (a) Variation of τ_{QSL}/τ with driving time under the influence of right different tunneling probabilities from excited states; (b) variation of τ_{QSL}/τ with driving time under the influence of right different tunneling probabilities from ground states. The left coupling strength parameter $\Omega_r = 1$, the energy displacement $\varepsilon = 5\Omega_r$.

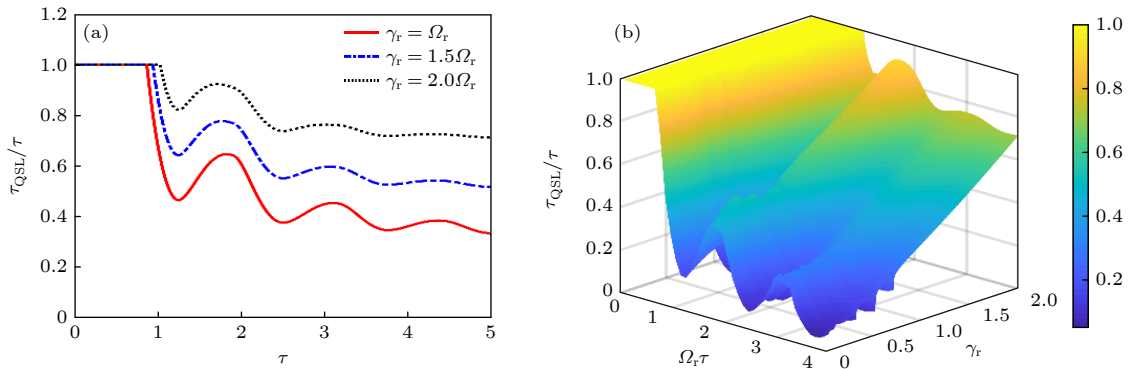


图 5 单量子点系统的速度极限时间比值 τ_{QSL}/τ 随弛豫速率与驱动时间的变化图 (a) 不同弛豫速率影响下 τ_{QSL}/τ 随驱动时间的变化; (b) τ_{QSL}/τ 随弛豫速率 γ_r 与驱动时间的三维变化图. 量子点与左侧电子库耦合强度 $\Omega_r = 1$, 能极差 $\varepsilon = 5\Omega_r$.

Fig. 5. The diagram of the quantum speed limit time ratio τ_{QSL}/τ as a function of relaxation rates and driving time for a single quantum dot system: (a) Variation of τ_{QSL}/τ with driving time under different relaxation rates; (b) three-dimensional diagram of τ_{QSL}/τ as a function of relaxation rate and driving time. The left coupling strength parameter $\Omega_r = 1$, the energy displacement $\varepsilon = 5\Omega_r$.

图 6 展示了不同能级差下单量子点体系量子速度极限时间比值 τ_{QSL}/τ 随驱动时间的变化, 随着能级差的增大, 不但引起了系统 τ_{QSL}/τ 的下降, 而且影响了系统随驱动时间演化的振荡频率, 能级差不同时, 产生了 τ_{QSL}/τ 的交点. 这是由于能级差 $\varepsilon = 0$ 时, 电子通过量子点与两侧电极之间的隧穿完成传输. 当能级差 ε 逐渐增大时, 如图 6(b) 所示, 处于激发态的电子向右水平隧穿的同时有概率跃迁到基态, 量子点系统的演化由于偏离了水平方向隧穿会导致实际演化路径增大, 两能级间差值越大偏离测地路径就越明显, 量子速度极限时间比值下降, 能级差不同基态与激发态间的量子相干效应也不同, 增大了系统随驱动时间演化的振荡频率, 也促成了不同能级差产生相同可加速能力的交叉点. 因而能级差 ε 对单量子点系统的 CPS 表现出显著变动的促进.

