

专题: 磁约束等离子体中的高能粒子

临界梯度模型的优化及集成模拟中
高能粒子模块的搭建*邹云鹏^{1)†} 陈锡熊²⁾³⁾ 陈伟¹⁾

1) (核工业西南物理研究院, 成都 610041)

2) (通用原子能, 加州 CA 92186-5608)

3) (中国科学技术大学核科学与技术学院, 合肥 230026)

(2023 年 4 月 27 日收到; 2023 年 7 月 4 日收到修改稿)

基于临界梯度模型, 使用 TGLFEP 和 EPtran 两个程序可以模拟分析阿尔芬本征模引起的高能粒子输运问题. 本文在原有模型的基础上, 加入了两点改进使模拟结果更接近实验. 其一, 考虑阈值剖面的演化过程. 判断阈值的物理量由密度梯度 (dn/dr) 改为归一化的密度梯度 ($(dn/dr)/(n/a)$), 并且使用 TGLFEP 模拟证明阈值与高能粒子密度成反比例关系, 也就是说, 当密度降低时, 阈值会增大. 第二, 考虑有限轨道宽度效应. 使用 OBRIT 程序计算高能粒子的损失锥, 并输入到 EPtran 程序中, 从而增加了一种高能粒子的损失通道. 利用 DIII-D#142111 和 #153071 进行实验验证, 结果表示改进后的模型更接近实验. 最后, 利用神经网络代替 TGLFEP 计算临界梯度, 并实现 EPtran 的并行计算以缩短运行时间. 以此建立一个 EP 模块并加入到 OMFIT 集成模拟中, 模拟结果表示当阿尔芬本征模驱动高能粒子输运, 会导致芯部的压强和电流降低, 从而提升当地的安全因子, 改变平衡位形.

关键词: 高能粒子, 阿尔芬本征模, 临界梯度模型, 输运**PACS:** 52.35.Bj, 52.55.Pi, 52.35.Py, 52.30.Gz**DOI:** 10.7498/aps.72.20230681

1 引言

中国聚变工程实验堆 (CFETR)^[1,2] 的主要目的之一是实现自持燃烧, 因此高能粒子 (EP) 分布的预测成为了一个重要课题. 在过去的研究中, 通常使用经典慢化分布 (classical slowing down)^[3,4] 模型, 但是 DIII-D 的实验表明在不稳定的阿尔芬本征模 (AE) 存在时, 诊断得到的 EP 剖面与经典慢化分布预测的剖面相差甚远^[5,6]. 类似的现象在其他实验装置上^[7-9] 也同样被观测到. 在理论上, EP 在实空间的梯度会驱动 AE, 而不稳定的 AE

会反过来增强 EP 的径向输运, 从而导致 EP 密度剖面变平. 当考虑多个不稳定的 AE 时, 在实空间会产生岛状结构的重叠, 这会导致粒子的随机扩散^[10], 当然这种现象需要 AE 的振幅足够大时才会发生, 因此本文重点讨论的是单模影响 EP 分布的情况. 此外, AE 还会改变 EP 的运动轨迹从而增加轨道损失, 当 AE 驱动 EP 向外输运时会将粒子推进损失锥中, 从而增大 EP 的损失份额. 因此, 在实际托卡马克中, EP 分布和 AE 稳定性构成了一个复杂的负反馈系统.

为了解释经典慢化模型与实验结果的区别, 并使模拟结果更接近实验, 国际上研发 (或改进) 了,

* 国家磁约束核聚变发展研究 (批准号: 2019YFE03020000, 2018YFE0304103) 和国家自然科学基金 (批准号: 12105084) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: zouyunpeng@swip.ac.cn

例如 ORBIT^[11], MEGA^[12] 和 kick model^[13] 等模型. 然而自洽的数值模拟需要大量的计算资源, 因此本文选择一个简化的模型来预测 EP 输运和再分布, 即临界梯度模型. 该模型的主要思路为 AE 的不稳定性主要由 EP 压强梯度驱动, 那么 EP 的压强梯度应该存在一个阈值使 AE 达到临界稳定 (这个阈值的存在已经在理论^[14] 和实验中被证实^[15]), 当 EP 压强梯度超过这个阈值时, AE 的振幅快速上升, EP 输运系数快速增大 (stiff transport), 直到 EP 压强梯度降回到阈值. 基于这个理论, 本文使用 TGLFEP 和 EPtran 的组合来计算 EP 的输运和再分布, 其中 TGLFEP 用来计算临界梯度剖面, 而 EPtran 用来计算 EP 的再分布. 并在此基础上, 增加两个改进点: 第一, 优化临界阈值的计算方法. EP 梯度的阈值不再是一个固定值, 而是与 EP 密度成反比例关系, 当 EP 密度降低时, 阈值会随之增大; 第二, 考虑有限轨道宽度效应 (FOW) 造成的 EP 损失. 旧模型仅考虑 EP 在最外层闭合磁面 (LCFS) 处, 由于扩散而造成的损失, 本文使用 ORBIT 程序计算 EP 的运动轨迹并确定其相空间的损失锥.

采用两次安全因子剖面不同 DIII-D 放电实验来验证改进后的临界梯度模型, 其中 #142111 为反磁剪切^[16], #153071 为单调递增^[17]. EP 的初始分布使用 TRANSP^[18] 无输运的模型计算得到. 使用临界梯度模型模拟环向阿尔芬本征模 (toroidal Alfvén eigenmode, TAE) 引起的 EP 输运, 并将输运后的损失份额和沉积剖面与实验进行对比. 最后, 利用神经网络模型替代 TGLFEP 计算临界梯度, 并配合 EPtran 程序的并行化, 缩短计算时间. 基于 OMFIT 集成模拟框架, 搭建一个高能粒子模块 (module of EP, MOE), 从而实现集成模拟中高能粒子压强自洽的迭代.

2 临界梯度模型

2.1 临界梯度计算

TGLF 程序基于回旋朗道流体模型, 主要用来计算湍流物理, 但是程序本身采用局域的流管 (flux-tube) 模型, 因此同样可以用于 AE 的计算. 由于 TGLF 使用准线性模型, 因此其计算速度要远大于回旋动理学程序. 基于 DIII-D 的 H 模放电

实验, TGLF 程序已经用 GYRO 程序线性和非线性模拟校准. TGLF 程序主要求解 6 个矩方程, 即密度、平行速度、平行压强、总压强、平行能量流和总能量流. 本征方程采用系列厄密函数表示. 过去研究结果表明, TGLF 的模拟结果对基函数中的高斯宽度 θ_w 的设置非常敏感^[19,20], 通常选择对应增长率最大的 θ_w . 因为程序自动寻找该值的方法仅对湍流适用, 并不适用于 AE 的计算, 所以改为扫描一定区间内的增长率并选择对应最大值的 θ_w . 以 #142111 为例, 扫描高斯宽度 0.4—2.0 区间. 另外还有一个原则是模的频率和增长率在一定区间内有良好的鲁棒性. 图 1 展示了 3 个环向模数 $n = 3$ 的模的增长率和频率随高斯宽度的变化. 因为橙色和紫色曲线均在一定区间内表现出良好的鲁棒性, 所以被认为是 TAE. 而蓝色曲线的波动过大, 且不满足输出边界条件 (outgoing boundary condition)^[21], 因此被认为是一种数值噪声. TGLF EP 是 TGLF 的并行的封装程序, 可以自动求解多个磁面的高斯宽度并计算 AE 的频率和增长率.

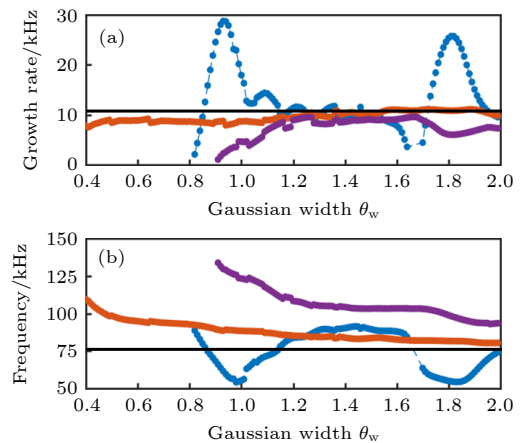


图 1 (a) 增长率和 (b) 频率与高斯宽度的关系, 其中橙色和紫色的曲线表示 TAE, 蓝色线被认为是一种数值噪声, 作为参考, 黑色实线为 MEGA 的模拟结果

Fig. 1. (a) Growth rate and (b) frequency as a function of Gaussian width. The orange and purple curves represent acceptable TAE calculated using TGLFEP. Because the blue curve has a strong perturbation, the mode is treated as polluted by numerical noise. For comparison, the MEGA results are depicted by the black lines.

