

# 基于实稳定方法的原子核单粒子共振相对论 Hartree-Fock 模型\*

杨威<sup>1)2)</sup> 丁士缘<sup>1)2)</sup> 孙保元<sup>1)2)†</sup>

1) (兰州大学教育部稀有同位素前沿科学中心, 兰州 730000)

2) (兰州大学核科学与技术学院, 兰州 730000)

(2023 年 10 月 10 日收到; 2023 年 12 月 18 日收到修改稿)

利用坐标空间的实稳定方法, 在相对论 Hartree-Fock (RHF) 理论框架下发展了原子核单粒子共振态结构模型. 具体以  $^{120}\text{Sn}$  的低激发中子共振态为例, 探讨了交换项在影响共振能量、宽度以及自旋-轨道劈裂等性质中的作用. 相较于一般的相对论平均场 (RMF) 理论, RHF 中交换项的引入改变了核介质中有效核力的动力学平衡机制, 进而影响共振态单粒子势的描述. 对于一般的宽共振态, 这可能导致相对更低的共振能量和更小的共振宽度. 此外, 对  $^{120}\text{Sn}$  共振态中  $\nu_{i13/2}$  与  $\nu_{i11/2}$  自旋伙伴态, 还分析了交换项对其自旋-轨道劈裂的相关效应. 与束缚态情形相比, 共振态中自旋伙伴态的波函数可能存在显著区别, 单粒子有效势与能量也相应发生改变. 结果表明, 不仅自旋-轨道相互作用, 单粒子有效势中其他成分也是影响共振态自旋-轨道劈裂的重要因素.

**关键词:** 单粒子共振态, 实稳定方法, 相对论 Hartree-Fock 理论, 自旋-轨道劈裂

**PACS:** 21.60.Jz, 21.10.Tg, 02.60.Lj, 03.65.Pm

**DOI:** 10.7498/aps.73.20231632

## 1 引言

随着放射性离子束装置和相关核实验探测技术的发展, 原子核结构研究领域不断拓展, 原子核激发态以及一些远离  $\beta$  稳定线的奇特核性质得以揭示. 对于其中一些弱束缚的原子核, 其费米面可能接近连续谱, 使得价核子容易散射到连续谱中占据共振态, 这些连续谱效应对于奇特核结构的描述至关重要<sup>[1-5]</sup>. 除此之外, 实验上也可以通过单核子转移反应<sup>[6]</sup>、碎裂反应<sup>[7]</sup>、拾取反应<sup>[8]</sup>等来研究原子核的激发谱. 利用这些能谱信息, 并结合原子核激发和反应理论, 可以间接分析单粒子共振在这些激发谱中的作用. 例如, 在原子核巨共振图像中,

利用无规相位近似方法, 通过比较包含连续谱和只包含单粒子共振态的计算结果, 发现连续谱中单粒子共振态影响巨共振的重要物理机制<sup>[9,10]</sup>. 深入理解原子核共振相关的性质, 对于原子核稳定性、衰变特征等描述都可能产生影响. 除了核物理领域, 在原子和分子物理问题中也揭示了共振态的重要作用<sup>[11,12]</sup>.

在单粒子共振态研究中, 重要的是确定共振能量、宽度等共振参数. 这可以直接从散射理论计算得到, 例如采用 R-矩阵理论<sup>[13,14]</sup>、K-矩阵理论<sup>[15]</sup>、S-矩阵理论<sup>[16]</sup>等. 另一类方法则考虑类束缚态问题的求解, 如耦合常数解析延拓法 (analytical continuation in the coupling constant, ACCC)<sup>[17-20]</sup>、复标度方法 (complex scaling method, CSM)<sup>[21-24]</sup>、

\* 中央高校基本科研业务费专项资金 (批准号: lzujbky-2022-sp02, lzujbky-2023-stlt01) 和国家自然科学基金 (批准号: 11875152) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: sunby@lzu.edu.cn

实稳定方法 (real stabilization method, RSM)<sup>[25-28]</sup> 等. 在原子核结构研究中, 协变密度泛函 (covariant density functional, CDF) 理论实现了对核素图中大部分核素的成功描述, 在考虑平均场近似后已发展出各种版本的相对论平均场 (relativistic mean-field, RMF) 理论<sup>[5,29-32]</sup>. 与共振态求解方法相结合, RMF 理论已成功应用于原子核单粒子共振态的共振参数分析中, 例如 RMF-ACCC 方法<sup>[33]</sup>、RMF-CSM 方法<sup>[34,35]</sup>、RMF-RSM 方法<sup>[36,37]</sup>、Jost 函数方法<sup>[38,39]</sup>、散射相移方法<sup>[40]</sup>、格林函数法<sup>[41-44]</sup> 等. 最近, 通过采用复动量表象, 还发展了复动量表象法 (RMF-complex momentum representation, RMF-CMR)<sup>[45]</sup> 方法. 将格林函数方法与 Bogoliubov 准粒子变换相结合用于研究包含对关联效应的单粒子共振态在近期也开展了相关工作<sup>[46]</sup>.

