

基于迭代反演的非磁性材料复介电常数测量及初值选取方法

覃维¹⁾ 安书悦²⁾ 陈帅^{1)†} 龚荣洲²⁾ 王鲜²⁾

1) (中国船舶重工集团有限公司第七一〇研究所, 宜昌 443003)

2) (华中科技大学光学与电子信息学院, 武汉 430074)

(2022年11月21日收到; 2023年1月26日收到修改稿)

复介电常数是反映材料宏观电磁性质的重要参数, 电磁领域相关材料和器件的选取、设计及应用都必须基于材料在工作频段的电磁参数. 数值迭代法是反演计算材料复介电常数的重要方法, 但一直存在难以准确给出迭代初始值的问题. 本文基于吸波材料介电常数与反射率的关系, 提出了一种迭代法反演吸波材料介电常数的初值选取方法, 以此为基础构建了一种利用反射参数反演计算单层吸波材料、多层材料中唯一未知层材料复介电常数的方法, 并通过实例测试验证了方法的有效性.

关键词: 吸波材料, 反射率, 复介电常数, S 参数反演

PACS: 06.30.Ka, 41.20.Jb, 81.70.Ex

DOI: 10.7498/aps.72.20222224

1 引言

医疗、生物工程和建筑业等行业经常需要精确了解材料在微波频率下的电磁特性, 而对于电磁屏蔽、雷达隐身等领域材料和器件的性能预测、仿真和工程设计, 电磁参数的提取更加不可或缺^[1,2]. 传统的材料介电常数测量方法以传输反射法 (Nicolson-ross-weir, NRW) 应用最为广泛^[3], 而传输反射法存在着样品放置位置影响、厚度谐振以及多值性 3 个主要的缺陷, 为提取准确稳定的材料电磁参数, 相关研究人员提出了如采用厚度不同两种样品进行测量^[4]、引入短路样品测量^[5,6] 和仅反射测量等测试方法测量材料电磁参数^[7], 或保持测量方式不变通过优化数学模型改进 NRW 法^[8-10]; 丁世敬等^[11,12] 直接利用样品在 Fabry-Perot 频率处出现谐振的特性测量样品电磁参数; James Baker-Jarvis 使用牛顿-拉夫逊迭代算法反演材料电磁参

数可以忽略相位参考面变化引起的影响, 避免传输系数和透射系数等中间参数的计算^[13,14], 又能规避厚度谐振的影响, 需要测量样品高温介电常数的时候一般会采用反射参数迭代的方法^[15], 但迭代算法本身需要较为准确的初始值, 否则会难以收敛或得到错误的结果.

对于吸波材料这种介电常数一般随频率变化的材料, 迭代算法的初值给定则更加困难. 本文根据吸波材料介电常数与反射率的对应关系, 提出了一种用于吸波材料介电常数迭代法的初值选取方法, 并以此构建了一种反演多层吸波材料中唯一未知层复介电常数的测试方法, 且测试方法对于低损耗材料同样适用.

2 理论模型与分析

2.1 单层吸波材料

当频率为 f 的平面波垂直入射到一端短路, 复介电常数为 $\epsilon_r = \epsilon' - j\epsilon''$, 厚度为 d 的材料时, 回波

† 通信作者. E-mail: shinehc@foxmail.com

损耗 (return loss, RL) 即反射率的表达式, 如 (1) 式所示 [16]:

$$RL = 20 \lg |S_{11}| = 20 \lg \left| \frac{Z_{in} - Z_0}{Z_{in} + Z_0} \right|, \quad (1)$$

其中 $Z_0 = (\mu_0/\varepsilon_0)^{1/2}$ 为空气波阻抗, Z_{in} 为吸波材料输入阻抗如 (2) 式所示 (c_0 为光速, ε_0 和 μ_0 分别为真空介电常数和磁导率):

$$Z_{in} = Z_0 \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_r}} \tanh \left[j \left(\frac{2\pi f d}{c_0} \right) \sqrt{\varepsilon_r} \right]. \quad (2)$$

结合 (1) 和 (2) 式可由反射参数解出材料的介电常数, 但对于 (2) 式所示的超越方程, 无法解出代数表达式的解. 在 S_{11} 趋近于 0 处做级数展开, 忽略高次项后可解得近似解, 即介电常数满足 (3) 式的吸波材料能达到接近完全吸收的吸波性能 [17].

$$\begin{cases} \operatorname{Re}[\sqrt{\varepsilon_r}] = \frac{2n-1}{4df\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} = \frac{(2n-1)\lambda_0}{4d}, \\ (n=1, 2, 3, \dots), \\ \operatorname{Im}[\sqrt{\varepsilon_r}] = 2/\pi. \end{cases} \quad (3)$$

