

利用 Gyrator 正则变换实现环形激光阵列的 Talbot 效应

李尉¹⁾ 代京京^{1)†} 温丛阳²⁾ 宗梦雅¹⁾ 李胜南¹⁾ 王智勇^{1)2)‡}

1) (北京工业大学, 先进半导体光电技术研究所, 北京 100124)

2) (陕西科技大学, 材料原子分子科学研究所, 西安 710021)

(2022 年 12 月 20 日收到; 2023 年 1 月 11 日收到修改稿)

本文对环形激光阵列的 Talbot 效应进行了研究, 利用 Gyrator 正则变换推导了极坐标下环形激光阵列的 Talbot 效应和自成像条件, 并进一步分析了其在分数 Talbot 距离处的成像规律. 通过 FDTD Solutions 软件对环形激光阵列在分数 Talbot 距离处的空间分布、相位分布进行模拟, 得到与理论计算相一致的结果. 通过与一维激光阵列分数 Talbot 效应的空间分布、相位分布情况进行对比分析, 环形激光阵列可有效消除一维激光阵列的 Talbot 边缘效应, 获得等光强分布的 Talbot 自再现像, 扩展了 Talbot 效应在环形激光相干阵列锁相的应用.

关键词: 环形激光阵列, 分数 Talbot 效应, 自成像, Gyrator 变换, 相干阵列**PACS:** 42.25.-p, 42.25.Fx, 42.25.Hz, 42.55.-f**DOI:** 10.7498/aps.72.20222412

1 引言

自 1836 年 Talbot^[1]报道了周期性物体的衍射自成像效应以来, 对 Talbot 效应的研究和应用逐步深入. 尤其是对分数 Talbot 效应的理论解释^[2], 进一步拓宽了 Talbot 效应的应用范围, 更加引起研究人员对 Talbot 效应的重视. 目前, Talbot 效应和分数 Talbot 效应已在光学图形处理^[3,4]、光学精密测量^[5]、光信息存储^[6]、原子光学^[7-9]、阵列照明^[10,11]等领域得到了广泛应用. 随着半导体激光技术的不断发展, 由半导体激光器组成的周期性阵列其光场同样具有 Talbot 效应, 值得人们研究. 根据分数 Talbot 效应^[12], 人们开展了半导体激光阵列 Talbot 外腔锁相的研究^[13,14]. 通过激光阵列 Talbot 外腔锁相技术, 可以提高激光阵列互注入

耦合效率^[15], 实现激光低阶模式选择, 有效改善大阵列半导体激光器的远场光束质量, 获得近衍射极限的相干激光输出^[16]. 由于锁相后的激光阵列具有高简并度和相干性, 亦可将其应用于量子测量技术, 实现以高度相干的激光操纵玻色-爱因斯坦凝聚体 (BEC) 形成原子密度光栅^[17,18]. 因此, 激光阵列的 Talbot 效应在未来高功率、高光束质量半导体激光器以及量子测量领域蕴藏着广阔的实用前景.

一维激光器阵列的 Talbot 效应是半导体激光阵列 Talbot 外腔锁相研究的一个重要方向^[19,20], 然而在实际应用中, 一维激光阵列难以达到无限单元周期性排布, 使得一维激光阵列无法产生理想的 Talbot 效应, 即存在边缘效应. 与一维激光阵列相比, 环形激光阵列在极坐标系下具有角向无限周期性单元结构, 可以近似为无限单元的一维周期性阵列结构^[21], 满足 Talbot 条件.