近些年来, 通过进一步考虑两体相互作用中交换项 (即 Fock 项) 的贡献, 在原子核 CDF 框架下还发展了密度依赖的相对论 Hartree-Fock 理论, 其中介子-核子耦合强度采用了密度依赖的唯象形式以实现核力介质效应的有效描述<sup>[47-50]</sup>. 交换项的引入使得  $\pi$  介子交换、非局域自能以及核力中张量力成分得以自洽包含<sup>[51-53]</sup>, 在核结构与核天体物理等方面已开展了广泛的应用, 如壳结构演化<sup>[54,55]</sup>、激发和衰变模式<sup>[56-58]</sup>、超重核与奇特核的新奇现象<sup>[59-61]</sup>、核物质对称能<sup>[62-66]</sup>、核子有效质量<sup>[67]</sup>、中子星物质状态方程<sup>[67,68]</sup> 等. 近期研究还表明, 密度依赖的 RHF 模型在考虑交换项贡献后显著改变了核介质中核力的吸引与排斥平衡特征, 其动力学效应在自旋或赝自旋对称性<sup>[69-71]</sup>、核子或超子的自旋-轨道劈裂<sup>[72,73]</sup> 以及热核物质液气相变<sup>[74,75]</sup> 等方面均产生影响.

在密度依赖的相对论 Hartree-Fock 理论已成熟发展并广泛应用的基础上, 本文将其拓展用于单粒子共振态研究中. 作为可能的一种尝试, 将采用坐标空间的实稳定方法, 发展原子核单粒子共振 RHF 模型, 并着重讨论交换项对共振态结构的相关效应. 实稳定方法作为一种类束缚态计算方法, 通过在坐标空间中求解微分方程, 并基于连续谱中的共振态能量应稳定这一事实, 利用盒子尺寸改变时解的稳定性来提取出单粒子共振态相关信息<sup>[25]</sup>. 具体地, 下文将简要介绍球形原子核 RHF 理论框架以及单粒子共振态实稳定求解方法. 随后以  $^{120}\text{Sn}$  原子核为例, 分析其单粒子共振态中

共振参数以及自旋-轨道劈裂等性质, 揭示交换项的相关作用.

## 2 相对论 Hartree-Fock 理论及实稳定方法

基于核力的介子交换图像, 原子核内核子-核子相互作用通过介子场来传递. 在密度依赖的 RHF 理论中, 有效拉格朗日量密度由核子场  $\psi$ , 同位旋标量  $\sigma$  和  $\omega^\mu$  介子场, 同位旋矢量  $\rho^\mu$  和  $\pi$  介子场, 以及光子场  $A^\mu$  等自由度构建<sup>[76]</sup>. 利用拉格朗日量密度, 通过广义 Legendre 变换可以得到体系的有效哈密顿量算符<sup>[76]</sup>:

$$\begin{aligned} \hat{H} = & \int d^3x \bar{\psi}(x) (-i\boldsymbol{\gamma} \cdot \boldsymbol{\nabla} + M) \psi(x) \\ & + \frac{1}{2} \int d^3x \int d^3x' \sum_{\phi} \bar{\psi}(x) \bar{\psi}(x') \Gamma_{\phi}(x, x') \\ & \times D_{\phi}(x, x') \psi(x') \psi(x), \end{aligned} \quad (1)$$

其中,  $\boldsymbol{\gamma}$  为  $\boldsymbol{\gamma}$  矩阵;  $M$  为核子静止质量;  $\phi = \sigma, \omega, \rho, \pi, A$ ; 相互作用顶角以  $\Gamma_{\phi}$  表示;  $D_{\phi}$  则为对应的传播子. 与相对论平均场理论类似, RHF 理论在核子场  $\psi$  的量子化中也可引入无海近似, 即忽略反核子场对密度和流的贡献. 此时,  $\psi$  可按照正能解形式展开:

$$\psi(x) = \sum_i f_i(\mathbf{x}) e^{-i\varepsilon_i t} c_i, \quad (2)$$

其中,  $f_i$  为 Dirac 旋量,  $c_i$  为单粒子态  $i$  的消灭算符. 相应地, 在 Hartree-Fock 基态  $|\Phi_0\rangle$  下对哈密顿量算符求期待值可以得到体系的能量泛函  $E$ :

$$E = \langle \Phi_0 | \hat{H} | \Phi_0 \rangle = E_k + \sum_{\phi} (E_{\phi}^D + E_{\phi}^E). \quad (3)$$

这里,  $E_k$  为动能贡献, 而  $E_{\phi}^D$  和  $E_{\phi}^E$  分别为势能中直接项和交换项贡献.