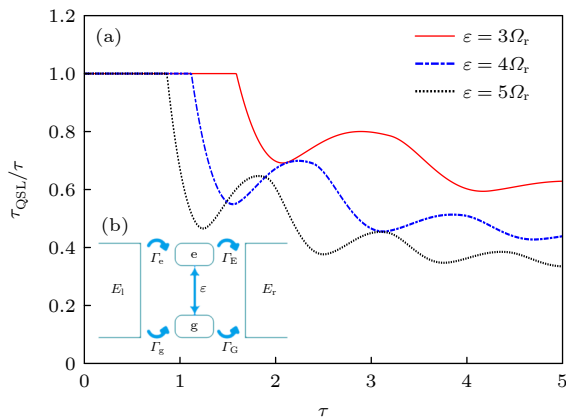


图 6 单量子点系统的速度极限时间比值 τ_{QSL}/τ 随能级差 ε 与驱动时间的变化图 (a) 不同能级差 ε 影响下的 τ_{QSL}/τ 随驱动时间变化; (b) 能级差产生跃迁原理图. 量子点与左侧电子库耦合强度 $\Omega_L = 1$, $\Gamma_E = 0.5$

Fig. 6. The diagram of the quantum speed limit time ratio τ_{QSL}/τ as a function of energy displacement ε and driving time for a single quantum dot system: (a) Variation of τ_{QSL}/τ with driving time under different energy displacement ε ; (b) the schematic diagram of transition generation by difference energy level. The left coupling strength parameter $\Omega_L = 1$, Tunneling probability of electrons $\Gamma_E = 0.5$.

4 结 论

本文首先推导了量子点系统输运体系下的密度矩阵元, 运用速度极限中 Bures 角度量的方法, 给出了单量子点体系在耗散环境下系统输运过程的速度极限表达式, 并探究了两侧隧穿概率、弛豫

速率以及能级差等因素对于系统可加速能力的影响. 结果表明调节左电极电势提升左侧电子隧穿进入量子点的隧穿概率对 τ_{QSL}/τ 的影响微小, 是因为电子隧穿进入量子点的过程中受到库仑阻塞效应以及量子相干的影响, 左侧基态与激发态隧穿概率的改变对系统可加速能力的提高不明显. 当调节右电势增大量子点中电子隧穿进入右侧电极的隧穿概率时, 发现右侧基态与激发态隧穿概率的改变较为明显地提升了量子点系统的可加速能力, 是由于隧穿过程中产生了通道阻塞效应以及共隧穿效应. 当与外界环境处于强耦合的环境下, 弛豫速率的增大会改变电子从激发态到基态衰减的快慢. 系统可加速能力随弛豫速率的变化存在一个有趣的转折点, 当弛豫速率小于该点时, 电子布居数的变化导致系统可加速能力产生震荡变化. 当弛豫速率大于该点时, 弛豫过程占据主导地位, 系统可加速能力受到单调抑制, 总体上体系 CPS 受到抑制. 激发态与基态间能级差 ε 的增大而产生的跃迁与相干性会增加电子在量子点系统内的实际演化路径, 改变了量子点系统随驱动时间的演化频率, 整体上促进了系统可加速能力的提升. 还有更多的物理量可以与量子点系统的速度极限结合, 比如输运过程中的电流以及几何相位等, 这值得进一步探索.