† 通信作者. E-mail: daijingjing@bjut.edu.cn‡ 通信作者. E-mail: zywang@bjut.edu.cn

通常采用笛卡尔坐标系下的分数傅里叶变换计周期性物体的 Talbot 效应^[22,23]. 然而这种方法难以计算环形激光阵列的 Talbot 效应, 本文在极坐标系下将环形激光阵列的 Gyrator 变换和菲涅耳衍射相结合, 推导了环形激光阵列的 Talbot 效应, 获得了其 Talbot 自成像条件. 通过 FDTD Solutions 软件模拟得到环形激光阵列在 Talbot 距离及分数 Talbot 距离处的自成像情况, 通过与一维激光阵列分数 Talbot 效应的光场、相位分布情况对比分析, 在分数 Talbot 距离处均得到了相一致的结果, 并且有效消除了边缘效应, 从而将 Talbot 效应从一维周期性阵列推广到了环形周期性阵列, 扩展了 Talbot 效应在环形激光阵列的应用, 为环形激光阵列锁相研究提供了 Talbot 外腔方法.

2 环形激光阵列的 Talbot 效应

环形激光阵列结构如图 1 所示, 红色圆表示激光发光单元, r_0 为环形结构的半径, θ_0 为相邻发光单元间的圆心角.

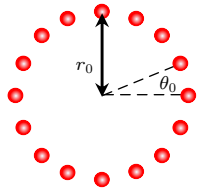


图 1 环形激光阵列
Fig. 1. Ring laser array.

在极坐标下, 环形激光阵列发光单元的分布方式可以用梳状函数和狄拉克函数表示:

$$\gamma(r, \theta) = \delta(r - r_0) \frac{1}{\theta_0} \text{comb}\left(\frac{\theta}{\theta_0}\right), \quad (1)$$

其中 r_0 是环形结构的半径, θ_0 是相邻发光单元间的圆心角. 激光阵列每一个发光单元为高斯光束, 则发光单元在初始位置的光场可以表示为

$$E_0(r) = E_0 \exp\left(-\frac{r^2}{\omega_0^2}\right), \quad (2)$$

其中, $E_0 = |E(0)|$, ω_0 是高斯光束的束腰半径. 采用 Gyrator 变换对 (1) 式和 (2) 式形成的初始光场分布做频域分析. 极坐标系下 Gyrator 变换的积分核函数可写为

$$K_G(r, \theta, \rho, \varphi) = 1/|\sin \alpha| \times \exp\left[\mathrm{i}\pi \frac{(r^2 \sin 2\theta + \rho^2 \sin 2\varphi) \cos \alpha - 2r\rho \sin(\theta + \varphi)}{\sin \alpha}\right], \quad (3)$$

其中 α 为 Gyrator 变换的阶数. 由此可得极坐标系下的 Gyrator 变换表达式为^[23]

$$G_0(\rho, \varphi) = \iint E_0(r) \cdot K_G(r, \theta, \rho, \varphi) \mathrm{d}r \mathrm{d}\theta, \quad (4)$$

由于极坐标系下初始光场分布函数是可分离变量的, 并且 $\alpha = \pi/2$ 时, Gyrator 变换得到的频域分布可以用零阶贝塞尔恒等式表示为

$$G_0(\rho, \varphi) = \int_0^\infty r E_0(r) J_0(2\pi r \rho) \mathrm{d}r. \quad (5)$$

其中 J_0 为零阶贝塞尔函数. 采用菲涅耳传递函数计算环形激光阵列在自由空间传输后的光场分布, 此时观察平面上得到的场分布频谱可以表示为

$$\begin{aligned} G(\rho, \varphi) &= G_0(\rho, \varphi) H(\rho, \varphi) \\ &= \exp(\mathrm{j}kz) \exp[-\mathrm{j}\pi\lambda z(\rho\varphi)^2] \\ &\quad \times \int_0^\infty r g_0(r) J_0(2\pi r \rho) \mathrm{d}r, \end{aligned} \quad (6)$$

其中 $\exp(\mathrm{j}kz)$ 是定常数项, λ 是激光波长. 在频域 $(\rho, \varphi) = \left(\frac{1}{r_0}, \frac{n}{\theta_0}\right)$ 处对比 (5) 式和 (6) 式可以得到, 若要在传输距离 z 处得到自再现像, 则其中二次相位因子必须满足条件:

$$\tau = \exp\left[-\mathrm{j}\pi\lambda z \left(\frac{n}{r_0\theta_0}\right)^2\right] = 1, \quad (7)$$

此时, 可以得到环形激光阵列的 Talbot 距离 Z_T 为

$$Z_T = \frac{2(r_0\theta_0)^2}{\lambda}, \quad (8)$$

上述结果表明, 环形激光阵列的 Talbot 距离与相邻发光单元间圆心角和半径的平方成正比, 与激光波长成反比.

