

专题: 磁约束等离子体中的高能粒子

高能电子激发比压阿尔芬本征模的全域模拟研究*

包健[†] 张文禄 李定

(中国科学院物理研究所, 软物质物理实验室, 北京 100190)

(2023 年 5 月 16 日收到; 2023 年 10 月 10 日收到修改稿)

采用自主开发的本征值程序 MAS, 基于朗道流体-漂移动理学混合物理模型, 针对近期实验上观测到的高能电子激发比压阿尔芬本征模 (e-BAE) 开展动理学模拟研究. 通过在全域环几何位形下非微扰求解 e-BAE 色散关系, 得到了 e-BAE 实频率、增长率和模结构随环向模数的变化特征, 并发现 e-BAE 在高能电子密度-温度参数空间下存在不稳定岛, 而在传统微扰理论下则不存在不稳定岛. 进一步分析了高能电子非微扰效应对 e-BAE 模结构对称性破缺的影响, 结果表明: 增大高能电子温度可以引起显著的极向对称性破缺; 移动高能电子密度剖面使其驱动强度关于有理面不对称时, e-BAE 模结构产生径向对称性破缺, 并且扰动幅度在平行波数谱空间下分布不对称, 从而引起等离子体自发旋转. 本文研究结果为理解实验上 e-BAE 的激发与传播特征具有参考意义.

关键词: 高能电子, 比压阿尔芬本征模, 非微扰效应, 对称性破缺**PACS:** 52.35.Bj, 52.35.-g, 52.30.Ex, 52.30.Gz**DOI:** 10.7498/aps.72.20230794

1 引言

随着托卡马克上中性束和射频波加热功率的提升, 大量高能粒子 (energetic particles, EP) 会在辅助加热过程中产生^[1], 不同能量和投掷角的 EP 可以通过波-粒子共振激发各类阿尔芬本征模^[2,3], 进一步造成 EP 输运和等离子体约束水平下降^[4]. 近期, 我国 HL-2A 装置上电子回旋波加热实验首次证实了高能电子可以激发比压阿尔芬本征模 (energetic electron driven beta-induced Alfvén eigenmode, e-BAE)^[5], EAST 装置在相似实验条件下也观测到类似 e-BAE 的磁流体不稳定性^[6], 由于高能电子的归一化轨道及特征频率与未来聚变堆等离子体中的 α 粒子相接近, 理解高能

电子激发低频磁流体不稳定性对研究 α 粒子物理具有重要借鉴意义^[7].

针对 e-BAE 的激发机制和饱和机制已开展了一系列理论和初始值模拟研究, 发现深度捕获高能电子通过进动共振激发 e-BAE^[8-11], 并且共振高能电子的非线性响应对 e-BAE 产生带状流具有重要贡献^[12]. 然而, 由于不同研究手段的局限性, e-BAE 的线性性质尚未被完全理解. 例如理论上采用气球模表象求解 e-BAE 色散关系, 其要求平衡剖面和模结构具有较大的尺度分离^[13], 无法准确描述低环向模数的情况; 而初始值模拟采用粒子-网格方法, 包含高能电子的动理学效应, 一方面时空步长受到真实电子质量的严格约束^[14], 另一方面需要模拟大量粒子降低数值噪声, 由于计算量大难以在参数空间中进行大量扫描.

* 国家自然科学基金 (批准号: 12275351, 11905290, 11835016) 和国家磁约束核聚变能发展研究专项 (批准号: 2018YFE0304100) 资助的课题.

[†] 通信作者. E-mail: jbao@iphy.ac.cn

本征值模拟是研究 e-BAE 线性物理性质的有效方法, 一方面将物理方程在托卡马克全域环几何位形下离散并转换为矩阵本征值问题进行求解, 不依赖于空间尺度分离假设; 另一方面对时间进行傅里叶变换, 无需在时域上演化物理量, 极大节省了计算量. 基于朗道流体物理模型的 MAS 本征值程序可以包含主等离子体的动理学效应, 已被用于分析常见的阿尔芬本征模, 包括环形阿尔芬本征模、反磁剪切阿尔芬本征模和比压阿尔芬本征模等^[15–17]. 近期 MAS 程序中加入了高能量电子物理, 通过求解漂移动理学方程得到扰动分布函数, 包含重要的动理学非绝热响应和流体对流响应, 并且经过与第一性原理粒子-网格程序 GTC 校验, MAS 程序可以准确计算 e-BAE 的模结构和色散关系. 围绕目前实验上重点关注的高能量电子激发 e-BAE 温度/密度阈值及模结构对称性破缺两个重要问题, 本文采用 MAS 程序在参数空间下开展 e-BAE 的动理

学模拟研究.

本文第 2 节介绍模拟采用的朗道流体-漂移动理学混合物理模型; 第 3 节分析了 e-BAE 实频率和增长率对环向模数、高能量电子温度和密度的依赖关系, 以及高能量电子非微扰效应引起的 e-BAE 模结构对称性破缺; 第 4 节是总结和讨论.

2 物理模型

MAS 程序采用朗道流体模型描述主等离子体, 漂移动理学模型描述高能量电子, 二者构成一个非微扰的混合物理模型, 自洽包含主等离子体抗磁漂移、朗道阻尼、有限拉莫尔半径, 以及捕获高能量电子进动共振等重要动理学效应. MAS 程序求解的方程组包括涡量方程、平行方向欧姆定律、离子压强方程、平行方向动量方程和离子连续性方程, 具体形式依次为^[15,16]

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} (1 + 0.75 \rho_i^2 \nabla_{\perp}^2) + i \omega_{*p,i} \right] \frac{c}{V_A^2} \nabla_{\perp}^2 \delta \phi + \mathbf{B}_0 \cdot \nabla \left(\frac{1}{B_0} \nabla_{\perp}^2 \delta A_{//} \right) - \frac{4\pi}{c} \delta \mathbf{B} \cdot \nabla \left(\frac{J_{//0}}{B_0} \right) - 8\pi (\nabla \delta P_i + \nabla \delta P_e) \cdot \frac{\mathbf{b}_0 \times \boldsymbol{\kappa}}{B_0} - 8\pi \nabla \delta P_h^A \cdot \frac{\mathbf{b}_0 \times \boldsymbol{\kappa}}{B_0} - i \frac{8\pi q_e}{c T_{h0}} \omega_{D0} \delta P_h^{NA} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \delta A_{//}}{\partial t} = -c \mathbf{b}_0 \cdot \nabla \delta \phi - \frac{c T_{e0}}{q_e n_{e0}} \mathbf{b}_0 \cdot \nabla \delta n_e - \frac{c T_{e0}}{q_e n_{e0} B_0} \delta \mathbf{B} \cdot \nabla n_{e0} - \frac{c m_e}{q_e} \sqrt{\frac{\pi}{2}} v_{the} |k_{//}| \delta u_{//e} + \frac{c^2}{4\pi} \eta_{//} \nabla_{\perp}^2 \delta A_{//}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \delta P_i}{\partial t} + \frac{c \mathbf{b}_0 \times \nabla \delta \phi}{B_0} \cdot \nabla P_{i0} + 2 \Gamma_{i\perp} P_{i0} c \nabla \delta \phi \cdot \frac{\mathbf{b}_0 \times \boldsymbol{\kappa}}{B_0} + \Gamma_{i//} P_{i0} \mathbf{B}_0 \cdot \nabla \left(\frac{\delta u_{//i}}{B_0} \right) + 2 \Gamma_{i\perp} P_{i0} \frac{c}{Z_i} \nabla \delta T_i \cdot \frac{\mathbf{b}_0 \times \boldsymbol{\kappa}}{B_0} + 2 \Gamma_{i\perp} T_{i0} \frac{c}{Z_i} \nabla \delta P_i \cdot \frac{\mathbf{b}_0 \times \boldsymbol{\kappa}}{B_0} + n_{i0} \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{2} v_{thi} |k_{//}| \delta T_i - i \Gamma_{i\perp} \omega_{*p,i} Z_i n_{i0} \rho_i^2 \nabla_{\perp}^2 \delta \phi = 0, \quad (3)$$