2.2 高能粒子输运

在临界梯度剖面确定下来之后, 就可以使用 EPtran 程序来计算 EP 的再分布. EP 在 (r, E, λ, σ) 空间的输运方程如下:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial f_{\text{EP}}}{\partial t} + \frac{1}{V'} \frac{\partial}{\partial r} (V' \Gamma^r) + \frac{1}{V^E} \frac{\partial}{\partial E} (V^E \Gamma^E) \\ &= \frac{2}{\tau_s \sqrt{E}} \frac{\partial [(E^{3/2} + E_c^{3/2}) f_{\text{EP}}]}{\partial E} \\ &+ \frac{S_0}{2\pi \sqrt{E}} \delta(E - E_0) + v_d \frac{\partial}{\partial \xi} (1 - \xi^2) \frac{\partial f_{\text{EP}}}{\partial \xi}, \quad (1) \end{aligned}$$

$$\Gamma^r = -D_{\text{EP}}^{rr} \partial f_{\text{EP}} / \partial r - (T_{\text{EP}}/a) D_{\text{EP}}^{rE} \partial f_{\text{EP}} / \partial E, \quad (2)$$

$$\Gamma^E = (T_{\text{EP}}/a) D_{\text{EP}}^{Er} \partial f_{\text{EP}} / \partial r - (T_{\text{EP}}/a)^2 D_{\text{EP}}^{EE} \partial f_{\text{EP}} / \partial E. \quad (3)$$

空间坐标 r , E , λ , σ 分别为径向位置、能量、投掷角和运动方向 (沿着磁场方向为正, 逆着磁场方向为负). 方程 (1) 等号右边包括慢化项、源项和螺旋角空间的散射项 [22]. 其中 f_{EP} 表示高能粒子分布函数, ν_d 表示螺旋角散射率, S_0 表示 EP 源, E_0 为初始能量 (α 粒子为 3.5 MeV, 中性束则为注入能量), τ_s 为慢化时间, E_c 为临界能量, T_{EP} 为等效麦克斯韦温度, a 是小半径. $V' = \partial_r V$, $V^E = 1/\sqrt{E(1-\lambda)}$, $\xi = \sqrt{1-\lambda} = v_{\parallel}/v$, $\lambda = \mu B/E$, 这里 v 表示粒子的速度, v_{\parallel} 表示平行磁场方向的速度, μ 为磁矩, B 为磁感应强度. 在外中平面, $0 \leq \lambda < \lambda_{\text{TP}}$ 表示通行粒子, $\lambda_{\text{TP}} \leq \lambda \leq 1$ 表示捕获粒子, 其中 $\lambda_{\text{TP}}(r) = B(0)/B(\pi)$ [23].

考虑 AE 的影响后, 扩散系数 D_{EP}^{rr} 可以写为

$$\begin{aligned} D_{\text{EP}}^{rr} &= D_{\text{AE}} \left(\frac{a}{n_{\text{EP}}} \right) \left[\left(-\frac{\partial n_{\text{EP}}}{\partial r} \right) - \left(-\frac{\partial n_{\text{EP}}}{\partial r} \right)^{\text{th}} \right]_{>0} \\ &+ D_{\text{ITG/TEM}}, \quad (4) \end{aligned}$$

其中, 当 $x < 0$ 时, $[x]_{>0} = 0$, 为局域临界梯度; n_{EP} 为高能粒子密度; $D_{\text{ITG/TEM}}$ 为湍流输运系数; D_{AE} 并不是从物理推导的, 通常将其设置得足够大以驱动 EP 快速的输运. 在过去的研究中, ITER 模拟设置为 0.3 [24], DIII-D 模拟设置为 10 [25]. 实际上, 再分布剖面对 D_{AE} 的设置并不敏感. 因此根据已经发表的文献 [24,25], 在计算 DIII-D 的实验时, 设置 $D_{\text{AE}} = 10$, 在计算 CFETR 时, 设置 $D_{\text{AE}} = 0.3$.

扩散系数的矩阵是一个正定的对称矩阵, $D_{\text{EP}}^{rE} = D_{\text{EP}}^{Er} = -A_{\text{EP}} D_{\text{EP}}^{rr}$, $D_{\text{EP}}^{EE} = A_{\text{EP}}^2 D_{\text{EP}}^{rr}$, 其中 A_{EP} 是 EP 温度的函数, 详细的表达式在文献 [26] 的附录 A 中, 对于 DIII-D 来说, A_{EP} 总是小于 1. $D_{\text{ITG/TEM}}$ 是根据 Angioni 模型计算的背景湍流的扩散系数, 其中氦灰和 EP 采用两种不同的方程描述. 湍流扩散系数有能量相关/不相关两种模型, 模型也同样

在文献 [26] 的附录 A 中. 图 2 是基于 #142111 实验对比两种模型的结果, ρ 为归一化环向磁通的平方根, D_{α} 为等效输运系数. 可以看到, 能量相关模型计算的扩散系数在内部较低, 而在外部较高, 两者比值如图 2 中的紫色曲线所示. 本文使用能量相关的模型.

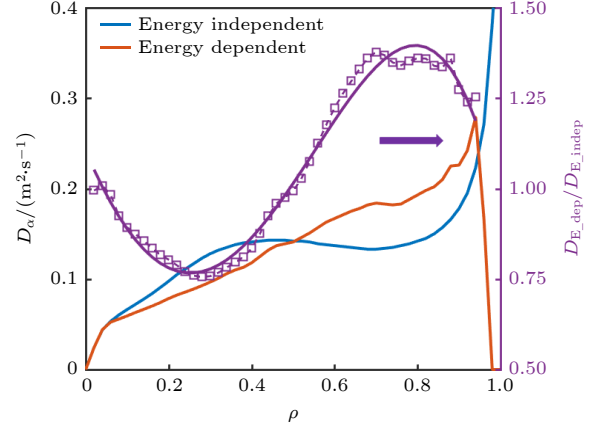


图 2 能量相关 (橙)/不相关 (蓝) Angioni 模型对比
Fig. 2. Comparison between energy dependent (orange) and energy independent (blue) Angioni diffusion coefficients.

根据 AE 增长率表达式 [27], 方程 (4) 改写为

$$D_{\text{EP}}^{rr} = D_{\text{AE}} \left[\left(\frac{a}{L_{\text{NEP}}} \right) - \left(\frac{a}{L_{\text{NEP}}} \right)^{\text{th}} \right]_{>0} + D_{\text{ITG/TEM}}, \quad (5)$$

其中, L_{NEP} 为 EP 密度的特征长度, 将在 3.1 节详细说明此改动.

利用方程 (1) 计算 EP 的分布后, 对其积分可以得到 EP 的密度和等效麦克斯韦温度

$$\begin{aligned} \left[n_{\text{EP}}, \frac{3}{2} n_{\text{EP}} T_{\text{EP}} \right] &= \frac{1}{4} \sum_{\sigma=\pm 1} \int_0^\infty 2\pi \sqrt{E} dE \\ &\times \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{1-\lambda}} d\lambda [1, E] f_{\text{EP}}. \quad (6) \end{aligned}$$

EP 的初始分布采用经典慢化分布:

$$f_s(r, E) = \frac{S_0 \tau_s}{4\pi} \frac{H(E_0 - E)}{E^{3/2} - E_c^{3/2}}. \quad (7)$$

根据方程 (6) 可知, EP 密度剖面为 $n_{\text{sd}}(r) = S_0 \tau_s I_2(v_c/v_0)$, 温度为 $T_{\text{sd}} = (2I_4/3I_2)E_0$. 其中积分函数被定义为 $I_n(a) = \int_0^1 x^n dx / (a^3 + x^3)$. 对于 α 粒子, S_0 由背景 DT 密度和相应的反应截面计算; 对中性束注入来说, S_0 由 NUBEAM 程序 [28] 计算.

3 临界梯度模型的优化

3.1 阈值剖面演化

在已经发表的研究中, Waltz 等^[23–25] 讨论了多种临界稳定的判据, 本文使用判据 $\gamma_{\text{AE+ITG/TEM}} = \gamma_{\text{ITG/TEM}}$ 来判断是否达到临界稳定 ($\gamma_{\text{AE+ITG/TEM}}$ 指考虑背景等离子体时 AE 的增长率, $\gamma_{\text{ITG/TEM}}$ 指湍流的增长率). 在旧模型中, EP 密度的特征长度 (L_{nEP}) 保持不变, 不断降低 EP 密度 (密度梯度成比例降低), 直到达到临界稳定的判据, 此时的密度梯度则被视为临界梯度. 在这个假设下, 密度剖面的形状是不变的, 显然这不符合实际情况. 因此使用 TGLFEP 计算一个二维矩阵 (a/L_{nEP} , n_{EP}) 来确定临界的归一化梯度与 EP 密度的对应关系, 利用这个矩阵, 可以在 EP 密度下降时, 使 a/L_{nEP} 上升. 为了说明我们的改进, 选择一个解析的 AE 增长率的表达式^[27]:

$$\frac{\omega_i}{k_{\parallel}/v_A} = -q_0^2 \left[\frac{\beta_c}{2} (G_{\text{mi}}^T + G_{\text{me}}^T) + \beta_{\alpha} (G_{s\alpha}^T - nq_0\delta_{\alpha}H_{s\alpha}^T) \right], \quad (8)$$