3 分数 Talbot 效应及仿真模拟

根据第 2 节计算的环形阵列 Talbot 效应, 可以进一步分析得到其分数 Talbot 效应. 并使用 FDTD Solutions 有限元分析对基模高斯光束环形阵列在分数 Talbot 距离处的光场分布和相位分布进行模拟, 模拟结构示意图如图 2 所示, 图中红色实心圆为发光单元, 虚线平面代表相应的观察面.

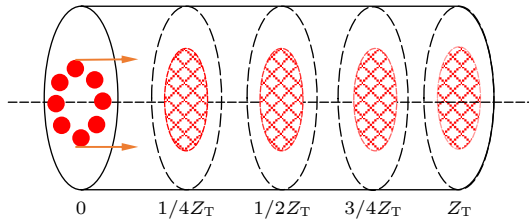


图 2 仿真模型示意图

Fig. 2. Schematic diagram of simulation model.

当 $z = \frac{1}{4}Z_T$ 时, 二次相位因子 $\tau = \exp\left(-j\pi\frac{n^2}{2}\right)$.

当 n 为奇数时, $\tau = -j$; 当 n 为偶数时, $\tau = 1$. 此时 z 平面光场在一个周期内为两种具有不同相位的 Talbot 子像的叠加, Talbot 子像元数为发光单元个数的 2 倍.

当距离 $z = \frac{1}{2}Z_T$ 时, 二次相位因子 $\tau = -1$, 表明 z 平面上的光场复振幅分布周期与初始光场相同, 但有半个周期的空间偏移.

当 $z = \frac{3}{4}Z_T$ 时, $\tau = \exp\left(-j\pi\frac{3n^2}{2}\right)$. 当 n 为奇数时, $\tau = j$; 当 n 为偶数时, $\tau = 1$. 此时 z 平面光场在一个周期内为两种具有不同相位的 Talbot 子像的叠加, Talbot 子像元数为发光单元的 2 倍.

图 3 所示为环形激光阵列分数 Talbot 效应模拟结果, 其光场分布均为归一化之后的结果. 如图 3(a), (f) 所示, 由 28 个发光单元组成的激光阵列具有相同的光强和初始相位. 如图 3(b), (g) 所示, 光束传输到 $1/4Z_T$ 平面时, 子像元数量为发光单元 2 倍, 子

像元光强相同, 相邻子像元相位差为 $\pi/2$. 如图 3(c), (h) 所示, 在 $1/2Z_T$ 平面, Talbot 子像元数目与发光单元相同, 但是子像的空间位置沿角向方向产生了半个周期的偏移, 子像元光强与发光单元相同, 相邻子像元相位相同. 如图 3(d), (i) 所示, 在 $3/4Z_T$ 平面呈现数量为发光单元 2 倍的 Talbot 子像元, 子像元光强相同, 相邻子像元相位差为 $-\pi/2$. 如图 3(e), (j) 所示, 在 Z_T 平面, 沿角向产生了空间分布和相位分布与发光单元相同的自再现像.

为了对比环形周期阵列与一维周期阵列的 Talbot 效应, 同样模拟了一维基模高斯光束阵列的分数 Talbot 效应, 模型中一维基模高斯光束阵列的发光单元与上述环形阵列发光单元保持相同参数, 模拟结果如图 4 所示. 将图 4 与图 3 相比, 可以明显地观察到一维激光阵列与环形激光阵列的一致性和差异. 二者在 $1/4Z_T$ 平面、 $1/2Z_T$ 平面、 $3/4Z_T$ 平面以及 Z_T 平面的 Talbot 子像元数目和空间位置以及相邻子像元的相位差具有一致性. 然而, 从图 4 可以看出, 一维激光阵列的 Talbot 效应存在明显的边缘衰减效应, 其 Talbot 子像元的光强在阵列边缘处逐渐降低, 并且传输距离越远, 衰减效果越明显. 这是由于一维激光阵列无法构成无限单元的周期分布, 阵列边缘处不能实现理想的 Talbot 效应. 然而环形激光阵列在极坐标系下沿角向可以视为无限延伸的周期分布, 因此不存在边缘衰减效应, Talbot 子像元始终保持等光强分布.