$$m_i n_{i0} \frac{\partial \delta u_{//i}}{\partial t} = \frac{Z_i n_{i0}}{q_e n_{e0}} \left(\mathbf{b}_0 \cdot \nabla \delta P_e + \frac{1}{B_0} \delta \mathbf{B} \cdot \nabla P_{e0} \right) - \left(\mathbf{b}_0 \cdot \nabla \delta P_i + \frac{1}{B_0} \delta \mathbf{B} \cdot \nabla P_{i0} \right) + Z_i n_{i0} \frac{m_e}{q_e} \sqrt{\frac{\pi}{2}} v_{the} |k_{//}| \delta u_{//e} - Z_i n_{i0} \frac{c}{4\pi} \eta_{//} \nabla_{\perp}^2 \delta A_{//}, \quad (4)$$

$$\frac{\partial \delta n_i}{\partial t} + \frac{c \mathbf{b}_0 \times \nabla \delta \phi}{B_0} \cdot \nabla n_{i0} + 2 c n_{i0} \nabla \delta \phi \cdot \frac{\mathbf{b}_0 \times \boldsymbol{\kappa}}{B_0} + n_{i0} \mathbf{B}_0 \cdot \nabla \left(\frac{\delta u_{//i}}{B_0} \right) + \frac{2c}{Z_i} \nabla \delta P_i \cdot \frac{\mathbf{b}_0 \times \boldsymbol{\kappa}}{B_0} - i \omega_{*p,i} \frac{Z_i n_{i0}}{T_{i0}} \rho_i^2 \nabla_{\perp}^2 \delta \phi = 0, \quad (5)$$

其中 $\delta \phi$, $\delta A_{//}$, δP_i , $\delta u_{//i}$, δn_i 分别代表静电势、平行方向磁矢势、离子扰动压强、离子平行方向扰动速度和离子扰动密度. 这里, Z_i 和 q_e 分别为离子和电子电荷数, m_i 和 m_e 分别为离子和电子质量; $\Gamma_{i//}$ 和 $\Gamma_{i\perp}$ 分别为离子平行和垂直方向绝热系数, T_{i0} , T_{e0} 和 T_{h0} 分别代表离子、热电子和高能量电子平衡温度; n_{i0} , n_{e0} 和 n_{h0} 分别代表离子、热电子和高能量电子平衡密度, 并满足准电中性条件 $Z_i n_{i0} + q_e (n_{e0} + n_{h0}) = 0$; $P_{i0} = n_{i0} T_{i0}$ 代表离子平衡压强; \mathbf{B}_0 和 B_0 分别为平衡磁场强度及其大小, $\mathbf{b}_0 = \mathbf{B}_0/B_0$ 为平衡磁场单位矢量, $k_{//} = -i \mathbf{b}_0 \cdot \nabla$ 为平行方向波矢; $\rho_i = \frac{v_{thi}}{\Omega_{ci}}$ 为离子拉莫尔半径, $v_{thi} = \sqrt{\frac{T_{i0}}{m_i}}$ 为离子热速度, $\Omega_{ci} = \frac{Z_i B_0}{(cm_i)}$ 为离子回旋频率; $v_{the} = \sqrt{\frac{T_{e0}}{m_e}}$ 为热电子热速度; $V_A = \frac{B_0}{\sqrt{4\pi n_{i0} m_i}}$ 为阿尔芬速度; $\omega_{*p,i} = \omega_{*n,i} + \omega_{*T,i}$ 为离子抗磁

漂移频率 ($\omega_{*n,i} = -i \frac{cT_{i0}}{Z_i B_0} \mathbf{b}_0 \times \frac{\nabla n_{i0}}{n_{i0}} \cdot \nabla$, $\omega_{*T,i} = -i \frac{c}{Z_i B_0} \mathbf{b}_0 \times \nabla T_{i0} \cdot \nabla$); $J_{//0} = \frac{c}{4\pi} \mathbf{b}_0 \cdot \nabla \times \mathbf{B}_0$ 为平行方向平衡电流密度; $\kappa = \mathbf{b}_0 \cdot \nabla \mathbf{b}_0$ 为平衡磁场曲率; $\eta_{//} = 0.51 m_e \nu_{ei} / (n_{e0} e^2)$ 为平行方向电阻率. 为了封闭方程 (1)–(5) 式, 电子压强 δP_e 、电子温度 δT_e 和离子温度 δT_i 由以下状态方程确定:

$$\delta P_e = \delta n_e T_{e0} + n_{e0} \delta T_e, \quad (6)$$

$$\mathbf{b}_0 \cdot \nabla \delta T_e + \frac{1}{B_0} \delta \mathbf{B} \cdot \nabla T_{e0} = 0, \quad (7)$$

$$\delta T_i = \frac{1}{n_{i0}} (\delta P_i - \delta n_i T_{i0}). \quad (8)$$

电子扰动密度 δn_e 和电子平行方向扰动速度 $\delta u_{//e}$ 分别通过准电中性条件和平行方向安培定律进行求解:

$$\delta n_e = -\frac{Z_i}{q_e} \delta n_i - \frac{c^2}{4\pi q_e V_A^2} \nabla_\perp^2 \delta \phi - (\delta n_h^A + \delta n_h^{NA}), \quad (9)$$

$$q_e n_{e0} \delta u_{//e} = -Z_i n_{i0} \delta u_{//i} - \frac{c}{4\pi} \nabla_\perp^2 \delta A_{//} - q_e n_{h0} \delta u_{//h}. \quad (10)$$

高能电子扰动密度 δn_h 、平行方向扰动速度 $\delta u_{//h}$ 和扰动压强 δP_h 由其扰动分布函数在速度空间积分得出, 并且通过 (1) 式、(9) 式和 (10) 式与主等离子体朗道流体模型进行耦合, 具体形式是

$$\delta n_h^A = -\frac{q_e n_{h0}}{T_{h0}} (\delta \phi - \delta \psi) - \frac{q_e n_{h0}}{T_{h0}} \frac{\omega_{*n,h}}{\omega} \delta \psi, \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \delta n_h^{NA} = & -f_t \frac{q_e n_{h0}}{T_{h0}} \left[2 \left(1 - \frac{\omega_{*n,h}}{\omega} + \frac{3}{2} \frac{\omega_{*T,h}}{\omega} \right) \zeta R_1(\sqrt{\zeta}) - 2 \frac{\omega_{*T,h}}{\omega} \zeta R_3(\sqrt{\zeta}) \right] (\delta \phi - \delta \psi) \\ & - f_t \frac{q_e n_{h0}}{T_{h0}} \left[2 \left(1 - \frac{\omega_{*n,h}}{\omega} + \frac{3}{2} \frac{\omega_{*T,h}}{\omega} \right) R_3(\sqrt{\zeta}) - 2 \frac{\omega_{*T,h}}{\omega} R_5(\sqrt{\zeta}) \right] \delta \psi, \end{aligned} \quad (12)$$

$$\delta u_{//h} = -\frac{q_e}{T_{h0}} \frac{\omega}{k_{//}} (1 - f_t) \left(1 - \frac{\omega_{*n,h}}{\omega} \right) (\delta \phi - \delta \psi) - 2 \frac{q_e}{T_{h0}} \frac{\omega}{k_{//}} \left(\frac{\omega_D}{\omega} - f_t \frac{3}{4} \frac{\omega_{D0}}{\omega} \right) \left(1 - \frac{\omega_{*n,h}}{\omega} - \frac{\omega_{*T,h}}{\omega} \right) \delta \psi, \quad (13)$$

$$\delta P_{//h}^A = \delta P_{\perp h}^A = -q_e n_{h0} (\delta \phi - \delta \psi) - q_e n_{h0} \left(\frac{\omega_{*n,h}}{\omega} + \frac{\omega_{*T,h}}{\omega} \right) \delta \psi, \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \delta P_h^{NA} = & -f_t q_e n_{h0} \left[\left(1 - \frac{\omega_{*n,h}}{\omega} + \frac{3}{2} \frac{\omega_{*T,h}}{\omega} \right) \zeta R_3(\sqrt{\zeta}) - \frac{\omega_{*T,h}}{\omega} \zeta R_5(\sqrt{\zeta}) \right] (\delta \phi - \delta \psi) \\ & - f_t q_e n_{h0} \left[\left(1 - \frac{\omega_{*n,h}}{\omega} + \frac{3}{2} \frac{\omega_{*T,h}}{\omega} \right) R_5(\sqrt{\zeta}) - \frac{\omega_{*T,h}}{\omega} R_7(\sqrt{\zeta}) \right] \delta \psi. \end{aligned} \quad (15)$$

