

双  $\Lambda$  超核同位旋标量巨共振性质的相对论研究\*温静<sup>1)2)</sup> 孙帅<sup>1)2)</sup> 曹李刚<sup>1)2)†</sup> 张丰收<sup>1)2)3)‡</sup>

1) (北京师范大学核科学与技术学院, 射线束技术教育部重点实验室, 北京 100875)

2) (北京市科学技术研究院, 辐射技术研究所, 北京 100875)

3) (兰州重离子加速器国家实验室, 原子核理论研究中心, 兰州 730000)

(2023 年 9 月 19 日收到; 2023 年 11 月 21 日收到修改稿)

基于相对论平均场理论 (RMF), 采用 TM1 以及有效超子-核子和超子-超子相互作用, 首先研究了  $^{16}\text{O}$  和  $^{18}_{\Lambda\Lambda}\text{O}$  的单粒子能级受超子的影响情况, 发现超子的加入使得核子能级能量降低. 其次基于相对论无规位相近似方法 (RRPA), 自洽地计算了  $^{16}\text{O}$  和  $^{18}_{\Lambda\Lambda}\text{O}$  同位旋标量巨单极和四极共振态. 发现相比于  $^{16}\text{O}$  各巨共振的响应函数, 超核的响应函数会发生改变. 研究表明: 这种改变主要来自于超子的加入导致的核子单粒子能级的改变, 以及超子粒子-空穴组态跃迁的贡献, 而超子-超子剩余相互作用对单极和四极共振在低能区的响应函数的影响比较小, 特别对高能区的响应函数基本没有影响.

**关键词:** 双  $\Lambda$  超核, 巨共振, 相对论无规位相近似**PACS:** 21.80.+a, 24.30.Cz, 21.60.Jz**DOI:** 10.7498/aps.73.20231531

## 1 引言

1953 年, 波兰科学家 Danysz 和 Pniewski<sup>[1]</sup> 首次在宇宙射线中发现  $\Lambda$  超核, 揭示了原子核中除中子和质子外, 还可能包含  $\Lambda$  超子, 自此人们开始对超核性质进行研究, 超核物理成为核物理研究的一个重要分支. 由于超子在真空中的寿命很短, 因此很难通过超子-核子或者超子-超子散射实验来获得它们之间的相互作用信息. 与质子和中子不一样, 作为奇异粒子, 超子并不受 Pauli 原理的限制, 因此它可以深入到原子核的内部而形成超核, 为人们研究超核中的相互作用信息提供了条件, 是了解超子-核子和超子-超子相互作用的理想场所. 自从首次发现超核以来, 在实验室中通过不同的反应机制产生超核方面的研究取得了显著进展, 如通过强

子引起的反应, 用高能光子或电子轰击原子核产生超核, 以及高能重离子碰撞的碎裂反应等. 最近, STAR 合作组织在相对论重离子碰撞中还发现了反物质超核, 并首次测量它们的结合能<sup>[2]</sup>. 随着世界上高强度高能量加速器的建立, 例如德国的 PANDA、日本的 J-PARC 以及中国的 HIAF 装置等<sup>[3-5]</sup>, 越来越多的超核将被产生出来, 超核物理将有可能扩展到丰中子或丰质子超核、多奇异超核、反物质超核和具有奇异性的高密度强子物质等<sup>[6,7]</sup>. 实验上超子-核子相互作用主要通过单  $\Lambda$  超核的  $\gamma$  能谱来研究<sup>[8]</sup>. 由于  $\Lambda$  粒子的加入, 原子核的一些性质将发生变化, 如激发能和  $\gamma$  射线的跃迁概率, 这些变化揭示了  $\Lambda$  超子的杂质效应. 精确地约束超子-核子相互作用, 需要更多更丰富的实验数据, 各大实验室计划采用新的探测器阵列对单  $\Lambda$  超核的  $\gamma$  能谱进行详细研究, 旨在获得关于 sd 壳层区

\* 国家自然科学基金 (批准号: 12275025, 11975096, 12135004, 11635003, 11961141004) 和中央高校基本科研业务费专项资金 (批准号: 2020NTST06) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: caolg@bnu.edu.cn

‡ 通信作者. E-mail: fszhang@bnu.edu.cn

域超核的低能级的新数据, 这将有助于进一步了解超核中的相互作用.

理论上, 为了能够很好地描述超核性质, 已经提出和发展了许多理论类型, 包括采用唯象超子-核子相互作用和采用更微观的超子-核子相互作用的理论方法, 如 Skyrme 有效相互作用、相对论有效相互作用、Nijmegen 微观的软核芯和扩展的软核芯相互作用以及微观的手征相互作用等<sup>[9-15]</sup>. 它们被广泛用于适当的核多体理论来研究超核的各种性质, 如壳层模型、团簇模型、反对称分子动力学模型、非相对论和相对论平均场模型等<sup>[16-31]</sup>, 这些理论模型对超核的基态性质、单粒子能级的性质、超核收缩、超核变形、裂变势垒高度、势能面和中子滴线的延伸等做了详细的研究. 除了单  $\Lambda$  超核外, 实验和理论上还对双  $\Lambda$  超核的性质进行了研究. 实验上也是通过观察双  $\Lambda$  超核发射的  $\gamma$  能谱来推断出有关核子-超子以及超子-超子相互作用的信息. 然而, 到目前为止, 在核乳胶实验中观察到的双  $\Lambda$  超核实验数据很稀少. 另外, 理论研究认为相对论重离子碰撞可以产生丰富的多奇异原子核, 反质子引起的两步核反应过程也是多奇异超核产生的有效机制<sup>[32,33]</sup>, 这为未来国内外的超核实验研究装置提供了理论依据. HIAF 装置是中国正在建造的新一代强流离子加速器, 计划于 2025 年建成投入使用, 超核物理是 HIAF 装置重要的研究目标之一, 将开展超核的产生以及谱学方面的研究<sup>[5]</sup>. 因此, 系统的理论计算对研究双  $\Lambda$  超核中的  $\Lambda$  超子杂质效应很有帮助, 也是未来实验上产生双  $\Lambda$  超核建议合适的靶核的有力工具.

为了系统地研究从轻核到重核的杂质效应, 平均场理论以及无规位相近似方法提供了最合适的工具之一. 这种方法已经应用于研究整个核素图中正常核的集体激发态性质, 获得了重要的进展<sup>[34-47]</sup>. 采用 Skyrme HF 理论以及无规位相近似方法, 文献<sup>[48, 49]</sup>研究了双  $\Lambda$  超核的集体激发性质, 讨论了双  $\Lambda$  超子杂质效应对原子核集体激发响应方程以及能量的影响. 而基于相对论核多体理论的相关研究还没有被报道过. 本文将相对论平均场以及无规位相近似方法推广到双  $\Lambda$  超核的单粒子能级和集体激发态性质的研究中. 选择双  $\Lambda$  超核作为研究对象, 部分原因是在双  $\Lambda$  超核中时间反演对称性的描述比较简单. 另外, 预计双  $\Lambda$  超核中的杂质效应更强, 这样的计算将提供单  $\Lambda$  超核杂质效应的上限.