参考文献

- [1] Poggi P M 2019 *Phys. Rev. A* **99** 042116
- [2] Marvian I, Spekkens R, Zanardi P 2016 *Phys. Rev. A* **93** 052331
- [3] Pires D P, Modi K, Celeri L C 2021 *Phys. Rev. E* **103** 032105
- [4] Negreac V, Ali H, Muthusubramanian N, Battistel F, Sagastizabal R, Moreira M S, Marques J F, Vlothuizen W J, Beekman M, Zachariadis C, Haider N, Bruno A, DiCarlo L 2021 *Phys. Rev. Lett.* **126** 220502
- [5] Villamizar D V, Duzzioni E I 2015 *Phys. Rev. A* **92** 042106
- [6] Farhi E, Goldstone J, Gutmann S, Sipser M 1998 *Phys. Rev. Lett.* **81** 5442
- [7] Russell B, Stepney S 2014 *Phys. Rev. A* **90** 012303
- [8] Becker S, Datta N, Lami L, Rouze C 2021 *Phys. Rev. Lett.* **126** 190504
- [9] Xu Z Y, Luo S L, Yang W L, Liu C, Zhu S Q 2014 *Phys. Rev. A* **89** 012307
- [10] Liu H B, Yang W L, An J H, Xu Z Y 2016 *Phys. Rev. A* **93** 020105
- [11] Rossatto D Z, Pires D P, de Paula F M, de Saneto O P 2020 *Phys. Rev. A* **102** 053716
- [12] Hegerfeldt G C 2013 *Phys. Rev. Lett.* **111** 260501
- [13] Kobe D H, Aguilera-Navarro V C 1994 *Phys. Rev. A* **50** 933
- [14] Mandelstam L, Tamm I 1945 *J. Phys. USSR* **9** 249
- [15] Margolus N, Levitin L B 1998 *Phys. D* **120** 188
- [16] Deffner S, Lutz E 2013 *Phys. Rev. Lett.* **111** 010402

- [17] Bagheri Harouni M 2021 *Chin. Phys. B* **30** 090301
- [18] Feng H R, Li P, Yue X F 2019 *Acta Phys. Sin.* **68** 050201 (in Chinese) [冯海冉, 李鹏, 岳现房 2019 物理学报 **68** 050201]
- [19] Du K Y, Ma Y J, Wu S X, Yu C S 2021 *Chin. Phys. B* **30** 090308
- [20] Huang J H, Qin L G, Chen G L, Hu L Y, Liu F 2022 *Chin. Phys. B* **31** 110307
- [21] Sun S N, Zheng Y J 2021 *Chin. Sci. Bull.* **66** 1946 (in Chinese) [孙舒宁, 郑雨军 2021 科学通报 **66** 1946]
- [22] Cai X J, Zheng Y J 2016 *Phys. Rev. A* **94** 042110
- [23] Sun S N, Zheng Y J 2019 *Phys. Rev. Lett.* **123** 180403
- [24] Sun S, Peng Y, Hu X, Zheng Y 2021 *Phys. Rev. Lett.* **127** 100404
- [25] Gurvitz S A 1997 *Phys. Rev. B* **56** 15215
- [26] Gurvitz S A, Fedichkin L, Mozyrsky D and Berman G P 2003 *Phys. Rev. Lett.* **91** 066801
- [27] Ouyang S H, Lam C H, You J Q 2010 *Phys. Rev. B* **81** 075301
- [28] Lan K, Du Q, Kang L S, Tang X, Jiang L J, Zhang Y H, Cai X J 2020 *Phys. Rev. B* **101** 174302
- [29] Jiang L J, Lan K, Lin Z Y, Zhang Y H 2021 *Chin. Phys. B* **30** 040307
- [30] Kang L S, Zhang Y H, Xu X L, Tang X 2017 *Phys. Rev. B* **96** 235417
- [31] Du Q, Lan K, Zhang Y H, Jiang L J 2020 *Chin. Phys. B* **29** 030302
- [32] Lin Z Y, Zhang Y H, L T, Li Z L 2022 *Chin. Phys. B* **31** 070307
- [33] Wu S X, Yu C S 2018 *Phys. Rev. A* **98** 042132
- [34] Hu X H, Sun S N, Zheng Y J 2020 *Phys. Rev. A* **101** 042107
- [35] Lan K, Du Q, Kang L S, Jiang L J, Lin Z Y, Zhang Y H 2020 *Acta Phys. Sin.* **69** 040504 (in Chinese) [蓝康, 杜倩, 康丽莎, 姜露静, 林振宇, 张延惠 2020 物理学报 **69** 040504]
- [36] Li J, Liu Y, Ping J, Ye Y, Li X Q 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 137202 (in Chinese) [栗军, 刘玉, 平婧, 叶银, 李新奇 2012 物理学报 **61** 137202]
- [37] Ektesabi A, Behzadi N and Faizi E 2017 *Phys. Rev. A* **95** 022115
- [38] Deffner S 2017 *New J. Phys.* **19** 103018
- [39] Deffner S and Campbell S 2017 *J. Phys. A Math. Theor.* **50** 453001
- [40] Cai X J and Zheng Y J 2017 *Phys. Rev. A* **95** 052104
- [41] Lu X, Zhang Y J and Xia Y J 2021 *Chin. Phys. B* **30** 020301
- [42] Lan K, Xie S J and Cai X J 2022 *New J. Phys.* **24** 055003