(11)–(15) 式中, 上角标“A”和“NA”分别表示绝热部分和非绝热部分; $\delta \psi = \omega \delta A_{//} / (ck_{//})$; $f_t = \sqrt{1 - \lambda_{\text{low}}(B_0/B_a)}$ 为捕获粒子比例, 其中 $\lambda_{\text{low}} = B_a/B_{\text{max}}$ 为投掷角, B_a 为磁轴处磁场, B_{max} 为磁面上最大磁场. 各种漂移频率定义为 $\omega_{*n,h} = -i \frac{cT_{h0}}{q_e B_0} \mathbf{b}_0 \times \frac{\nabla n_{h0}}{n_{h0}} \cdot \nabla$, $\omega_{*T,h} = -i \frac{c}{q_e B_0} \mathbf{b}_0 \times \nabla T_{h0} \cdot \nabla$, $\omega_{D0} = -i \frac{cT_{h0}}{q_e} \frac{\mathbf{b}_0 \times \kappa}{B_0} \cdot \nabla \Big|_{\theta=0}$, 注意 $\theta = 0$ 代表为外中平面处的值. 关于 $\zeta = \omega/\omega_{D0}$ 的响应函数定义为 $R_1(x) = 1 + xZ(x)$, $R_3(x) = 0.5 + x^2 + x^3Z(x)$, $R_5(x) = 0.75 + 0.5x^2 + x^4 + x^5Z(x)$ 和 $R_7(x) = 1.875 + 0.75x^2 + 0.5x^4 + x^6 + x^7Z(x)$, 其中 $Z(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\exp(-t^2) dt}{t - x}$ 为等离子体色散函数.

3 模拟结果

3.1 平衡参数

为了分析 e-BAE 的主要物理特点, 本文采用文献 [10] 中的同心圆截面解析平衡参数进行计算,

具体包括: 磁轴处磁场强度大小 $B_0 = 1.91$ T、大半径 $R_0 = 0.65$ m、小半径 $a = 0.333 R_0$, 安全因子 q 和磁剪切 $s = (1/q)(dq/dr)$ 剖面如图 1(a) 所示. 采用质子为主离子 (电荷为 $Z_i = e$), 主离子和主电子、高能电子温度均匀分布, 分别为 $T_{i0} = T_{e0} = 500$ eV

和 $T_{h0} = 25T_{e0}$. 主电子密度均匀分布 $n_{e0} = 1.3 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}$, 高能电子密度 n_{h0} 剖面如图 1(b) 所示. 在 $q = 2$ 有理面处驱动强度最大 $|R_0/L_{n,h}|_{\max} = 12.7$, 其中 $L_{n,h} = (\nabla n_{h0}/n_{h0})^{-1}$ 为梯度特征长度, 主离子密度 n_{i0} 则由准电中性条件 $Z_i n_{i0} + q_e(n_{e0} + n_{h0}) = 0$ 确定.

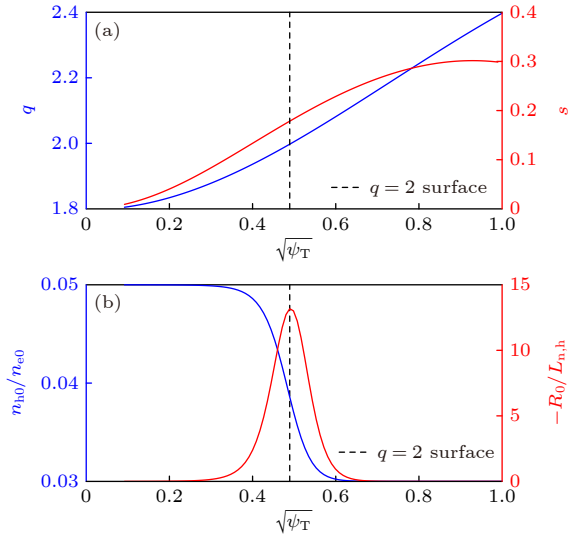


图 1 模拟采用的平衡参数 (其中 ψ_T 表示归一化环向磁通) (a) 安全因子 q 和磁剪切 $s = \frac{1}{q} \frac{dq}{dr}$ 剖面; (b) 高能电子密度 n_{h0} 及其梯度特征长度 $L_{n,h}^{-1} = \frac{1}{n_{h0}} \frac{dn_{h0}}{dr}$ 剖面

Fig. 1. Simulation equilibrium parameters: (a) Radial profiles of safety factor q and magnetic shear $s = \frac{1}{q} \frac{dq}{dr}$; (b) radial profiles of energetic electron density n_{h0} and corresponding gradient scale length $L_{n,h}^{-1} = \frac{1}{n_{h0}} \frac{dn_{h0}}{dr}$.

3.2 阿尔芬连续谱与 e-BAE 特征

首先在不同环向模数 n 下, 计算理想磁流体连续谱和 e-BAE 本征模, 如图 2 所示. 在 $q = 2$ 有理面附近, $m = nq$ 的极向分量形成连续谱势阱, 其最低极值点是 BAE 连续谱积累点 (continuum accumulation point, CAP)^[18], 并且 BAE-CAP 的频率不随 n 变化. 结合图 2 和图 3 可以发现, 在 $n = 2$ 增大到 $n = 5$ 的过程中, 连续谱势阱逐渐变窄, 由于 BAE 本征模是动理学阿尔芬波束缚在连续谱势阱内形成的^[19], 因此 e-BAE 模结构的径向宽度也相应变窄. 在图 3(a1)—(d1) 中, e-BAE 静电势 $\delta\phi$ 的二维模结构呈现“回旋镖”形状, 这是由高能电子非微扰效应造成的: 即 (15) 式代入 (1) 式后, 涡量方程 (1) 包含反厄米分量贡献, 引起 e-BAE 极向模结构具有上-下不对称性, 这与近期 e-BAE 的

气球模理论研究结论相似^[9], 并且在高能离子激发 BAE 的理论和模拟研究中也观察到对称性破缺现象^[20,21]; 另一方面, 如图 3(a2)—(d2) 所示, e-BAE 由一个主极向分量和两个边带极向分量组成, 主极向分量在 $q = 2$ 有理面处满足共振条件 $m = nq$ 且幅度远大于边带极向分量, 因此 e-BAE 呈现弱气球模结构.

进一步分析 e-BAE 色散关系: 实频率主要是由 BAE-CAP 决定的, 几乎不随 n 变化, 如图 4 蓝线所示. 尽管高能电子抗磁漂移频率 $\omega_{*n,h}$ 和 $\omega_{*T,h}$ 与 n 成正比, 自由能在高 n 时更容易释放, 但由于捕获高能电子通过进动共振驱动 e-BAE, 因此共振条件匹配度 $\zeta = \omega/\omega_{D0}$ 与 n 成反比, 最终使得 e-BAE 增长率随 n 先增大后降低, 如图 4 红线所示.

3.3 高能电子温度和密度对 e-BAE 色散关系的影响

传统研究通常采用微扰方法计算高能粒子激发阿尔芬本征模, 即求解主等离子体方程计算阿尔芬本征模实频率和模结构, 再代入到 EP 贡献项中计算增长率^[22]. 随着实验上加热功率的提高, EP 与主等离子体的比压已经接近, 实验和第一性原理模拟研究均表明 EP 对阿尔芬本征模实频率和模结构的非微扰效应不可忽略^[23–25]. 为了更加符合当前 EP 实验情况, MAS 程序采用非微扰模拟方法, 自洽包含高能电子贡献项对模结构、实频率和增长率的影响. 这里选取图 4 中最不稳定的 $n = 3$ e-BAE, 计算实频率和增长率在 $n_{h0,a} - T_{h0}$ 参数空间中的分布, 这里 $n_{h0,a}$ 代表磁轴处的高能电子密度值, 另外本文模拟中高能电子温度分布均匀, 因此采用 T_{h0} 代表其温度值. 如图 5(a) 所示, 实频率 ω_r 随着 $n_{h0,a}$ 和 T_{h0} 增大而降低, 这是由于方程 (14) 代入 (1) 式后磁流体交换模项增大造成的^[18]; 另一方面, 由于 ω_r 随 $n_{h0,a}$ 的变化影响了共振条件匹配度 $\zeta = \omega/\omega_{D0}$, 因此增长率 γ 不再随 $n_{h0,a}$ 单调增大, 而是随 $n_{h0,a}$ 先增大后降低, 形成图 5(b) 中的不稳定岛; 另外 MAS 模拟同时包含高能电子驱动效应和背景等离子体阻尼效应, 只有对于图 5(b) 中青蓝色实线 ($\gamma = 0$) 边界内的 $n_{h0,a}$ 和 T_{h0} 参数区间, e-BAE 才可以不稳定, 激发 e-BAE 的最低高能电子比压 $\min(\beta_{h,crit})$ 对应的 $n_{h0,a}$ 和 T_{h0} 如图 5(b) 中红色五角星所示.

