

# Janus-Helmholtz 换能器的振动模态 谐振频率理论分析研究

张羿双<sup>3)</sup> 桑永杰<sup>1)2)3)†</sup> 陈永耀<sup>1)3)4)‡</sup> 吴帅<sup>3)</sup>

1) (哈尔滨工程大学, 水声技术全国重点实验室, 哈尔滨 150001)

2) (海洋信息获取与安全工业和信息化部重点实验室(哈尔滨工程大学), 哈尔滨 150001)

3) (哈尔滨工程大学水声工程学院, 哈尔滨 150001)

4) (青岛哈尔滨工程大学创新发展中心, 青岛 266000)

(2023 年 8 月 1 日收到; 2023 年 10 月 20 日收到修改稿)

Janus-Helmholtz 换能器利用驱动振子纵向谐振与 Helmholtz 谐振腔的液腔谐振耦合, 具有大功率、宽带声发射特性. 传统观点认为导纳曲线中低频谐振峰对应液腔谐振频率, 而高频谐振峰对应纵振动谐振频率, 然而大量的实验研究发现该结论存疑. 本文结合一只 Janus-Helmholtz 换能器实验样机的实验结果, 运用等效电路法结合有限元法分析并求解了驱动振子纵向模态的谐振频率, 使用有限元法分析并求解了 Helmholtz 谐振腔的液腔谐振频率. 研究表明, 与传统观点相反, 导纳曲线中第 1 个谐振峰为驱动振子的纵向谐振, 第 2 个谐振峰为 Helmholtz 谐振腔的液腔谐振; Janus 换能器 4 个大尺寸辐射面带来的可观辐射质量是造成纵振动谐振频率在水中大幅度下降的原因; Janus-Helmholtz 换能器中存在两个等体积的 Helmholtz 共振腔而非传统认为的仅存在一个共振腔. 这些结论对于正确认识 Janus-Helmholtz 换能器的结构及性能特性起到了正本清源的作用, 也为优化创新该换能器的结构、改善换能器的声发射特性提供了技术支撑.

**关键词:** Janus-Helmholtz 换能器, 谐振频率, 等效电路法, 辐射质量

**PACS:** 43.38.+n, 43.30.+m, 43.40.+s

**DOI:** 10.7498/aps.73.20231251

## 1 引言

目前, 水声换能器正朝着低频、大功率、小型化、宽带和深水工作的趋势发展<sup>[1]</sup>. 常见的几种水声换能器, 如 Tonpiliz 换能器、弯张换能器、圆环换能器以及电动式换能器等, 均无法同时满足低频、大功率、小尺寸、宽带、深水工作的需求. Tonpiliz 换能器具有大功率、宽带和深水工作的特性, 但低频 Tonpiliz 换能器体积庞大; 弯张换能器能够以小尺寸实现低频、大功率发射, 但工作深度受限; 电动式换能器体积小、重量轻且能宽带发射, 但效率

低并且工作深度不足.

20 世纪 90 年代, Le Gall 等提出的 Janus-Helmholtz 换能器兼具了低频、大功率、宽带、深水工作等特点<sup>[2-6]</sup>, 使得其在远距离声通信、深海地质勘探等领域得到了广泛应用<sup>[7,8]</sup>. Janus-Helmholtz 换能器主要结构包括一只 Janus 换能器和两个圆筒形腔体. 其中 Janus 换能器是由辐射盖板、预应力螺栓、PZT 晶堆和中间质量块构成的双面辐射纵振动换能器. Janus-Helmholtz 换能器在水中工作时, 导纳曲线上出现两种谐振, 其一为驱动振子谐振, 即 Janus 换能器的纵向模态谐振, 其二为 Helmholtz 谐振腔的液腔模态谐振. 液腔谐振由驱动振

† 通信作者. E-mail: sangyongjie@hrbeu.edu.cn

‡ 通信作者. E-mail: chenrongyao@hrbeu.edu.cn

子激励产生, 两种模态谐振耦合使得换能器能够实现宽带发射. 由于 Janus-Helmholtz 换能器结构上的溢流特点, 其工作深度可达数千米. 目前, 国内外学者对基于 Janus-Helmholtz 换能器的基础结构, 提出了多种创新结构以适应更广泛的应用领域. 张振雨等<sup>[9]</sup>研究了顺性管对两种谐振频率和带宽的影响; 伊子旭等<sup>[10]</sup>提出了一种具有宽体液腔的 Janus-Helmholtz 换能器来增强两种谐振的耦合; 李世平等<sup>[11]</sup>研究了由压电陶瓷圆管和 Janus 共同驱动的 Janus-Helmholtz 换能器的性能; 桑永杰等<sup>[12]</sup>提出通过增加外液腔来拓展换能器的工作带宽, 还设计了一种外液腔 Janus-Helmholtz 换能器以改善径向辐射的性能<sup>[13]</sup>.

上述研究中均认为 Janus-Helmholtz 换能器的导纳曲线上, 在低频处的第 1 个谐振为液腔谐振, 而高频处的第 2 个谐振是驱动振子的纵向谐振. 这种结论产生的原因主要有:

1) Janus-Helmholtz 换能器的液腔形状并非经典的 Helmholtz 结构, 难以利用经典结构的谐振频率公式求解精确的液腔谐振频率数值解. 研究者主要基于先验知识来判断 Helmholtz 液腔谐振: 由于腔体内流体的体积模量远低于驱动振子的弹性模量, 因此液腔谐振频率通常低于驱动振子的谐振频率.

2) 电导曲线的第 1 个谐振峰比较尖锐, 这与液腔谐振的特性相符. 此外, 电导曲线的第 1 个谐振频率远低于 Janus 换能器在空气中的纵向振动的谐振频率. 基于传统纵振动换能器的研究结果, 纵振动换能器的纵向谐振频率不会在水中大幅度下降.

然而, 实验结果显示上述结论存在疑点. Le Gall 等<sup>[4]</sup>在 Helmholtz 谐振腔中填充了顺性管后

实验研究发现, 第 2 个谐振频率受顺性管数量的影响明显. 考虑到顺性管对谐振腔内流体的等效顺性有显著影响, 而流体的等效顺性是决定液腔谐振频率的关键参数, 他们就两个谐振频率提出了一种新的解释: 两个谐振均为纵向振动与液腔振动的耦合谐振, 谐振腔内流体的质量和驱动振子的弹性模量对第 1 个谐振频率起主要影响作用, 而驱动振子的动态质量和腔体的弹性模量则主要对第 2 个谐振频率产生影响. 遗憾的是, 文中并未对这一猜测提供合理的解释.

