

带有整体单极的 Reissner-Nordstrom-AdS 黑洞在扩展相空间中的霍金辐射*

韩亦文^{1)†} 胡成²⁾ 洪云¹⁾

1) (重庆工商大学物理系, 重庆 400067)

2) (成都东软学院基础教学学院, 成都 611844)

(2023 年 8 月 7 日收到; 2023 年 9 月 18 日收到修改稿)

本文研究了带有整体单极的 Reissner-Nordstrom-AdS 黑洞在扩展相空间中出射粒子的量子隧穿辐射过程. 其中, 将宇宙学参数视为动态变量而不同于之前研究工作中将其视为常数而忽略其贡献. 具体地, 在计算出射粒子隧穿率时将宇宙学参数引入计算并将其解释为热力学压强. 计算结果表明, 出射粒子的隧穿率与粒子出射前后黑洞的贝肯斯坦-霍金熵差成正比, 辐射谱偏离了纯热谱, 该结果与将宇宙学参数视为常数的情况完全相同. 这意味着在扩展相空间中可以得到粒子的隧穿概率, 并且隧穿过程不依赖于热力学状态参量, 这一工作自然地进一步将霍金辐射推广到了带有整体单极 Reissner-Nordstrom-AdS 黑洞扩展相空间中. 结果表明, 整体单极子尽管影响粒子的动力学行为和热力学量, 但并不影响熵变和隧穿率.

关键词: 霍金辐射, 宇宙学参数, 热力学压强, 整体单极

PACS: 04.70.Dy, 11.25.-w

DOI: 10.7498/aps.73.20231277

1 引言

2019 年, 视界望远镜 (EHT) 合作组织首次公布了距人类 5500 万光年外的大质量星系 M87 中心超大质量黑洞的照片, 这是人类首次能真正“看见”黑洞. 自此人类不仅能“听”到黑洞的声音、还能“看”到黑洞的阴影, 对黑洞这一神秘天体的研究由此也掀开了新的序章^[1]. 事实上, 早在 20 世纪 70 年代, 霍金就开创性地揭示了黑洞视界的面积不会减小^[2,3]. 从那时起, 人们普遍相信黑洞就是一个普通的热力学体系. 在这样的热力学系统中黑洞存在一个视界, 通过视界的任何粒子都无法逃脱它的引力, 即使是光. 这也意味着任何能量或物质都无法到达位于黑洞外的观察者. 然而, 考虑到量子效应, 一小部分能量可以通过辐射到达黑洞时空的

视界之外. 此前的研究显示, 从辐射能量出发, 黑洞的温度被定义. 同时, 黑洞也可以被视为具有霍金温度的热力学系统^[4]. 此外, 黑洞具有不可约质量, 这是一个在不可逆过程中增加的性质. 不可约质量与普通热力学系统中的熵相似, 基于这种相似性, 黑洞的熵由不可约质量得到. 这就是黑洞的贝肯斯坦-霍金熵^[5,6], 它与视界面积成正比. 利用温度和熵这两个热力学特性, 建立了黑洞作为热系统的热力学定律. 在正常相空间, 黑洞热力学系统的守恒量, 如电荷、角动量以及系统的热力学势, 也都在黑洞的视界上得到定义. 换言之, 基于黑洞视界, 黑洞的热力学被建立起来. 之后, 有关黑洞热性质尤其是对黑洞的霍金辐射得到广泛的研究^[7-15]. 但是, 在这些众多的研究中, 由于没有考虑到黑洞热力学系统的自引力相互作用, 其所得到的辐射光谱都是纯粹的热谱.

* 重庆科技局基础研究项目 (批准号: CSTB2023NSCQ-MSX0594) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: hanyw1965@163.com

2000 年, Parick 和 Wilczek^[16] 提出了一种研究霍金辐射的新方法即量子隧穿方法. 这种方法将黑洞的事件视界视为量子隧穿中的势垒, 在考虑到能量守恒及时空背景结构的前提下, 给出了势垒的位置并且得到了黑洞辐射的隧穿概率. 以此对霍金辐射热谱进行了修正, 并证明了黑洞的霍金辐射谱不是纯粹热光谱. 由于这种方法的普适性, 这项工作很快被推广到对一系列黑洞辐射的广泛研究^[17–37]. 然而, 当这种方法在被应用到对德西特黑洞时空和反德西特黑洞时空中的研究时, 通常是将宇宙学参数处理成了一个固定的参数^[38–41]. 最近, 研究人员注意到, 如果将宇宙学参数考虑作为一个热力学系统的动态参量, 探索其对黑洞热力学系统会有何贡献与影响将是一项十分有趣的工作. 因为, 若将宇宙学参数考虑作为黑洞热力学系统的一个动态参量, 即在扩展相空间中, 黑洞热力学定律是否成立, 宇宙监督假设是否有效都是值得探讨和深入研究的.