介电材料中电磁波的波长 $\lambda = \lambda_0/\operatorname{Re}[\varepsilon_r^{1/2}]$, λ_0 为真空中电磁波波长, 由 (3) 式可知, 吸波材料能达到接近完全吸收的条件之一为吸波材料厚度

等于介质中波长的 $(2n-1)/4$ 倍, n 为正整数, 得到输入阻抗完全匹配所需具备的介电常数如 (4) 式所示:

$$\begin{cases} \operatorname{Re}[\varepsilon_r] = \varepsilon' \approx \frac{(2n-1)^2}{16d^2 f^2 \varepsilon_0 \mu_0}, & (n=1, 2, 3, \dots), \\ \operatorname{Im}[\varepsilon_r] = \varepsilon'' \approx \frac{1}{\pi d f \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}. \end{cases} \quad (4)$$

对于非完全匹配的情况, 吸波材料输入阻抗不等于空气波阻抗. 吸波材料反射率低于一定阈值 R_T , 满足反射率 $RL < R_T(\text{dB})$ 时, 由 (1) 式可得:

$$\left(z'_{in} - \frac{1+10^{R_T/10}}{1-10^{R_T/10}} \right)^2 + z''_{in}{}^2 \leq \left(\frac{1+10^{R_T/10}}{1-10^{R_T/10}} \right)^2 - 1, \quad (5)$$

其中, z'_{in} 和 z''_{in} 分别为一端短路的吸波材料归一化输入阻抗的实部与虚部, 由 (5) 式可知, 对于满足低于某一确定数值反射率的吸波材料, 其输入阻抗奈奎斯特图是一个圆心在实轴上的圆形 [18], 圆上各点反射率幅值相等. R_T 越小, 等反射率圆的圆心越接近 $(1, 0)$, 半径越接近于 0.

与满足任意反射率的阻抗数据类似, 满足任意反射率的介电常数在以实部为 x 轴、虚部为 y 轴的坐标系中构成一系列圆形区域 [19], 如图 1(a) 所示,

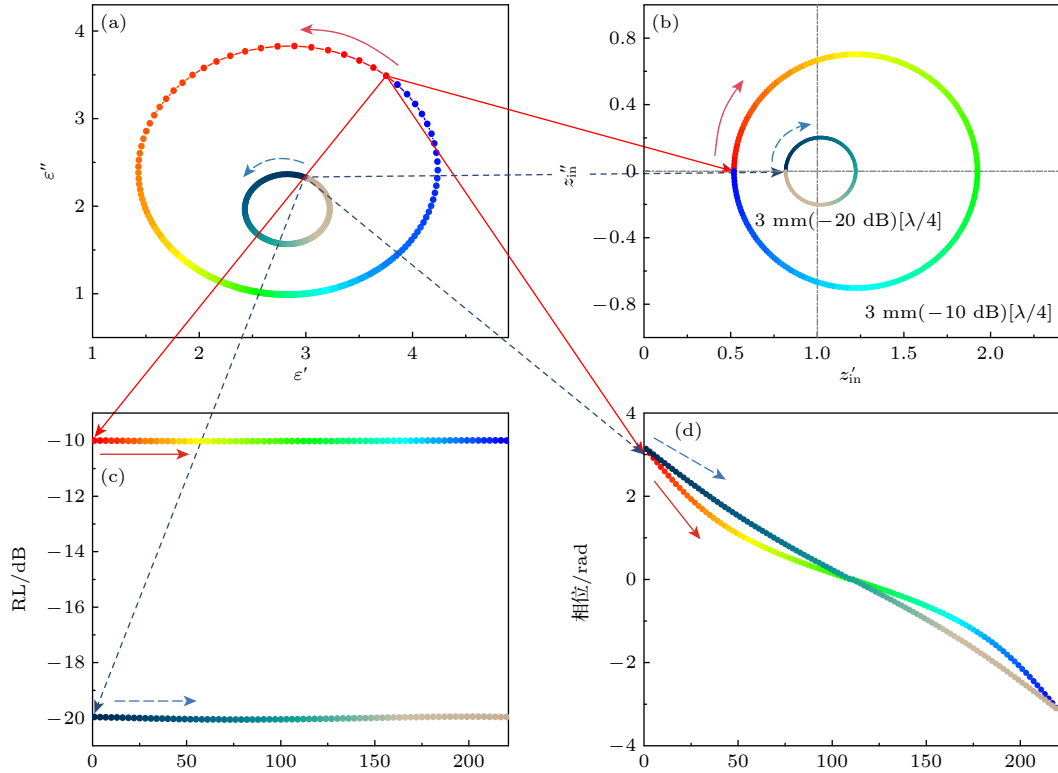


图 1 3 mm 吸波材料在 16 GHz 处的性能特征 (a) 介电常数等反射率圆; (b) 输入阻抗奈奎斯特图; (c) 反射率幅度; (d) 反射率相位
 Fig. 1. 3 mm thick absorbing material at 16 GHz: (a) Iso reflectivity curve of permittivity; (b) input impedance Nyquist diagram; (c) return loss; (d) phase of reflectivity.