本文基于一个 Janus-Helmholtz 样机模型, 使用等效电路法和有限元法确定了 Janus-Helmholtz 换能器中两种模态的位置关系, 进而对驱动振子在水中的谐振频率大幅度下降、大尺寸腔体的 Helmholtz 液腔谐振频率较高等现象给出解释. 研究结果可以加深对 Janus-Helmholtz 换能器结构及性能特点的理解, 并且对改善 Janus-Helmholtz 换能器的性能提供技术支持.

## 2 Janus-Helmholtz 换能器样机

本文用到的 Janus-Helmholtz 换能器样机的结构示意图以及照片分别如图 1(a), (b) 所示. 文献<sup>[14]</sup>中已对换能器样机的性能参数进行详细阐述. 两个不锈钢腔体通过 3 个 T 形支架与 Janus 在换能器的节面相连. 腔体的内壁与辐射盖板的外边沿之间留有一道 3 mm 的狭缝, 以确保辐射盖板的自由边界条件. 压电晶堆通过聚氨酯包覆来实现水密. 换能器的尺寸标识符号如图 2 所示. 换能器的主要结构尺寸和使用材质的性能参数如表 1—表 3 所列. 样机的总长度和最大直径分别为 0.436 m 和 0.316 m.

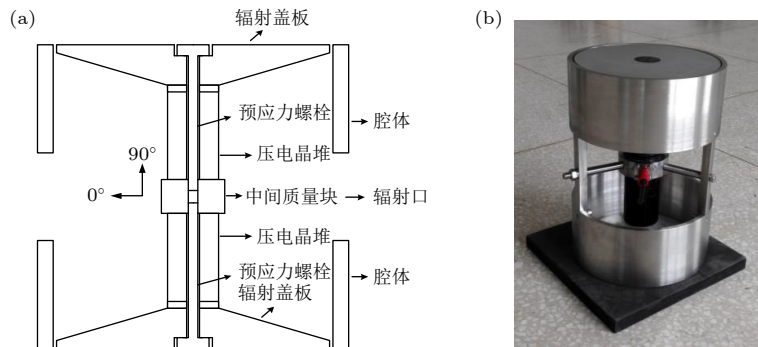


图 1 换能器样机的结构示意图及照片 (a) 结构示意图; (b) 照片  
Fig. 1. Structure diagram and photo of the prototype: (a) Structure diagram; (b) photo.

表 1 换能器的尺寸 (单位: m)  
Table 1. Dimensions of the transducer (Unit: m).

$r_1$	$r_2$	$r_3$	$r_4$	$r_5$	$t_1$	$t_2$	$t_3$	$t_4$	$t_5$	$l_1$	$l_2$
0.05	0.035	0.145	0.148	0.158	0.025	0.11	0.008	0.065	0.01	0.08	0.138

表 2 换能器金属部分的材料属性  
Table 2. Material properties of metal used in the transducer.

换能器部件	材质	Y/GPa	$\rho/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$	$c/(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$
中间质量块	不锈钢	193	7900	4940
辐射盖板、腔体	硬铝	71	2700	5150

表 3 压电晶堆 PZT-4 的材料属性  
Table 3. Material properties of PZT-4 used in the transducer.

$c_{11}^E/\text{GPa}$	$c_{12}^E/\text{GPa}$	$c_{13}^E/\text{GPa}$	$c_{33}^E/\text{GPa}$	$c_{44}^E/\text{GPa}$	$e_{31}/(\text{C}\cdot\text{m}^{-2})$	$e_{33}/(\text{C}\cdot\text{m}^{-2})$	$\epsilon_{15}/(\text{C}\cdot\text{m}^{-2})$	$\epsilon_{33}$	$\epsilon_{11}$
139	77.8	74.3	115	25.6	-5.2	15.1	12.7	35	30

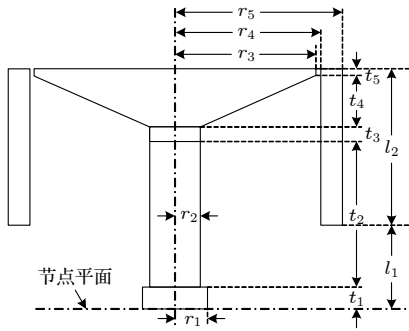


图 2 换能器的 1/2 模型及其尺寸标识  
Fig. 2. Half transducer and its dimensions.

在外场测试了换能器样机的导纳、发送电压响应、声源级以及指向性, 测试深度 40 m. 电导曲线的仿真结果以及测试结果如图 3 所示. 对比曲线可知, 测试结果与仿真结果符合较好. 电导曲线的测试结果显示, 第 1 个谐振频率为 1155 Hz, 第 2 个谐振频率为 2303 Hz. 依据传统的观点解释, 第 1 个谐振为 Helmholtz 液腔谐振, 而第 2 个谐振为驱动振子纵向谐振.

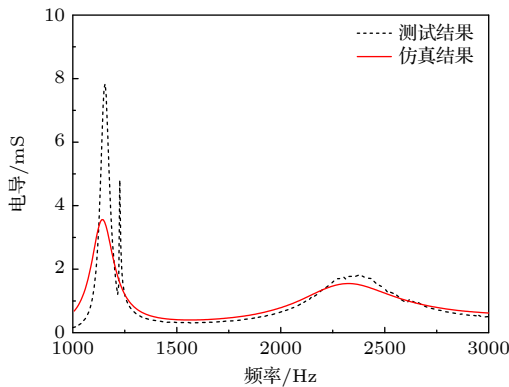


图 3 电导测试及仿真结果  
Fig. 3. Test and simulation results of conductivity.