## 2 理论模型

相对论平均场理论是基于介子交换有效场论和能量密度泛函发展起来的理论, 又称相对论协变密度泛函理论<sup>[50]</sup>. 由于具有场论基础和可自动给出原子核自旋-轨道劈裂等优势, 相对论平均场理论在原子核性质计算中得到了广泛应用. 近年来, 相对论平均场理论得到了不断完善和发展, 成功地描述了原子核的均方根半径、质量、中子和质子分离能、自旋对称等性质<sup>[51-62]</sup>. 关于描述超核基态性质的相对论平均场理论可以参考文献<sup>[21-27]</sup>, 本文给出简要的介绍. 描述由核子、超子和介子组成的核多体束缚系统的拉氏量密度为

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \bar{\psi}_B \left[ i\gamma^\mu \partial_\mu - M_N - g_\sigma \sigma - g_\omega \gamma^\mu \omega_\mu \right. \\ & \left. - g_\rho \gamma^\mu \tau \rho_\mu - e\gamma^\mu \frac{1 + \tau_3}{2} A_\mu \right] \psi_B \\ & + \bar{\psi}_\Lambda \left[ i\gamma^\mu \partial_\mu - M_\Lambda - g_\sigma^\Lambda \sigma - g_{\sigma^*}^\Lambda \sigma^* \right. \\ & \left. - g_\omega^\Lambda \gamma^\mu \omega_\mu - g_\phi^\Lambda \gamma^\mu \phi_\mu + \frac{f_\omega^\Lambda}{2M_\Lambda} \sigma^{0i} \partial_i \omega \right] \psi_\Lambda \\ & + \frac{1}{2} \partial^\mu \sigma \partial_\mu \sigma - \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma^2 - \frac{1}{3} g_2 \sigma^3 - \frac{1}{4} g_3 \sigma^4 \\ & + \frac{1}{2} \partial^\mu \sigma^* \partial_\mu \sigma^* - \frac{1}{2} m_{\sigma^*}^2 \sigma^{*2} - \frac{1}{4} \Omega_{\mu\nu} \Omega^{\mu\nu} \\ & + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_\mu \omega^\mu + \frac{1}{4} c_3 \omega^4 - \frac{1}{4} \pi_{\mu\nu} \pi^{\mu\nu} \\ & + \frac{1}{2} m_\phi^2 \phi_\mu \phi^\mu - \frac{1}{4} \mathbf{R}_{\mu\nu} \cdot \mathbf{R}^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\rho^2 \rho_\mu \cdot \rho^\mu \\ & - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}, \end{aligned} \quad (1)$$

其中,  $\psi_B$  和  $\psi_\Lambda$  是核子和超子场算符;  $M_N$  和  $M_\Lambda$  为核子和超子的裸质量;  $m_\sigma$ ,  $m_\omega$ ,  $m_\rho$ ,  $m_{\sigma^*}$  和  $m_\phi$  分别是  $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\rho$ ,  $\sigma^*$  和  $\phi$  介子的质量;  $g_\sigma$ ,  $g_\omega$ ,  $g_\rho$  和  $g_\sigma^\Lambda$ ,  $g_\omega^\Lambda$ ,  $g_{\sigma^*}^\Lambda$ ,  $g_\phi^\Lambda$  分别是介子与核子、超子的耦合常数;  $g_2$ ,  $g_3$  和  $c_3$  为介子的自耦合常数;  $f_\omega^\Lambda$  是  $\omega - \Lambda$  的张量耦合系数;  $A$  是电磁场, 它只作用于质子上, 由于超子是电中性和同位旋标量粒子, 所以它不与电磁场耦合.  $\omega$ ,  $\rho$  和  $\phi$  介子以及电磁场的张量形式分别表示为

$$\begin{aligned} \Omega^{\mu\nu} &= \partial^\mu \omega^\nu - \partial^\nu \omega^\mu, \quad \mathbf{R}^{\mu\nu} = \partial^\mu \boldsymbol{\rho}^\nu - \partial^\nu \boldsymbol{\rho}^\mu, \\ \pi^{\mu\nu} &= \partial^\mu \phi^\nu - \partial^\nu \phi^\mu, \quad F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu. \end{aligned} \quad (2)$$

在球形近似下, 可以得到核子的径向 Dirac 方程为

$$\frac{d}{dr} \begin{pmatrix} G_a(r) \\ F_a(r) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\kappa/r & M + E_a - S(r) - V(r) \\ M - E_a - S(r) + V(r) & \kappa/r \end{pmatrix} \begin{pmatrix} G_a(r) \\ F_a(r) \end{pmatrix}, \quad (3)$$

其中,  $S(r) = -g_\sigma \sigma(r)$  表示核子相互作用的标量势,  $V(r) = g_\omega \omega^0(r) + g_\rho \rho_3^0(r) \tau_3 + \frac{1+\tau_3}{2} A^0(r)$  表示核子相互作用的矢量势.

超子的径向 Dirac 方程为

$$\frac{d}{dr} \begin{pmatrix} G_a^\Lambda(r) \\ F_a^\Lambda(r) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{\kappa}{r} + \frac{f_\omega^\Lambda}{2M_\Lambda} \frac{d\omega^0}{dr} & M_\Lambda + E_\Lambda - S_\Lambda(r) - V_\Lambda(r) \\ M_\Lambda - E_\Lambda - S_\Lambda(r) + V_\Lambda(r) & \frac{\kappa}{r} - \frac{f_\omega^\Lambda}{2M_\Lambda} \frac{d\omega^0}{dr} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} G_a^\Lambda(r) \\ F_a^\Lambda(r) \end{pmatrix}, \quad (4)$$

其中,  $S_\Lambda(r) = -g_\sigma^\Lambda \sigma(r) - g_{\sigma^*}^\Lambda \sigma^*(r)$  是超子相互作用的标量势,  $V_\Lambda(r) = g_\omega^\Lambda \omega^0(r) + g_\phi^\Lambda \phi^0(r)$  是超子相互作用的矢量势. 通过自洽求解方程 (3) 和方程 (4) 以及介子场和电磁场方程, 可以获得核子以及超子的单粒子能和单粒子波函数等基态性质.