几乎在这一同时, Caldarelli 等^[42] 率先将宇宙学常数提升为黑洞热力学系统的可变的动态参量, 并研究了 Kerr-Newman-AdS 黑洞的热力学性质. Hendi 等^[43] 直接将包含了宇宙学常数这个可变动态参量的相空间 (M, Q, Λ) 称为扩展相空间, 并进一步研究了一类带电黑洞的热力学相变. 此外, 一些学者提出了一个黑洞的体积, 它可以被定义为热力学系统共轭变量, 声称宇宙学常数的作用变成了压力 P 自然的候选者. 因此, 热力学体积可以被解释成 $V = (\partial M / \partial P)|_{S, J, Q}$, 黑洞热力学第一定律修改为 $dM = TdS + \Omega dJ + \Phi dQ + VdP$. 其中, M 被解释为焓, 亦即焓被定义成熵与压强的变量^[44–48]. 实际上, 从一般相对论的角度来看, 一个负的宇宙学参数 Λ , 在被解释成一个热力学体积的共轭动态参量, 即将宇宙学常数 Λ 视作黑洞热力学系统的动态参量, 这样的变化有时是令人费解的. 但更多地, 这个理论引起了人们极大的兴趣和广泛关注. 基于这理论, 诸如黑洞热力学系统范德瓦耳斯相变、弱宇宙监督假设、黑洞微观结构的排斥性相互作用以及 Smarr 关系与热力学第一定律是否一致等许多有趣现象被广泛研究, 也得到许多有意义的结果^[49–53]. 这些研究显示, 在正常相空间中引入了压强、体积项, 使得黑洞热力学系统的相结构空间更加丰富. 在这样的扩展相空间, 黑洞热力学定律依然成立, 弱宇宙监督假设同样有效, 具有重要的现实意义.

但是, 作为构成黑洞热性质重要组成部分的霍金辐射, 在考虑到将宇宙学常数作为动态参量后, 即在扩展相空间中, 一类 AdS 黑洞时空及反 AdS 黑洞时空的量子隧穿行为将会有何影响, 出射粒子穿越黑洞视界面时的隧穿概率将有何变化等问题都是值得深入探讨和研究的.

最近, 我们在扩展相空间中, 对 RN-AdS 黑洞的量子隧穿效应进行了尝试性的研究. 结果显示, 包含热力学压力和体积的情况下, RN-AdS 黑洞出射粒子的辐射概率依然与其粒子出射前后黑洞的贝肯斯坦-霍金熵差成正比, 即辐射概率

不依赖于相空间^[54]. 为了验证这一结果是否在其他黑洞中同样出现, 本文以带整体单极的 AdS 黑洞时空为例进行研究. 整体单极子可能是在早期宇宙演化的相变过程中拓扑破缺形成的. 带整体单极的黑洞度规最初是由 Barriola 和 Vilenkin^[55] 得到的, 这一度规是在 Schwarzschild 背景下具有多重态的标量场的 $SO(3)$ 对称破缺导致的. 带有整体单极子时空的拓扑结构和 Schwarzschild 时空的拓扑结构完全不同, 特别是具有一个亏损角. 目前这一黑洞的各种性质已被广泛研究, 如热力学^[56]、透镜效应^[57]、全息超导^[58]、全息纠缠熵^[59]. 本文试图获得带有电荷的粒子从带有整体单极黑洞视界穿出的行为, 计算在扩展相空间中出射粒子的隧穿概率 (即含有热力学压力). 由于时空背景带有整体单极, 所以计算粒子在有拓扑缺陷的时空背景中沿测地线运动时, 粒子和时空的 Arnowitt-Deser-Misner (ADM) 质量、电荷及黑洞的熵实际上都要多一个因子 $(1 - 8\pi\eta^2)$. 文献^[31, 60] 将霍金辐射推广到有时空拓扑缺陷的黑洞, 研究了在有拓扑缺陷的时空背景中出射粒子的隧穿形式但是都没有考虑宇宙学参数的情况, 所以本文将进一步讨论粒子在扩展相空间从有时空拓扑缺陷的 Reissner-Nordstrom-AdS 黑洞穿出的行为, 其中将宇宙学参数解释为热力学压强. 本文选择单位 $G = \hbar = c = 1$.

2 扩展相空间黑洞热力学

静态带电球状物体周围的真空引力场 (即时空弯曲状况), 可以从爱因斯坦方程解出. 具有负宇宙学常数的 Reissner-Nordstrom AdS 黑洞的作用量可表示成:

$$S = \frac{1}{16\pi G} \int d^4x \sqrt{-g} (R - 2\Lambda + F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}), \quad (1)$$

式中, G 是牛顿常数, R 为里奇张量, Λ 为宇宙学常数, $F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}$ 表示为电磁拉格朗日常量. 在自然单位下, 文献 [61] 给出了具有整体单极的时空线元表达式为

$$ds^2 = -f(r) dt^2 + f(r)^{-1} dr^2 + r^2 (1 - 8\pi\eta^2) (d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2), \quad (2)$$