Study of quantum speed limit of of transport process of single quantum dot system in dissipative environment^{*}

Liu Tian¹⁾ Li Zong-Liang¹⁾ Zhang Yan-Hui^{1)†} Lan Kang²⁾

1) (*School of Physics and Electronics, Shandong Normal University, Jinan 250014, China*)

2) (*School of Physics, State Key Laboratory of Crystal Materials, Shandong University, Jinan 250100, China*)

(Received 11 November 2022; revised manuscript received 12 December 2022)

Abstract

We theoretically study the quantum speed limit (QSL) of the single dot system in dissipative environment based on quantum dot transport theory and Bures angle metric method. The theoretical results show that in the dissipative environment, different tunneling probabilities have different effects. The increase of left tunneling probability has a weak effect on the accelerating capability of the system, due to the Coulomb blocking effect and quantum coherence. On the other hand, the right tunneling probability has a significant influence on the accelerating capability of the system, the accelerating capability is promoted with the increase of right tunneling probability because of the effect of channel blocking and co-tunneling. The increase of energy displacement promotes the accelerating capability of the system and changes the oscillation frequency of the system, owing to its taking longer time for the system to evolve to a target state. The effect of the relaxation rate for the system's accelerating capability is not monotonic, there is an interesting turning point due to the change of electron layout number. When the relaxation rate is less than this point, the accelerating capability of the system will oscillate. When the relaxation rate is higher than this point, the change of accelerating capability is monotonically suppressed by the relaxation rate. In general, the increase of the relaxation rate weakens the acceleration capability of the system. Our results provide theoretical reference for studying the QSL time in a semiconductor device affected by numerous factors.

Keywords: quantum speed limits, quantume transport, dissipative environment, single quantum dots

PACS: 73.63.Kv, 05.60.Gg, 82.56.Na

DOI: 10.7498/aps.72.20222159

^{*} Project supported by the Natural Science Foundation of Shandong Province(Grant No. 11974217).

[†] Corresponding author. E-mail: yhzhang@sdsu.edu.cn



耗散环境单量子点体系输运过程的量子速度极限研究

刘天 李宗良 张延惠 蓝康

Study of quantum speed limit of transport process of single quantum dot system in dissipative environment

Liu Tian Li Zong-Liang Zhang Yan-Hui Lan Kang

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 72, 047301 (2023) DOI: 10.7498/aps.72.20222159

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.72.20222159>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

初态对线型分子体系量子速度极限量度的影响

Impact of initial states on the quantum speed limits metric in linear molecules

物理学报. 2019, 68(5): 050201 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20181942>

硅纳米结构晶体管中与杂质量子点相关的量子输运

Quantum transport relating to impurity quantum dots in silicon nanostructure transistor

物理学报. 2019, 68(8): 087301 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20190095>

单个CsPbBr₃钙钛矿量子点的荧光闪烁特性

Photoluminescence blinking properties of single CsPbBr₃ perovskite quantum dots

物理学报. 2021, 70(20): 207802 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20210908>

双层硼烯纳米带的量子输运研究

Quantum transport properties of bilayer borophene nanoribbons

物理学报. 2022, 71(22): 227301 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20221304>

InAs/GaAs量子点1.3 μm单光子发射特性

1.3 μm single photon emission from InAs/GaAs quantum dots

物理学报. 2018, 67(23): 237802 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20181592>

量子点单光子源的光纤耦合

Optical fiber coupling of quantum dot single photon sources

物理学报. 2021, 70(8): 087801 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20201605>