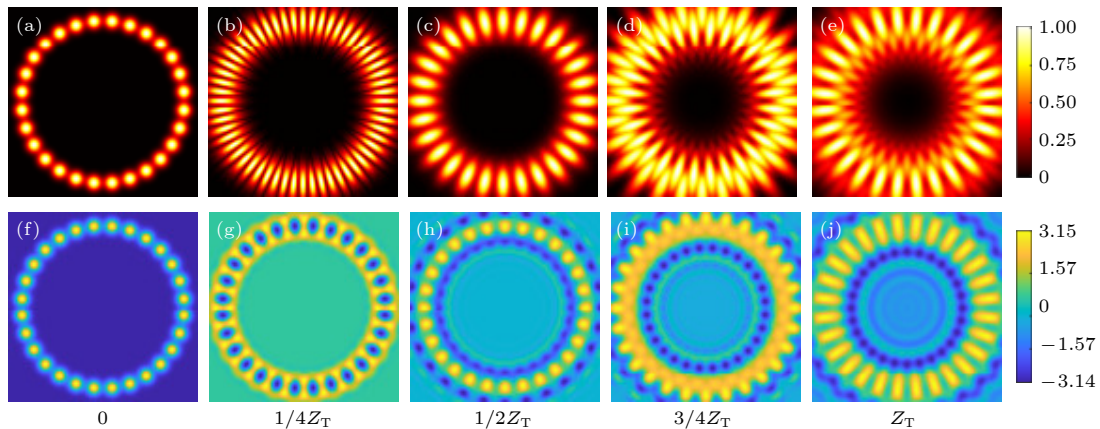


图 3 环形激光阵列 Talbot 效应 (a) 初始光斑空间分布; (b) $1/4$ Talbot 距离处光斑空间分布; (c) $1/2$ Talbot 距离处光斑空间分布; (d) $3/4$ Talbot 距离处光斑空间分布; (e) Talbot 距离处光斑空间分布; (f) 初始光源相位分布; (g) $1/4$ Talbot 距离处相位分布; (h) $1/2$ Talbot 距离处相位分布; (i) $3/4$ Talbot 距离处相位分布; (j) Talbot 距离处相位分布

Fig. 3. The Talbot effect of ring laser array: (a) The initial optical profile; (b) optical profile at $1/4$ Talbot distance; (c) optical profile at $1/2$ Talbot distance; (d) optical profile at $3/4$ Talbot distance; (e) optical profile at Talbot distance; (f) phase distribution of the initial light source; (g) phase distribution at $1/4$ Talbot distance; (h) phase distribution at $1/2$ Talbot distance; (i) phase distribution at $3/4$ Talbot distance; (j) phase distribution at Talbot distance.