其中

$$f(r) = 1 - \frac{2m}{r} - \frac{\Lambda}{3} r^2 + \frac{q^2}{r^2}, \quad (3)$$

以及, m 和 q 分别是黑洞的质量和电荷, η 是规范对称破缺的尺度. 考虑到整体单极, 该黑洞的阿诺维特-德斯特-米斯纳 (ADM) 总质量和电荷应分别修改为

$$M = (1 - 8\pi\eta^2) m, \quad (4a)$$

$$Q = (1 - 8\pi\eta^2) q. \quad (4b)$$

在扩展相空间, 热力学压强为 [45,46]

$$P = -\frac{1}{8\pi} \Lambda = \frac{3}{8\pi l^2}. \quad (5)$$

相应地, Reissner-Nordstrom AdS 黑洞度规 $f(r)$ 被重写成:

$$f(r) = 1 - \frac{2M}{r} + \frac{8P\pi}{3} r^2 + \frac{Q^2}{r^2}. \quad (6)$$

由 $f(r) = 0$, 可得黑洞质量:

$$M = \frac{1}{2} \left(r_H + \frac{8}{3} \pi P r_H^3 + \frac{Q^2}{r_H} \right), \quad (7)$$

其中, r_H 是黑洞的事件视界位置. 由此, 可以导出热力学体积为

$$V = \left(\frac{\partial M}{\partial P} \right)_{S,Q} = \frac{4\pi r_H^3}{3}. \quad (8)$$

相应地, 带有整体单极子 Reissner-Nordstrom AdS 黑洞的相空间得到了扩展. 在扩展相空间中, 黑洞热力学第一定律被改写成:

$$dM = TdS + VdP + \Phi dQ. \quad (9)$$

黑洞熵:

$$S = \frac{A}{4} = (1 - 8\pi\eta^2) \pi r_H^2. \quad (10)$$

3 带电粒子的测地线方程

为了描述粒子穿越视界的行为, 应当消除坐标

奇异性. 为此, 引入 Painlevé \bar{e} 坐标系进行变换 [62,63], (2) 式可改写成

$$ds^2 = -f(r) dt^2 \pm 2\sqrt{1-f(r)} dt dr + dr^2 + r^2 (1 - 8\pi\eta^2) (d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2). \quad (11)$$

在带整体单极 Reissner-Nordstrom AdS 黑洞中, 出射粒子为有静止质量带电的粒子. 众所周知, 静止质量不为零的粒子不再是类光粒子, 将不沿着类光测地线, 其世界线应该是类时的. 因此, 不能利用文献 [16] 中通过 $ds = d\theta = d\varphi = 0$ 的方法来计算粒子的测地线方程. 由此, Zhang 等 [24,27] 提出一种关于有质量粒子测地线方程的方法, 他们将出射粒子看作出射德布罗意波球面波 (S 波). 然后, 先求出出射粒子的相速度及群速度, 再根据两者之间的关系求出测地线方程. 应用 WKB 近似, 有静止质量粒子的球面波径向波函数可以写成:

$$\psi(r, t) = C \exp i \left(\int_{r_i-\varepsilon}^r p_r dr - \omega t \right), \quad (12)$$

其中, $r_i - \varepsilon$ 表示粒子出射时的初始位置, 然后假设取某一特定的相位, 令:

$$\int_{r_i-\varepsilon}^r p_r dr - \omega t = \varnothing_0. \quad (13)$$

对 (13) 式两边同时微分, 可得

$$\frac{dr}{dt} = \dot{r} = \frac{\omega}{k}, \quad (14)$$

其中, k 为德布罗意波的波数. 由 (14) 式可知, \dot{r} 实际上对应德布罗意波的相速度. 这里, 德布罗意波不同于电磁波, 德布罗意波的相速度 v_p 不等于群速度 v_g . 二者之间关系为

$$v_p = \frac{dr}{dt} = \dot{r} = \frac{\omega}{k}, \quad (15a)$$

$$v_g = \frac{dr_c}{dt} = \frac{d\omega}{dk}, \quad (15b)$$

$$v_p = \frac{1}{2} v_g. \quad (15c)$$

当粒子穿越势垒时, 其运动的过程是一个瞬时过程. 一般认为“粒子穿入势垒”和“粒子穿出势垒”这两个事件同时发生. 根据朗道 (Landau) 的对钟理论, 这两个事件发生的坐标时差为

$$dt = -\frac{g_{0i}}{g_{00}} dx^i = -\frac{g_{tr}}{g_{tt}} dr_c, \quad d\theta = d\varphi = 0, \quad (16)$$

其中, r_c 为粒子的位置. 出射粒子贯穿势垒时, 波包的群速度为

$$\nu_g = \frac{dr_c}{dt} = -\frac{g_{tt}}{g_{tr}}. \quad (17)$$

因此, 根据相速度与群速度之间的关系, 粒子的相速度表达式为

$$\nu_p = \dot{r} = \frac{1}{2}\nu_g = -\frac{1}{2}\frac{g_{tt}}{g_{tr}}, \quad (18)$$