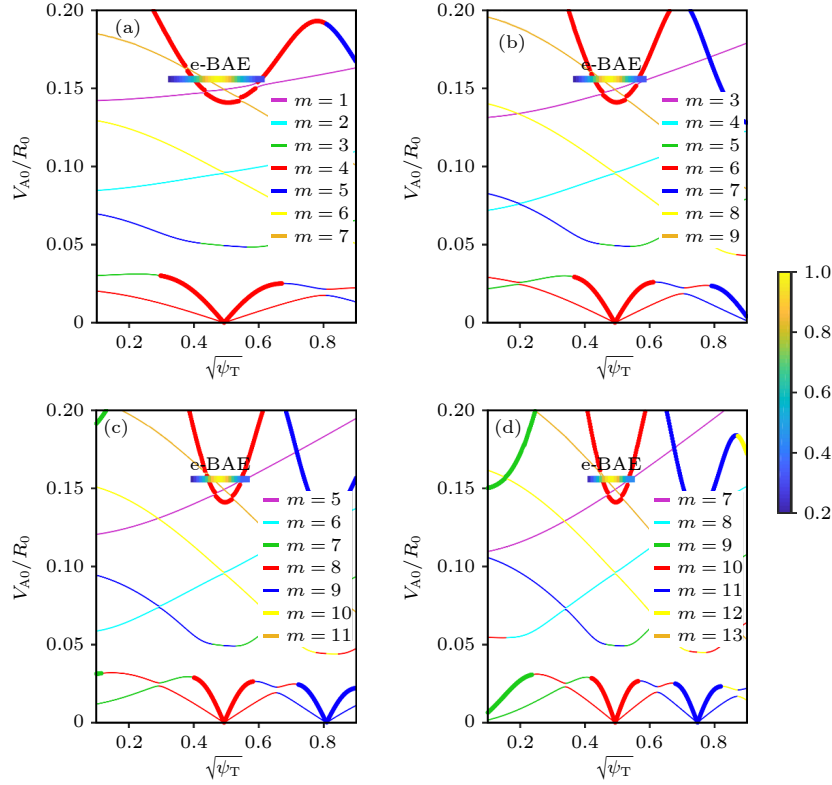


图 2 (a)–(d) 环向模数 $n = 2$, $n = 3$, $n = 4$ 和 $n = 5$ 的连续谱, 其中细线代表声波, 粗线代表阿尔芬波, 彩色代表归一化的 e-BAE 振幅强弱; 纵轴刻度单位是 V_{A0}/R_0 (即磁轴处阿尔芬频率), 其中 $V_{A0} = B_{0,a}/\sqrt{4\pi n_{i0,a} m_i}$ 为磁轴处阿尔芬速度, R_0 为磁轴处大半径, $B_{0,a}$ 为磁轴处磁场, $n_{i0,a}$ 为磁轴处离子密度

Fig. 2. (a)–(d) Continuous spectra of toroidal mode numbers $n = 2$, $n = 3$, $n = 4$ and $n = 5$, where the thin line represents the acoustic branch, the thick line represents the Alfvénic branch, and the colorbar represents the normalized radial amplitude of e-BAE.

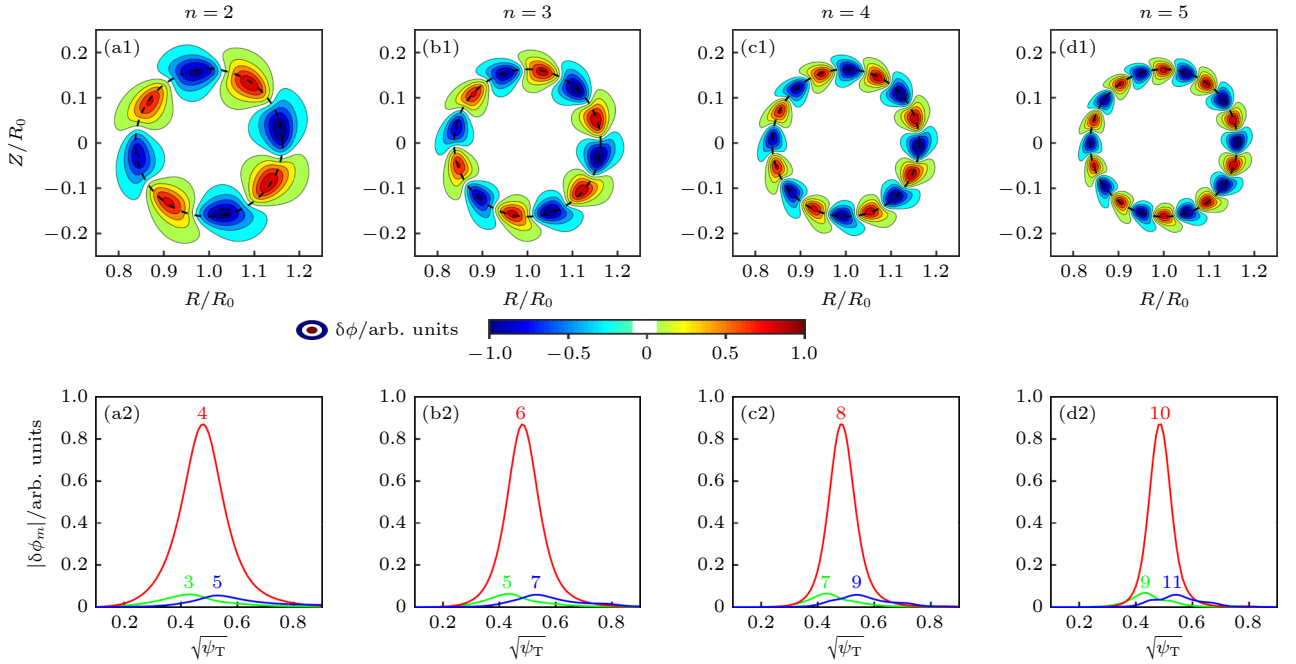


图 3 (a1)–(d1) 环向模数 $n = 2$, $n = 3$, $n = 4$ 和 $n = 5$ 的 e-BAE 静电势 $\delta\phi$ 二维模结构; (a2)–(d2) 各极向傅里叶分量剖面

Fig. 3. (a1)–(d1) The 2D poloidal mode structures of electrostatic potential $\delta\phi$ of toroidal mode numbers $n = 2$, $n = 3$, $n = 4$ and $n = 5$; (a2)–(d2) radial profiles of each poloidal harmonics.

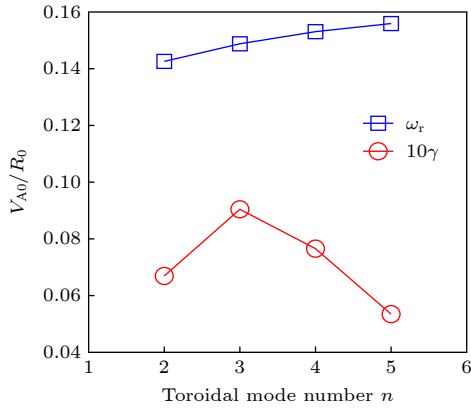


图 4 e-BAE 实频率和增长率随环向模数 n 的变化, 其中纵轴刻度单位是 V_{A0}/R_0 (即磁轴处阿尔芬频率)

Fig. 4. The e-BAE real frequency and growth rate dependences on the toroidal mode number n .