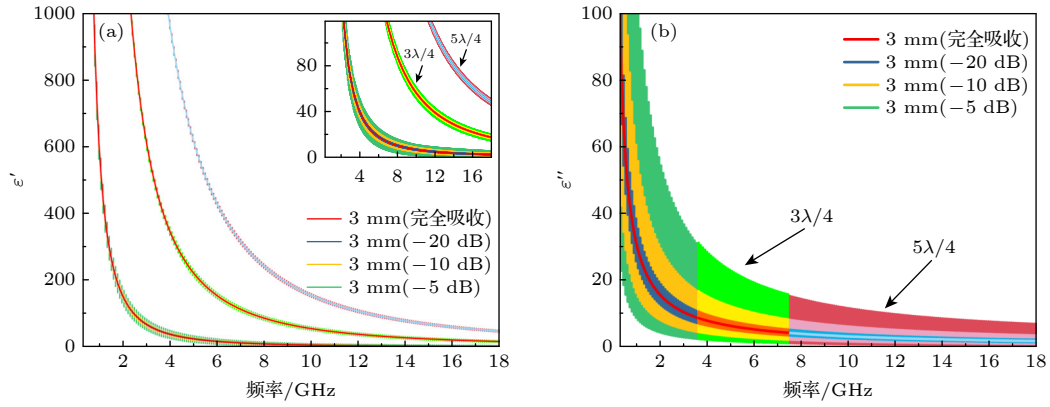


图 2 3 mm 不同反射率阈值对应介电常数范围 (a) 介电常数实部; (b) 介电常数虚部

Fig. 2. The range of permittivity corresponding to different reflectivity thresholds of 3 mm thick absorbing materials: (a) Real part of ϵ_r ; (b) imaginary part of ϵ_r .

在以介电常数实部为 x 轴, 虚部为 y 轴建立的坐标系中, 由 (5) 式可算得介电常数等反射率圆^[20], 将圆上各点代入 (1) 式中计算得到对应介电常数的反射率幅值和相位角, 如图 1(c) 和 (d) 所示.

由图 1 可以看出, 在 $\epsilon' - \epsilon''$ 平面中介电常数取值逆时针绕等反射率圆一周, 对应输入阻抗取值沿奈奎斯特图的等反射率圆顺时针旋转一周, 得到的反射率幅度值相同, 相位变化 360° , 说明 $\epsilon' - \epsilon''$ 平面的一个等反射率圆包含了对应反射率阈值的所有情况. 奈奎斯特图上的等反射率圆上一个输入阻抗值与一组反射率幅度和相位一一对应, 但从输入阻抗到介电常数却有多重解, 如图 2 所示, 与完全匹配的情况类似, 对应反射率阈值的介电常数实部范围有多个区域, 而介电常数虚部范围基本不变, 与 (4) 式的结果相符合. 因此如果初值给定与实际值偏差较大, 迭代结果可能无法收敛或者收敛到错误值.

在 $\epsilon' - \epsilon''$ 平面中, 低反射率圆一定被高反射率的圆包围, 圆越小圆心越接近于完全匹配时的介电常数, 即任意厚度吸波材料在某频点处反射率对应的复介电常数一定在完全匹配情况的复介电常数附近, 因此可以将完全匹配时的介电常数作为迭代算法的初始值.

显然一般吸波材料介电常数实部在对应频段达不到图 2(a) 中如 $3\lambda/4$ 和 $5\lambda/4$ 所示区域那么大的量级, 而所在区域中电磁参数计算的输入阻抗和反射率与 $\lambda/4$ 区域对应的结果相同, 因此这两处是迭代算法容易陷入错误收敛的区域; 而介电常数虚

部范围 3 种情况结果相近, 如图 2(b) 所示. 因此可以给定满足 $\lambda/4$ 完全吸收时的介电常数作为迭代法初值.

2.2 多层材料

实际使用的吸波材料往往由盖板、吸波材料层、结构层和衬底等多层结构复合而成, 其中各层又可能是由多层材料组成. 在其他层电磁参数已知的情况下, 也可通过反射率反演计算对应层吸波材料的介电常数.