再将 g_{tt} 和 g_{tr} 的表达式代入即可得到粒子的类时测地线方程. 这里 g_{tt} 和 g_{tr} 为

$$g_{tt} = 1 - \frac{2M}{r} + \frac{8\pi P}{3}r^2 + \frac{Q^2}{r^2}, \quad (19a)$$

$$g_{tr} = \sqrt{\frac{2M}{r} - \frac{8\pi P}{3}r^2 - \frac{Q^2}{r^2}}, \quad (19b)$$

将 (19a) 式及 (19b) 式代入 (18) 式可得

$$\dot{r} = \frac{1 - \frac{2M}{r} + \frac{8\pi P}{3}r^2 + \frac{Q^2}{r^2}}{2\sqrt{\frac{2M}{r} - \frac{8\pi P}{3}r^2 - \frac{Q^2}{r^2}}}. \quad (20)$$

4 具有热力学压力下带电粒子隧穿辐射谱

接下来讨论有质量粒子在引入体积压强项之后黑洞视界处的霍金辐射. 在黑洞事件视界处附近 (边界极靠近内部), 由于量子效应真空涨落产生正负粒子对. 其中的负能粒子被黑洞吸收, 正能粒子通过视界而辐射到无穷远处, 从而使黑洞能量、电荷减少. 考虑到出射粒子的自引力相互作用, 在能量守恒, 电荷守恒的条件下, 一个大质量的带电粒子从事件视界向外辐射, 黑洞的质量 M 、压力 P 和电荷 Q 应该减少为 $M \rightarrow M - \omega'$, $P \rightarrow P - p'$ 和 $Q \rightarrow Q - q'$. 至此, 我们已将扩展相空间中的能量视为系统的总能量. 亦即, 包括了系统的内能和环境真空能. 因此, 在扩展相空间中得到的黑洞贝肯斯坦-霍金熵 ΔS 应该重新改写为 $\Delta S_{\text{BH}} = S(M - \omega', P - p', Q - q') - S(M, P, Q)$, 而非一般相空间中的 $\Delta S_{\text{BH}} = S(M - \omega) - S(M)$. 因此, 度规 $f(r)$ 的表达式 (3) 被改写成:

$$f'(r) = 1 - \frac{2(M - \omega')}{r} + \frac{8\pi(P - p')}{3}r^2 + \frac{(Q - q')^2}{r^2}. \quad (21)$$

同时, 粒子的径向类时测地线方程随之修改为

$$\dot{r} = \frac{1 - \frac{2(M - \omega')}{r} + \frac{8\pi(P - p')}{3}r^2 + \frac{(Q - q')^2}{r^2}}{2\sqrt{\frac{2(M - \omega')}{r} - \frac{8\pi(P - p')}{3}r^2 - \frac{(Q - q')^2}{r^2}}}. \quad (22)$$

电磁势的非零分量也相应地修改为

$$A_t = \frac{Q - q'}{r}. \quad (23)$$

我们的研究对象是从黑洞视界出射的大质量带电粒子, 因此需要考虑电磁场的影响. 在这里, 物质-重力系统包括黑洞和其外部电磁场. 该系统的拉格朗日量可以表示成:

$$L = L_m + L_h, \quad (24)$$

其中, $L_h = -1/4 F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}$ 为对应于广义坐标 $A_\mu = (A_t, 0, 0, 0)$ 的电磁场的拉格朗日函数. 但从 L_h 的表达式中, 发现 $A_\mu = (A_t, 0, 0, 0)$ 是一个可忽略的坐标. 为了消除与可遗坐标对应的自由度的影响, 出射粒子的作用量的表达式应该写为

$$S = \int_{t_i}^{t_f} (L - P_{A_t} \dot{A}_t) dt, \quad (25)$$

其中, P_{A_t} 是电磁场与 A_t 共轭的广义动量. 因为我们的主要目的是计算隧穿粒子的虚部, 所以, 对于一个出射粒子自 r_i 隧穿到 r_f (r_i 和 r_f 分别对应粒子在发射前后的位置), 其作用量的虚部应该写成:

$$\begin{aligned} \text{Im}S &= \text{Im} \int_{t_i}^{t_f} (L - P_{A_t} \dot{A}_t) dt \\ &= \text{Im} \int_{r_i}^{r_f} (P_r \dot{r} - P_{A_t} \dot{A}_t) \frac{dr}{\dot{r}} \\ &= \text{Im} \int_{r_i}^{r_f} \int_{(0,0)}^{(P_r, P_{A_t})} (\dot{r} dp'_r - \dot{A}_t dP'_{A_t}) \frac{dr}{\dot{r}}, \end{aligned} \quad (26)$$

其中, P_r 是 r 对应的正则动量. 利用粒子的哈密顿正则方程, 则有:

$$\begin{aligned} \dot{r} &= \left. \frac{dH}{dP_r} \right|_{(r; A_t, P_{A_t})}, \\ dH|_{(r; A_t, P_{A_t})} &= (1 - 8\pi\eta^2) [d(M - \omega') \\ &\quad - V d(P - p')], \end{aligned} \quad (27a)$$

$$\begin{aligned} \dot{A}_t &= \left. \frac{dH}{dP_{A_t}} \right|_{(A_t; r, P_r)}, \\ dH|_{(A_t; r, P_r)} &= (1 - 8\pi\eta^2) \frac{Q - q'}{r} d(Q - q'), \end{aligned} \quad (27b)$$