基于原子核的基态, 自洽的相对论无规位近似方法 (RRPA) 已经建立起来, 它被用于描述有限核的各种集体激发性质. 相对论无规位近似方法的发展包括两个重要的阶段: 一方面在相对论无规位近似方法计算中考虑了具有非线性自相互作用的介子传播子, 这样可以合理地描述原子核的不可压缩性, 再现重核中同位旋标量巨单极共振的实验数据; 另一方面, 在相对论无规位近似方法中对负能海态贡献的自洽处理<sup>[34,35]</sup>, 建立了完全自洽的相对论无规位近似方法.

本文将扩展相对论无规位近似方法, 使之能够描述双  $\Lambda$  超核的集体激发性质. 根据线性响应理论, 一个量子体系对外场算符  $P$  的响应函数是其关联极化算符的虚部, 公式如下:

$$\begin{aligned} & \Pi_0^L(P, Q; k, k'; E) \\ &= \frac{(4\pi)^2}{2L+1} \left\{ \sum_{aA} (-1)^{j_a+j_{A+1}} \left[ \frac{\langle \bar{f}_a \| P_L \| f_A \rangle \langle \bar{f}_A \| Q_L \| f_a \rangle}{E_a - E_A + E + i\eta} + \frac{\langle \bar{f}_A \| P_L \| f_a \rangle \langle \bar{f}_a \| Q_L \| f_A \rangle}{E_a - E_A - E + i\eta} \right] \right. \\ &+ \sum_{a\bar{\alpha}} (-1)^{j_a+j_{\bar{\alpha}+1}} \left[ \frac{\langle \bar{f}_a \| P_L \| g_{\bar{\alpha}} \rangle \langle \bar{g}_{\bar{\alpha}} \| Q_L \| f_a \rangle}{E_a - E_{\bar{\alpha}} + E + i\eta} + \frac{\langle \bar{g}_{\bar{\alpha}} \| P_L \| f_a \rangle \langle \bar{f}_a \| Q_L \| g_{\bar{\alpha}} \rangle}{E_a - E_{\bar{\alpha}} - E + i\eta} \right] \\ &+ \sum_{aA} (-1)^{j_a+j_{A+1}} \left[ \frac{\langle \bar{f}_a^\Lambda \| P_L \| f_A^\Lambda \rangle \langle \bar{f}_A^\Lambda \| Q_L \| f_a^\Lambda \rangle}{E_a^\Lambda - E_A^\Lambda + E + i\eta} + \frac{\langle \bar{f}_A^\Lambda \| P_L \| f_a^\Lambda \rangle \langle \bar{f}_a^\Lambda \| Q_L \| f_A^\Lambda \rangle}{E_a^\Lambda - E_A^\Lambda - E + i\eta} \right] \\ &\left. + \sum_{a\bar{\alpha}} (-1)^{j_a+j_{\bar{\alpha}+1}} \left[ \frac{\langle \bar{f}_a^\Lambda \| P_L \| g_{\bar{\alpha}}^\Lambda \rangle \langle \bar{g}_{\bar{\alpha}}^\Lambda \| Q_L \| f_a^\Lambda \rangle}{E_a^\Lambda - E_{\bar{\alpha}}^\Lambda + E + i\eta} + \frac{\langle \bar{g}_{\bar{\alpha}}^\Lambda \| P_L \| f_a^\Lambda \rangle \langle \bar{f}_a^\Lambda \| Q_L \| g_{\bar{\alpha}}^\Lambda \rangle}{E_a^\Lambda - E_{\bar{\alpha}}^\Lambda - E + i\eta} \right] \right\}, \quad (7) \end{aligned}$$

$$R(P, P; k, k'; E) = \frac{1}{\pi} \text{Im} \Pi^R(P, P; k, k'; E), \quad (5)$$

其中,  $P$  为外场算符;  $k, k'$  为转移动量;  $E$  为激发能量.

关联极化算符可以通过求解 Bethe-Salpeter 方程得到:

$$\begin{aligned} \Pi(P, P; k, k'; E) &= \Pi_0(P, P; k, k'; E) \\ &- \sum_i g_i^2 \int d^3k_1 d^3k_2 \Pi_0(P, \Gamma^i; k, k_1, E) \\ &\times D_i(k_1 - k_2) \Pi(\Gamma_i, P; k_2, k', E), \quad (6) \end{aligned}$$

其中, 求和指标  $i$  表示  $\sigma, \omega, \rho, \sigma^*, \phi$  介子以及光子;  $g_i$  和  $D_i$  表示相应介子和光子的耦合常数和传播子. 在非线性模型中介子的传播子在动量表象下不再是一个简单的定域形式, 它可以用数值方法求解非定域方程得到<sup>[63]</sup>.  $\Gamma_i$  为相互作用顶角函数, 对于  $\sigma$  和  $\sigma^*$  介子,  $\Gamma_i = 1$ , 对于  $\omega$  和  $\phi$  介子以及光子,  $\Gamma_i = \gamma^\mu$ , 对于  $\rho$  介子,  $\Gamma_i = \gamma^\mu \tau_3$ .  $\Pi_0$  代表非微扰关联极化算符.

对于每个确定的角动量  $L$ , 非微扰关联极化算符为

其中,  $a$  和  $A$  分别代表核子 (超子) 占有和不占有费米海态;  $\bar{a}$  代表核子 (超子) 负能 Dirac 海态;  $f_a$  和  $f_A$  分别代表核子 (超子) 占有和不占有费米海态波函数;  $g_{\bar{a}}$  代表核子 (超子) 负能 Dirac 海态波函数;  $E_a$ ,  $E_A$  和  $E_{\bar{a}}$  为相应单粒子态的能量.

### 3 结果与讨论

对于双  $\Lambda$  超核的基态和集体激发态的研究, 核子-核子和核子-超子之间通过交换  $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\rho$  介子和光子产生相互作用, 为了描述超子-超子之间的相互作用, 还需要引入奇异介子  $\sigma^*$  和  $\phi$  的贡献. 本文将采用 TM1 作为核子-核子相互作用 [64], 相关参数见表 1. 在此基础上, Shen 等 [65] 确定超子-核子和超子-超子之间的相互作用参数, 他们取  $R_\sigma = g_\sigma^\Lambda / g_\sigma$ ,  $R_\omega = g_\omega^\Lambda / g_\omega$ ; 对  $\sigma$  介子, 取  $R_\sigma = 0.621$ , 得到  $g_\sigma^\Lambda = 6.227$ ; 对  $\omega$  介子, 取  $R_\omega = 2/3$ , 得到  $g_\omega^\Lambda = 8.409$ , 张量耦合参数  $f_\omega^\Lambda = -g_\omega^\Lambda$ ; 对于  $\phi$  介子的耦合常数, 计算中取  $R_\phi = g_\phi^\Lambda / g_\phi = -\sqrt{2}/3$ , 得到  $g_\phi^\Lambda = -5.946$ ; 对于  $\sigma^*$  介子,  $R_{\sigma^*} = g_{\sigma^*}^\Lambda / g_{\sigma^*}$ ,  $R_{\sigma^*}$  的取值是 0.57, 得到  $g_{\sigma^*}^\Lambda = 5.716$ . 介子  $\sigma^*$  和  $\phi$  的质量为  $m_{\sigma^*} = 980$  MeV,  $m_\phi = 1020$  MeV. 确定了相互作用参数后, 将以  $^{16}\text{O}$  和  $^{18}_{\Lambda\Lambda}\text{O}$  为例, 研究双  $\Lambda$  超子在原子核单粒子能级和集体激发态中的杂质效应.