以紧贴金属短路端的材料为第一层, 与空气相接的为第 n 层, 第一层和其他层输入阻抗 Z_1 和 Z_i 如 (6) 式所示^[21], ϵ_{r1} , ϵ_{ri} 和 d_1 , d_i 分别为第一层、第 i 层的复介电常数和厚度, Z_{i-1} 为第 $i-1$ 层输入阻抗:

$$\begin{cases} Z_1 = Z_0 \sqrt{\frac{1}{\epsilon_{r1}} \tanh\left(j \frac{2\pi f d_1}{c_0} \sqrt{\epsilon_{r1}}\right)}, \\ Z_i = Z_0 \sqrt{\frac{1}{\epsilon_{ri}} \frac{Z_{i-1} + \sqrt{1/\epsilon_{ri}} \tanh(j 2\pi f d_i \sqrt{\epsilon_{ri}}/c_0)}{\sqrt{1/\epsilon_{ri}} + Z_i \tanh(j 2\pi f d_i \sqrt{\epsilon_{ri}}/c_0)}}. \end{cases} \quad (6)$$

结合 (1) 式、(5) 式和 (6) 式可得任意反射率阈值对应的任意层输入阻抗, 进而通过迭代法解出对应介电常数大小, 图 3 所示为已知上层盖板和底层吸波材料电磁参数, 不同反射率阈值对应中间层介电常数范围. 与单层吸波材料的情况一样, 在某频点处反射率对应的复介电常数一定在完全吸收情况的复介电常数附近^[22], 因此可以用对应层完全吸收时的介电常数作为该层介电常数迭代求解的初值.

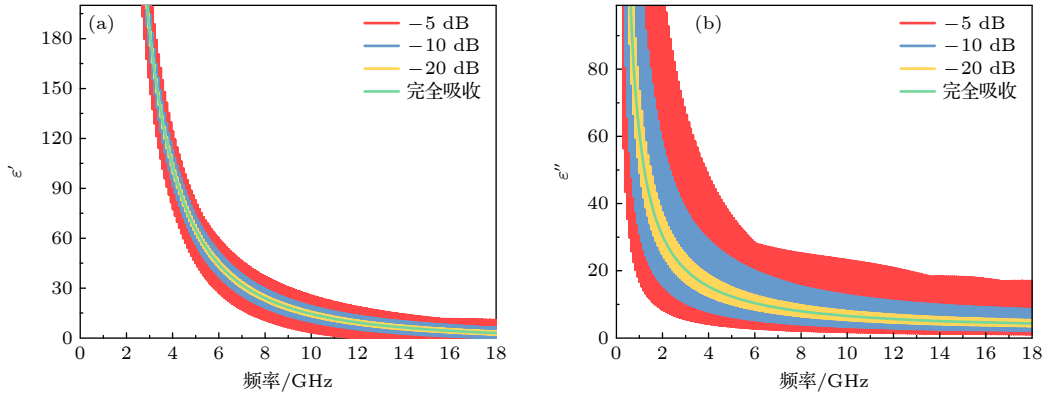


图 3 不同反射率阈值对应中间层介电常数范围

Fig. 3. Different reflectivity thresholds correspond to the permittivity range of the middle layer.

3 实验验证与讨论

3.1 单层碳系吸波材料

采用同轴法测出碳系吸波材料的介电常数作为实际值, 在微波暗室中测出材料实际反射率幅度与相位值, 如图 4 所示.

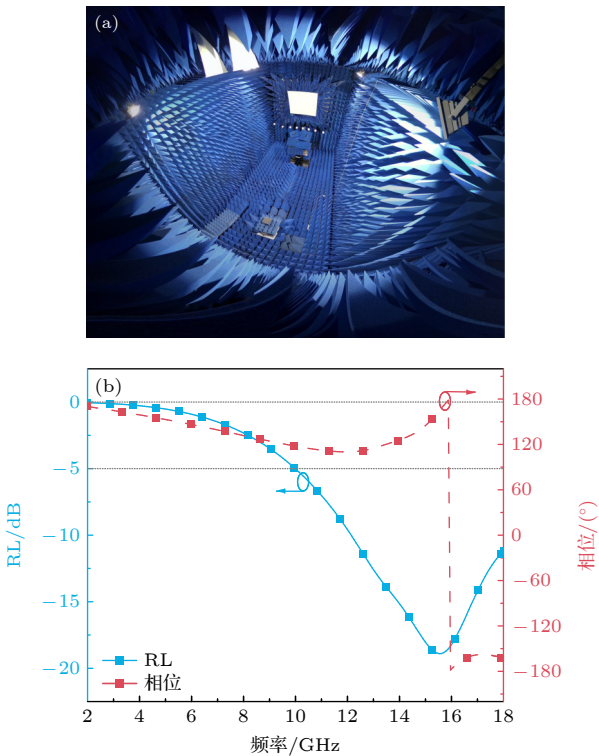


图 4 碳系吸波材料实测反射率幅度和相位

Fig. 4. Measured reflectivity amplitude and phase of carbon absorbing materials.

将实测的反射参数与对应初始值代入前文所述迭代算法计算吸波材料的介电常数, 计算值与传

统迭代法、同轴法测量结果对比如图 5 所示, 其中传统方法给定的初值为 $\epsilon' = 35$ 和 $\epsilon'' = 5$.