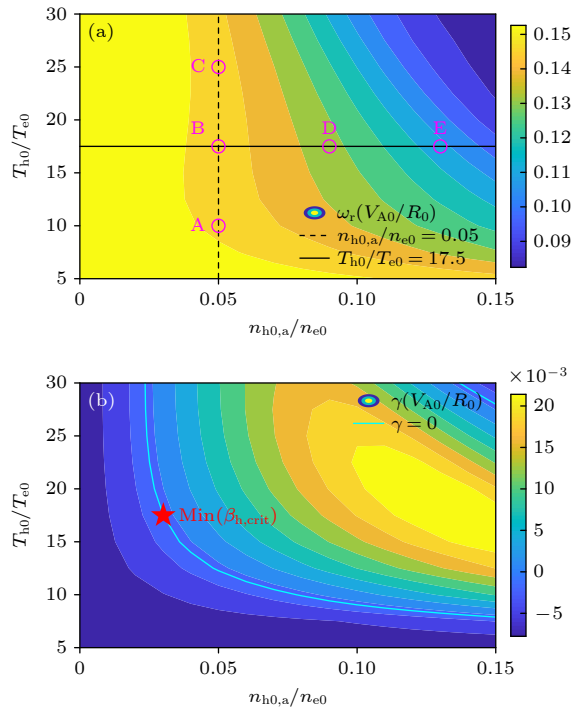


图 5 e-BAE (a) 实频率和 (b) 增长率随高能电子密度和温度的依赖关系. A—E 为参数空间下的 5 个代表算例, 用于下一步模结构分析. 青蓝色实线为 e-BAE 临界不稳定边界 ($\gamma = 0$), 五角星为激发 e-BAE 需要的最小高能电子比压对应的密度和温度值

Fig. 5. The e-BAE (a) real frequency and (b) growth rate dependences on energetic electron (EE) density and temperature. A—E are five typical cases for next mode structure analysis. Cyan solid line represents the boundary of marginal stable e-BAEs with $\gamma = 0$, and the pentagram marks the EE density and temperature locations of the minimal value of EE β_h required for e-BAE excitation.

3.4 e-BAE 模结构对称性破缺

如前文所述, e-BAE 模结构具有“回旋镖”形

状特征, 属于典型的极向对称性破缺, 为了进一步明确 $n_{h0,a}$ 和 T_{h0} 对 e-BAE 模结构的影响, 将图 5(a) 中 A—E 五个算例分为两组进行内部比较: 算例 A, B, C 中高能电子密度相同 $n_{h0,a} = 0.05n_{e0}$, 温度分别为 $T_{h0}/T_{e0} = 10$, $T_{h0}/T_{e0} = 17.5$ 和 $T_{h0}/T_{e0} = 25$; 算例 B, D, E 中高能电子温度相同 $T_{h0}/T_{e0} = 17.5$, 密度分别为 $n_{h0,a} = 0.05n_{e0}$, $n_{h0,a} = 0.09n_{e0}$ 和 $n_{h0,a} = 0.13n_{e0}$. 如图 6 所示: 算例 A, B, C 中模结构的“回旋镖”形状特征依次增强, 并且对于 $m = 6$ 的主极向分量, 其相位角 $\theta_r = \arctan \left[\frac{\text{Im}(\delta\phi_{m=6})}{\text{Re}(\delta\phi_{m=6})} \right]$ 沿着径向的变化增大 (蓝色实线), 说明有限 T_{h0} 对应的非微扰效应既导致 ω_r 降低, 也加剧了模结构的极向对称性破缺. 如图 7 所示, 算例 B, D, E 中模结构的“回旋镖”形状相似, $m = 6$ 主极向分量的相位角 θ_r 变化也基本一致, 说明有限 n_{h0} 对应的非微扰效应主要引起 ω_r 降低, 而对 e-BAE 模结构的影响很小.

高能电子非微扰效应不仅使 e-BAE 模结构产生极向对称性破缺, 当其密度或温度梯度的特征长度剖面 (即 $|R_0/L_{n,h}|$ 或 $|R_0/L_{T,h}|$) 关于有理面不对称时, 还会引起模结构的径向对称性破缺. 通过变化最强驱动 $|R_0/L_{n,h}|_{\max}$ 与 $q = 2$ 有理面的相对位置, 选取了 3 个算例分析径向对称性破缺, 如图 8(a) 所示, 采用图 5 中算例 C 的 $n_{h0,a} = 0.05n_{e0}$ 和 $T_{h0}/T_{e0} = 25$ 参数作为“零偏移 (zero shift)”算例, 向左和向右移动 n_{h0} 剖面作为“左偏移 (left shift)”和“右偏移 (right shift)”算例. 如图 8(b) 所示: “左偏移”、“零偏移”和“右偏移”算例中 $|R_0/L_{n,h}|_{\max}$ 对应的径向位置分别为 $r_{\max}(-R_0/L_{n,h})/a = 0.41$, $r_{\max}(-R_0/L_{n,h})/a = 0.49$ 和 $r_{\max}(-R_0/L_{n,h})/a = 0.57$, 并且只有“零偏移”算例的 $|R_0/L_{n,h}|_{\max}$ 位置与 $q = 2$ 有理面重合. 图 9(a1)—(c1) 分别为“左偏移”、“零偏移”和“右偏移”算例的 $\delta\phi$ 二维模结构: 当最强驱动 $|R_0/L_{n,h}|_{\max}$ 的径向位置向左和向右偏离 $q = 2$ 有理面时, $\delta\phi$ 模结构强度分布也向左和向右偏移, “回旋镖”模结构产生显著的径向不对称性. 图 9(a2)—(c2) 为 $m = 6$ 主极向分量及其相位角 θ_r , 发现只有“零偏移”算例中相位角变化 $\Delta\theta_r$ 的极值点在灰色阴影区域的中间 (即关于 $q = 2$ 有理面对称), 而“左偏移”和“右偏移”算例中 $\Delta\theta_r$ 极值点分别在灰色阴影区域的右侧和左侧, 与 $\delta\phi$ 模结构强度分布偏移正好相反.

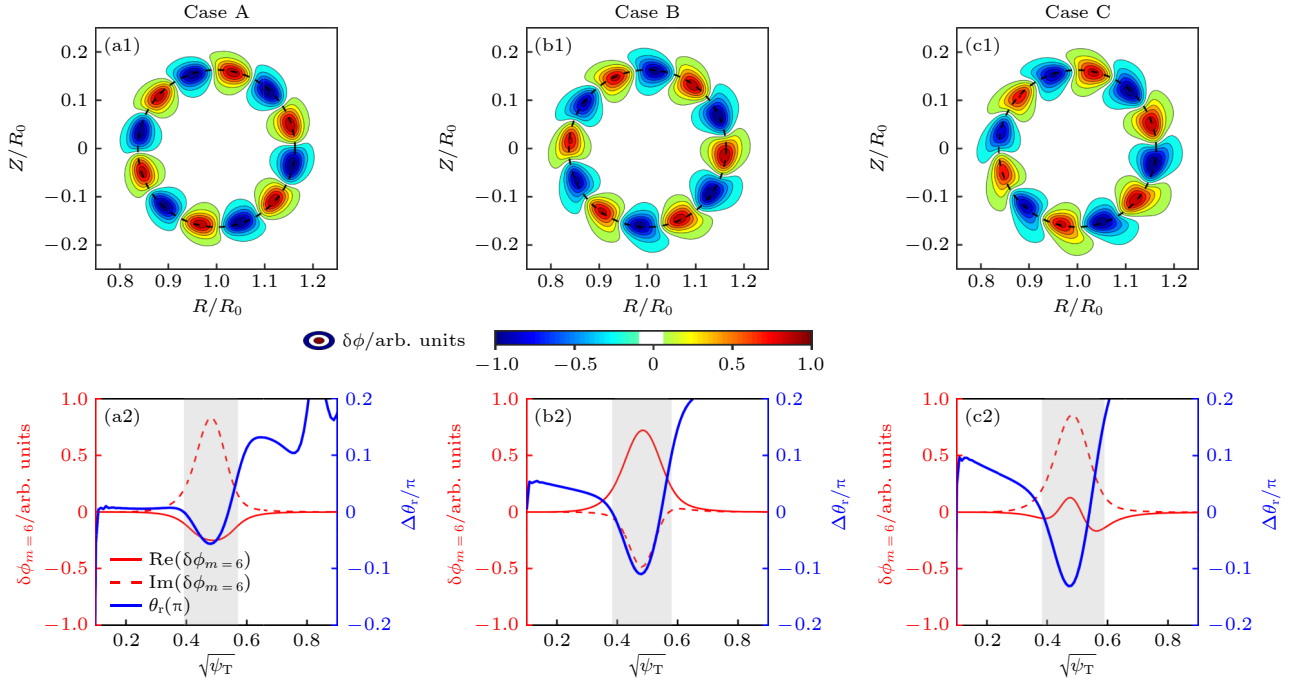


图 6 (a1)–(c1) 图 5 中 A, B, C 算例的静电势 $\delta\phi$ 二维模结构; (a2)–(c2) A, B, C 算例中主极向分量 $\delta\phi_{m=6}$ 及其相位角 $\theta_t = \arctan \frac{\text{Im}(\delta\phi_{m=6})}{\text{Re}(\delta\phi_{m=6})}$ 的径向剖面, 灰色阴影部分表示 e-BAE 有限振幅区域

Fig. 6. (a1)–(c1) The 2D poloidal mode structures of electrostatic potential $\delta\phi$ for cases A, B and C in Fig. 5; (a2)–(c2) the radial profiles of dominant principal poloidal harmonic of $\delta\phi_{m=6}$ and corresponding phase angle $\theta_t = \arctan \frac{\text{Im}(\delta\phi_{m=6})}{\text{Re}(\delta\phi_{m=6})}$, and the gray shaded region represents the radial domain with finite e-BAE amplitude.