其中, ω_i 为增长率, k_{\parallel} 为平行波矢, v_A 为阿尔芬速度, n 为环向模数, β_c 和 β_{α} 分别为背景粒子和高能粒子的比压. G 和 H 是与粒子速度相关的拟合函数, 具体表达式见文献^[27]. 等式右边的第 1 项为背景离子和电子的朗道阻尼, 当假设平衡不变时, 其为常数. 第 2 项包括了 EP 对 AE 的阻尼和驱动, 其中 β_{α} 和 δ_{α} ($\propto dp_{\alpha}/(p_{\alpha}dr)$, 这里 p_{α} 为高能粒子压强) 两个量会在 EP 输运时改变. 由于

EP 的驱动中同时包含压强和压强梯度, 因此应随着 EP 剖面变化而变化. 令方程 (8) 等于 0, 则可以得到如下形式:

$$\frac{a}{L_{\text{nEP}}^{\text{th}}} = \frac{k_1}{n_{\text{EP}}} + k_2, \quad (9)$$

其中 k_1 包含了背景粒子的朗道阻尼, k_2 包含了 EP 本身的阻尼和温度梯度驱动, 在忽略温度变化时, 这两个系数在每个磁面上都是固定的. 到此为止, 我们证明了 $a/L_{\text{nEP}}^{\text{th}}$ 与 n_{EP} 成反比例关系. 图 3(a) 中, 红色虚线表示对应初始 EP 密度的 a/L_{nEP} , 黑色实线表示经典慢化分布的 a/L_{nEP} , 黑色实线高于红色虚线的区域表示 AE 是不稳定的. 针对这个不稳定区域, 使用 TGLFEP 扫描 a/L_{nEP} 与 n_{EP} , 图 3(b) 展示了 3 个不同位置, TGLFEP 的模拟结果也验证了这种反比例关系. 当 EP 输运时, 芯部的 EP 密度是降低的, 那么阈值则会相应的上升. 以 $\rho = 0.4$ 为例 (图 3(c)), 红色的叉表示初始时刻, 黑色和红色箭头分别表示旧模型和改进后的模型下随 EP 密度的变化轨迹, 这可以明显看到两个模型的差别.

3.2 有限轨道宽度 (FOW) 效应

磁场的非均匀性导致粒子导心轨道的漂移被称为有限轨道宽度 (FOW) 效应, 在等离子体边界附近, 能量越高的粒子就越容易在 FOW 效应的作用下从 LCFS 损失掉, 这种现象在实验中是普遍存在的^[16]. 然而旧模型并没有考虑这种损失机制, 因此只有很少的 EP 会损失, 而大量的粒子都沉积在等离子体边界附近. 本文使用 ORBIT 程序计算 EP 在相空间中的损失锥, 并将其加入到输运模型中.

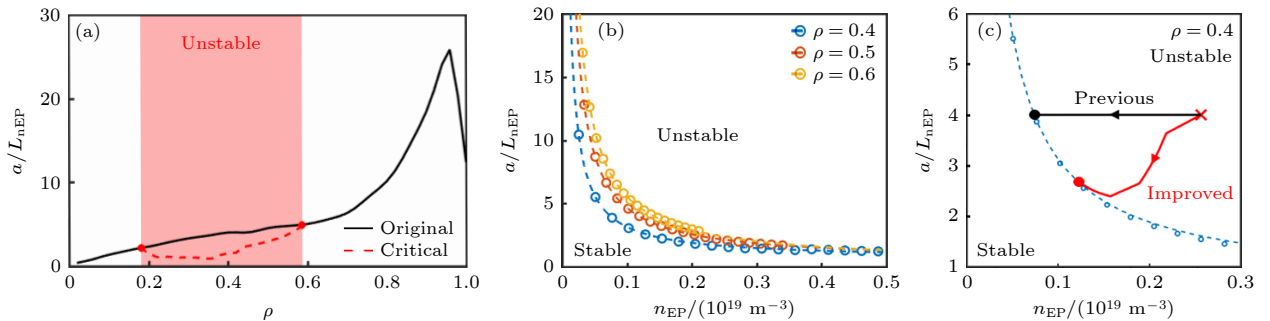


图 3 (a) 输运前的 AE 不稳定区间; (b) 在 $\rho = 0.4, 0.5, 0.6$ 处, a/L_{nEP} 与 n_{EP} 的反比例关系; (c) $\rho = 0.4$ 处, 旧模型和改进模型模拟的密度演化轨迹

Fig. 3. (a) Unstable AE region of $n = 3$ without transport. Critical a/L_{nEP} is depicted by dash red curve, and a/L_{nEP} of classical slowing down distribution is depicted by solid black curve; (b) inverse proportional function between critical a/L_{nEP} and n_{EP} at $\rho = 0.4, 0.5, 0.6$; (c) density evolution trajectories of previous CGM (black) and improved CGM (red) at $\rho = 0.4$.

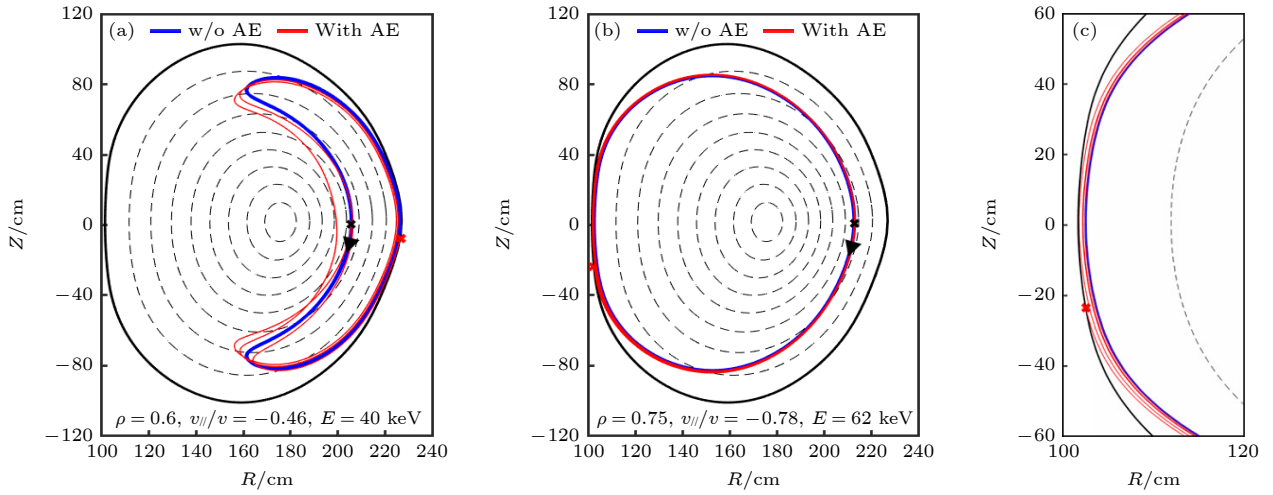


图 4 (a) 捕获粒子和 (b) 通行粒子在 AE 扰动下的运动轨迹示例; (c) 图 (b) 在高场侧的放大图

Fig. 4. Representative trajectories of (a) trapped and (b) counter passing particles by including AE perturbation; the high magnetic field side of (b) is enlarged in (c) to reveal trajectory variations.

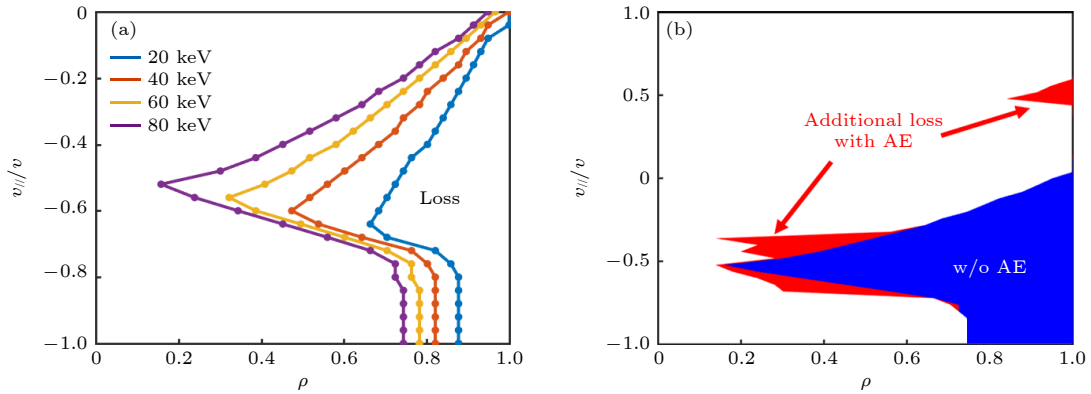


图 5 (a) 无扰动时, 不同能量 EP 在 $(\rho, v_{||}/v)$ 空间的损失锥; (b) 有无 AE 扰动下, 80 keV 的 EP 损失锥对比图

Fig. 5. (a) Loss boundary in $(\rho, v_{||}/v)$ space with different energies; the loss region is on the right side of the curve. (b) loss cone without/with AE perturbation. The blue area represents the loss cone without AE, and the additional loss by including AE is highlighted by the red area.