其中, $dH|_{(r;A_t,P_{A_t})} = (1 - 8\pi\eta^2)[d(M - \omega') - Vd(P - p')]$ 表示出射粒子在穿越视界后, 因能量丢失而导致的能量变化. 不同于正常相空间, 将黑洞质量解释为内能即 $(M - \omega')$. 由于本文旨在研究宇宙学参数作为动态变量下的扩展相空间粒子的辐射行为. 因此, 在过往研究中黑洞的质量 M

应该解释为热力学焓 H 而不再是内能, 并且热力学压力也不该被忽视. 因此, 我们考虑能量变化应该写为 $d(M - \omega') - Vd(P - p')$. $dH|_{(A_t;r,P_r)} = \frac{Q - q'}{r}d(Q - q')$ 则表示为当粒子出射后, 电荷丢失而导致的电荷变化. 基于此, 可将 (26) 式改写成:

$$\begin{aligned} \text{Im}S &= \text{Im} \int_{r_i}^{r_f} \left[\int_{(0,0)}^{(P_r,P_{A_t})} (\dot{r}dp'_r - \dot{A}_tdP'_{A_t}) \right] \frac{dr}{\dot{r}} \\ &= \text{Im} \int_{r_i}^{r_f} \int_{(1-8\pi\eta^2)(M,P,Q)}^{(1-8\pi\eta^2)(M-\omega',P-p',Q-q')} \frac{2\sqrt{\frac{2(M-\omega')}{r} - \frac{8(P-p')\pi}{3}r^2 - \frac{(Q-q')^2}{r^2}}}{1 - \frac{2(M-\omega')}{r} + \frac{8(P-p')\pi}{3}r^2 + \frac{(Q-q')^2}{r^2}} \\ &\quad \times (1 - 8\pi\eta^2)[d(M - \omega') - Vd(P - p') - A_t d(Q - q')] dr. \end{aligned} \quad (28)$$

在粒子穿越视界时, 出射粒子的轨迹会经过视界半径处 ($r = r_H$), 这导致上述积分在该点存在奇异性. 为了计算这个积分, 可以使用换元的方法来消除极点上的奇异性, 即将变量做以下替换:

$$u = \frac{2(M - \omega')}{r} - \frac{8(P - p')\pi}{3}r^2 - \frac{(Q - q')^2}{r^2}. \quad (29)$$

对方程两边同时微分, 可以得到

$$\begin{aligned} \frac{r}{2}du &= d(M - \omega') - \frac{4\pi r^3}{3}d(P - p') \\ &\quad - \frac{(Q - q')}{r}d(Q - q'). \end{aligned} \quad (30)$$

如前所述, 可得

$$V = \frac{4\pi r^3}{3}, \quad (31a)$$

$$A_t = \frac{Q - q'}{r}. \quad (31b)$$

因此, (29) 式可以改写为

$$d(M - \omega') - Vd(P - p') - A_t d(Q - q') = \frac{r}{2}du. \quad (32)$$

将其代入 (28) 式, 积分可得

$$\text{Im}S = \text{Im} \int_{r_i}^{r_f} \int_0^u (1 - 8\pi\eta^2) \frac{2\sqrt{ur}du}{1 - u} dr. \quad (33)$$

可以看出, 该积分在 $u = 1$ 处是一个存在一个极点. 因此, 上述积分可以上半复平面进行计算, 先对 u 进行积分, 可以得到:

$$\text{Im} \int_0^u \frac{2\sqrt{ur}du}{1 - u} = -i\pi r. \quad (34)$$

将 (34) 式代入 (33) 式, 可得

$$\begin{aligned} \text{Im}S &= \text{Im} \int_{r_i}^{r_f} (1 - 8\pi\eta^2)(-i\pi r) dr \\ &= -(1 - 8\pi\eta^2) \frac{\pi}{2} (r_f^2 - r_i^2). \end{aligned} \quad (35)$$

因此, 可得到带整体单极 Reissner-Nordstrom AdS 黑洞的隧穿概率为

$$\Gamma \sim e^{-2\text{Im}S} = e^{\pi(1-8\pi\eta^2)(r_f^2 - r_i^2)} = e^{\Delta S_{\text{BH}}}, \quad (36)$$

$\Delta S_{\text{BH}} = S_{\text{BH}}(M - \omega', P - p', Q - q') - S_{\text{BH}}(M, P, Q)$ 是粒子穿越事件视界初始和穿越后的黑洞贝肯斯坦-霍金熵的变化值. 显然, 计算结果表明即使在扩展相空间的具有整体单极的黑洞中, 考虑热力学压强, 得到的带电粒子出射谱实际上也偏离了纯热谱, 粒子的出射率与出射粒子穿越势垒前后的贝肯斯坦-霍金熵变有关, 同时满足量子力学中的么正性理论, 支持了信息守恒的结论.