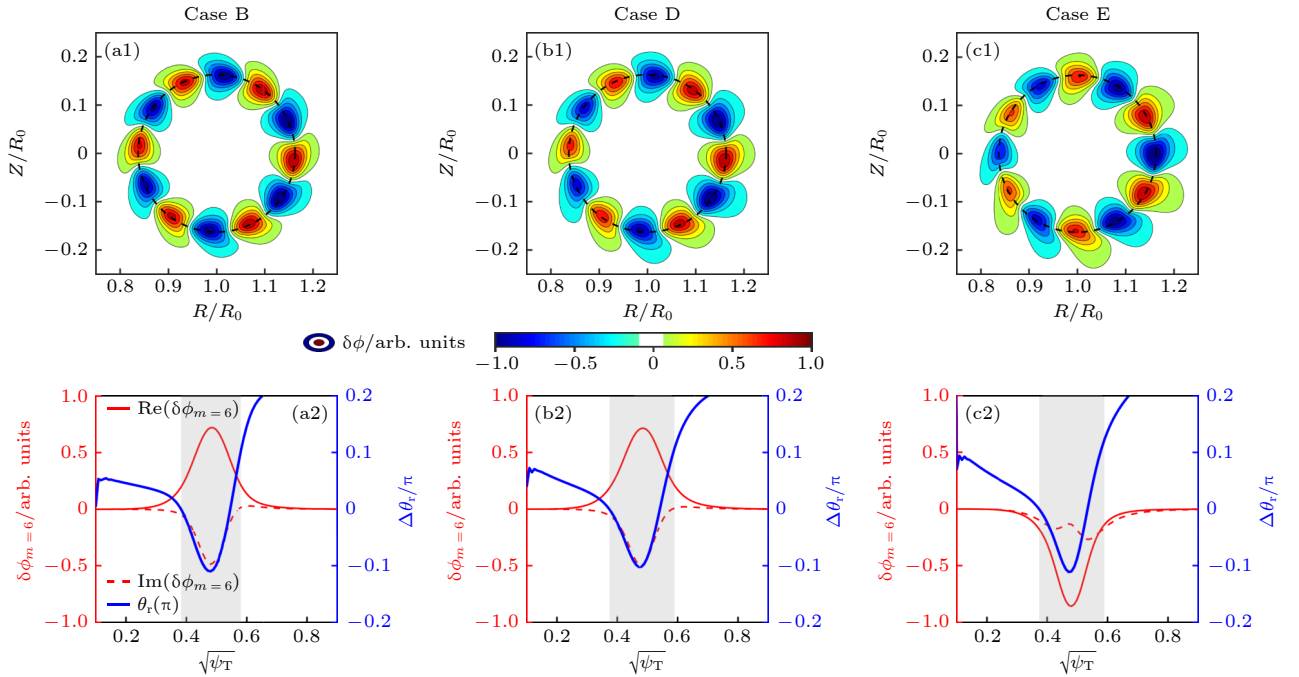


图 7 (a1)–(c1) 图 5 中 B, D, E 算例的静电势 $\delta\phi$ 二维模结构; (a2)–(c2) B, D, E 算例中主极向分量 $\delta\phi_{m=6}$ 及其相位角 $\theta_t = \arctan \frac{\text{Im}(\delta\phi_{m=6})}{\text{Re}(\delta\phi_{m=6})}$ 的径向剖面, 灰色阴影部分表示 e-BAE 有限振幅区域

Fig. 7. (a1)–(c1) The 2D poloidal mode structures of electrostatic potential $\delta\phi$ for cases B, D and E in Fig. 5; (a2)–(c2) the radial profiles of dominant principal poloidal harmonic of $\delta\phi_{m=6}$ and corresponding phase angle $\theta_t = \arctan \frac{\text{Im}(\delta\phi_{m=6})}{\text{Re}(\delta\phi_{m=6})}$, and the gray shaded region represents the radial domain with finite e-BAE amplitude.

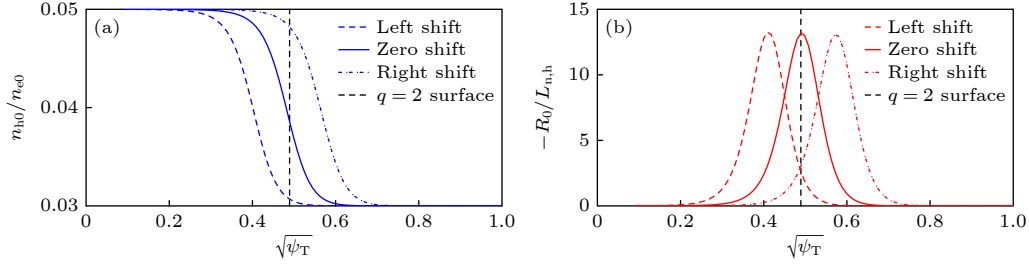


图 8 (a) 固定高能电子在磁轴处的密度 $n_{h0,a}/n_{e0} = 0.05$, 向左和向右移动高能电子密度剖面; (b) 对应的密度梯度特征长度剖面
Fig. 8. (a) Fix the on-axis EE density with $n_{h0,a}/n_{e0} = 0.05$ and shift the density profile left and right; (b) the corresponding gradient scale length profiles.