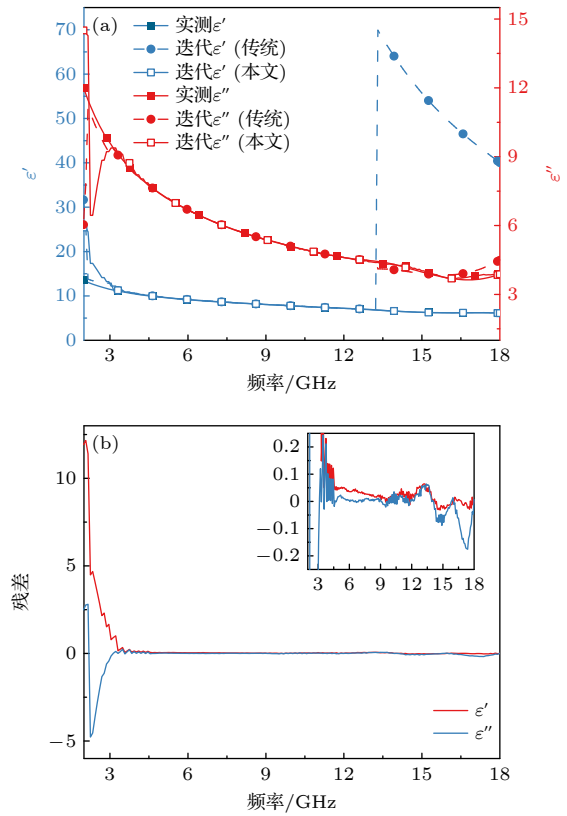


图 5 迭代法反演值与实测值 (a) 介电常数实部与虚部 (b) 计算与实际值偏差

Fig. 5. Inversion value and measured value: (a) Real and imaginary parts of permittivity; (b) calculated deviation from the actual value.

由图 5(a) 可以看出, 由于材料介电常数的色散特性, 传统方法给定的初值在 13 GHz 后更接近图 2(a) 所示 $3\lambda/4$ 区域, 使得部分介电常数实部迭代收敛到错误的结果. 采用本文给定初值迭代,

4 GHz 之后迭代法反演得到的介电常数实部与虚部跟实际值吻合较好, 证明所述初值选取方法对于介电吸波材料的电磁参数反演迭代具有可行性. 电磁参数的实部与虚部迭代计算值跟实际值的偏差如图 5(b) 所示; 4 GHz 之前, 反射率很小, 在 $\epsilon' - \epsilon''$ 平面内等反射率圆较大, 实际值离完全匹配对应的介电常数距离较远, 因此迭代给定初值与实际差距较大, 结果有较大误差.

材料在频率小于 4 GHz 的波段反射率相近, 实际复介电常数实部与虚部也相差不大, 但反演精度变化较大. 由 (4) 式可知, 所给迭代初值实部与频率的平方成反比, 虚部与频率成反比, 因此在低频时所选初值随频率变化较大, 如图 6 所示, 在 $\epsilon' - \epsilon''$ 平面上, 3 GHz 与 4 GHz 实际值相距较近, 但 3 GHz 实际值与初值的距离比 4 GHz 实际值与初值的距离大得多, 反演结果与实际值的偏差也大得多.

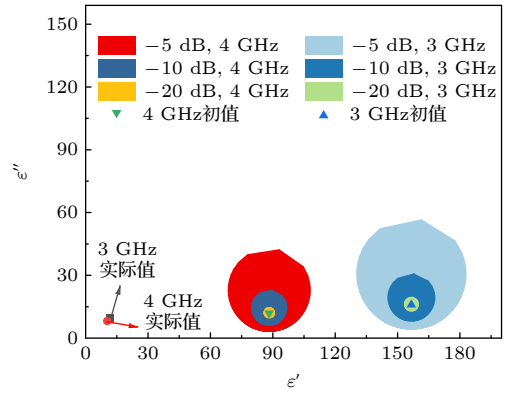


图 6 3 GHz 和 4 GHz 实际值与初值位置关系

Fig. 6. The relationship between the actual value and initial value of 3 GHz and 4 GHz.