#### 3.1 $^{16}\text{O}$ 和 $^{18}_{\Lambda\Lambda}\text{O}$ 单粒子能级

在研究超核的激发态性质之前, 首先使用相对论平均场理论进行原子核基态性质的计算, 研究超子对原子核单粒子能级的影响, 计算中双  $\Lambda$  超核采用球形对称近似. 基于 TM1 参数计算了  $^{18}_{\Lambda\Lambda}\text{O}$  的单粒子能级, 将得到的单粒子能级和普通核  $^{16}\text{O}$  的单粒子能级进行比较. 图 1 是相对论平均场计算得到的  $^{16}\text{O}$  和  $^{18}_{\Lambda\Lambda}\text{O}$  的中子、质子以及超子的单粒子能级, 黑色实线表示普通核  $^{16}\text{O}$  的单粒子能级, 红色虚线表示超核  $^{18}_{\Lambda\Lambda}\text{O}$  中中子、质子和超子的单粒子能级. 从图中可以看出, 由于超子的加入, 在超核  $^{18}_{\Lambda\Lambda}\text{O}$  中中子和质子单粒子能级低于  $^{16}\text{O}$  中的相应能级, 这是由于超子-核子的相互吸引作用, 使得质子和中子的中心势场加深, 从而计算得到的单粒

子能级变得更加束缚, 并且发现  $\Lambda$  超子的加入对质子和中子能级  $1s$  态的影响最大.

表 2 给出计算得到的  $^{16}\text{O}$  和  $^{18}_{\Lambda\Lambda}\text{O}$  核芯的质子、中子的单粒子能级和能级差,  $\Delta\epsilon$  代表的是普通核与超核之间相应单粒子能级之差. 从表 2 可以看出, 由于超子的加入, 超子-核子与超子-超子之间的相互作用使质子和中子平均场的中心部分加深, 超核中核子的单粒子能级低于普通原子核中相应的单粒子能级. 超子的影响对于能量比较低的  $1s_{1/2}$  态比较大, 随着能级靠近费米面, 单粒子能级的差值  $\Delta\epsilon$  也逐渐减少. 另外, 单粒子能级的差值也有可能受到轨道角动量的影响, 如  $^{18}_{\Lambda\Lambda}\text{O}$  中, 质子和中子  $1d_{5/2}$  态的单粒子能级差比相邻的  $1p_{1/2}$  态的单粒子能级差要大. 由于超子的加入, 原子核单粒子能级的变化有可能会引起原子核集体激发态性质的变化.

#### 3.2 $^{18}_{\Lambda\Lambda}\text{O}$ 同位旋标量巨共振性质

在原子核的基态之上, 基于相对论无规位相近似理论, 以  $^{16}\text{O}$  和  $^{18}_{\Lambda\Lambda}\text{O}$  为例, 研究超核的同位旋标量单极和四极巨共振性质, 讨论超子在原子核集体激发态性质中的杂质效应.

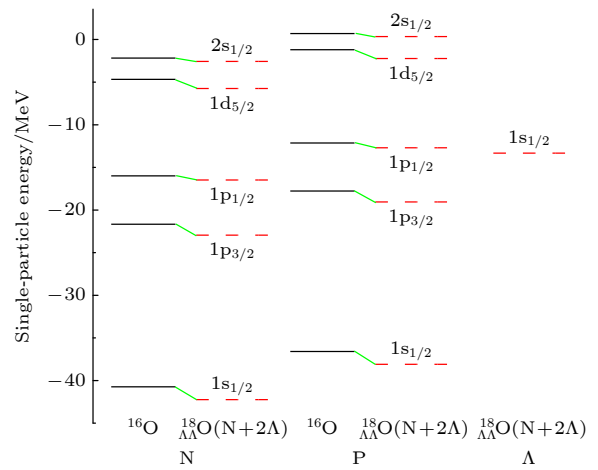


图 1 中子、质子和超子的单粒子能级. 黑色实线为  $^{16}\text{O}$  的单粒子能级, 红色虚线为  $^{18}_{\Lambda\Lambda}\text{O}$  的核子和超子单粒子能级

Fig. 1. Single-particle energies of neutrons, protons, and Lambda hyperons. Energy levels of  $^{16}\text{O}$  are denoted by black solid lines while those of  $^{18}_{\Lambda\Lambda}\text{O}$  are denoted by red dashed lines.

表 1 TM1 参数, 核子以及介子质量的单位为 MeV

Table 1. Parameter sets TM1, and the masses of nucleons and mesons are given in MeV.

	$M$	$m_\sigma$	$m_\omega$	$m_\rho$	$m_{\sigma^*}$	$m_\omega$	$m_\rho$	$g_2/\text{fm}^{-1}$	$g_3$	$c_3$
TM1	938.0	511.2	783.0	770.0	10.029	12.614	4.632	-7.233	0.618	71.307



表 2 使用相对论平均场模型计算得到的  $^{16}\text{O}$  和  $^{18}_{\Lambda\Lambda}\text{O}$  中质子、中子的单粒子能级 ( $\varepsilon$ ),  $\Delta\varepsilon$  表示普通核与超核之间的相应能级差 (单位为 MeV)

Table 2. Single-particle energies of neutrons and protons in  $^{16}\text{O}$  and  $^{18}_{\Lambda\Lambda}\text{O}$ , the results are obtained by using the RMF model.  $\Delta\varepsilon$  is the difference of corresponding level in normal nucleus and hypernucleus (unit in MeV).