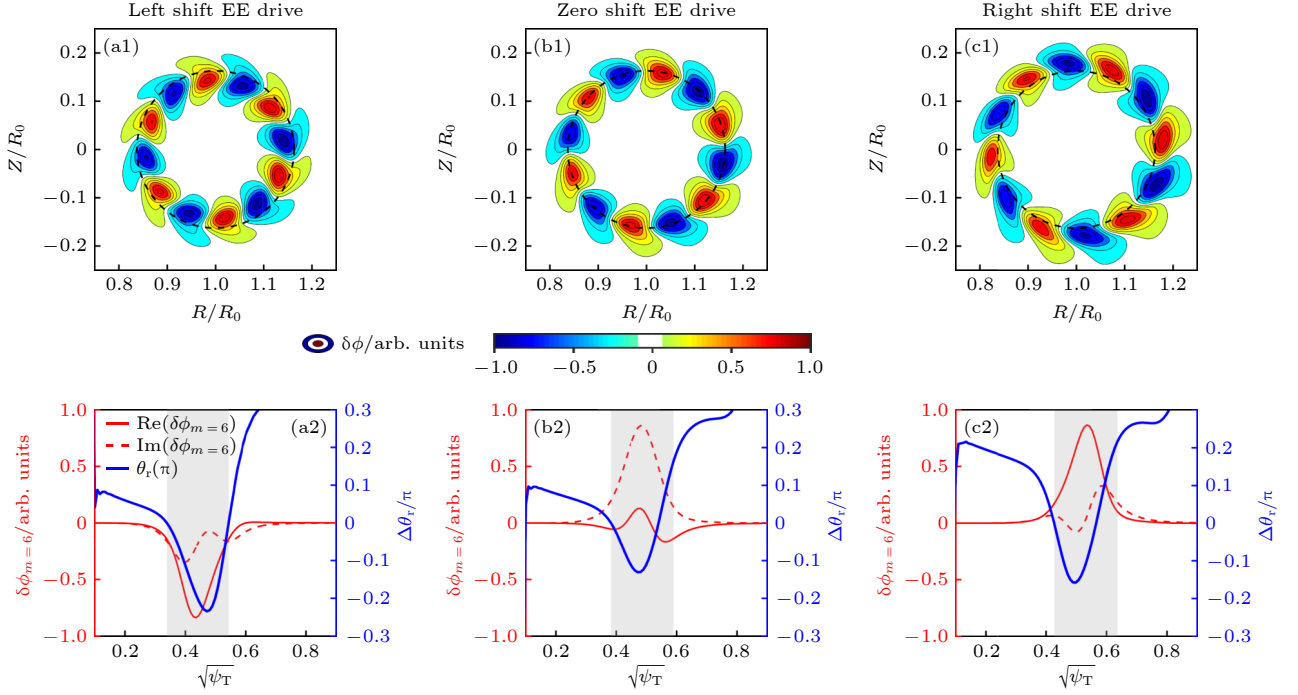


图 9 (a1)–(c1) 向左移动、未移动和向右移动高能电子密度分布的 e-BAE 算例下静电势 $\delta\phi$ 的二维模结构; (a2)–(c2) 主极向分量 $\delta\phi_m=6$ 及其相位角 $\theta_r = \arctan(\text{Im}(\delta\phi_m=6)/\text{Re}(\delta\phi_m=6))$ 的径向剖面.

Fig. 9. (a1)–(c1) The 2D poloidal mode structures of e-BAE electrostatic potential calculated using left-shifted, zero-shifted and right-shifted EE density profiles in Fig. 8; (a2)–(c2) the radial profiles of dominant principal poloidal harmonic of $\delta\phi_m=6$ and corresponding phase angle $\theta_r = \arctan(\text{Im}(\delta\phi_m=6)/\text{Re}(\delta\phi_m=6))$.

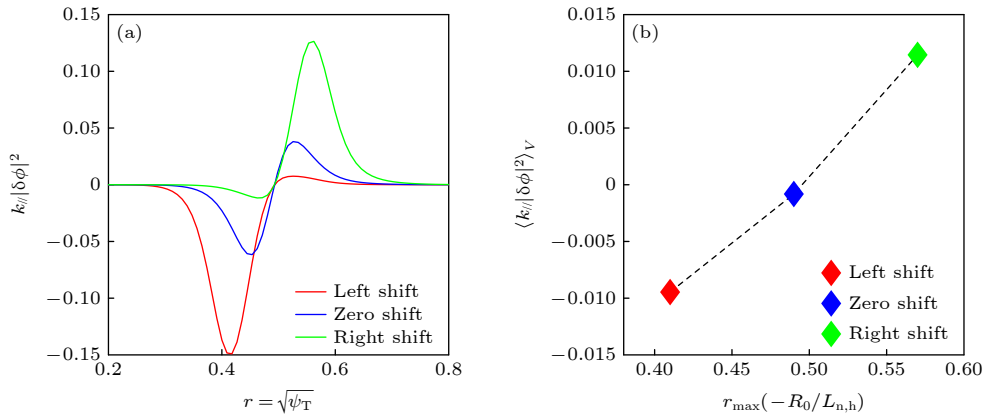


图 10 (a) 向左移动、未移动和向右移动高能电子密度分布算例下 $k_{\perp}|\delta\phi|^2$ 的径向剖面; (b) 对应的体积平均值 $\langle k_{\perp}|\delta\phi|^2 \rangle_V$.

Fig. 10. (a) Radial profiles of $k_{\perp}|\delta\phi|^2$ for cases using left-shifted, zero-shifted and right-shifted EE density distributions; (b) corresponding volume-averaged value of $\langle k_{\perp}|\delta\phi|^2 \rangle_V$.

径向对称性破缺还会导致 $\delta\phi$ 扰动在平行波数 $k_{\parallel} = (nq - m)/(qR_0)$ 谱空间中分布不对称, 从而产生有限 $\langle k_{\parallel} |\delta\phi|^2 \rangle_V$ 及相应的残余协强 ($\langle \cdot \rangle_V$ 代表体积平均值), 是驱动等离子体自发旋转的重要机制之一^[26]. 基于图 9 中 3 个算例的模结构, 计算相应的 $k_{\parallel} |\delta\phi|^2$ 径向剖面 and 体积平均值 $\langle k_{\parallel} |\delta\phi|^2 \rangle_V$, 如图 10(a) 和图 10(b) 所示, 发现“左偏移”和“右偏移”算例的 $k_{\parallel} |\delta\phi|^2$ 剖面关于 $q = 2$ 有有理面对称, 并且 $\langle k_{\parallel} |\delta\phi|^2 \rangle_V$ 具有有限值; “零偏移”算例具有对称的 $k_{\parallel} |\delta\phi|^2$, 由于正负区域相互抵消导致 $\langle k_{\parallel} |\delta\phi|^2 \rangle_V$ 接近于零. 以上计算表明当高能电子驱动强度关于有理面分布不对称时, e-BAE 可以引起有理面附近局域的等离子体自发旋转.

4 总结和讨论

为了深入理解 e-BAE 不稳定性特征, 本文利用自主开发的 MAS 本征值程序开展全域动力学模拟研究. 模拟采用朗道流体模型描述主等离子体, 漂移动理学模型描述高能电子, 非微扰地在参数空间下计算 e-BAE 模结构、实频率和增长率. 主要结果和发现如下:

1) 随着环向模数 n 增大, e-BAE 所在的阿尔芬连续谱势阱宽度变窄, 从而导致 e-BAE 径向模结构宽度变窄; 但 BAE-CAP 频率不随 n 变化, 因此 e-BAE 频率随 n 变化很小; e-BAE 增长率受到进动共振匹配条件的影响, 随 n 先增大后降低.

2) 本文的亮点是通过计算不同 $n_{h0,a}$ 和 T_{h0} 下 e-BAE 实频率和增长率, 发现高能电子非微扰效应可以定性改变 e-BAE 色散关系图谱: 即 e-BAE 实频率随 $n_{h0,a}$ 增大而显著降低, 进而影响共振条件导致增长率随 $n_{h0,a}$ 先增大后降低. 而传统微扰方法则认为阿尔芬本征模实频率不受 $n_{h0,a}$ 的影响, 增长率随 $n_{h0,a}$ 单调增大. 另一方面, e-BAE 实频率和增长率随 T_{h0} 的变化与 n_{h0} 趋势相似, 导致 e-BAE 增长率在 $n_{h0,a} - T_{h0}$ 参数空间存在不稳定岛, 而微扰方法下则不存在不稳定岛.

3) 高能电子非微扰效应引起 e-BAE 模结构对称性破缺. 当驱动强度剖面 $|R_0/L_{n,h}|$ 关于有理面对称时, $\delta\phi$ 二维模结构仅产生极向对称性破缺, 呈现沿极向上-下不对称但关于有理面对称的“回旋镖”特征; 当 $|R_0/L_{n,h}|$ 剖面关于有理面对称时, $\delta\phi$ 二维模结构同时存在极向和径向对称性破缺,

即“回旋镖”模结构不再关于有理面对称, 通过计算发现径向对称性破缺可以产生有限 $\langle k_{\parallel} |\delta\phi|^2 \rangle_V$ 并引起等离子体自发旋转.

本文重点分析了高能电子非微扰效应对 e-BAE 线性性质的影响. 下一步计划研究主等离子体温度、密度以及高能电子各向异性分布函数的影响, 并结合机器学习在参数空间下训练高效代理模型^[27], 为理解和预测实验上 e-BAE 不稳定性提供支持.

感谢核工业西南物理研究院陈伟研究员和浙江大学仇志勇教授的讨论.