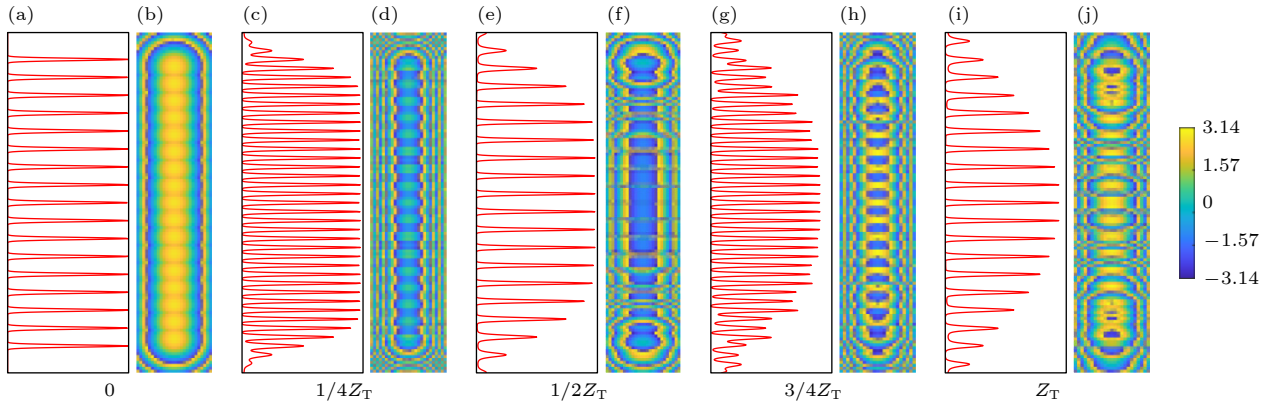


图4 一维阵列 Talbot 效应 (a) 初始光场分布; (b) $1/4$ Talbot 距离处光斑空间分布; (c) $1/2$ Talbot 距离处光斑空间分布; (d) $3/4$ Talbot 距离处光斑空间分布; (e) Talbot 距离处光斑空间分布; (f) 初始光源相位分布; (g) $1/4$ Talbot 距离处相位分布; (h) $1/2$ Talbot 距离处相位分布; (i) $3/4$ Talbot 距离处相位分布; (j) Talbot 距离处相位分布

Fig. 4. The Talbot effect of one-dimensional array: (a) The initial optical profile; (b) optical profile at $1/4$ Talbot distance; (c) optical profile at $1/2$ Talbot distance; (d) optical profile at $3/4$ Talbot distance; (e) optical profile at Talbot distance; (f) phase distribution of the initial light source; (g) phase distribution at $1/4$ Talbot distance; (h) phase distribution at $1/2$ Talbot distance; (i) phase distribution at $3/4$ Talbot distance; (j) phase distribution at Talbot distance.

4 结 论

本文将笛卡尔坐标系下的 Gyrator 变换应用到极坐标系中, 并结合菲涅耳衍射, 通过理论计算和模拟仿真研究了环形激光阵列结构的 Talbot 效应. 计算了环形激光阵列的 Talbot 成像条件并分析了其分数 Talbot 效应, 计算结果表明, 在偶数倍 $1/2$ Talbot 距离处, 子像和原始发光单元一致; 在奇数倍 $1/2$ Talbot 距离处子像位置沿角向旋转 $1/2$ 周期, 子像元数量无变化; 在奇数倍 $1/4$ Talbot 距离处, 子像元数目增加至发光单元的 2 倍. 使用 FDTD Solutions 软件对环形激光阵列和一维激光阵列的分数 Talbot 效应进行仿真模拟和比较分析表明, 基于极坐标系下 Gyrator 变换方法得到的环形激光阵列的 Talbot 效应与一维激光阵列 Talbot 效应变化规律具有一致性, 但消除了一维激光阵列的边缘衰减效应, 可以获得等光强分布的 Talbot 子像. 本文认为利用环形激光阵列的 Talbot 效应, 在图像光学加密、无掩膜光刻蚀、阵列照明等领域有潜在的应用价值. 并且基于环形激光结构 Talbot 效应的外腔锁相设计可使激光输出模式得到选择, 在互注入锁相后输出得到相干光, 在高亮度相干激光领域和量子测量领域得到应用.