### 3 驱动振子纵向振动谐振频率分析

使用有限元方法对空气中的驱动振子谐振频率进行分析. 使用 ANSYS 软件建立 Janus 换能器的二分之一轴对称模型, 并进行空气中的模态分析和谐波响应分析, 空气中分析时忽略辐射面的辐射质量, 在中间质量块的中心线上施加对称边界条件. 仿真得到的模态和电导纳曲线分别如图 4(a) 和图 4(b) 所示. 模态分析结果显示, 由于 Janus 换能器的圆锥形辐射面较大, 纵振动模态在辐射面处呈现了弯曲振动的成分, 后续的将辐射面视为圆面活塞模型具有一定的近似性. 有限元分析结果显示, 空气中的驱动振子谐振频率为 2241 Hz.

根据声辐射理论, 在水中的纵向振动谐振频率由于辐射质量的存在应该有所降低, 图 3 中电导曲线的第 2 个谐振频率为 2303 Hz, 却大于空气中的谐振频率值, 因此第 2 个谐振频率为 Janus 纵向振动谐振频率是存疑的. 但如果第 1 个谐振频率为 Janus 换能器在水中的纵向振动谐振频率, 比起空气中的谐振频率几乎降低了一半, 这不符合对于纵振动换能器传统的认识: 水中的辐射质量并不会显著地改变纵振动换能器的谐振频率. 表 4 列出了文献 [12,13,15-17] 中有关纵振动换能器在空气中和水中的谐振频率比较. 可以看出, 通常纵振动换能器在水中的谐振频率较空气中有所下降, 但不会像 Janus-Helmholtz 换能器那样, 几乎下降了一半.

接下来的分析中, 将使用 Janus 换能器的四端网络等效电路来计算驱动振子水中的谐振频率. 由于 Janus 换能器具有结构对称性, 并且节面在中间

质量块的中心线上, 因此仅考虑 Janus 换能器的二分之一模型. Janus 换能器的二分之一模型可以分成如图 2 所示的若干部分. 忽略各部分的孔洞及预应力螺杆, 并且仅考虑一维的纵向振动. 每个部分的结构尺寸和材料属性分别如表 1—表 3 所列.

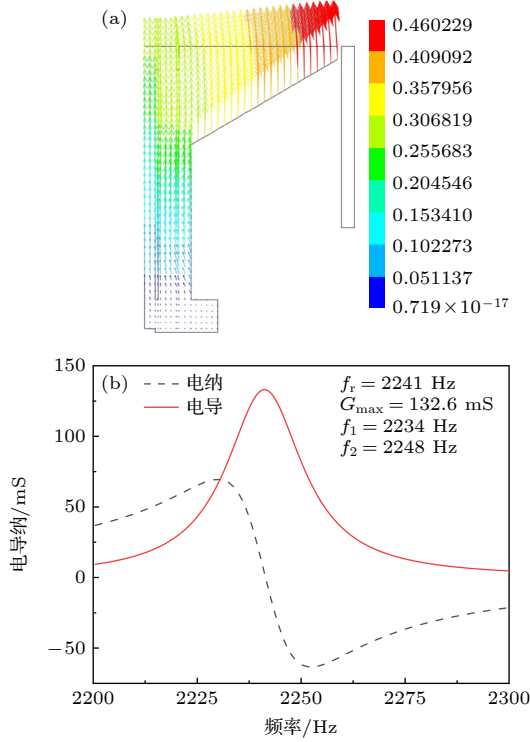


图 4 换能器空气中的有限元分析结果 (a) 模态分析结果; (b) 电导纳曲线

Fig. 4. Modal analysis results and admittance curves of the Janus-Helmholtz transducer in air: (a) Modal analysis result; (b) admittance curves.

表 4 几种纵振动换能器空气中和水中谐振频率的比较

Table 4. Comparison of resonance frequencies of several typical longitudinal vibration transducers in air and water.

文献	空气中谐振频率 $f_{ra}$ /kHz	水中谐振频率 $f_{rw}$ /kHz	$f_{rw} / f_{ra}$ /%
[15]	13.2	12.7	96.2
[16]	6.6	6.0	90.9
[17]	3.05	2.50	82.0
[12,13]	2.24	1.14	50.9

Janus 换能器的机电等效图如图 5 所示. 从左至右的 T 形网络分别对应中间质量块、压电晶堆以及辐射盖板的过渡部分、圆锥部分和圆柱部分.  $Z_r$  为辐射盖板的辐射阻抗.

在图 5 中,  $R_0 = 10^5 \Omega$  和  $Z_{m0} = 50 \Omega$  分别是换

能器的介电损耗阻和机械损耗, 二者均为经验值.  $C_0$  和  $\varphi$  分别为压电晶堆的静态电容和机电转换系数, 可分别表示为

$$C_0 = \frac{S_2 (1 - k_{33}^2) \varepsilon_{33}^T}{t_0}, \quad (1)$$

$$\varphi = \frac{1}{t_0} S_2 k_{33} \sqrt{\frac{\varepsilon_{33}^T}{s_{33}^E}}, \quad (2)$$

其中  $S_2$  为压电陶瓷片的横截面积, 与辐射盖板较小一侧的横截面积相等;  $k_{33}$ ,  $\varepsilon_{33}^T$  和  $s_{33}^E$  分别为 PZT-4 的机电耦合系数、介电常数和柔韧性系数;  $t_0 = 0.005 \text{ m}$  为压电陶瓷片的厚度.

图 5 中其余各个部分的表达式如下 [18,19]:

$$Z_i = j\rho_i c_i S_i \tan \frac{k_i t_i}{2}, \quad i = 1, 2, 3, 5, \quad (3)$$

$$Z_{0i} = \frac{\rho_i c_i S_i}{j \sin k_i t_i}, \quad i = 1, 2, 3, 5, \quad (4)$$

$$Z_4 = -j \frac{\rho_3 c_3 S_2}{k_3 t_4} \left( \sqrt{\frac{S_3}{S_2}} - 1 \right) - j \rho_3 c_3 S_2 \cot k_3 t_4 - \frac{\rho_3 c_3 \sqrt{S_2 S_3}}{j \sin k_3 t_4}, \quad (5)$$

$$Z'_4 = -j \frac{\rho_3 c_3 S_3}{k_3 t_4} \left( \sqrt{\frac{S_2}{S_3}} - 1 \right) - j \rho_3 c_3 S_3 \cot k_3 t_4 - \frac{\rho_3 c_3 \sqrt{S_2 S_3}}{j \sin k_3 t_4}, \quad (6)$$

$$Z_{04} = \frac{\rho_3 c_3 \sqrt{S_2 S_3}}{j \sin k_3 t_4}, \quad (7)$$

$$Z_r = 2\rho_w c_w S_3 \left[ 1 - \frac{2J_1(2k_w r_3)}{2k_w r_3} + j \frac{2H_1(2k_w r_3)}{2k_w r_3} \right], \quad (8)$$

其中  $\rho_i$ ,  $c_i$  和  $k_i$  分别为换能器各部分所使用材料的密度、声速和波数;  $\rho_w$ ,  $c_w$  和  $k_w$  分别为水的密度、声速和波数;  $S_1$  为中间质量块的横截面积;  $S_3$  为辐射面的面积;  $J_1(x)$  为一阶贝塞尔函数;  $H_1(x)$  为一阶汉克尔函数.