3.2 多层吸波材料

将上述碳系吸波材料与电磁参数如图 7(a) 中所示的顶层、底层材料结合, 增强其低频吸收性能, 反射

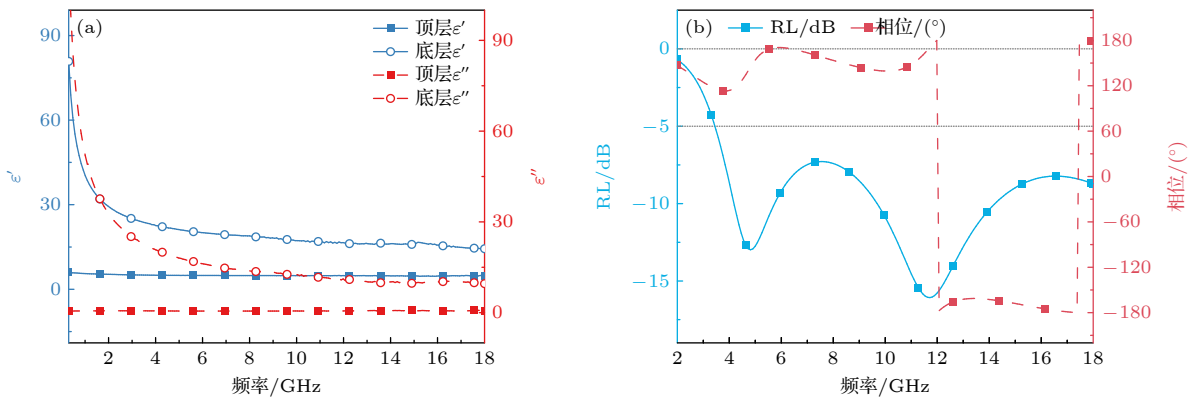


图 7 多层吸波材料 (a) 顶层和底层电磁参数 (b) 反射率幅度和相位

Fig. 7. Multilayer absorbing materials: (a) Electromagnetic parameters of top and bottom materials; (b) reflectivity amplitude and phase.

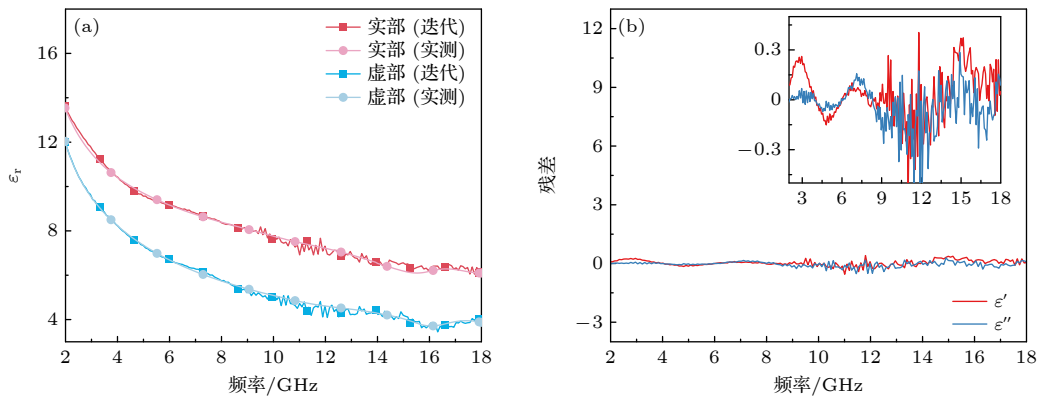


图 8 迭代法反演值与实测值 (a) 介电常数实部与虚部; (b) 计算与实际值偏差

Fig. 8. Inversion value by iterative method and measured value: (a) Real part and imaginary part of permittivity; (b) deviation between calculation and actual value.

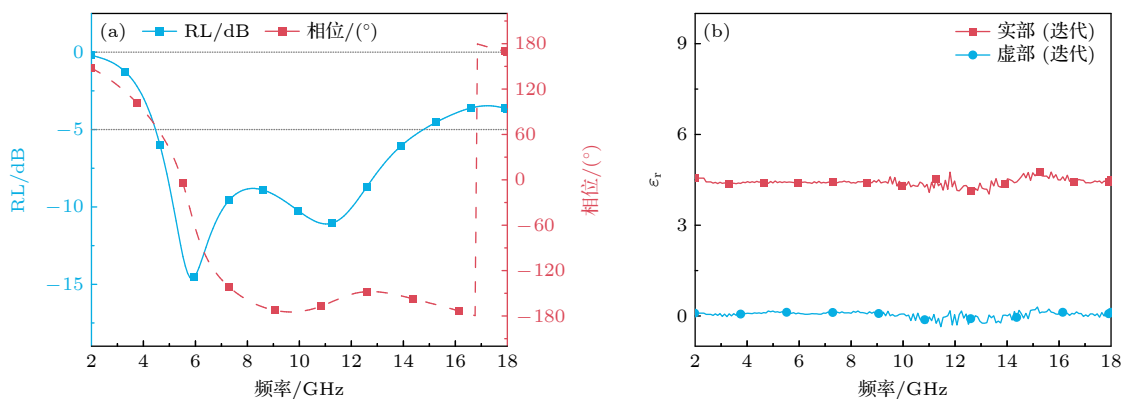


图 9 吸波材料加 FR-4 (a) 反射率幅度与相位值; (b) FR-4 介电常数反演值

Fig. 9. absorbing materials with FR-4: (a) Amplitude and phase of reflectivity; (b) inversion of FR-4 permittivity.