参考文献

- [1] Fasoli A, Gormenzano C, Berk H L, Breizman B, Briguglio S, Darrow D S, Gorelenkov N, Heidbrink W W, Jaun A, Konovalov S V, Nazikian R, Noterdaeme J M, Sharapov S, Shinohara K, Testa D, Tobita K, Todo T, Vlad G, Zonca F 2007 *Nucl. Fusion* **47** S264
- [2] Chen L, Zonca F, 2016 *Rev. Mod. Phys.* **88** 015008
- [3] Heidbrink W W 2008 *Phys. Plasmas* **15** 055501
- [4] Heidbrink W W 2020 *Phys. Plasmas* **27** 030901
- [5] Chen W, Ding X T, Yang Q W, Liu Y, Ji X Q, Zhang Y P, Zhou J, Yuan G L, Sun H J, Li W, Zhou Y, Huang Y, Dong J Q, Feng B B, Song X M, Shi Z B, Liu Z T, Song X Y, Li L C, Duan X R, Liu Y 2010 *Phys. Rev. Lett.* **105** 185004
- [6] Zhao N, Bao J, Chen W, Shi T H, Wang Z X, Yan N, Liu S C, Liu H Q, Zang Q, Lin S Y, Wu X H, Chu Y Q, Wang Y M, Wang S X, Hu W H, Chu N, Li M H, Zhai X M, Jie Y X, Jiang M, Lin X D, Gao X 2021 *Nucl. Fusion* **61** 046013
- [7] Zonca F, Buratti P, Cardinali A, Chen L, Dong J Q, Long Y X, Milovanov A V, Romanelli F, Smeulders P, Wang L, Wang Z T, Castaldo C, Cesario R, Giovannozzi E, Marinucci M, Ridolfini V Pericoli 2007 *Nucl. Fusion* **47** 1588
- [8] Ma R R, Qiu Z Y, Li Y Y, Chen W 2020 *Nucl. Fusion* **60** 056019
- [9] Ma R R, Qiu Z Y, Li Y Y, Chen W 2021 *Nucl. Fusion* **61** 036014
- [10] Cheng J Y, Zhang W L, Lin Z, Holod I, Li D, Chen Y, Cao J T 2016 *Phys. Plasmas* **23** 052504
- [11] Wang J L, Todo Y, Wang H, Wang Z-X 2020 *Nucl. Fusion* **60** 112012
- [12] Qiu Z Y, Chen L, Zonca F, Ma R R 2020 *Plasma Phys. Control. Fusion* **62** 105012
- [13] Connor J, Hastie R J, Taylor J B 1979 *Proc. Roy. Soc. London A* **365** 1720
- [14] Lee W W, Lewandowski J L V, Halm T S, Lin Z 2001 *Phys. Plasmas* **8** 4435
- [15] Bao J, Zhang W L, Li D, Lin Z, Dong G, Liu C, Xie H S, Meng G, Cheng J Y, Dong C, Cao J T 2023 *Nucl. Fusion* **63** 076021
- [16] Bao J, Zhang W L, Li D, Lin Z, Qiu Z Y, Chen W, Zhu X, Cheng J Y, Dong C, Cao J T 2023 *Nucl. Fusion* DOI: 10.1088/1741-4326/ad0598
- [17] Bao J, Zhang W L, Li D, Lin Z 2020 *J. Fusion Energ.* **39** 382
- [18] Zonca F, Chen L, Santoro R A 1996 *Plasma Phys. Control. Fusion* **38** 2011

- [19] Wang X, Zonca F, Chen L 2010 *Plasma Phys. Control. Fusion* **52** 115005
- [20] Ma R R, Zonca F, Chen L 2015 *Phys. Plasmas* **22** 092501
- [21] Lu Z X, Wang X, Lauber Ph, Zonca F 2018 *Nucl. Fusion* **58** 082021
- [22] Cheng C Z 1992 *Phys. Rep.* **211** 1
- [23] Heidbrink W W, Hansen E C, Austin M E, Kramer G J, van Zeeland M A 2022 *Nucl. Fusion* **62** 066020
- [24] Wang Z X, Lin Z, Holod I, Heidbrink W W, Tobias B, van Zeeland M, Austin M E 2013 *Phys. Rev. Lett.* **111** 145003
- [25] Liu Y Q, Lin Z, Zhang H S, Zhang W L 2017 *Nucl. Fusion* **57** 114001
- [26] Diamond P H, Kosuga Y, Gürcan Ö D, McDevitt C J, Hahm T S, Fedorczak N, Rice J E, Wang W X, Ku S, Kwon J M, Dif-Pradalier G, Abiteboul J, Wang L, Ko W H, Shi Y J, Ida K, Solomon W, Jhang H, Kim S S, Yi S, Ko S H, Sarazin Y, Singh R, Chang C S 2013 *Nucl. Fusion* **53** 104019
- [27] Dong G, Wei X, Bao J, Brochard G, Lin Z, Tang W M 2021 *Nucl. Fusion* **61** 126061

SPECIAL TOPIC—Energetic particles in magnetic confinement fusion plasma

Global simulations of energetic electron excitation of beta-induced Alfvén eigenmodes^{*}

Bao Jian[†] Zhang Wen-Lu Li Ding

(Institute of Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

(Received 16 May 2023; revised manuscript received 10 October 2023)

Abstract

The energetic electron (EE) excitation of beta-induced Alfvén eigenmodes is investigated by using the newly developed global eigenvalue code MAS, which is based on a hybrid model that consists of Landau fluid bulk plasma and drift kinetic EE. Specifically, the bulk plasma kinetic effects such as finite Larmor radius, diamagnetic drifts and Landau dampings, and the EE adiabatic fluid response of convection and non-adiabatic kinetic response of precessional drift resonance are incorporated in the simulations. The global eigenmode equation is solved for e-BAE mode structure and linear dispersion relation in tokamak non-perturbatively. The radial width of e-BAE mode structure becomes narrower as the toroidal mode number increases, which can be explained by the change of Alfvén continuous spectra that interact with kinetic Alfvén waves for corresponding eigenmode formation. The e-BAE growth rate exhibits a non-monotonic variation with toroidal mode number for precessional drift resonance destabilization, while the e-BAE real frequency is close to the continuum accumulation point that almost remains the same. The parametric dependence of e-BAE stability on EE density and that on temperature are analyzed by MAS non-perturbative simulations, which shows that the EE density can affect e-BAE real frequency and thus changes the resonance condition, resulting in e-BAE stabilization in the strong EE drive regime. Further, the EE non-perturbative effect on the symmetry breaking of e-BAE mode structure is reported. The poloidal symmetry breaking characterized by the ‘boomerang’ shape two-dimensional (2D) structure can be greatly enhanced by increasing EE temperature, together with the large radial variation of the poloidal phase angle of dominant principal poloidal harmonic. The radial symmetry breaking of e-BAE mode structure arises when EE density/temperature drive is not symmetric with respect to corresponding rational surface, which can lead to a net volume-averaged value of e-BAE parallel wave number which drives plasma intrinsic rotation. These results are helpful in understanding the e-BAE dynamics observed in recent experiments.

Keywords: energetic electron, beta-induced Alfvén eigenmode, non-perturbative effect, symmetry breaking

PACS: 52.35.Bj, 52.35.-g, 52.30.Ex, 52.30.Gz

DOI: 10.7498/aps.72.20230794

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 12275351, 11905290, 11835016) and the National MCF Energy R&D Program of China (Grant No. 2018YFE0304100).

[†] Corresponding author. E-mail: jbao@iphy.ac.cn



高能电子激发比压阿尔芬本征模的全域模拟研究

包健 张文禄 李定

Global simulations of energetic electron excitation of beta-induced Alfvén eigenmodes

Bao Jian Zhang Wen-Lu Li Ding

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 72, 215216 (2023) DOI: 10.7498/aps.72.20230794

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.72.20230794>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

高能粒子测地声模与Dimits区漂移波相互作用

Nonlinear interaction of EGAM with DW turbulence in the Dimits shift region

物理学报. 2022, 71(1): 015201 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20211430>

单层硅烯表面的CoPc分子吸附研究

Adsorption of CoPc molecules on silicene surface

物理学报. 2022, 71(4): 040501 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20211607>

柔性棘轮在活性粒子浴内的自发定向转动

Spontaneous rotation of ratchet wheel with soft boundary in active particle bath

物理学报. 2019, 68(16): 161101 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20190425>

洛伦兹对称破缺框架下的广义克莱因-戈尔登谐振子

Generalized Klein-Gordon oscillator in Lorentz symmetry violation framework

物理学报. 2022, 71(6): 060301 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20211733>

中国首台准环对称仿星器中离子温度梯度模的模拟研究

Simulation of ion temperature gradient mode in Chinese First Quasi-axisymmetric Stellarator

物理学报. 2022, 71(18): 185202 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20220729>

利用X射线衍射技术对压电材料本征与非本征起源探究的研究进展

Research progress of the investigation of intrinsic and extrinsic origin of piezoelectric materials by X-ray diffraction

物理学报. 2020, 69(12): 127711 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20200301>