Janus 换能器的电导纳可以写成如下形式:

$$Y = \frac{\varphi^2 R_0 + Z_m + j\omega C_0 Z_m R_0}{Z_m R_0}, \quad (9)$$

式中,  $Z_m$  是 Janus 换能器机械端的阻抗, 它可由 (10) 式—(13) 式计算得到

$$Z_m = Z_{02} + \frac{(Z_1 + Z_2 + Z_{01} + Z_{m0})(Z_2 + Z_{m0} + Z_{m3})}{Z_1 + Z_2 + Z_{01} + Z_{m0} + Z_2 + Z_{m0} + Z_{m3}}, \quad (10)$$

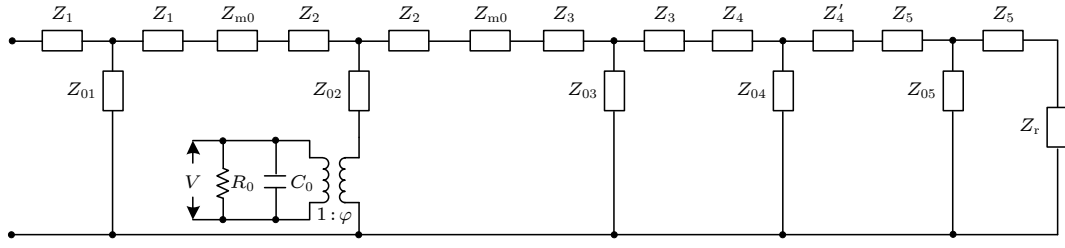


图 5 水中 1/2 Janus 换能器的机电等效图

Fig. 5. Electromechanical equivalent circuit of the half Janus transducer in water.

$$Z_{m3} = Z_3 + \frac{Z_{03}(Z_3 + Z_{m2})}{Z_{03} + Z_3 + Z_{m2}}, \quad (11)$$

$$Z_{m2} = Z_4 + \frac{Z_{04}(Z'_4 + Z_{m1})}{Z_{04} + Z'_4 + Z_{m1}}, \quad (12)$$

$$Z_{m1} = Z_5 + \frac{Z_{05}(Z_5 + Z_r)}{Z_{05} + Z_5 + Z_r}. \quad (13)$$

由 (9) 式计算得到 Janus 换能器在水中的理论电纳, 结果如图 6 所示. Janus 换能器在水中的纵向谐振频率为 1460 Hz, 该结果与 Janus-Helmholtz 换能器仿真及测试的电导曲线的第 1 个谐振频率较为接近, 而与第 2 个谐振频率相差较大. 在理论计算过程中, 忽略了大尺寸辐射盖板的弯曲振动, 弯曲振动的耦合效应会降低纵向谐振频率, 并且使结果更接近仿真及测试曲线的第 1 个谐振频率.

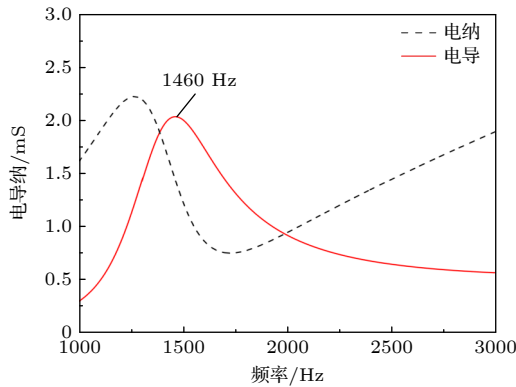


图 6 基于四端网络等效电路理论计算得到的水中电纳曲线

Fig. 6. Theoretical result of admittance in water using four-terminal network equivalent circuit.

上述理论分析中, 在计算辐射质量时用到了如下几个假设: 1) 辐射盖板前、后表面的面积是相等的; 2) 辐射面视为无限大刚性障板上的活塞辐射模型; 3) 两个辐射盖板之间不存在互辐射. 而在实际情况下, 这 3 个假设并不能全部满足, 所以计算得到的辐射质量并不精确. 接下来通过有限元法确

定空气中 Janus 换能器等效电路中的参数以及水中 4 个辐射面的辐射质量, 并将理论与仿真结果结合起来计算水中的纵向谐振频率. 该方法考虑了两个辐射盖板间的互辐射并且在结构尺寸上没有限制, 因此得到的计算结果是精确的.

对 Janus 换能器进行空气中的谐波响应分析, 得到的电纳曲线如图 4(b) 所示. 空气中 Janus 换能器在纵向谐振频率附近的等效电路图如图 7(a) 所示.

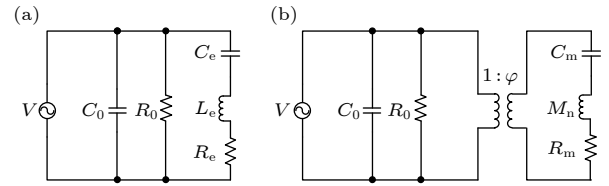


图 7 空气中 Janus 换能器的等效图 (a) 等效电路图; (b) 机电等效图

Fig. 7. Equivalent circuit of the Janus transducer in air: (a) Electrical equivalent circuit; (b) electromechanical equivalent circuit.