率幅度与相位值如图 7(b) 所示, 与单层材料相比, 3 层组合后在 2—4 GHz 也有一定的吸收效果。

根据多层吸波材料迭代算法计算图 6(b) 反射参数对应的中间层的介电常数, 计算值与同轴法测量结果对比如图 8 所示。

与单层材料反演的结果相比, 由于低频吸收性能的增强, 使得迭代初值与实际值更为接近, 三层材料在 4 GHz 之前的反演结果准确性明显提升。4 GHz 之后, 由于顶层和底层材料的加入增加了测量的不确定度, 反演值与实际值的偏差略有增大。

3.3 低损耗材料

基于多层吸波材料电磁参数迭代反演的方法, 将低损耗材料与已知电磁参数的吸波材料叠加在一起, 给定低损耗材料层所对应完全吸收的介电常数迭代初值, 通过反射参数反演低损耗材料的电磁参数。

将上述 3 层复合材料的中间层由碳系吸波材料更换为 FR-4 玻璃纤维板, 测得反射率幅度与相位值如图 9(a) 所示, 将反射参数代入多层材料介电常数迭代求解程序, 反演得到 FR-4 介电常数如图 9(b) 所示, 符合产商给出的介电常数标称值: 4.58 ± 0.5 。

4 结 论

本文详细分析了材料在不同反射率与完全吸收情况下对应的复介电常数在 $\epsilon' - \epsilon''$ 平面的位置关系, 在此基础上提出了一种迭代法反演吸波材料介电常数的初值选取方法, 实验结果表明, 对于有损材料, 在具有吸波性能的频段能较为准确反演出材料的

复介电常数, 在反射率接近于零的频段误差很大。

在单层吸波材料迭代求解复介电常数的基础上, 通过多层吸波材料组合增强全频段吸波性能的方式构建了一种新的材料复介电常数测试方法, 通过实验验证了在其他层材料电磁参数已知的情况下, 用对应层完全吸收时的介电常数作为该层介电常数迭代求解的初值, 可准确反演得到吸波材料和低损耗材料的介电常数。

实施本文所提初值选取方法和测试方法都需保证所测反射参数在目标频段有一定的反射损耗, 否则会影响反演结果的准确性; 多层材料的引入会影响测量的准确性, 可将本文所提多层测试方法所得复介电常数再次作为迭代初值, 采取传统的单层材料测试方法得到更准确的介电常数。

参考文献

- [1] Zoughi R 2000 *Microwave Non-destructive Testing and Evaluation Principles* (Vol. 4) (Dordrecht: Springer Science & Business Media) pp12–13
- [2] Chen L F, Ong C K, Neo C, Varadan V V, Varadan V K 2004 *Microwave Electronics: Measurement and Materials Characterization* (Vol. 1) (West Sussex: John Wiley & Sons) pp2–6
- [3] Weir W B 1974 *Proc. IEEE* **62** 33
- [4] Lau I, Frank M, Shi K, Lurz F, Talai A, Weigel R, Koelpin A 2018 *2018 48th European Microwave Conference (EuMC)* Madrid, September 23–27, 2018 pp202–205
- [5] Houtz D A, Gu D, Walker D K 2016 *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.* **64** 3820
- [6] Hasar U C 2017 *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.* **66** 1090
- [7] Hasar U C 2009 *Prog. Electromagn. Res.* **95** 365
- [8] Cuong H M, Duc N T, Van Yem V 2017 *2017 International Conference on Advanced Technologies for Communications (ATC)* Quy Nhon, October 18–20, 2017 pp156–160
- [9] Tian B L, Yang D S, Tang J M, Liu Q Z 2001 *Chin. J. Radio* **16** 57 (in Chinese) [田步宁, 杨德顺, 唐家明, 刘其中 2001 *电波科学学报* **16** 57]