在 ORBIT 计算中, 初始 EP 分布选择在 (ρ, E, ξ) 空间的均匀分布, 且仅考虑外中平面的粒子. 由于 ORBIT 程序采用二维空间坐标, 因此这里仅考虑外中平面. 当然, 由于粒子更容易在低场侧损失, 因此这会导致过度的估计 EP 的损失份额. 此外, 在 AE 扰动下, 一部分原本可以约束的粒子会转变为损失粒子, 即 AE 会增大 EP 的损失锥. 以 #142111 为例, 图 4(a) 和图 4(b) 分别展示了捕获粒子和通行粒子在无扰动 (蓝色) 和有 AE 扰动 (红色) 下的运动轨迹. 其中通行粒子在高场侧的轨迹被放大到图 4(c) 中. 在每幅图中, 黑色叉表示粒子的初始位置, 红色叉表示粒子从 LCFS 逃逸的位置, 黑色箭头表示运动方向.

图 5(a) 展示了无 AE 扰动时不同能量的 EP 的损失边界, 在该边界的右侧表示粒子的损失区

域. 由于初始粒子均选择在外中平面上, 因此所有的损失粒子都具有负的螺旋角. 损失锥的面积随粒子能量增大而增大. 对于能量为注入能量 80 keV 的粒子, 其损失锥的峰靠近磁轴. 图 5(b) 展示了 AE 扰动下损失锥的进一步增大. 根据文献 [5,16], AE 的扰动幅度设为 $dB/B \approx O(10^{-4})$. 将得到的损失锥输入到 EPtran 程序中, 令损失锥内的 EP 分布函数为零, 从而等效的考虑 EP 由于 FOW 效应的损失.

4 临界梯度模型的实验验证

4.1 #142111 放电实验

实验中利用 ECE 测量到 525 ms 时刻频率为 70—90 kHz 的低 n TAE, 这些模在空间上重叠,

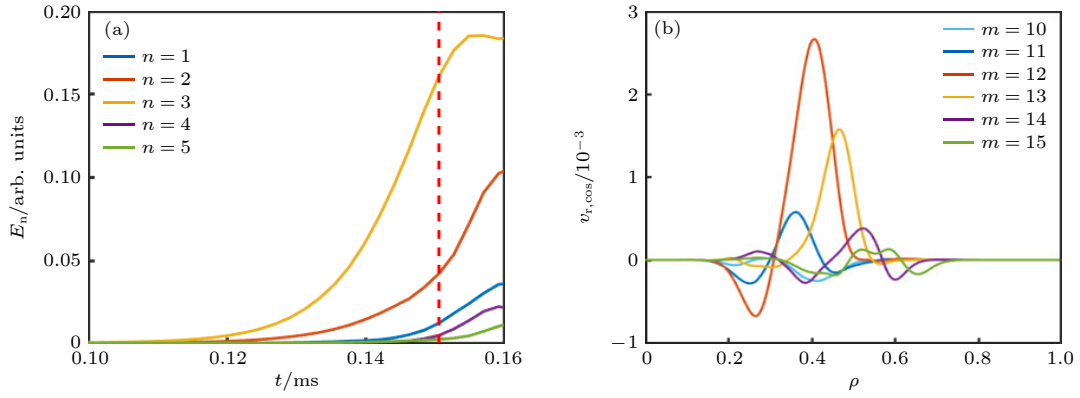


图 6 MEGA 模拟结果 (a) $n=1-5$ 的 TAEs 的能量演化过程; (b) $n=3$ 的 TAE 的模结构, $v_{r,\cos}$ 为径向扰动速度的 \cos 分量, 不同的极向谐波用不同的颜色区分

Fig. 6. (a) Evolution of energy with $n=1-5$ TAEs by MEGA; (b) cosine part of radial velocity for the most unstable $n=3$ TAE.

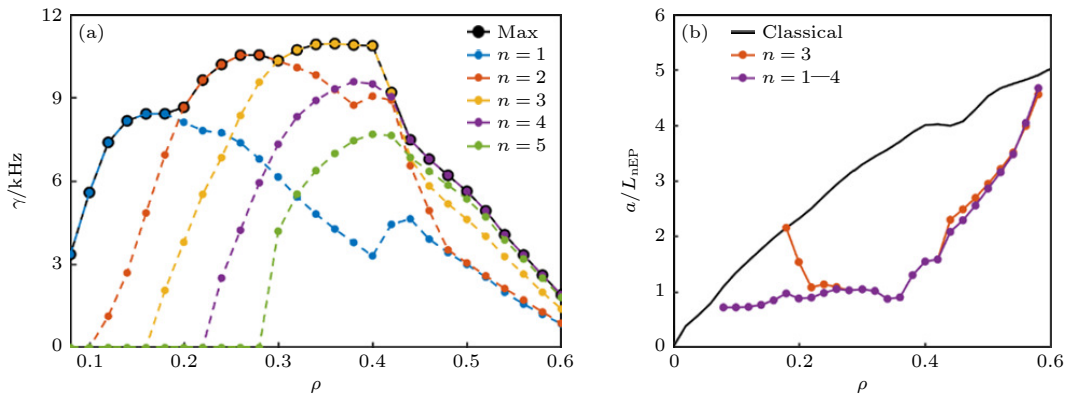


图 7 (a) $n=1-5$ 的 TAEs 在不同磁面的增长率; (b) 单 n 和多 n 计算的临界梯度剖面的对比

Fig. 7. (a) Growth rate in each flux surface of $n=1-5$ TAEs by TGLFEP; (b) comparison between critical a/L_{nEP} profiles with $n=1-4$ and $n=3$.

径向位置均在 $\rho \approx 0.4$. MEGA 程序的模拟表示, $n=1-5$ 的 TAE 的能量演化如图 6(a) 所示, $n=3$ 的 TAE 增长率最大且最先达到饱和. 该 TAE 在线性阶段 ((a) 中红色虚线对应的位置) 的模结构如图 6(b) 所示. 图 7(a) 展示了 TGLFEP 程序计算的 $n=1-5$ 的模的增长率在径向上的分布情况, 可以看到从 $\rho \approx 0.1$ 到 0.6 这个范围内, $n=1-4$ 分别占主导, 因此不同径向位置的临界梯度均考虑当地增长率最大的模 (图 7(b)).

输运后的 EP 径向密度剖面如图 8(a) 中的紫色曲线所示, 为了可以更清晰比较, 图 8 中还加入了经典慢化分布, 即输运前的剖面 (黑色)、实验结果 (红色)、旧临界梯度模型的模拟结果 (蓝色)、改进后的临界梯度模型但不考虑 AE 对损失锥影响的模拟结果 (绿色) 以及 MEGA 的结果 [29]. 从图 8(a) 可以看出, 改进后的临界梯度模型的模拟结果比旧模型更接近实验结果. 这里定义 EP 的损失份额为损失的粒子数与经典慢化分布预测的约

束的总粒子数之比, 那么旧模型的损失份额为 15%, 而改进后模型的模拟结果超过 40%, 这与实验的约 50% 的损失份额非常接近. 而且 AE 区域梯度过小和 EP 堆积在边界附近的问题也都有所改善. 在临界梯度模型中, EP 的输运过程可以理解为: 不稳定的 AE 不仅增强 EP 的径向输运, 而且会轻微增大损失锥, EP 向外输运进入损失锥中后, 由于 FOW 效应而直接从 LCFS 逃逸出去. 最后, 由于考虑了负螺旋角的分布, 模型可以计算 EP 在螺旋角空间的分布 (图 8(b)), 黑色曲线对应 60 keV 的 EP 的分布, 红色曲线则为 0—80 keV 全部 EP 的分布.

4.2 #153071 放电实验

在 #153071 放电实验中, 频率在 100—200 kHz 的低 n TAE 在靠外侧的位置被激发, 但是忽略等离子体旋转, 模拟得到了一个在 $\rho=0.2-0.6$ 范围内的一个较宽的模. 增长率最大的 $n=4$ 的 TAE

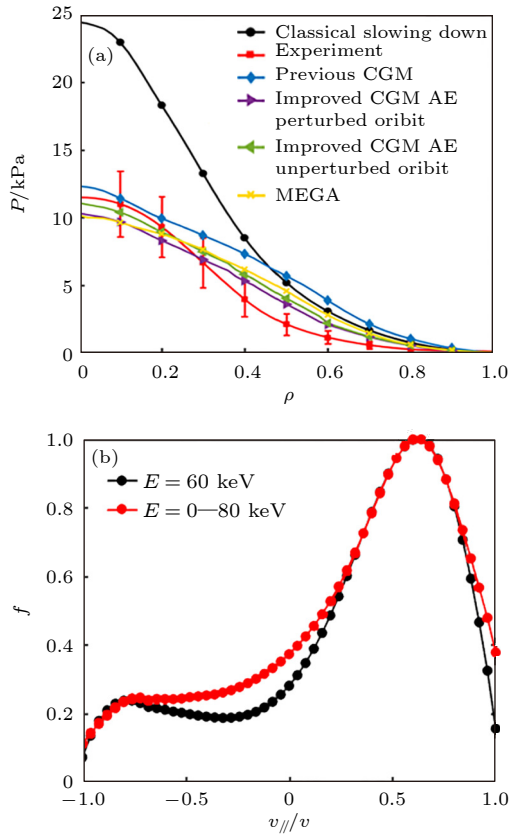


图 8 (a) EP 密度剖面对比图, 经典慢化分布 (黑色)、实验 (红色)、旧临界梯度模型 (蓝色)、考虑 (紫色)/不考虑 (绿色) AE 扰动对损失锥影响的改进的临界梯度模型、MEGA (黄色); (b) EP 在螺旋角空间的分布

Fig. 8. (a) Density profile comparison: Black curve represents classical slowing down; the red curve is inferred from experiment data; blue curve represents original CGM without loss cone effect; purple/green curve is improved CGM with loss cone from AE perturbed/unperturbed orbits; yellow curve represents MEGA results. (b) EP redistribution in pitch angle space.