	p			n		
	$\varepsilon(^{16}\text{O})$	$\varepsilon(^{18}_{\Lambda\Lambda}\text{O})$	$\Delta\varepsilon$	$\varepsilon(^{16}\text{O})$	$\varepsilon(^{18}_{\Lambda\Lambda}\text{O})$	$\Delta\varepsilon$
$1s_{1/2}$	-36.55	-38.12	1.57	-40.72	-42.29	1.57
$1p_{3/2}$	-17.75	-19.07	1.32	-21.66	-22.97	1.31
$1p_{1/2}$	-12.14	-12.70	0.56	-15.99	-16.53	0.54
$1d_{5/2}$	-1.20	-2.23	1.03	-4.67	-5.74	1.07
$2s_{1/2}$	0.70	0.35	0.35	-2.12	-2.56	0.44

同位旋标量巨单极共振是一种常见的压缩模式, 也被称为核的呼吸模式, 被用于提取核物质不可压缩性系数. 同位旋标量巨单极共振对应的外场算符形式是:

$$\hat{P} = \sum_i r_i^2 Y_{00}. \quad (8)$$

图 2(a) 给出了  $^{16}\text{O}$  与  $^{18}_{\Lambda\Lambda}\text{O}$  单极共振的非微扰 (Hartree) 响应的计算结果, 黑色实线表示  $^{16}\text{O}$  的结果, 红色虚线表示  $^{18}_{\Lambda\Lambda}\text{O}$  的结果. 在  $^{16}\text{O}$  的 Hartree 响应中, 为方便研究, 将其分成 3 个能区来讨论, 分别是: 低能区 (0—21 MeV), 中能区 (21—35 MeV) 和高能区 (35 MeV 以上). 低能区主要有 2 个单粒子共振峰, 分别位于 17.52 和 19.54 MeV, 它们由质子和中子 ( $2p_{1/2}, 1p_{1/2}^{-1}$ ) 组态所贡献. 中能区响应函数由多个粒子-空穴组态共同贡献, 位于 22.54 和 24.63 MeV 的共振峰分别由质子和中子组态 ( $2p_{3/2}, 1p_{3/2}^{-1}$ ) 所贡献, 而 27.30 MeV 的峰由中子组态 ( $3p_{1/2}, 1p_{1/2}^{-1}$ ) 贡献, 29.44 以及 31.24 MeV 两个共振峰分别由质子和中子组态 ( $3p_{3/2}, 1p_{3/2}^{-1}$ ) 贡献. 高能区主要由 3 个粒子-空穴激发形成, 分别位于 38.50 MeV (主要由质子与中子组态 ( $2s_{1/2}, 1s_{1/2}^{-1}$ ) 贡献)、40.80 MeV (主要由质子组态 ( $4p_{3/2}, 1p_{3/2}^{-1}$ ) 贡献) 和 42.50 MeV (主要由中子组态 ( $4p_{3/2}, 1p_{3/2}^{-1}$ ) 贡献). 对于  $^{18}_{\Lambda\Lambda}\text{O}$  单极共振的 Hartree 响应函数, 最明显的变化是低能区的单粒子共振峰变得更强, 这种变化主要来自于超子的组态 ( $2s_{1/2}, 1s_{1/2}^{-1}$ ) 的跃迁, 共振峰的能量为 18.53 MeV. 另外, 中能区和高能区的共振峰也由于超子的加入而向高能方向移动, 这主要是因为超子-核子及超子-超子相互吸引作用使核子平均场的束缚性更强, 而这种束缚性对于费米面以下的空穴态的能量影响较强, 对于费米面以上的粒子态的能量影响较弱, 这导致 Hartree

响应中粒子态与空穴态之间的能量差 ( $\varepsilon_p - \varepsilon_h$ ) 相比于不加超子时的情形变大, 因此对应的共振峰会向高能方向移动.

图 2(b) 给出了  $^{16}\text{O}$  与  $^{18}_{\Lambda\Lambda}\text{O}$  的单极 RRPA 响应函数分布, 其中, 黑色实线表示  $^{16}\text{O}$  的 RRPA 响应函数, 绿色点线与红色虚线表示  $^{18}_{\Lambda\Lambda}\text{O}$  的 RRPA 响应函数, 绿色点线为在 RRPA 计算中未包含超子-超子剩余相互作用, 而红色虚线对应的结果则包含了所有的剩余相互作用, 是一种完全自洽的计算. 对比  $^{16}\text{O}$  (黑色实线) 与  $^{18}_{\Lambda\Lambda}\text{O}$  (红色虚线) 的 RRPA 响应函数, 可以发现低能区的 RRPA 响应强度明显增强, 中能区的共振峰向较高能区移动. 此外, 可以发现绿色点线与红色虚线在低能区有可见的

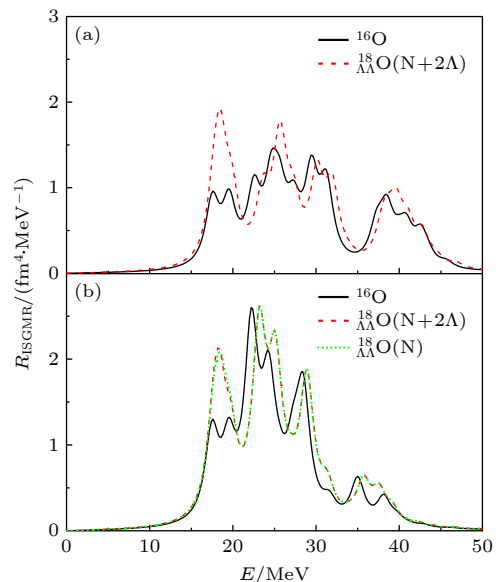


图 2  $^{16}\text{O}$  和  $^{18}_{\Lambda\Lambda}\text{O}$  同位旋标量巨单极共振响应函数 (a) Hartree 响应函数; (b) RRPA 响应函数

Fig. 2. Response functions of isoscalar monopole resonance for  $^{16}\text{O}$  and  $^{18}_{\Lambda\Lambda}\text{O}$ : (a) Hartree response; (b) RRPA response.

差别,而在其他能区差别不大,这说明超子-超子剩余相互作用对于单极 RRPA 响应的影响比较微弱.因此,在单极共振的 RRPA 响应中, $^{16}\text{O}$ 与 $^{18}_{\Lambda\Lambda}\text{O}$ 的差别主要来自于 Hartree 响应中能量的改变以及超子组态( $2s_{1/2}, 1s_{1/2}^{-1}$ )跃迁的贡献.