参考文献

[1] Talbot H F 1836 *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science* **9** 1

[2] Berry M V, Klein S 1996 *Int. J. Opt.* **43** 2139
 [3] Wu L L, Wu G J, Cang Y P, Chen L Y 2010 *Acta Photon. Sin.* **39** 1723 (in Chinese) [吴玲玲, 吴国俊, 仓玉萍, 陈良益 2010 光子学报 **39** 1723]
 [4] Javidi B, Lancis J, Tajahuerce E, Andres P, Martinez-Leon L, Araiza-Esquivel M A 2011 *Appl. Opt.* **50** 96
 [5] Chai S J, Fekete J, McDowall P, Coop S, Andersen M F 2018 *Phys. Rev. A* **97** 033616
 [6] Qiu T, Xia L, Ma H, Zheng C, Chen L 2016 *Opt. Commun.* **35** 20
 [7] Chen H X, Xiong D Z, Wang P J 2010 *Chin. Opt. Lett.* **8** 348
 [8] Chapman M S, Ekstrom C R, Hammond T D, Schmiedmayer J, Tannian B E, Wehinger S, Pritchard D E 1995 *Phys. Rev. A* **51** 14
 [9] Zhang Z Y, Liu X, Zhang D, Sheng J T, Zhang Y Q, Zhang Y P, Xiao M 2018 *Phys. Rev. A* **97** 013603
 [10] Wang H, Zhang Z, Lu C, Wang Q 2003 *Opt. Commun.* **222** 69
 [11] Wang H S 2009 *International Conference on Information Engineering and Computer Science* Wuhan, China, December 19–20, 2009 p1
 [12] Hua J W 1997 *Chin. J. Lasers* **000** 163 (in Chinese) [华建文 1997 中国激光 **000** 163]
 [13] Shichijo T, Miyamoto T 2019 *Jpn. J. Appl. Phys.* **58** SJJ01.1
 [14] Sanders S, Waarts R G, Nam D W, Welch D F, Flood K M 1993 *Proceedings of LEOS* San Jose, CA, USA, November 15–18, 1993 p590
 [15] Kandidov V P, Kondrat'ev A V 1997 *Quantum Electron.* **27** 234
 [16] Liu L R 1989 *Opt. Lett.* **14** 1312
 [17] Li C, Zhou T W, Zhai Y Y, Yue X G, Xiang J G, Yang S F, Xiong W, Chen X Z 2017 *Phys. Rev. A* **95** 033821
 [18] Li C, Zhou T W, Zhai Y Y, Yue X G, Xiang J G, Yang S F, Xiong W, Chen X Z 2017 *Chin. Phys. Lett.* **34** 084207
 [19] Lu D 2004 *M. S. Dissertation* (Chengdu: Sichuan University) (in Chinese) [陆丹 2004 硕士学位论文(成都: 四川大学)]
 [20] Yan D Y 2003 *M. S. Dissertation* (Chengdu: Sichuan University) (in Chinese) [严地勇 2003 硕士学位论文(成都: 四川大学)]
 [21] Yang Z N, Yue Y Y, Hong X H, Zhao R Z, Lu R E, Feng X,

Xu Y G, Yuan X D, Zhang C, Qin Y Q, Zhu Y Y 2020 *Acta Phys. Sin.* **69** 034201 (in Chinese) [杨哲宁, 乐阳阳, 洪煦昊, 赵瑞智, 陆蓉儿, 冯霞, 许亚光, 袁旭东, 张超, 秦亦强, 朱永元 2020 物理学报 **69** 034201]
 [22] Sun Q G, Ma J P, Yang Y, Li C, Liu Z J, Liu S T 2014 *Acta*

Opt. Sin. **34** 0711004 (in Chinese) [孙琼阁, 马金鹏, 杨瑀, 李辰, 刘正君, 刘树田 2014 光学学报 **34** 0711004]
 [23] Ma J P 2009 *M. S. Dissertation* (Harbin: Harbin Institute of Technology) (in Chinese) [马金鹏 2009 硕士学位论文 (哈尔滨: 哈尔滨工业大学)]

Talbot effect of ring laser array realized by Gyrator canonical transformation

Li Wei¹⁾ Dai Jing-Jing^{1)†} Wen Cong-Yang²⁾ Zong Meng-Ya¹⁾
 Li Sheng-Nan¹⁾ Wang Zhi-Yong^{1)2)‡}