- [10] Li Q, Chen Y, Caisse C, Horn A, Harris V G 2020 *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.* **68** 4940
- [11] Ding S J, Huang L H, Li Y B, Xue F X 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 220601 (in Chinese) [丁世敬, 黄刘宏, 李跃波, 薛凡喜 2012 物理学报 **61** 220601]
- [12] Qi Y, Bai Y, Mi B 2016 *Progress in Electromagnetic Research Symposium (PIERS)* Shanghai, China, August 8–11, 2016 pp4583–4586
- [13] Baker-Jarvis J, Vanzura E J, Kissick W A 1990 *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.* **38** 1096
- [14] Baker-Jarvis J, Geyer R G, Domich P D 1992 *IEEE Trans. Instrum. Meas.* **41** 646
- [15] Guo G, Li E, Li Z, Zhang Q, He F 2011 *Meas. Sci. Technol.* **22** 045707
- [16] Pozar D M 2011 *Microwave Engineering* (Vol. 4) (Hoboken: John Wiley & Sons) pp57–58
- [17] Rozanov K N, Koledintseva M Y 2017 *Procedia Eng.* **216** 79
- [18] Li D, Li Y, Wang X, Yang J, Chen F, Luo H, Nie Y, Gong R 2021 *J. Electromagnet. Wave* **35** 801
- [19] Zhou Q, Yin X, Ye F, Mo R, Liu X, Fan X, Cheng L, Zhang L 2018 *J. Am. Ceram. Soc.* **101** 5552
- [20] Liu H T, Huang W Z, Zhou Y J 2017 *High-Temperature Structural Materials for Microwave Absorption* (Vol. 1) (Beijing: Science Press) p109 (in Chinese) [刘海韬, 黄文质, 周永江 2017 高温吸波结构材料 (第1版) (北京: 科学出版社) 第109页]
- [21] Wang C, Li J, Guo S 2019 *Compos. Part A: Appl. S.* **125** 105522
- [22] Zhou Q, Yin X, Xu H, Li M, Fan X, Yu Z, Ye F, Cheng L, Zhang L 2019 *J. Phys. D: Appl. Phys.* **52** 435102

A method of measuring complex ermittivity of nonmagnetic materials and selecting its initial value based on iterative inversion

Qin Wei¹⁾ An Shu-Yue²⁾ Chen Shuai^{1)†} Gong Rong-Zhou²⁾ Wang Xian²⁾

¹⁾ (No.710 R&D Institute, CSSC, Yichang 443003, China)

²⁾ (School of Optical and Electronic Information, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China)

(Received 21 November 2022; revised manuscript received 26 January 2023)

Abstract

Complex permittivity is an important parameter to reflect the macroscopic electromagnetic properties of material. The selection, design, and application of related materials and devices in the electromagnetic field must be based on the electromagnetic parameters of materials in the working frequency band. The numerical iterative method is an important method to inverse and calculate the complex permittivity of material. But there always exists a difficult problem that the initial value of iteration is difficult to give accurately. Based on the relationship between the complex permittivity and the reflectivity of absorbing material, an initial value selecting method for iteration to invert permittivity of absorbing material is proposed in this work. For absorbing materials with arbitrary thickness at a certain frequency, the complex permittivity must be near the complex permittivity of perfect matching layer. Therefore, the permittivity of perfect matching layer can be used as the initial value of the iterative algorithm. On this basis, a method of calculating the complex permittivity of monolayer absorbing material by using the reflection parameter is constructed. The experimental results show that the complex permittivity of lossy material can be calculated more accurately at the frequency with absorbing performance. However a great error can be caused at the frequency where the reflectivity is close to zero. Based on the iterative solution of the complex permittivity of single-layer absorbing material, a new method of measuring the complex permittivity of material is constructed by combining multi-layer absorbing materials to enhance full-band reflectivity. Given the electromagnetic parameters of other layer materials, the permittivity of absorbing materials and low-loss materials can be obtained accurately.

Keywords: absorbing materials, reflectivity, complex permittivity, S - parameters inversion

PACS: 06.30.Ka, 41.20.Jb, 81.70.Ex

DOI: 10.7498/aps.72.20222224

† Corresponding author. E-mail: shinehc@foxmail.com



基于迭代反演的非磁性材料复介电常数测量及初值选取方法

覃维 安书悦 陈帅 龚荣洲 王鲜

A method of measuring complex ermittivity of nonmagnetic materials and selecting its initial value based on iterative inversion

Qin Wei An Shu-Yue Chen Shuai Gong Rong-Zhou Wang Xian

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 72, 070601 (2023) DOI: 10.7498/aps.72.20222224

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.72.20222224>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

一种基于3D打印技术的结构型宽频吸波超材料

Structural broadband absorbing metamaterial based on three-dimensional printing technology

物理学报. 2018, 67(8): 084202 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20172262>

塑料类高分子聚合物材料水中目标声学参数反演

Inversion for acoustic parameters of plastic polymer target in water

物理学报. 2019, 68(21): 214301 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20190991>

地面核磁偏共振响应特征与复包络反演方法

Characteristics of surface nuclear magnetic off-resonance signal and complex envelope inversion

物理学报. 2018, 67(1): 013302 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20171464>

基于大掠射角海底反射特性的深海地声参数反演

Inversion of deep water geoacoustic parameters based on the seabed reflection characteristics of large grazing angles

物理学报. 2022, 71(11): 114302 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20211915>

基于拓扑优化设计的宽频吸波复合材料

Broadband absorbent materials based on topology optimization design

物理学报. 2018, 67(21): 217801 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20181170>

基于合金介电常数的可控特性增强光子自旋霍尔效应

Enhanced photonic spin Hall effect due to controllable permittivity of alloy film

物理学报. 2018, 67(6): 064201 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20171824>