根据图 4(b) 所示电纳曲线, 可分别求得图 7(a) 中的等效电阻  $R_e$ 、等效电容  $C_e$  以及等效电感  $L_e$  [20]:

$$Q = \frac{f_r}{f_2 - f_1} = 160.07, \quad (14)$$

$$R_e = \frac{1}{G_{\max}} = 7.54 \Omega, \quad (15)$$

$$C_e = \frac{1}{2\pi f_r Q R_e} = 58.8 \text{ nF}, \quad (16)$$

$$L_e = \frac{Q R_e}{2\pi f_r} = 85.70 \text{ mH}, \quad (17)$$

其中  $Q$  为机械品质因数;  $f_r$  为纵向谐振频率;  $f_1$  和  $f_2$  为半功率点频率, 即对应  $G_1 = G_2 = 0.707G_{\max}$  的两个频点.

将等效电路图转化为图 7(b) 所示的机电等效图, 其中机械损耗阻  $R_m$ 、等效机械柔顺系数  $C_m$ ,

以及等效机械质量  $M_m$  分别为

$$R_m = \varphi^2 R_e = 1305.8 \Omega, \quad (18)$$

$$C_m = \frac{C_e}{\varphi^2} = 3.4 \times 10^{-10} \text{ m/N}, \quad (19)$$

$$M_m = \varphi^2 L_e = 14.85 \text{ kg}, \quad (20)$$

其中  $\varphi = 13.16$  由 (2) 式计算得到.

当换能器在水中工作时, 水介质引入的辐射抗仅为质量抗, 机电等效图中辐射阻  $R_r$  与 4 个辐射面的辐射质量  $M_r$  串联连接. 如图 8 所示为 Janus 换能器在水中的机电等效图.

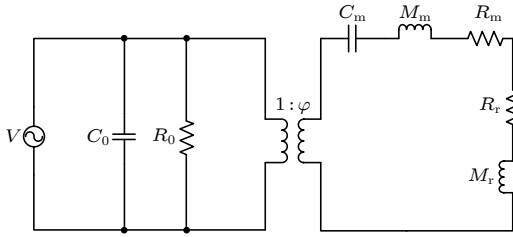


图 8 水中 Janus 换能器的机电等效图

Fig. 8. Electromechanical equivalent circuit of the Janus transducer in water.

为研究辐射质量, 通过水中的谐波响应分析提取 4 个辐射面的平均位移  $u$  和压强  $p(r)$ , 求解水对辐射面的反作用力<sup>[21]</sup>:

$$F = 4 \int_0^r 2\pi r p(r) dr. \quad (21)$$

辐射阻抗  $Z_r$  可以表示为

$$Z_r = R_r + jX_r = \frac{F}{v} = \frac{1}{j\omega u} 4 \int_0^r 2\pi r p(r) dr, \quad (22)$$

其中  $v = j\omega u$  为辐射面的平均速度,  $r$  为每个辐射面的半径.

辐射质量计算式为

$$M_r = \frac{X_r}{\omega} = \frac{\text{imag}(Z_r)}{\omega}. \quad (23)$$

在第 1 个谐振频率处 4 个辐射面上的辐射质量为 33.2 kg. 根据

$$f_r = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{(M_m + M_r)C_m}} = 1245 \text{ Hz}, \quad (24)$$

计算得到 Janus 换能器的纵向谐振频率, 相比理论结果 1460 Hz, (24) 式计算得到的结果与仿真结果 1140 Hz 和测试结果 1155 Hz 更为接近.

根据上述分析, 第 1 个谐振应为驱动振子谐振. 同时, 也可以看出, 空气和水中的谐振频率

几乎相差一倍, 有必要对水中驱动振子谐振频率大幅度下降的现象做出解释.

图 9 比较了 Janus-Helmholtz 换能器和典型纵振动换能器的结构差异. 典型的纵振动换能器辐射面较小, 可以看作是无限大刚性障板上的单面活塞. Janus 换能器辐射面积较大, 并且 4 个辐射面均参与了声辐射. 因此, 两种结构的辐射质量存在显著差异.

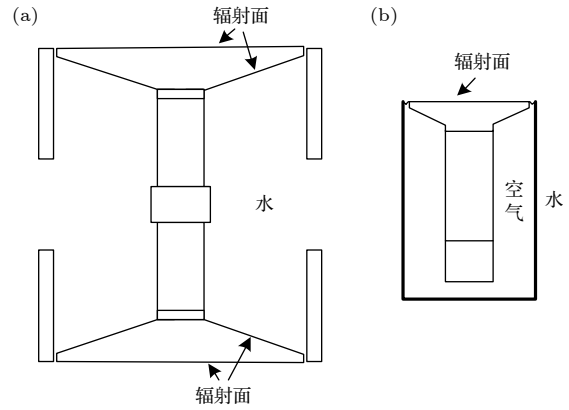


图 9 Janus-Helmholtz 换能器与典型纵振动换能器的结构对比 (a) Janus-Helmholtz 换能器结构示意图; (b) 典型纵振动换能器结构示意图

Fig. 9. Structural comparison between Janus-Helmholtz transducer and typical longitudinal vibration transducer: (a) Structure diagram of Janus-Helmholtz transducer; (b) structure diagram of typical longitudinal vibration transducer.

根据 (8) 式, 4 个辐射面上总的辐射质量  $M_r$  为

$$M_r = \frac{X_r}{\omega} = \frac{4\rho_w c_w S_3}{\omega_3} \frac{2H_1(2k_w r_3)}{2k_w r_3}. \quad (25)$$

在谐振频率处, 4 个辐射面总的辐射质量达到 28.7 kg. (20) 式中, Janus 换能器自身的等效机械质量为 14.85 kg, 由水中的声辐射引入的辐射质量是等效机械质量的近两倍.

根据 (25) 式计算的 Janus 换能器和典型纵振动换能器辐射质量的比较如图 10 所示, 其中典型纵振动换能器只有一个面参与声辐射, 且辐射面半径为 Janus 换能器的一半. 图 10 结果表明, Janus 换能器的辐射质量远高于典型纵振动换能器, 这也就解释了表 4 数据结果, 相比于典型纵振动换能器, Janus 换能器在水中的纵向谐振频率大幅度降低.

机械品质因数  $Q$  与辐射质量  $M_r$  存在如下关系:

$$Q = \frac{\omega(M_m + M_r)}{R_m + R_r}. \quad (26)$$

由 (26) 式可知, 较大的辐射质量会大幅度增大水中纵向振动模态的机械品质因数, 这是造成 Janus-Helmholtz 换能器电导曲线在纵向谐振频率附近峰值尖锐的主要原因.