接着来研究超子在原子核 $^{16}\text{O}$ 与 $^{18}_{\Lambda\Lambda}\text{O}$ 同位旋标量巨四极共振中的影响,其对应的外场算符形式为

$$\hat{P} = \sum_i r_i^2 Y_{20}. \quad (9)$$

图 3(a) 展示了 $^{16}\text{O}$ 与 $^{18}_{\Lambda\Lambda}\text{O}$ 的同位旋标量巨四极共振的 Hartree 响应函数.黑色实线与红色虚线分别表示 $^{16}\text{O}$ 与 $^{18}_{\Lambda\Lambda}\text{O}$ 的结果.当不包含超子贡献时, $^{16}\text{O}$ 巨四极共振的非微扰响应分布较为弥散,在 30 MeV 附近强度最大,该强度主要由中子组态( $1f_{7/2}, 1p_{3/2}^{-1}$ ) (共振能量为 27.92 MeV)、( $1f_{5/2}, 1p_{1/2}^{-1}$ ) (29.47 MeV)、( $2f_{7/2}, 1p_{3/2}^{-1}$ ) (31.92 MeV) 以及质子组态( $2f_{7/2}, 1p_{3/2}^{-1}$ ) (30.51 MeV) 所贡献.而在能量为 35 MeV 的高能区附近出现一明显的共振峰,它主要由中子组态( $2f_{5/2}, 1p_{1/2}^{-1}$ ) (35.15 MeV) 以及质子组态( $4p_{3/2}, 1p_{1/2}^{-1}$ ) (35.22 MeV) 和( $1d_{5/2}, 1s_{1/2}^{-1}$ ) (35.36 MeV) 所贡献.当考虑了超子贡献之后,计算结果显示位于 30 以及 35 MeV 附近的单粒子共振峰都向高能方向移动,这是由于超子的加入引起的核子单粒子能级的变化所致.另外, $^{18}_{\Lambda\Lambda}\text{O}$ 巨四极共振 Hartree 响应函数在 19 MeV 附近共振峰很强,它主要由超子粒子-空穴组态( $1d_{5/2}, 1s_{1/2}^{-1}$ ) (18.15 MeV) 以及( $1d_{3/2}, 1s_{1/2}^{-1}$ ) (20.05 MeV) 跃迁所形成.

图 3(b) 给出 $^{16}\text{O}$ 与 $^{18}_{\Lambda\Lambda}\text{O}$ 的四极共振的 RRPA 响应函数分布.其中,黑色实线表示 $^{16}\text{O}$ 的 RRPA 响应,绿色点线与红色虚线表示 $^{18}_{\Lambda\Lambda}\text{O}$ 的 RRPA 响应,绿色点线表示在 RRPA 计算中未包含超子-超子剩余相互作用,而红色虚线对应的结果则包含了所有的剩余相互作用,是一种完全自治的计算.对比 $^{18}_{\Lambda\Lambda}\text{O}$ (红色虚线)与 $^{16}\text{O}$ (黑色实线)的 RRPA 响应,可以发现当考虑了超子的贡献之后,主峰向高能方向移动,其峰强略有提高;15—20 MeV 能区的响应强度相对于 $^{16}\text{O}$ 的结果也有明显提升,这主要是由于两个超子粒子-空穴组态的贡献.此外,发现绿色点线与红色虚线在低能区和主共振区有细微的差别,在其他能区几乎重合,这说明超子-

超子剩余相互作用在巨四极共振响应强度分布中的作用比较小.综上所述: $^{16}\text{O}$ 与 $^{18}_{\Lambda\Lambda}\text{O}$ 四极共振的 RRPA 响应函数的差别主要来自于 Hartree 响应中粒子-空穴能量的改变以及超子组态( $1d_{5/2}, 1s_{1/2}^{-1}$ )和( $1d_{3/2}, 1s_{1/2}^{-1}$ )的贡献.

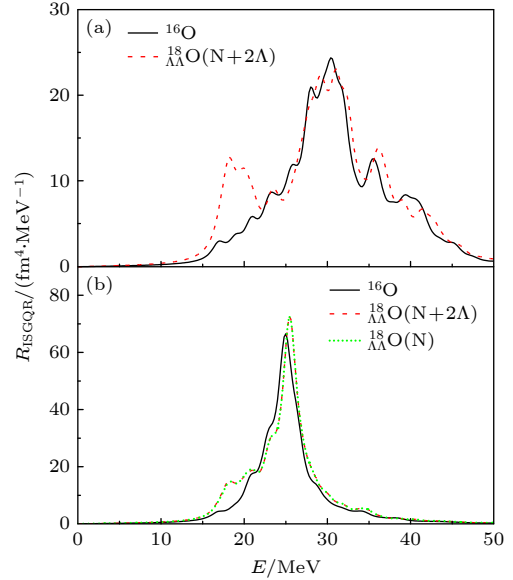


图 3  $^{16}\text{O}$ 和 $^{18}_{\Lambda\Lambda}\text{O}$ 的同位旋标量巨四极共振响应函数 (a) Hartree 响应函数; (b) RRPA 响应函数

Fig. 3. Response functions of isoscalar quadrupole resonance for  $^{16}\text{O}$  and  $^{18}_{\Lambda\Lambda}\text{O}$ : (a) Hartree response; (b) RRPA response.

## 4 结 论

基于相对论平均场和相对论无规位相近似理论,本文研究了 $^{16}\text{O}$ 与 $^{18}_{\Lambda\Lambda}\text{O}$ 的单粒子能级和集体激发态性质,讨论超子在这些性质中的杂质效应.计算结果表明:超子的加入导致单粒子能的减小,这是因为超子-核子、超子-超子的吸引相互作用加强了核子平均场的约束性.发现超子的杂质效应对于不同的能级影响也不同,一般而言,它对于 $1s_{1/2}$ 态的影响最大,对费米面附近的单粒子能级影响较小,也具有轨道角动量依赖性.研究了 $^{16}\text{O}$ 和 $^{18}_{\Lambda\Lambda}\text{O}$ 的同位旋标量巨单极和四极共振的 Hartree 和 RRPA 响应函数,对贡献到各主要共振峰的组态进行了详细分析,并探讨了超子的加入对 Hartree 和 RRPA 响应函数的影响.分析表明,响应方程的改变主要来自因加入超子引起的核子单粒子能级的改变及超子组态跃迁的贡献,发现超子-超子剩余相互作用对单极和四极共振在低能区的响应函数有一定影响,对高能区的响应函数的影响可忽略.