5 热力学角度分析粒子隧穿辐射过程

事实上, 我们发现不论是静态球对称黑洞, 还是稳态轴对称黑洞, 不管讨论的出射粒子是哪一种粒子 (无质量粒子、有质量粒子, 或者带电粒子), 在证明信息守恒过程中都可以用到热力学第一定律在可逆过程中的表达式.

之前的研究已显示出辐射光谱与黑洞热力学第一定律密切相关, 但没有包含热力学体积和压强

项. 通过第 1 节的讨论, 可以看到在扩展相空间中, 热力学第一定律得到修改, 即 (9) 式可修改为

$$dS = \frac{1}{T} (dM - VdP - \Phi dQ), \quad (37)$$

利用 (26) 式, 经典禁止轨道作用的虚部可表示为

$$\begin{aligned} \text{Im}S &= \text{Im} \int_{r_i}^{r_f} (P_r \dot{r} - P_{A_t} \dot{A}_t) \frac{dr}{r} \\ &= -\frac{1}{2} \int_{(M,P,Q)}^{(M-\omega, P-p, Q-q)} \frac{1}{T'} (dM' - V'dP' - \Phi'dQ') \\ &= -\frac{1}{2} \int_{S_i}^{S_f} dS' = -\frac{1}{2} (S_f - S_i), \end{aligned} \quad (38)$$

式中, T 为霍金温度. 出射粒子穿越视界的概率为

$$\Gamma \sim e^{-2\text{Im}S} = e^{\Delta S_{\text{BH}}}. \quad (39)$$

不难看出, 通过应用黑洞热力学第一定律的微分形式和热力学第二定律, 我们同样能够导出出射粒子穿越视界的概率, 并且与 (36) 式得到的结果相同. 但是需要注意的是这种推导只适用于可逆的静态过程, 这是因为若不是可逆过程, 热力学第二定律的关系式为

$$dS > \frac{1}{T} (dM - VdP - \Phi dQ), \quad (40)$$

因为对应过程有不可逆熵产生, 而将 (40) 式代替 (38) 式, 将得不到 (39) 式的结果. 总之, 这个结果与 (36) 式得到结果一致. 同时, 这个结果表明, 在扩展的相空间中, 将宇宙学参数 Λ 视作黑洞热力学系统的动态参量并将其解释为热力学压强的情形下, 所得到的带电粒子的出射谱实际上也偏离了纯热谱, 粒子的出射率与出射粒子穿越势垒前后的黑洞贝肯斯坦-霍金熵差有关, 同时满足量子力学中的么正性理论, 支持了信息守恒的结论.

6 结 论

将宇宙学参数 Λ 视为一个动态变量, 并将其解释为热力学压强, 从而使黑洞相空间得到了扩展并包含了体积压强项. 以此为基础, 我们进一步研究了扩展相空间中带有整体单极 Reissner-Nordstrom-AdS 黑洞在扩展相空间中的霍金辐射. 计算结果显示, 在有拓扑缺陷的时空背景下, 有静止质量带电粒子在扩展相空间中的出射概率与粒子穿越势垒前后的贝肯斯坦-霍金熵差有关, 它意味着

所得到的出射光谱偏离了纯热光谱, 这与将宇宙学参数作为固定参数的情况一致. 特别是整体单极子尽管影响粒子的动力学行为和热力学量, 但并不影响熵变和隧穿率. 因此, 即使在扩展相空间中, 出射粒子穿越黑洞视界面时的隧穿概率依然与贝肯斯坦-霍金熵变化量成正比, 并且粒子的出射光谱也并非纯热谱, 辐射概率不依赖于相空间. 这一结果满足量子力学的么正性原理, 支持了信息守恒. 霍金辐射作为黑洞热力学成立的证据, 从另一个角度证明了将负宇宙学常数解释为热力学压强的理论有其正确性, 并进一步完善了黑洞热力学的理论框架, 同时丰富了黑洞热力学系统的相结构. 这为我们更深入地理解黑洞、量子场论和引力理论之间的内在联系提供了重要的理论依据. 当然, 本研究仅仅局限于对带有整体单极 Reissner-Nordstrom-AdS 黑洞在扩展相空间中的隧穿辐射的讨论, 其普适性还有待进一步的广泛研究和有效证明.