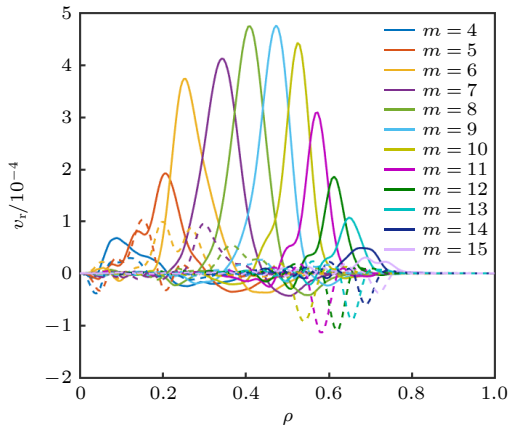


图 9 $n = 4$ 的 TAE 的模结构, 实线和虚线分别表示扰动速度的余弦和正弦分量

Fig. 9. Spatial profile of $n = 4$ TAE, where cosine and sine part of radial velocity are depicted by solid and dash curve, respectively.

如图 9 所示, 图中实线和虚线分别为扰动速度的余弦和正弦分量. FOW 效应引起的损失锥如图 10 所示, 由于本次实验 AE 振幅较弱, 且 AE 的径向宽度与损失锥的重叠较小, 因此在计算损失锥时没有考虑 AE 扰动的影响.

将模拟得到的阈值剖面 and 损失锥代入到 EPtran 程序中后, 计算得到的 EP 再分布剖面如图 11 中的红线所示, 同样, 为了便于比较, 图中还给出了经典慢化分布 (黑色)、实验分布 (绿色) 及旧模型的模拟结果 (蓝色). 改进后的模拟结果呈类似高斯分布的形式, 与实验结果非常吻合, 模拟曲线几乎都在误差棒内.

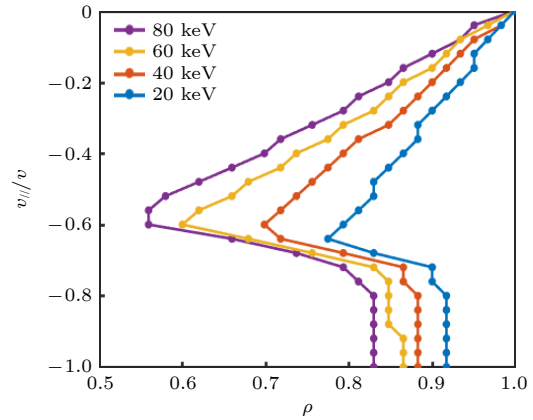


图 10 不同能量的 EP 在 $(\rho, v_{||}/v)$ 空间的损失锥

Fig. 10. Loss boundary in $(\rho, v_{||}/v)$ space with different energies.

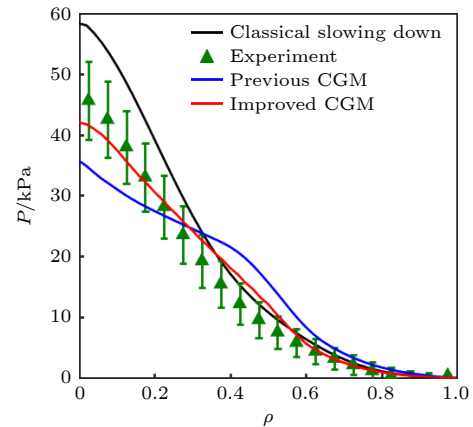


图 11 压强剖面对比图, 经典慢化分布为黑色曲线, 旧临界梯度模型为蓝色曲线, 改进的临界梯度模型为红色曲线, 实验结果为绿色三角并配有误差棒

Fig. 11. Pressure profile of classical slowing down (black), previous (blue) and improved (red) CGM. For comparison, experimental data is depicted by green triangles with error bar.

4.3 基于神经网络构建 HL-3 的高能量粒子模拟模块

目前 OMFIT 集成模拟中, EP 的计算主要是用 ONETWO (α 粒子) 和 NUBEAM (NBI) 程序实现. 但这两个程序使用的是经典慢化模型, 模拟结果与实际分布相差很大. 因此本章重点讨论如何将临界梯度模型嵌入集成模拟中. 根据第 2 节的模型, 可知利用临界梯度模型预测 EP 分布分为两步, 第 1 步是利用 TGLFEP 计算临界梯度, 第 2 步是利用 EPtran 程序计算 EP 的再分布. 目前 EPtran 程序已经改写为并程序, ~ 5 min 就可以完成计算, 因此, 只有缩短第 1 步的运行时间, 才有可能将临界梯度模型加入到集成模拟的迭代中, 这里就选用神经网络的方法来实现.

搭建神经网络第 1 步需要合适的数据库, 样本的输入太多会导致模型预测不准确, 因此从物理出发, 尽量减少输入变量. 这里不考虑杂质的影响, 因此有效电荷数 $Z_{\text{eff}} = 1$, 而 EP 的密度是扫描量, 因此离子的密度可以通过准中性条件来计算. 为了方便, 认为离子温度与电子温度相同. 参考 TGLFEP 的输入后, 共有 18 个输入变量 (表 1). 模型的输入

表 1 神经网络输入变量
Table 1. Variables for NN input.

	变量	符号	表达式
1	电子密度	n_e	
2	电子温度	T_e	
3	电子密度特征长度	$rlns_e$	$-\frac{a}{n_e} \frac{\partial n_e}{\partial r}$
4	电子温度特征长度	$rlts_e$	$-\frac{a}{T_e} \frac{\partial T_e}{\partial r}$
5	磁面对应的小半径	r_{\min}	r/a
6	安全因子	q	
7	磁剪切	q_prime	$\frac{q^2 a^2}{r^2} s$
8	压强梯度	p_prime	$\frac{q a^2}{r B^2} \frac{\partial p}{\partial r}$
9	高能量粒子温度	$taus_EP$	T_{EP}/T_e
10	高能量粒子温度特征长度	$rlts_EP$	$-\frac{a}{T_{EP}} \frac{\partial T_{EP}}{\partial r}$
11	磁场强度	B	
12	磁面对应的大半径	r_{maj}	R/a
13	拉长比	$kappa$	κ
14	拉长比的剪切	s_kappa	$\frac{r}{\kappa} \frac{\partial \kappa}{\partial r}$
15	三角形变	$delta$	δ
16	三角形变的剪切	s_delta	$\frac{r}{\delta} \frac{\partial \delta}{\partial r}$
17	Shafranov 位移	$drmajdx$	$\frac{\partial R}{\partial x}$
18	小半径	a	

则为 3.1 节中方程 (9) 中的两个系数 k_1 和 k_2 . 根据输入输出, 参照中国环流 3 号 (HL-3) 的参数范围, 利用 EFIT 生成 150 个不同的平衡, 每个平衡随机选取 8 个磁面的参数作为样本, 因此总共生成 1200 个样本.

神经网络模型采用最简单的线性结构, 主要有两个功能: 1) 预测是否存在不稳定的 AE; 2) 对于存在不稳定 AE 的磁面, 计算 k_1 和 k_2 . 流程图如图 12 所示.

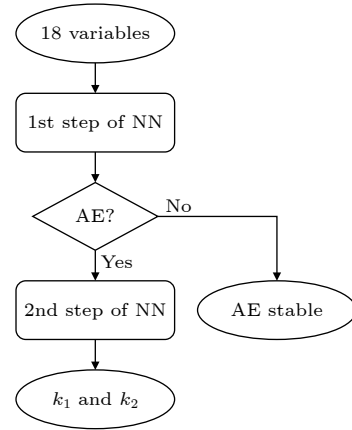


图 12 神经网络流程图, 第 1 步判断 AE 是否被激发, 第 2 步计算系数 k_1 和 k_2

Fig. 12. Flow chart of the neural network (NN). The NN estimates if the AE can be excited at first, and calculates the two coefficients k_1 and k_2 for AE unstable location.

将 1200 个样本进行随机洗牌, 80% 用来训练模型, 剩下的 20% 用来对模型进行检验. 第一阶段是判断是否存在不稳定的 AE, 图 13 表示在模型学习 200 次之后, 均方差大约收敛为 0.1, 准确率收敛到 0.9 左右. 继续训练会发生过拟合. 对于存在 AE 的样本, 同样选择 80% 作为训练集, 20% 为验证集. 图 14 展示了预测值与目标值之间的差距 ((a) k_1 和 (b) k_2), 圆点越接近对角线 (虚线) 表示预测值越接近目标值. 从图 14 可以看到, 迭代次数越高, 预测值就越接近, 但总体变化不大.