¹⁾ (Institute of Advanced Technology on Semiconductor Optics & Electronics, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China)

²⁾ (Institute of Materials Atomic and Molecular Science, Shaanxi University of Science and Technology, Xi'an 710021, China)

(Received 20 December 2022; revised manuscript received 11 January 2023)

Abstract

We propose a ring laser array structure and study the Talbot effect. By comparing with the one-dimensional laser array, the near-field distribution of the identical intensity of the ring laser array without edge effect is obtained, which can be more conducive to improving the capability of the external cavity phase locking of lasers. In this paper, Talbot effect and self imaging condition of ring laser array in polar coordinates are calculated by using Gyrator canonical transformation. The sub-image distribution at the fractional Talbot distance is further analyzed. The optical profile and phase distribution of the ring laser array at the fractional Talbot distance are simulated, which are mutually verified with the theoretical calculation results. At a quarter of the Talbot distance, the number of sub-images is twice that of the emitters. The light intensities of the sub-images are identical, and the difference in phase between adjacent sub-images is $\pi/2$. At half of the Talbot distance, the number of sub-images is the same as that of the emitters, while the spatial position of sub-image is shifted by half a cycle along the angular direction. Moreover, the sub-images with twice the number of the emitters are present in three quarters of the Talbot distance. The light intensities of the sub-images are identical and the difference in phase between adjacent sub-images is $-\pi/2$. Further, the Talbot images with the same spatial and phase distribution as the emitters are generated along the angular direction at the Talbot distance. The optical profile and phase distribution of one dimensional laser array at the fractional Talbot distance are also simulated by FDTD Solutions for comparison. It is found that the edge effect of one-dimensional laser array leads to the uneven distribution of near-field light intensity, in which the intensity of light spot on the edge of array is significantly lower than that in the center of array. While the Talbot sub-images of ring laser array with identical light intensity are obtained. Therefore, We consider that the ring laser array can effectively eliminate the edge effect. The results are helpful in studying the external cavity phase locking of ring laser arrays and its applications in the field of high brightness coherent laser and quantum measurement.

Keywords: ring laser array, fractional Talbot effect, self imaging, gyrator transformation, coherent array

PACS: 42.25.-p, 42.25.Fx, 42.25.Hz, 42.55.-f

DOI: 10.7498/aps.72.20222412

† Corresponding author. E-mail: daijingjing@bjut.edu.cn

‡ Corresponding author. E-mail: zywang@bjut.edu.cn

利用Gyrator正则变换实现环形激光阵列的Talbot效应

李尉 代京京 温丛阳 宗梦雅 李胜南 王智勇

Talbot effect of ring laser array realized by Gyrator canonical transformation

Li Wei Dai Jing-Jing Wen Cong-Yang Zong Meng-Ya Li Sheng-Nan Wang Zhi-Yong

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 72, 054208 (2023) DOI: 10.7498/aps.72.20222412

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.72.20222412>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

利用保角变换实现环形光栅的Talbot效应

Realizing Talbot effect of circular grating with conformal transformation

物理学报. 2020, 69(3): 034201 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20191340>

非相干合成阵列激光倾斜像差校正方法

Method of correcting tilt aberration for array laser of incoherent combination

物理学报. 2019, 68(23): 234205 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20190961>

基于微透镜阵列匀束的激光二极管面阵抽运耦合系统分析

Analysis of laser diode array pump coupling system based on microlens array

物理学报. 2018, 67(18): 184201 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20172473>

基于紧聚焦方式的阵列光束相干合成特性分析

Analysis of coherent combination characteristics of beam array via tight focusing

物理学报. 2020, 69(9): 094204 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20200034>

基于自适应Kalman滤波的平面阵列电容成像

Planar array capacitance imaging based on adaptive Kalman filter

物理学报. 2021, 70(11): 118102 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20210442>

基于低相干光的阵列透镜束匀滑技术研究

Low-coherence laser based lens array beam smoothing technique

物理学报. 2019, 68(7): 075201 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20182138>