参考文献

- [1] Akiyama K, Alberdi A, Alef W, et al. 2019 *Astrophys. J. Lett.* **875** L1
- [2] Hawking S W 1974 *Nature* **248** 30
- [3] Hawking S W 1975 *Commun. Math. Phys.* **43** 199
- [4] Christodoulou D 1970 *Phys. Rev. Lett.* **25** 1596
- [5] Bardeen J M 1970 *Nature* **226** 64
- [6] Bekenstein J D 1973 *Phys. Rev. D* **7** 2333
- [7] Damour T, Ruffini R 1976 *Phys. Rev. D* **14** 332
- [8] Gibbons G W, Hawking S W 1977 *Phys. Rev. D* **15** 2752
- [9] York J W 1986 *Phys. Rev. D* **33** 2091
- [10] Whiting B F, York J W 1988 *Phys. Rev. Lett.* **61** 1336
- [11] Punsly B 1992 *Phys. Rev. D* **46** 1288
- [12] Srinivasan K, Padmanabhan T 1999 *Phys. Rev. D* **60** 024007
- [13] Robinson S P, Wilczek F 2005 *Phys. Rev. Lett.* **95** 011303
- [14] Han Y W, Zhang J Y 2010 *Phys. Lett. B* **692** 74
- [15] Han Y W, Chen G 2012 *Phys. Lett. B* **714** 127
- [16] Parikh M K, Wilczek F 2000 *Phys. Rev. Lett.* **85** 5042
- [17] Hemming S, Keski-Vakkuri E 2001 *Phys. Rev. D* **64** 044006
- [18] Vagenas E C 2002 *Phys. Lett. B* **533** 302
- [19] Medved A J M 2002 *Phys. Rev. D* **66** 124009
- [20] Setare M R, Vagenas E C 2004 *Phys. Lett. B* **584** 127
- [21] Parikh M 2004 *Int. J. Mod. Phys. D* **13** 2351
- [22] Zhang J, Zhao Z 2005 *Nucl. Phys. B* **725** 173
- [23] Medved A J M, Vagenas E C 2005 *Mod. Phys. Lett. A* **20** 2449
- [24] Zhang J, Zhao Z 2011 *Phys. Rev. D* **83** 064028
- [25] Han Y W 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 5018 (in Chinese) [韩亦文 2005 物理学报 **54** 5018]
- [26] Han Y W 2005 *Chin. Phys. Lett.* **22** 2769
- [27] Zhang J Y, Zhao Z 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 3796 (in Chinese) [张靖仪, 赵峥 2006 物理学报 **55** 3796]
- [28] Liu W 2006 *Phys. Lett. B* **634** 541
- [29] Han Y W 2007 *Chin. Phys. Lett.* **16** 0923
- [30] Han Y W, Yang S Z 2007 *Commun. Theor. Phys.* **47** 1145

- [31] Jiang Q Q, Wu S Q 2006 *Phys. Lett. B* **635** 151
- [32] Jiang Q Q, Wu S Q, Cai X 2006 *Phys. Rev. D* **73** 064003
- [33] Jiang Q Q, Cai X 2009 *JHEP* **11** 110
- [34] Ding C, Wang M, Jing J 2009 *Phys. Lett. B* **676** 99
- [35] Zeng X X, Yang S Z 2009 *Chin. Phys. B* **18** 462
- [36] Christina S, Singh T I 2021 *Gen Relativ Gravit* **53** 43
- [37] Vishnulal C, Basak S, Das S 2021 *Phys. Rev. D* **104** 104011
- [38] Cai R G, Cao L M, Li L, Yang R Q 2013 *JHEP* **2013** 5
- [39] Johnson C V 2014 *Class. Quant. Grav.* **31** 205002
- [40] Caceres E, Nguyen P H, Pedraza J F 2015 *JHEP* **2015** 184
- [41] Mandal A, Samanta S, Majhi B R 2016 *Phys. Rev. D* **94** 064069
- [42] Caldarelli M M, Cognola G, Klemm D 2000 *Class. Quantum Grav.* **17** 399
- [43] Hendi S H, Panahiyan S, EslamPanah B, Momennia M 2016 *Ann. Phys. (Berlin)* **528** 819
- [44] Kastor D, Ray S, Traschen J 2009 *Class. Quant. Grav.* **26** 195011
- [45] Kubizňák D, Mann R B 2012 *JHEP* **2012** 33
- [46] Dolan B P 2011 *Class. Quant. Grav.* **28** 125020
- [47] Cvetič M, Gibbons G W, Kubizňák D 2011 *Phys. Rev. D* **84** 024037
- [48] Altamirano N, Kubizňák D, Mann R B 2013 *Phys. Rev. D* **88** 101502
- [49] Dolan B P, Kostouki A, Kubizňák D 2014 *Class. Quant. Grav.* **31** 242001
- [50] Hennigar R A, Mann R B, Tjoa E 2017 *Phys. Rev. Lett.* **118** 021301
- [51] Wei S W, Liu Y X, Mann R B 2019 *Phys. Rev. Lett.* **123** 071103
- [52] Zeng X X, Han Y W, Che D Y 2019 *Chin. Phys. C* **43** 105104
- [53] Han Y W, Zeng X X, Hong Y 2019 *Eur. Phys. J. C* **79** 252
- [54] Ren Z X, Zeng X X, Han Y W, Hu C 2023 *Nucl. Phys. B* **990** 116153
- [55] Barriola M, Vilenkin A 1989 *Phys. Rev. Lett.* **63** 341
- [56] Yu H W 1994 *Nucl. Phys. B* **430** 427
- [57] He A, Tao J, Wang P, Xue Y, Zhang L 2022 *Eur. Phys. J. C* **82** 683
- [58] Chen S, Wang L, Ding C, et al. 2010 *Nucl. Phys. B* **836** 222
- [59] Zeng X X, Hu X Y, Han Y W, Liu X M 2015 *Sci. China-Phys. Mech. Astron.* **45** 080401 (in Chinese) [曾晓雄, 胡馨匀, 韩亦文, 刘显明 2015 中国科学: 物理学 力学 天文学 **45** 080401]
- [60] Zhou L, Zhang J Y 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 4380 (in Chinese) [周亮, 张靖仪 2010 物理学报 **59** 4380]
- [61] Gao C J, Sen Y G 2002 *Chin. Phys. Lett.* **19** 477
- [62] Painlevé P 1921 *Comptes Rendus Academie des Sciences (Serie Non Speciffee)* **173** 677
- [63] Gullstrand A 1922 *Arkiv. Mat. Astron. Fys.* **16** 15