此外, 还额外制作了 3 个 HL-3 的平衡来验证这个神经网络模型, 3 个平衡具有不同的安全因子剖面, 分别为单调递增、芯部弱反磁剪切、强反磁剪切, 这 3 个平衡的压强和安全因子剖面如图 15 所示. 此外, 还根据高能量粒子临界梯度与高能量粒子密度成反比这一物理, 采用了一个自定义的损失函数作为对比. 图 16 为 k_1 和 k_2 的预测值和目标值 (TGLFEP 计算值) 的径向分布, 可以看到预

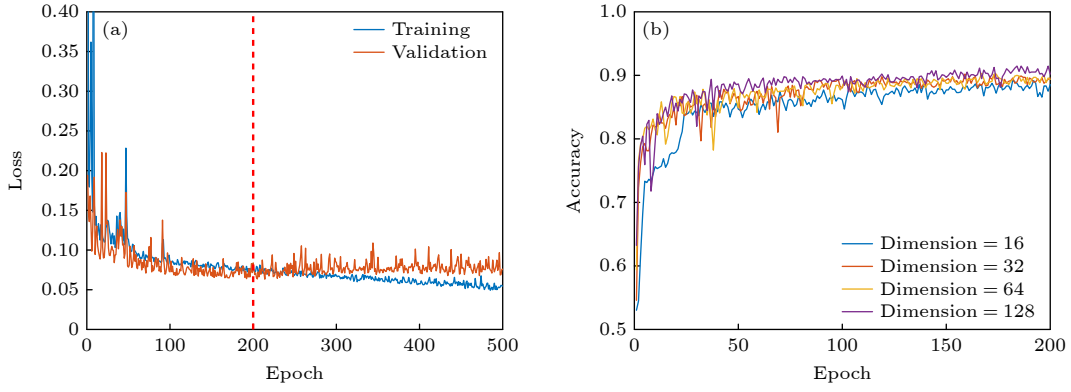


图 13 (a) 训练集和验证集的均方差随学习次数的变化; (b) 准确度随学习次数的变化

Fig. 13. (a) Loss (mean square error) and (b) accuracy for AE stability estimation versus training epoch.

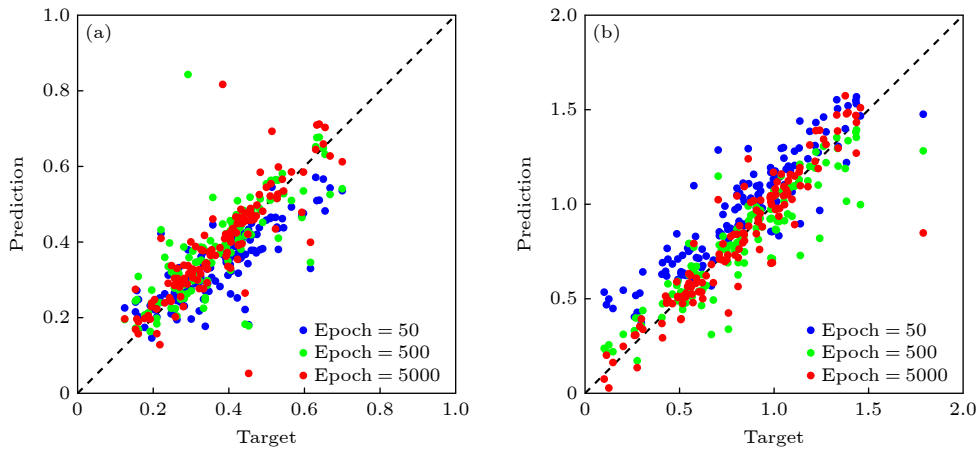

 图 14 预测值与目标值的对比图 (a) k_1 ; (b) k_2

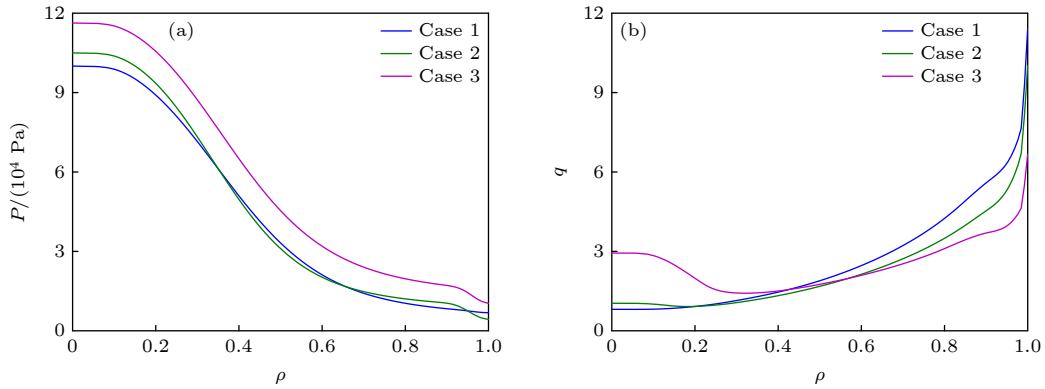
 Fig. 14. Predicted (a) k_1 and (b) k_2 compared with the targets.


图 15 用来验证神经网络的 3 个平衡的 (a) 压强剖面 and (b) 安全因子剖面

Fig. 15. (a) Pressure and (b) safety factor profile of three additional equilibria for NN validation.

测值与目标值相比误差不大, 判断的 AE 的范围基本相同. 将二者代入 EPtran 中计算的高能量粒子剖面如图 17 所示, 这说明训练的神经网络可以替代 TGLFEP.

最后采用神经网络模型代替 TGLFEP 程序,

与并行的 EPtran 程序组合, 构建 MOE. 为了提高运行速度, MOE 中使用解析公式^[30]代替 ORBIT 程序计算 EP 的损失锥. 图 18 为 OMFIT 工作流, 右侧的 TGYRO, ONETWO 和 EFIT 三个程序构成了目前常用的集成模拟 (不考虑台基区). TGYRO

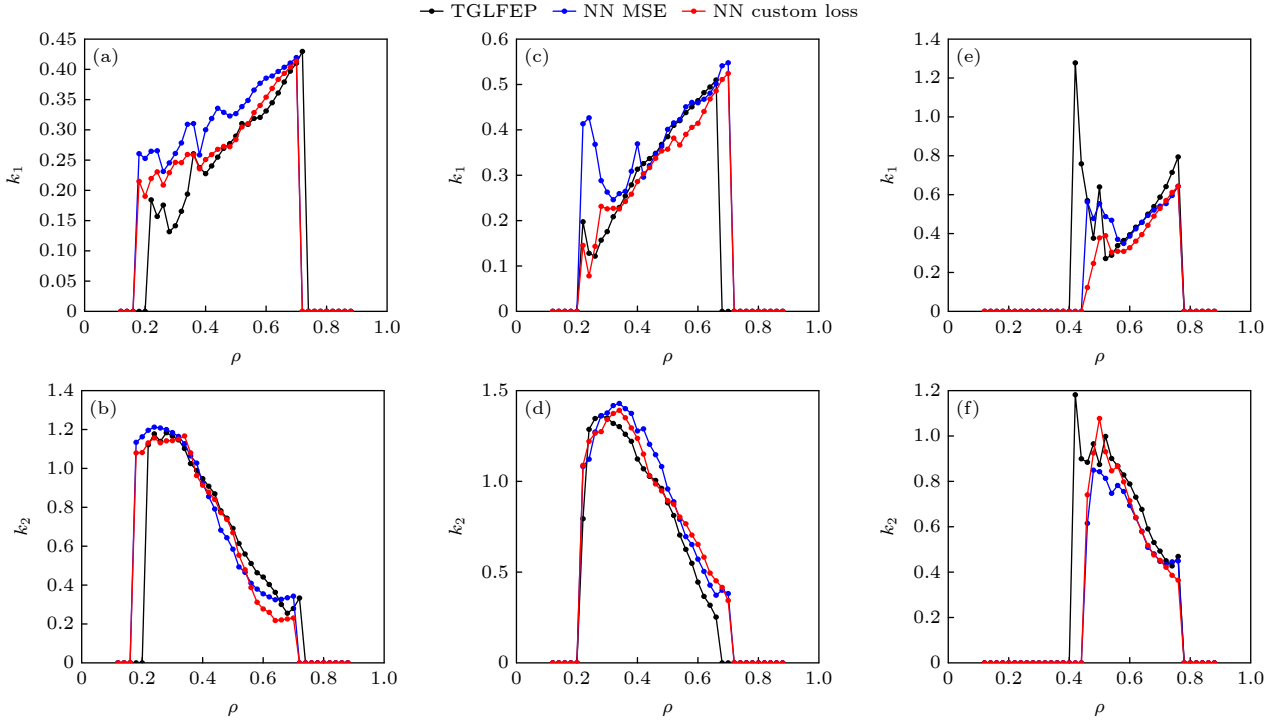


图 16 HL-3 神经网络预测值 (MSE 为蓝色, 自定义损失函数为红色) 与 TGLFEP 计算值 (黑色) 对比图 (a), (b) Case 1; (c), (d) Case 2; (e), (f) Case 3

Fig. 16. Coefficients of k_1 and k_2 predicted by NN with loss function of MSE (blue) and custom loss function (red): (a), (b) Case 1; (c), (d) Case 2; (e), (f) Case 3. For comparison, TGLFEP results are depicted by black curve.