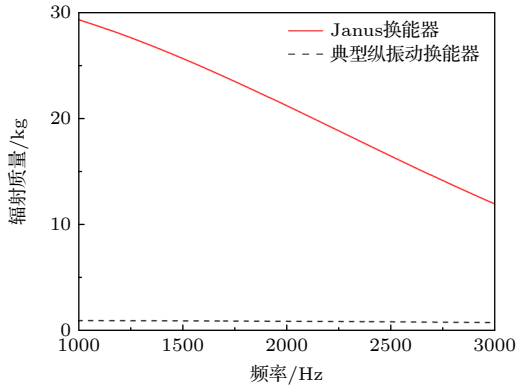


图 10 Janus 换能器和典型纵振动换能器辐射质量的比较  
Fig. 10. Radiation mass comparison between Janus transducer and typical longitudinal transducer.

#### 4 Helmholtz 液腔谐振的分析

Janus-Helmholtz 换能器中的液腔形状较为特别, 长期以来缺乏相关的理论分析求出液腔谐振频率的解析解. 近年来, 由于有限元在水声换能器设计领域的广泛应用, 使得利用有限元软件求解复杂结构液腔谐振频率成为了可能. 本文使用 ANSYS 软件来分析 Helmholtz 液腔振动模态, 求解其谐振频率.

图 1(b) 中样机的支撑部件与 Janus 换能器在节点平面相连. 这些支撑部件对 Janus 换能器的谐振频率影响较小, 且由于支撑部件的尺寸远小于水中波长, 不会对声辐射造成影响. 为节省计算时间, 在有限元建模中忽略支撑部件, 并且仅建立二维轴对称模型. 图 11(a) 是腔体充液的换能器有限元模型, 模型包含 Janus 换能器, 两个腔体和腔体内的流体. 在流体与结构体的交界处施加流固耦合边界条件, 在液腔辐射面处施加声压为零边界条件. 使用非对称的模态频率提取方法提取液腔的谐振频率和液腔模态的声压分布. 仿真分析的第 1 个 Helmholtz 液腔谐振模态的声压分布如图 11(b) 所示, 谐振频率为 2598 Hz, 与测试曲线的第 1 个谐振频率相差较大.

在上述模态分析过程中, 由于软件求解的要求, 未对外部流体进行建模, 因此接下来对辐射口

处的辐射质量进行求解以修正辐射口的长度, 以模拟 Helmholtz 谐振腔的精确尺寸. 研究中采用有限元分析的方法, 在图 11(b) 所示结构基础上建立流体中的有限元模型, 在辐射面处的单元上赋予结构自由度并设置法向振速  $v$ , 求解辐射面处的声压  $p$  频响结果, 获取该镶嵌在有限长圆柱体上的径向辐射器的辐射阻抗  $Z_r = \iint_{S_0} p/v ds$ , 其中  $S_0$  为液腔的辐射面积, 分离虚部并除以角频率获得辐射质量为 4.37 kg, 则可求出辐射口的修正长度为 25.46 mm. 辐射口修正长度后的有限元模型以及模态分析结果分别如图 12(a), (b) 所示. Helmholtz 液腔谐振频率为 2277 Hz, 与测试电导纳曲线的第 2 个谐振频率 2303 Hz 基本一致. 综上所述, 第 2 个谐振为 Helmholtz 液腔谐振.

图 12(b) 声压分布揭示了一个有趣的现象, 声压沿换能器的对称平面呈对称分布, 并且由两个

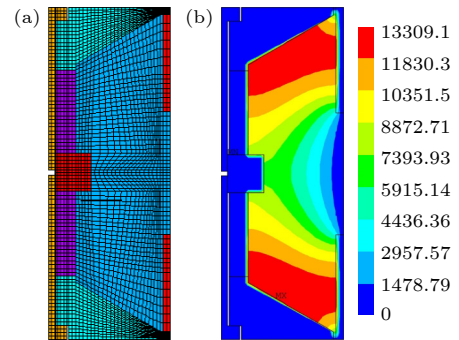


图 11 腔体充液换能器的有限元模型与模态分析结果 (a) 有限元模型; (b) 模态分析结果  
Fig. 11. Finite element model and acoustic modal analysis result of the Helmholtz resonator: (a) Finite element model; (b) acoustic modal analysis results.

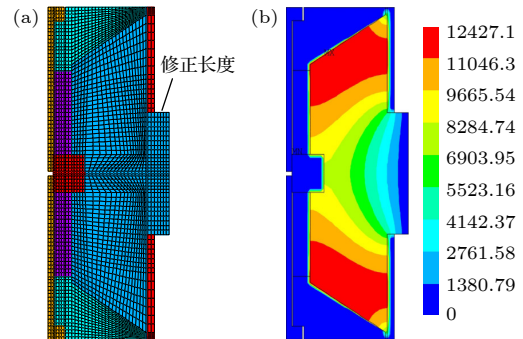


图 12 辐射口修正长度后的有限元模型与模态分析结果 (a) 有限元模型; (b) 模态分析结果  
Fig. 12. Finite element model with radiation mass and analysis results of the Helmholtz resonator: (a) Finite element model; (b) acoustic modal analysis results.

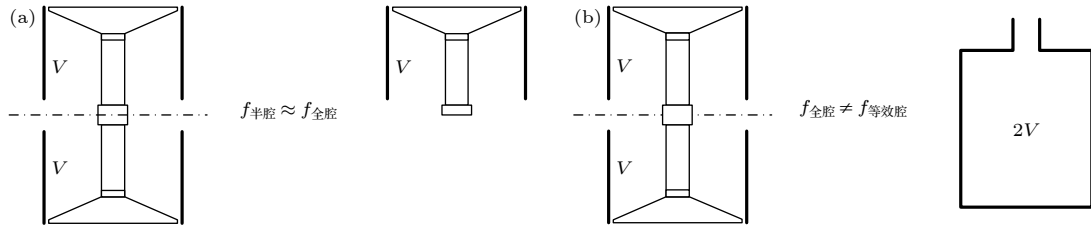


图 13 求解 Helmholtz 液腔谐振频率的两种等效方法 (a) 正确的等效方法; (b) 错误的等效方法  
Fig. 13. Two equivalents for solving the Helmholtz resonance frequency: (a) Correct equivalent; (b) incorrect equivalent.