Hawking radiation from a Reissner-Nordstrom-AdS black hole with integral monopoles in extended phase space^{*}

Han Yi-Wen^{1)†} Hu Cheng²⁾ Hong Yun¹⁾

1) (*Department of Physics, Chongqing Technology and Business University, Chongqing 400067, China*)

2) (*College of Basic Teaching, Chengdu Neuss of University, Chengdu 611844, China*)

(Received 7 August 2023; revised manuscript received 18 September 2023)

Abstract

In recent years, thermodynamics and phase transitions of black holes in extended phase space have been extensively studied. The results show that the original first law of thermodynamics needs revising and new phase transitions will appear. However, so far, Hawking tunneling radiation has not been widely studied in the extended phase space. In particular, whether the tunneling radiation probability changes at this time is still uncertain. This work focuses on this topic, that is, to calculate the specific value of the tunneling probability in the extended phase space and ascertains whether the results obtained in the normal phase space are consistent with those in the extended phase space. The methods used herein are described below. Taking Reissner-Nordstrom-AdS black holes with global monopole for example, the cosmological parameters are regarded as dynamic variables, which is different from previous treatment methods that regard them as constants and ignore their contributions to the tunneling probability. In particular, cosmological parameters are introduced and regarded as thermodynamic pressure when the tunneling probability is calculated, and their contribution to the tunneling probability is considered. In the work the tunneling process of mass particles is mainly studied. The outgoing particles are viewed as spherical de Broglie waves, and then the relative phase velocity and group velocity are calculated. The geodesic equation is obtained according to the relationship between the two velocities, and the tunneling probability is calculated from the geodesic equation. It is concluded that the results show that the tunneling probability of the ingoing particles is proportional to the difference in the Bekenstein-Hawking entropy of the black hole before and after the particles tunnel, and the radiation spectrum deviates from the pure thermal spectrum, which is exactly the same as the case that the cosmological parameters are treated as constants. This means that the tunneling probability of particles can be obtained in the extended phase space, and the tunneling process does not depend on thermodynamic parameters. In addition, it is found that although the global monopole affects the dynamical behavior and thermodynamic quantity of the particle, it does not affect the entropy change or tunneling rate. In other words, the conclusion that the tunneling probability in extended phase space is exactly the same as that in normal phase space does not depend on the space-time topology.

Keywords: Hawking radiation, cosmology parameters, thermodynamic pressure, global monopole

PACS: 04.70.Dy, 11.25.-w

DOI: 10.7498/aps.73.20231277

^{*} Project supported by the Basic Research of Science and Technology Committee of Chongqing, China (Grant No. CSTB2023NSCQ-MSX0594).

[†] Corresponding author. E-mail: hanyw1965@163.com

带有整体单极的Reissner–Nordstrom–AdS黑洞在扩展相空间中的霍金辐射

韩亦文 胡成 洪云

Hawking radiation from a Reissner–Nordstrom–AdS black hole with integral monopoles in extended phase space

Han Yi-Wen Hu Cheng Hong Yun

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 73, 020401 (2024) DOI: 10.7498/aps.73.20231277

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.73.20231277>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

洛伦兹破缺标量场的霍金隧穿辐射

Hawking tunneling radiation in Lorentz-violating scalar field theory

物理学报. 2019, 68(6): 060401 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20182050>

洛伦兹破缺理论与Vaidya黑洞弯曲时空中的Dirac粒子隧穿辐射特征

Lorentz-violating theory and tunneling radiation characteristics of Dirac particles in curved spacetime of Vaidya black hole

物理学报. 2019, 68(19): 190401 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20190437>

环面黑洞的热力学函数

Thermodynamic functions of toroidal black holes

物理学报. 2022, 71(11): 110401 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20212370>

Kiselev黑洞的热力学性质和物质吸积特性

Thermodynamic properties and matter accretion properties of Kiselev black hole

物理学报. 2019, 68(6): 060402 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20182055>

非对易施瓦西黑洞的热力学及其量子修正

Thermodynamics and its quantum correction of non-commutative Schwarichild black hole

物理学报. 2019, 68(20): 200401 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20191054>

量子纠缠与宇宙学弗里德曼方程

Quantum entanglement and cosmological Friedmann equations

物理学报. 2018, 67(17): 179501 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20180813>