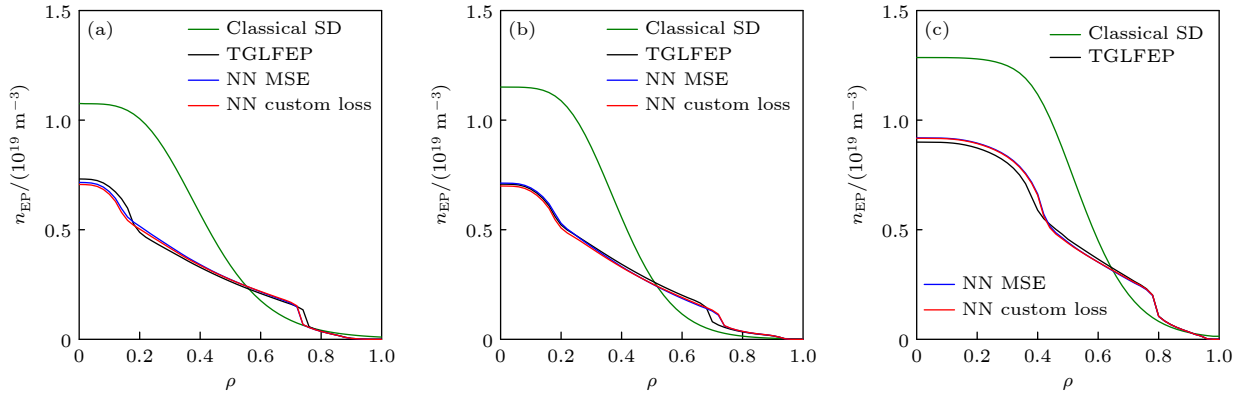


图 17 具有 (a) 单调递增、(b) 芯部弱反磁剪切和 (c) 强反磁剪切安全因子剖面的平衡位形下, 高能粒子剖面对比图. 绿色曲线为经典慢化模型计算的初始 EP 剖面, 黑色、蓝色、红色曲线分别为根据 TGLFEP、MSE 和自定义损失函数得到的临界梯度计算的 EP 剖面

Fig. 17. EP profile comparison for the equilibrium with (a) monotonic, (b) weak and (c) strong shear q -profile. In each panel, green curve depicts initial EP profile with classical slowing down distribution and black curve depicts EP profile with the critical gradient calculated by TGLFEP. The blue and red curves depict EP profiles by NN with loss function of MSE and custom loss function, respectively.

计算各粒子的密度、温度剖面; ONETWO 计算电流和粒子源; EFIT 构建等离子体平衡. 我们搭建的 MOE 则读取 TGYRO 计算的粒子剖面信息、EFIT 生成的平衡的磁场信息, 以及 ONETWO 计算的中性束粒子源 (α 粒子源则根据 DT 的剖面进

行计算), 计算得到 EP 的压强和电流剖面传递给 ONETWO, 然后计算得到总压强和总电流 (P' 为压强的导数, 即压强梯度, F 是一个与极向电流相关的函数, F' 为 F 的导数) 再传递给 EFIT 完成迭代.

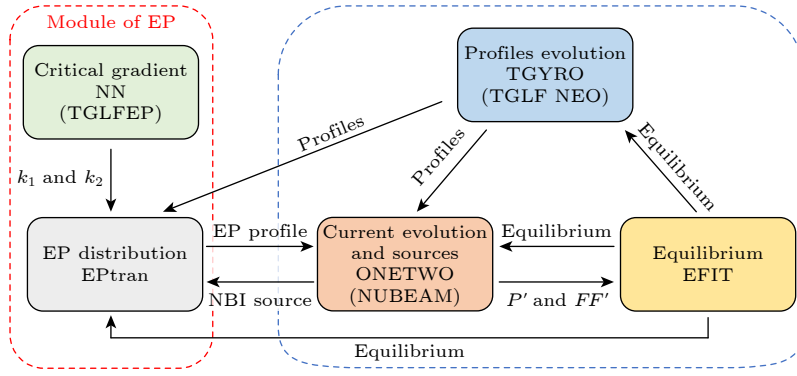


图 18 OMFIT 集成模拟流程图, 蓝色框里是旧 OMFIT 迭代流程, 红色框中的是高能粒子模块
Fig. 18. OMFIT workflow with MOE. The typical iteration is in the blue border, and MOE is in the red border.

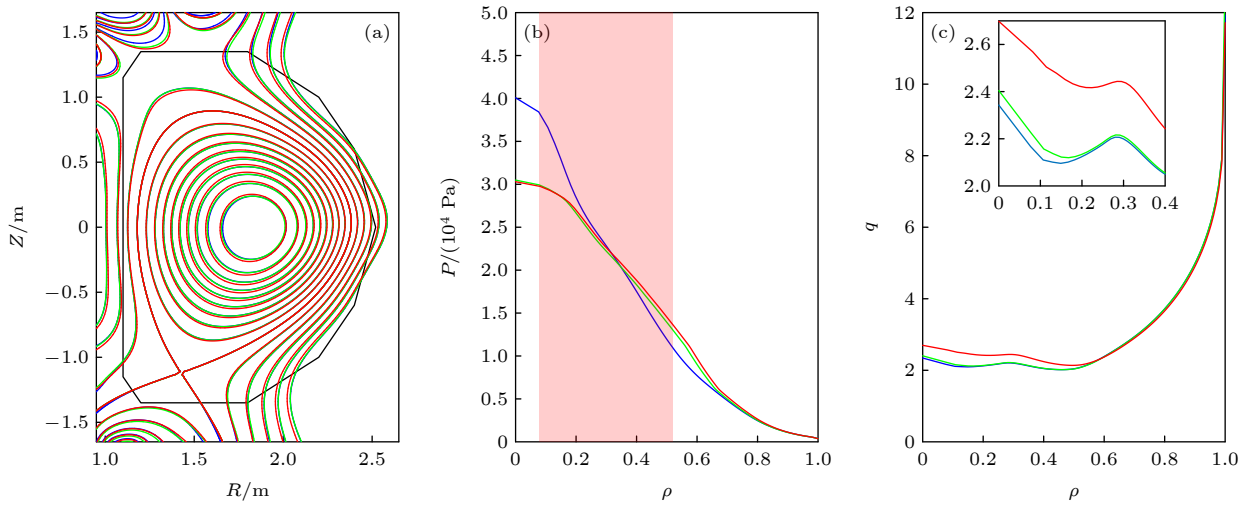


图 19 利用带有 MOE 的集成模拟计算的 (a) 磁面、(b) 总压强、(c) 安全因子剖面, 其中绿线仅考虑了 EP 输运对总压强的影响, 红线考虑了 EP 输运对压强和电流的影响, 蓝线则为不包含 MOE 的集成模拟的结果

Fig. 19. (a) Flux surface, (b) total pressure and (c) safety factor profile calculated by the OMFIT integrated simulation with MOE. Green curve only considers pressure modification, red curve considers both pressure and current modification, and blue curve is calculated without MOE.

利用带有 MOE 的集成模拟计算的等离子体平衡如图 19 所示, 其中绿线仅考虑 EP 输运对总压强的影响, 红线考虑 EP 输运对压强和电流的影响, 蓝线则为不包含 MOE 的集成模拟的结果. 可以看到 EP 输运导致芯部的总压强和总电流下降, 从而使得芯部的安全因子增大, 在一定程度上有利于反磁剪切位形的形成.

5 结 论

本文介绍了临界梯度模型以及使用 TGLFEP 和 EPtran 的组合模拟 AE 导致 EP 再分布的方法. 两点改进使模拟结果更接近实验结果: 第一, 根据解析理论, 将判断临界稳定的物理量从密度梯度改为归一化的密度梯度, 并修改相应的扩散系数

表达式. 同时优化阈值扫描的数值方法, 令临界的归一化密度梯度成为 EP 密度的反比例函数, 系数由 TGLFEP 计算得到, 从而使阈值可以随着 EP 的变化而变化. 第二, 使用 ORBIT 计算 EP 在相空间的损失锥, 并输入到 EPtran 程序中, 从而增加一种由 FOW 效应导致的 EP 损失通道. 改进后的临界梯度模型使用 #142111 和 #153071 两次实验进行验证, 模拟得到的 EP 剖面与 MEGA 结果类似, 与旧模型相比更接近实验结果. EP 的损失率也达到 42%, 这与实验观测的结果很接近.

在此基础上, 还利用神经网络代替 TGLFEP, 实现了 EPtran 程序的并行计算, 加快了整个流程的计算速度, 并为 HL-3 的集成模拟搭建了一个高能粒子模块 (MOE). 集成模拟的结果表示当 AE

驱动 EP 输运, 使得芯部压强和电流减小, 从而影响整个平衡.