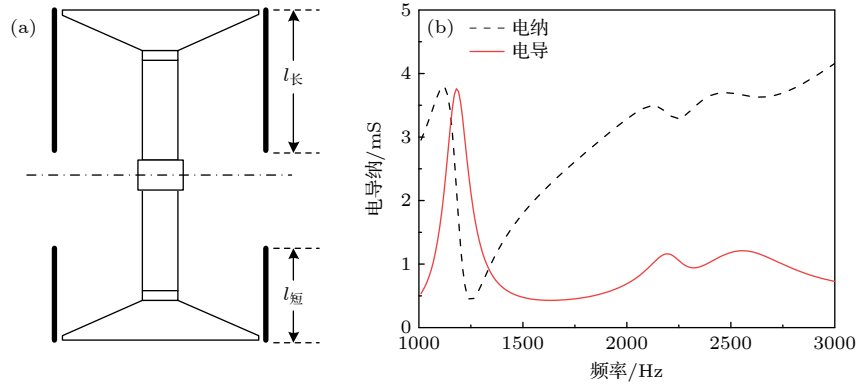


图 14 腔体长度不等的 Janus-Helmholtz 换能器结构示意图及谐波响应仿真结果 (a) 结构示意图; (b) 谐波响应仿真结果  
Fig. 14. Janus-Helmholtz transducer with unequal length housings and harmonic analysis simulation results: (a) Structure diagram; (b) harmonic analysis simulation results.

辐射盖板的背面向辐射口逐渐降低. 因此, 可以判断, 每个腔体包围的流体形成了一个单独的 Helmholtz 共振腔, 即 Janus-Helmholtz 换能器里存在两个尺寸相同、呈面对面放置的液腔. 当忽略两个液腔之间的互辐射时, Janus-Helmholtz 换能器的液腔谐振频率和由一只腔体构成的液腔谐振频率基本上是相等的, 如图 13(a) 所示. 在之前的研究中将换能器中的液腔形状视为经典的 Helmholtz 谐振腔结构 (图 13(b)) 来求解液腔谐振频率的等效方法是不合理的.

如图 14(a) 所示, 若两个腔体的长度不一致, 则在电导曲线的第 2 个谐振频率附近将会出现两个峰. 图 14(b) 有限元分析结果验证了这一猜想, 进一步证明了第 2 个谐振为 Helmholtz 液腔谐振.

## 5 结 论

本文对 Janus-Helmholtz 换能器中的两个谐振频率进行讨论. 结合等效电路法与有限元仿真结果, 得出了以下结论.

1) Janus-Helmholtz 换能器导纳曲线的第 1 个谐振为驱动振子纵向谐振, 而第 2 个谐振为

Helmholtz 液腔谐振.

2) 4 个大尺寸辐射面引起的较大的辐射质量显著降低了驱动振子水中的谐振频率, 并且使得电导曲线在驱动振子谐振频率附近具有较尖锐的峰值.

3) Janus-Helmholtz 换能器具有两个相同尺寸的 Helmholtz 谐振腔. Helmholtz 液腔谐振频率主要取决于单个腔体所包含的流体体积而非两个腔体包含的体积之和.

本文研究得出的结论虽然是基于具体的 Janus-Helmholtz 换能器, 但上述结论对任意尺寸的 Janus-Helmholtz 换能器都有适用性.

## 参考文献

- [1] Decarpigny J N, Hamonic B, Wilson O B 1991 *IEEE J. Ocean. Eng.* **16** 107
- [2] Le Gall Y, Boucher D, Lurton X, Bruneau A M 1994 *Proceedings of OCEANS'94 Brest, France, September 13-16, 1994* p284
- [3] Le Gall Y 1994 *J. Phys. IV* **4** 343 (in French)
- [4] Le Gall Y, Boucher D, Lurton X, Bruneau A M 1993 *Proceedings of OCEANS'93 Victoria, BC, Canada, October 18-21, 1993* p278
- [5] Le Gall Y 1999 *Proceedings of Sonar Transducers'99 Birmingham, UK, April, 1999* p103



- [6] Ker S, Le Gall Y, Marsset T, Leon P 2008 *70th EAGE Conference and Exhibition incorporating SPE EUROPEC Rome, Italy, June 9–12, 2008* cp-40-00440
- [7] Ker S, Marsset B, Garziglia S, Le Gonidec Y, Gibert D, Voisset M, Adamy J 2010 *Geophys. J. Int.* **182** 1524
- [8] Marsset T, Marsset B, Ker S, Thomas Y, Le Gall Y 2010 *Deep-Sea Res. I: Oceanogr. Res. Pap.* **57** 628
- [9] Zhang Z Y, Wang Y, Chen G H 2016 *Tech. Acoust.* **35** 479 (in Chinese) [张振雨, 王艳, 陈光华 2016 *声学技术* **35** 479]
- [10] Yi Z X, Mo X P, Chai Y, Zhang Y Q, Cui B 2017 *National Acoustics Academic Conference of the Chinese Acoustic Society Harbin, China, September 21–23, 2017* p803 (in Chinese) [伊子旭, 莫喜平, 柴勇, 张运强, 崔斌 2017 中国声学学会 2017 年全国声学学术会议 哈尔滨, 9 月 21 日—23 日, 2017 p803]
- [11] Li S P, Mo X P, Chai Y, Zhang Y Q, Cui B 2015 *Academic Conference of the Underwater Acoustics Branch of the Chinese Acoustic Society Wuhan, China, June 5–8, 2015* p193 (in Chinese) [李世平, 莫喜平, 柴勇, 张运强, 崔斌 2015 中国声学学会水声学会 2015 年学术会议 武汉, 6 月 5—8 日, 2015 p193]
- [12] Sang Y J, Lan Y 2013 *J. Harbin Eng. Univ.* **34** 1261 (in Chinese) [桑永杰, 蓝宇 2013 *哈尔滨工程大学学报* **34** 1261]
- [13] Sang Y J, Lan Y, Wu T, Ding Y W 2017 *Acta Acoust.* **42** 397 (in Chinese) [桑永杰, 蓝宇, 吴彤, 丁玥文 2017 *声学学报* **42** 397]
- [14] Sang Y J, Lan Y 2015 *J. Harbin Eng. Univ.* **36** 906 (in Chinese) [桑永杰, 蓝宇 2015 *哈尔滨工程大学学报* **36** 906]
- [15] Moffett M B, Powers J M, Jevnager M D 1998 *J. Acoust. Soc. Am.* **103** 3353
- [16] Chen H, Tang Y N, Gu Z Q 2015 *Radar ECM* **35** 60 [陈浩, 唐永宁, 顾郑强 2015 *雷达与对抗* **35** 60]
- [17] Butler S C 2002 *Proceedings of SPIE San Diego, CA, July 11, 2002* p510
- [18] Butler J L, Sherman C H 2016 *Transducers and Arrays for Underwater Sound* (New York: Springer) pp220–225
- [19] Lin S Y 2004 *The Principle and Design of Ultrasonic Transducers* (Beijing: Science Press) pp98–111 (in Chinese) [林书玉 2004 *超声换能器的原理及设计* (北京: 科学出版社) 第 98—111 页]
- [20] Mo X P 2007 *Tech. Acoust.* **26** 1279 (in Chinese) [莫喜平 2007 *声学技术* **26** 1279]
- [21] Mo X P 2018 *J. Appl. Acoust.* **37** 671 (in Chinese) [莫喜平 2018 *应用声学* **37** 671]