## 参考文献

- [1] Danysz M, Pniewski J 1953 *Lond. Edinb. Dublin Philos. Mag.* **44** 348
- [2] Ma Y G 2013 *J. Phys.: Conf. Ser.* **420** 012036
- [3] Brinkmann K T, Gianotti P, Lehmann I 2006 *Nucl. Phys. News* **16** 15
- [4] Tamura H 2012 *Prog. Theor. Exp. Phys.* **2012** 02B012
- [5] Yang J C, Xia J W, Xiao G Q, Xu H S, Zhao H W, Zhou X H, Ma X W, He Y, Ma L Z, Gao D Q, Meng J, Xu Z, Mao R S, Zhang W, Wang Y Y, Sun L T, Yuan Y J, Yuan P, Zhan W L, Shi J, Chai W P, Yin D Y, Li P, Li J, Mao L J, Zhang J Q, Sheng L N 2013 *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. B* **317** 263
- [6] Feng Z Q 2020 *Phys. Rev. C* **101** 064601
- [7] Feng Z Q 2020 *Phys. Rev. C* **101** 014605
- [8] Kohri H, Ajimura S, Hayakawa H, Kishimoto T, Matsuoka K, Minami S, Miyake, Mori T, Morikubo K, Saji E, Sakaguchi A, Shimizu Y, Sumihama M 2002 *Phys. Rev. C* **65** 034607
- [9] Rayet M 1981 *Nucl. Phys. A* **367** 381
- [10] Zhou X R, Schulze H J, Sagawa H, Wu C X, Zhao E G 2007 *Phys. Rev. C* **76** 034312
- [11] Yamamoto Y, Hiyama E, Rijken T 2010 *Nucl. Phys. A* **835** 350
- [12] Ma Z Y, Speth J, Krewald S, Chen B Q, Reuber A 1996 *Nucl. Phys. A* **608** 305
- [13] Xu R L, Wu C, Ren Z Z 2012 *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* **39** 085107
- [14] Rong Y T, Tu Z H, Zhou S G 2021 *Phys. Rev. C* **104** 054321
- [15] Haidenbauer J, Meißner U G, Nogga A 2020 *Eur. Phys. J. A* **56** 91
- [16] Nemura H, Akaiishi Y, Suzuki Y 2002 *Phys. Rev. Lett.* **89** 142504
- [17] Hiyama E, Yamada T 2009 *Prog. Part. Nucl. Phys.* **63** 339
- [18] Isaka M, Yamamoto Y, Motoba T 2020 *Phys. Rev. C* **101** 024301
- [19] Wang Y N, Shen H 2010 *Phys. Rev. C* **81** 025801
- [20] Vidaña I, Polls A, Ramos A, Schulze H J 2001 *Phys. Rev. C* **64** 044301
- [21] Tan Y H, Zhong X H, Cai C H, Ning P Z 2004 *Phys. Rev. C* **70** 054306
- [22] Sun T T, Lu W L, Zhang S S 2017 *Phys. Rev. C* **96** 044312
- [23] Lu B N, Hiyama E, Sagawa H, Zhou S G 2014 *Phys. Rev. C* **89** 044307
- [24] Lu B N, Zhao E G, Zhou S G 2011 *Phys. Rev. C* **84** 014328
- [25] Song C Y, Yao J M, Meng J 2009 *Chin. Phys. Lett.* **26** 122102
- [26] Lu H F, Meng J, Zhang S Q, Zhou S G 2003 *Eur. Phys. J. A* **17** 19
- [27] Yao J M, Li Z P, Hagino K, Win M T, Zhang Y, Meng J 2011 *Nucl. Phys. A* **868-869** 12
- [28] Li A, Hiyama E, Zhou X R, Sagawa H 2013 *Phys. Rev. C* **87** 014333
- [29] Zhang Y, Sagawa H, Hiyama E 2021 *Phys. Rev. C* **103** 034321
- [30] Chen C F, Chen Q B, Zhou X R, Cheng Y Y, Cui J W, Schulze H J 2022 *Chin. Phys. C* **46** 064109
- [31] Mei H, Hagino K, Yao J M 2016 *Phys. Rev. C* **93** 011301(R)
- [32] Gaitanos T, Lenske H 2014 *Phys. Lett. B* **737** 256
- [33] Cheng H G, Feng Z Q 2022 *Phys. Lett. B* **824** 136849
- [34] Ring P, Ma Z Y, Van Giai N, Vretenar D, Wandelt A, Cao L G 2001 *Nucl. Phys. A* **694** 249
- [35] Ma Z Y, Wandelt A, Van Giai N, Vretenar D, Ring P, Cao L G 2002 *Nucl. Phys. A* **703** 222
- [36] Paar N, Ring R, Nikšić T, Vretenar D 2003 *Phys. Rev. C* **67** 034312
- [37] Niu Z M, Niu Y F, Liang H Z, Long W H, Meng J 2017 *Phys. Rev. C* **95** 044301
- [38] Wang Z H, Naito T, Liang H Z, Long W H 2020 *Phys. Rev. C* **101** 064306
- [39] Cao L G, Ma Z Y 2004 *Mod. Phys. Lett. A* **19** 2845
- [40] Kruzić G, Oishi T, Vale D, Paar N 2020 *Phys. Rev. C* **102** 044315
- [41] Chang S Y, Wang Z H, Niu Y F, Long W H 2022 *Phys. Rev. C* **105** 034330
- [42] Yang D, Cao L G, Tian Y, Ma Z Y 2010 *Phys. Rev. C* **82** 054305
- [43] Roca-Maza X, Cao L G, Colo G, Sagawa H 2016 *Phys. Rev. C* **94** 044313
- [44] Cao L G, Roca-Maza X, Colo G, Sagawa H 2015 *Phys. Rev. C* **92** 034308
- [45] Colo G, Cao L G, Giai N V, Capelli L 2013 *Comput. Phys. Commun.* **184** 142
- [46] Cao L G, Sagawa H, Colo G 2011 *Phys. Rev. C* **83** 034324
- [47] Wen P W, Cao L G, Margueron J, Sagawa H 2014 *Phys. Rev. C* **89** 044311
- [48] Minato F, Hagino K 2012 *Phys. Rev. C* **85** 024316
- [49] Lü H, Zhang S S, Zhang Z H, Wu Y Q, Liu J, Cao L G 2018 *Chin. Phys. Lett.* **35** 062102
- [50] Serot B D, Walecka J D 1986 *Advances in Nuclear Physics* (Vol. 16) (New York-London: Plenum Press) pp77–105
- [51] Meng J, Toki H, Zhou S G, Zhang S Q, Long W H, Geng L S 2006 *Prog. Part. Nucl. Phys.* **57** 470
- [52] Vretenar D, Afanasjev A, Lalazissis G A, Ring P 2005 *Phys. Rep.* **409** 101
- [53] Geng L S, Toki H, Meng J 2005 *Prog. Theor. Phys.* **113** 785
- [54] Xia X W, Lim Y, Zhao P W, Liang H Z, Qu X Y, Chen Y, Liu H, Zhang L F, Zhang S Q, Kim Y, Meng J 2018 *At. Data Nucl. Data Tables* **121-122** 1
- [55] Cao L G, Ma Z Y 2004 *Eur. Phys. J. A* **22** 189
- [56] An R, Jiang X, Cao L G, Zhang F S 2022 *Phys. Rev. C* **105** 014325
- [57] An R, Dong X X, Cao L G, Zhang F S 2023 *Commun. Theor. Phys.* **75** 035301
- [58] An R, Sun S, Cao L G, Zhang F S 2023 *Nucl. Sci. Tech.* **34** 119
- [59] Zhong S Y, Zhang S S, Sun X X, Smith M S 2022 *Sci. China Phys. Mech. Astron.* **65** 262011
- [60] Zhang S S, Sun B H, Zhou S G 2007 *Chin. Phys. Lett.* **24** 1199
- [61] Xu X D, Zhang S S, Signoracci A J, Smith M S, Li Z P 2015 *Phys. Rev. C* **92** 024324
- [62] Zhang Y, Luo Y X, Liu Q, Guo J Y 2023 *Phys. Lett. B* **838** 137716
- [63] Ma Z Y, Giai N V, Toki H, L'Huillier M 1997 *Phys. Rev. C* **55** 2385
- [64] Sugahara Y, Toki H 1994 *Nucl. Phys. A* **579** 557
- [65] Shen H, Yang F, Toki H 2006 *Prog. Theor. Phys.* **115** 325