参考文献

- [1] Wan Y X, Li J G, Liu Y, Wang X L, Chan V, Chen C G, Duan X R, Fu P, Gao X, Feng K M, Liu S L, Song Y T, Weng P D, Wan B N, Wan F R, Wang H Y, Wu S T, Ye M Y, Yang Q W, Zheng G Y, Zhuang G, Li Q 2017 *Nucl. Fusion* **57** 102009
- [2] Zhuang G, Li G Q, Li J, Wan Y X, Liu Y, Wang X L, Song Y T, Chan V, Yang Q W, Wan B N, Duan X R, Fu P, Xiao B J 2019 *Nucl. Fusion* **59** 112010
- [3] Gaffey J D Jr 1976 *J. Plasma Phys.* **16** 149
- [4] Estrada-Mila C, Candy J, Waltz R E 2006 *Phys. Plasmas* **13** 112303
- [5] Van Zeeland M A, Heidbrink W W, Fisher R K, García Muñoz M, Kramer G J, Pace D C, White R B, Aekasolompolo S, Austin M E, Boom J E 2011 *Phys. Plasmas* **18** 056114
- [6] Heidbrink W W, Collins C S, Podestà M, Kramer G J, Pace D C, Petty C C, Stagner L, van Zeeland M A, White R B, Zhu Y B 2017 *Phys. Plasmas* **24** 056109
- [7] Garcia-Munoz M, Classen I G J, Geiger B, Heidbrink W W, van Zeeland M A, Aekasolompolo S, Bilato R, Bobkov V, Brambilla M, Conway C D, Schneller M, da Graça S, Igochine V, Lauber Ph, Luhmann N, Maraschek M, Meo F, Park H, Tardini G 2011 *Nucl. Fusion* **51** 103013
- [8] Kiptily V G, von Thun C P, Pinches S D, Sharapov S E, Borba D, Cecil F E, Darrow D, Goloborod'ko V, Craciunescu T, Johnson T, Nabais F, Reich M, Salmi A, Yavorskij V, Cecconello M, Gorini G, Lomas P, Murari A, Parail V, Popovichev S, Saibene G, Sartori R, Syme D B, Tardocchi M, de Vries P, Zoita V L 2009 *Nucl. Fusion* **49** 065030
- [9] Fredrickson E D, Cheng C Z, Darrow D, Fu G, Gorelenkov N N, Kramer G, Medley S S, Menard J, Roquemore L, Stutman D, White R B 2003 *Phys. Plasmas* **10** 2852
- [10] Collins C S, Heidbrink W W, Austin M E, Kramer G J, Pace D C, Petty C C, Stagner L, Van Zeeland M A, White R B, Zhu Y B, DIII-D Team 2016 *Phys. Rev. Lett.* **116** 095001
- [11] White R B, Chance M S 1984 *Phys. Fluids* **27** 2455
- [12] Todo Y, Shinohara K, Takechi M, Ishikawa M, 2005 *Phys. Plasmas* **12** 012503
- [13] Podestà M, Gorelenkova M, Gorelenkov N N, White R B 2017 *Plasma Phys. Control. Fusion* **59** 095008
- [14] Bass E M, Waltz R E 2010 *Phys. Plasmas* **17** 112319
- [15] Collins C S, Heidbrink W W, Podestà M, White R B, Kramer G J, Pace D C, Petty C C, Stagner L, van Zeeland M A, Zhu Y B 2017 *Nucl. Fusion* **57** 086005
- [16] van Zeeland M A, Gorelenkov N N, Heidbrink W W, Kramer G J, Spong D A, Austin M E, Fisher R K, García Muñoz M, Gorelenkova M, Luhmann N, Murakami M, Nazikian R, Pace D C, Park J M, Tobias B J, White R B 2012 *Nucl. Fusion* **52** 094023
- [17] Heidbrink W W, Ferron J R, Holcomb C T, van Zeeland M A, Chen X, Collins C M, Garofalo A, Gong X, Grierson B A, Podestà M, Stagner L, Zhu Y 2014 *Plasma Phys. Control. Fusion* **56** 095030
- [18] Podestà M, Gorelenkova M, White R B 2014 *Plasma Phys. Control. Fusion* **56** 055003
- [19] He S, Waltz R E, Staebler G M 2017 *Phys. Plasmas* **24** 072305
- [20] Staebler G M, Kinsey J E, Waltz R E 2005 *Phys. Plasmas* **12** 102508
- [21] Chen L, Cheng C Z 1980 *Phys. Fluids* **23** 2242-2249.
- [22] Lang J, Fu G Y, Chen Y 2010 *Phys. Plasmas* **17** 042309
- [23] Waltz R E, Bass E M, Staebler G M 2013 *Phys. Plasmas* **20** 042510
- [24] Waltz R E, Bass E M 2014 *Nucl. Fusion* **54** 104006
- [25] Waltz R E, Bass E M, Heidbrink W W, van Zeeland M A 2015 *Nucl. Fusion* **55** 123012
- [26] He S, Waltz R E 2016 *Nucl. Fusion* **56** 056004
- [27] Betti R, Freidberg J P 1992 *Phys. Fluids B Plasma Phys.* **4** 1465
- [28] Pankin A, McCune D, Andre R, Bateman G, Kritiz A 2004 *Comput. Phys. Commun.* **159** 157
- [29] Todo Y, Van Zeeland M A, Bierwage A., Heidbrink W W 2014 *Nucl. Fusion* **54** 104012
- [30] White R B 2014 *The Theory of Toroidally Confined Plasmas* (3rd Ed.) (Imperial College Press) pp82–90

SPECIAL TOPIC—Energetic particles in magnetic confinement fusion plasma

Improvement of critical gradient model and establishment of an energetic particle module for integrated simulation^{*}

Zou Yun-Peng^{1)†} Chan Vincent²⁾³⁾ Chen Wei¹⁾

1) (*Southwestern Institute of Physics, Chengdu 610041, China*)

2) (*General Atomics, California 92186-5608, USA*)

3) (*School of Nuclear Science and Technology, University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China*)

(Received 27 April 2023; revised manuscript received 4 July 2023)

Abstract

Based on the critical gradient model, the combination of the TGLFEP code and EPtran code is employed to predict energetic particle (EP) transport induced by Alfvén eigenmodes (AEs). To be consistent with the experimental results, the model was improved recently by taking into consideration the threshold evolution and orbit loss mechanism. The threshold is modified to be the normalized critical gradient $((dn/dr)/(n/a))$ instead of the critical gradient (dn/dr) , and the new threshold is defined as a function inversely proportional to the EP density as obtained by the TGLFEP code. Additionally, the EP loss cone calculated by ORBIT is added into the EPtran code, which provides an important additional core loss channel for EPs due to finite orbits. With these two improvements, the EP redistribution profiles are found to very well reproduce the experimental profiles of two DIII-D validation cases (#142111 and #153071) with multiple unstable AEs and large-scale EP transport. In addition, a neural network is established to replace TGLFEP for critical gradient calculation, and EPtran code is rewritten with parallel computing. Based on this, a module of EP is established and it is added into the integrated simulation of OMFIT framework. The integrated simulation of HL-3 with AE transported neutral beam EP profile indicates that EP transport reduces the total pressure and current as expected, but under some condition it could also raise the safety factor in the core.

Keywords: energetic particle, Alfvén eigenmode, critical gradient model, transport

PACS: 52.35.Bj, 52.55.Pi, 52.35.Py, 52.30.Gz

DOI: 10.7498/aps.72.20230681

^{*} Project supported by the National Key R&D Program of China (Grant Nos. 2019YFE03020000, 2018YFE0304103) and the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 12105084).

[†] Corresponding author. E-mail: zouyungpeng@swip.ac.cn

临界梯度模型的优化及集成模拟中高能量粒子模块的搭建

邹云鹏 陈锡熊 陈伟

Improvement of critical gradient model and establishment of an energetic particle module for integrated simulation

Zou Yun-Peng Chan Vincent Chen Wei

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 72, 215206 (2023) DOI: 10.7498/aps.72.20230681

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.72.20230681>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

高能透射电子束照射聚合物薄膜的带电效应

Charging effect of polymer thin film under irradiation of high-energy transmission electron beam

物理学报. 2019, 68(23): 230201 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20191112>

高能带电粒子束对陡峭密度梯度区照相的散射效应解析模型

Analytical model for scattering effect of energetic charged-particle beam in radiography of steep density gradient region

物理学报. 2022, 71(11): 115201 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20212269>

电介质/半导体结构样品电子束感生电流瞬态特性

Transient characteristics of electron beam induced current in dielectric and semiconductor sample

物理学报. 2020, 69(6): 060201 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20191543>

高能粒子测地声模与Dimits区漂移波相互作用

Nonlinear interaction of EGAM with DW turbulence in the Dimits shift region

物理学报. 2022, 71(1): 015201 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20211430>

II型射电暴射电增强与太阳高能粒子事件关系的统计

Statistical analysis of the relationship between type II radio enhancement and solar energetic particle event

物理学报. 2020, 69(16): 169601 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20200041>

II型射电暴分类及其与太阳高能粒子事件的关系

Statistical analysis of characteristics of classified type II radio bursts and their associated solar energetic particle events

物理学报. 2021, 70(9): 099601 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20201800>