# Theoretical study on resonance frequencies of vibration modes of Janus-Helmholtz transducer

Zhang Yi-Shuang<sup>3)</sup> Sang Yong-Jie<sup>1)2)3)†</sup> Chen Yong-Yao<sup>1)3)4)‡</sup> Wu Shuai<sup>3)</sup>

1) (*National Key Laboratory of Underwater Acoustic Technology, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China*)

2) (*Key Laboratory of Marine Information Acquisition and Security Ministry of Industry and Information, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China*)

3) (*College of Underwater Acoustic Engineering, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China*)

4) (*Qingdao Innovation and Development Center of Harbin Engineering University, Qingdao 266000, China*)

( Received 1 August 2023; revised manuscript received 20 October 2023 )

## Abstract

Janus-Helmholtz transducer has the characteristics of high-power and broadband transmission due to the coupling between the longitudinal resonance of the driver and the liquid cavity resonance of Helmholtz resonator. Traditional view holds that the low frequency resonance peak in the transmitting voltage response curve in water is fluid cavity mode of Helmholtz resonator while the high frequency resonance is the longitudinal mode of Janus transducer. However, in the past few decades, a large number of experimental studies have found that this conclusion is questionable. This work is to distinguish the two resonances in the response curve and the two vibration modes of Janus-Helmholtz transducer. Based on the Janus-Helmholtz transducer prototype reported in the literature, the resonance frequencies of the vibration modes of Janus-Helmholtz transducer are studied theoretically. The structure dimensions and material parameters of the prototype are listed in detail. The test results and simulation results of conductivity are also presented. The longitudinal resonance of the driver is determined by using the equivalent circuit method and finite element analysis. Radiation masses of both Janus transducer and typical longitudinal vibration transducer are also calculated to analyze the phenomenon of the sharp decrease of longitudinal resonance frequency in water. Acoustic modal analysis by using ANSYS software is performed to investigate the resonance frequency of complex Helmholtz resonator in Janus-Helmholtz transducer. Correction length on the vent introduced by external fluid sound radiation is used to obtain the accurate Helmholtz resonance frequency. The sound pressure distribution of Helmholtz resonator obtained through finite element method is investigated, and the correct equivalent formula for solving the Helmholtz resonance frequency is obtained. The results reveal that the first resonance in the response curve is driver resonance while the second one is Helmholtz resonance, which is contrary to the traditional view. The considerable reduction of driver resonance frequency in water is mainly due to the large radiation mass on the four large radiation surfaces of the Janus transducer, which also causes the sharp response of driver resonance. In Janus-Helmholtz transducer, there are two Helmholtz resonators with the same size, instead of only one resonator in the traditional view. The two resonance frequencies solved by the method proposed in this work are in good agreement with the test and simulation results. These conclusions play an important role in correctly understanding the structure and characteristics of Janus-Helmholtz transducer at source, as well as provide technical support for structural optimization and innovation, thus improving the acoustic emission properties of the transducer.

**Keywords:** Janus-Helmholtz transducer, resonance frequency, equivalent circuit method, radiation mass

**PACS:** 43.38.+n, 43.30.+m, 43.40.+s

**DOI:** 10.7498/aps.73.20231251

† Corresponding author. E-mail: [sangyongjie@hrbeu.edu.cn](mailto:sangyongjie@hrbeu.edu.cn)

‡ Corresponding author. E-mail: [chenyongyao@hrbeu.edu.cn](mailto:chenyongyao@hrbeu.edu.cn)

Janus-Helmholtz换能器的振动模态谐振频率理论分析研究

张羿双 桑永杰 陈永耀 吴帅

**Theoretical study on resonance frequencies of vibration modes of Janus-Helmholtz transducer**

Zhang Yi-Shuang Sang Yong-Jie Chen Yong-Yao Wu Shuai

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 73, 034303 (2024) DOI: 10.7498/aps.73.20231251

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.73.20231251>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

声场中球形空化云中气泡的耦合谐振

Coupled resonance of bubbles in spherical cavitation clouds

物理学报. 2019, 68(13): 134301 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20190360>

医用回旋加速器回旋频率与磁场的调谐

Tuning of cyclotron resonant frequency and magnetic field of medical cyclotron

物理学报. 2019, 68(12): 122901 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20190116>

基于2-2型压电复合材料的新型宽频带径向振动超声换能器

A new broadband radial vibration ultrasonic transducer based on 2-2 piezoelectric composite material

物理学报. 2021, 70(1): 017701 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20201352>

超疏水表面液滴的振动特性及其与液滴体积的关系

Oscillation properties of water droplets on a superhydrophobic surface and their correlations with droplet volume

物理学报. 2021, 70(7): 076801 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20201771>

薄膜底面Helmholtz腔声学超材料的隔声性能

Sound insulation performance of Helmholtz cavity with thin film bottom

物理学报. 2019, 68(21): 214302 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20191131>

引入界面耦合系数的长片型磁电层状复合材料的等效电路模型

Equivalent circuit model for plate-type magnetoelectric laminate composite considering an interface coupling factor

物理学报. 2018, 67(2): 027501 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20172080>