# Isoscalar giant resonances of ${}^{18}_{\Lambda\Lambda}\text{O}$ in relativistic approach\*

Wen Jing<sup>1)2)</sup> Sun Shuai<sup>1)2)</sup> Cao Li-Gang<sup>1)2)†</sup> Zhang Feng-Shou<sup>1)2)3)‡</sup>

1) (*Key Laboratory of Beam Technology of Ministry of Education, College of Nuclear Science and Technology, Beijing Normal University, Beijing 100875, China*)

2) (*Institute of Radiation Technology, Beijing Academy of Science and Technology, Beijing 100875, China*)

3) (*Center of Theoretical Nuclear Physics, National Laboratory of Heavy Ion Accelerator of Lanzhou, Lanzhou 730000, China*)

( Received 19 September 2023; revised manuscript received 21 November 2023 )

## Abstract

The interactions between hyperon-nucleon and hyperon-hyperon have been an important topic in strangeness nuclear physics, which play an important role in understanding the properties of hypernuclei and equation of state of strangeness nuclear matter. It is very difficult to perform a direct scattering experiment of the nucleon and hyperon because the short lifetime of the hyperon. Therefore, the hyperon-nucleon interaction and the hyperon-hyperon interaction have been mainly investigated experimentally by  $\gamma$  spectroscopy of single- $\Lambda$  hypernuclei or double- $\Lambda$  hypernuclei. There are also many theoretical methods developed to describe the properties of hypernuclei. Most of these models focus mostly on the ground state properties of hypernuclei, and have given exciting results in producing the banding energy, the energy of single-particle levels, deformations, and other properties of hypernuclei. Only a few researches adopting Skyrme energy density functionals is devoted to the study of the collective excitation properties of hypernuclei. In present work, we have extended the relativistic mean field and relativistic random phase approximation theories to study the collective excitation properties of hypernuclei, and use the methods to study the isoscalar collective excited state properties of double  $\Lambda$  hypernuclei. First, the effect of  $\Lambda$  hyperons on the single-particle energy of  ${}^{16}\text{O}$  and  ${}^{18}_{\Lambda\Lambda}\text{O}$  are discussed in the relativistic mean field theory, the calculations are performed within TM1 parameter set and related hyperon-nucleon interaction, and hyperon-hyperon interaction. We find that it gives a larger attractive effect on the  $s_{1/2}$  state of proton and neutron, while gives a weaker attractive effect on the state around Fermi surface. The self-consistent relativistic random phase approximation is used to study the collectively excited state properties of hypernucleus  ${}^{18}_{\Lambda\Lambda}\text{O}$ . The isoscalar giant monopole resonance and quadrupole resonance are calculated and analysed in detail, we pay more attention to the effect of the inclusion of  $\Lambda$  hyperons on the properties of giant resonances. Comparing with the strength distributions of  ${}^{16}\text{O}$ , changes of response function of  ${}^{18}_{\Lambda\Lambda}\text{O}$  are evidently found both on the isoscalar giant monopole resonance and quadrupole resonance. It is shown that the difference comes mainly from the change of Hartree energy of particle-hole configuration and the contribution of the excitations of  $\Lambda$  hyperons. We find that the hyperon-hyperon residual interactions have small effect on the monopole resonance function and quadrupole response function in the low-energy region, and have almost no effect on the response functions in the high-energy region.

**Keywords:** double- $\Lambda$  hypernucleus, giant resonances, relativistic random phase approximation

**PACS:** 21.80.+a, 24.30.Cz, 21.60.Jz

**DOI:** 10.7498/aps.73.20231531

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 12275025, 11975096, 12135004, 11635003, 11961141004) and the Fundamental Research Fund for the Central Universities, China (Grant No. 2020NTST06).

† Corresponding author. E-mail: caolg@bnu.edu.cn

‡ Corresponding author. E-mail: fszhang@bnu.edu.cn



## 双 $\Lambda$ 超核同位旋标量巨共振性质的相对论研究

温静 孙帅 曹李刚 张丰收

### Isoscalar giant resonances of in relativistic approach

Wen Jing Sun Shuai Cao Li-Gang Zhang Feng-Shou

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 73, 042101 (2024) DOI: 10.7498/aps.73.20231531

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.73.20231531>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

基于新 $\text{CH}_2\text{O}$ 势能面的反应量子波包动力学

Wave packet quantum dynamics of reaction based on new  $\text{CH}_2\text{O}$  surface

物理学报. 2020, 69(8): 083401 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20200132>

基于跃迁的CaH分子激光冷却光谱理论研究

Theoretical investigation into spectrum of transition for CaH molecule toward laser cooling

物理学报. 2021, 70(16): 163302 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20210522>

相对论多组态相互作用方法计算 $\text{Mg}^+$ 离子同位素位移

Calculation of isotope shift of  $\text{Mg}^+$  ion by using the relativistic multi-configuration interaction method

物理学报. 2018, 67(1): 013101 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20171817>

S波段低磁场高效率相对论返波管振荡器研究

S-band high-efficiency relativistic backward wave oscillator with low magnetic field

物理学报. 2019, 68(19): 194101 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20182155>

光子与相对论麦克斯韦分布电子散射的能谱角度谱研究

Photon spectrum and angle distribution for photon scattering with relativistic Maxwellian electrons

物理学报. 2019, 68(1): 015201 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20181796>

基于相对论自由电子的量子物理

Relativistic free electrons based quantum physics

物理学报. 2022, 71(23): 233302 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20221289>