在球对称近似下, Dirac 旋量  $f_i$  可在球坐标中展开为以下形式:

$$f_{n\kappa m}(\mathbf{x}) = \frac{1}{r} \begin{pmatrix} iG_a(r)\Omega_{\kappa m}(\vartheta, \varphi) \\ F_a(r)\Omega_{-\kappa m}(\vartheta, \varphi) \end{pmatrix}, \quad (4)$$

其中, 主量子数  $n$ 、总角动量  $j$  及其投影  $m$ , 以及宇称  $\pi = (-1)^l$  ( $l$  是轨道角动量) 构成体系的好量子数. 定义  $\kappa$  统一表示总角动量  $j$  和宇称  $\pi$ , 即  $\kappa \equiv \pm(j+1/2)$  和  $\pi = (-1)^{\kappa} \text{sign}(\kappa)$ . 用指标  $a$  简写量

子数集合  $(n\kappa) = (njl)$ ,  $\Omega_{\kappa m}$  为球谐旋量. 相应地, 核子单粒子能级可以通过求解 Dirac 方程来确定. 在球形原子核的 RHF 理论中, 径向 Dirac 方程, 即相对论 Hartree-Fock 方程形式如下:

$$\varepsilon_a \begin{pmatrix} G_a(r) \\ F_a(r) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Sigma_+(r) & -\frac{d}{dr} + \frac{\kappa_a}{r} \\ \frac{d}{dr} + \frac{\kappa_a}{r} & -[2M - \Sigma_-(r)] \end{pmatrix} \begin{pmatrix} G_a(r) \\ F_a(r) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} Y_a(r) \\ X_a(r) \end{pmatrix}, \quad (5)$$

其中, 局域自能  $\Sigma_{\pm} = \Sigma_0 \pm \Sigma_s$ , 是由矢量介子 ( $\omega, \rho$ ) 和光子场 ( $A$ ) 贡献的局域自能  $\Sigma_0$  和来自  $\sigma$  介子贡献的标量自能  $\Sigma_s$  组成;  $X_a$  和  $Y_a$  为非局域

自能<sup>[50,69]</sup>. 可以看出, 非局域项  $X_a$  和  $Y_a$  的引入使得方程成为耦合的积分-微分方程. 为了对其实数值求解, 作如下定义:

$$X_a(r) = \frac{G_a(r)X_a(r)}{G_a^2 + F_a^2}G_a(r) + \frac{F_a(r)X_a(r)}{G_a^2 + F_a^2}F_a(r) \equiv X_{G_a}(r)G_a(r) + X_{F_a}(r)F_a(r), \quad (6a)$$

$$Y_a(r) = \frac{G_a(r)Y_a(r)}{G_a^2 + F_a^2}G_a(r) + \frac{F_a(r)Y_a(r)}{G_a^2 + F_a^2}F_a(r) \equiv Y_{G_a}(r)G_a(r) + Y_{F_a}(r)F_a(r). \quad (6b)$$

相应地, Dirac 方程 (5) 式重新表述为一种准局域化形式:

$$\varepsilon_a \begin{pmatrix} G_a(r) \\ F_a(r) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Sigma_+(r) + Y_{G_a}(r) & -\frac{d}{dr} + \frac{\kappa_a}{r} + Y_{F_a}(r) \\ \frac{d}{dr} + \frac{\kappa_a}{r} + X_{G_a}(r) & -[2M - \Sigma_-(r) + X_{F_a}(r)] \end{pmatrix} \begin{pmatrix} G_a(r) \\ F_a(r) \end{pmatrix}. \quad (7)$$

可通过迭代方法得到其数值解.

通常, 采用基展开方法或在有限空间的盒子中对 Dirac 方程进行求解, 可以得到核子的单粒子能级. 对于束缚态, 在保证足够的截断下, 其本征能量不依赖于坐标空间或者基空间的选取. 对于连续态, 大多数能级的能量随基空间或坐标空间的增大而减小, 但其中有一些态的能量则几乎不随基空间或坐标空间的变化而改变, 即共振态. 根据连续谱单粒子能量随坐标空间变化的特征, 即共振态能量应与基空间选取无关这一特征, 本文将采用实稳定方法求解原子核的单粒子共振态. 作为一种求解共振态参数的类束缚态方法, 实稳定方法中可以采用不同方式来获取共振参数  $E_\gamma$  和  $\Gamma$ <sup>[25,27]</sup>. 在坐标空间 RHF 模型求解中, 本文将采用 Maier 等<sup>[25]</sup>提出的方法. 其中, 共振能量  $E_\gamma$  由关系式  $\partial^2 E / \partial^2 R_{\max} = 0$  确定, 相应的  $R_{\max}$  记为  $\bar{R}_{\max}$ , 即  $E_\gamma = E(\bar{R}_{\max})$ . 对于共振宽度, 可以根据  $E$  随  $R_{\max}$  的变化曲线经由下式<sup>[36]</sup>得到:

$$\Gamma = - \left( 2\sqrt{E_\gamma^2 + 2ME_\gamma} \right) / \left\{ (E_\gamma + M)\bar{R}_{\max} + (E_\gamma^2 + 2ME_\gamma) \left[ \frac{\partial E}{\partial R_{\max}} \Big|_{\bar{R}_{\max}} \right]^{-1} \right\}. \quad (8)$$

在 (8) 式中, 取自然单位  $\hbar = c = 1$ .

为了研究原子核单粒子共振态的自旋-轨道劈

裂, 并分析交换项在其中的作用, 可以将 Dirac 方程 (7) 进一步改写. 得到只包含大分量  $G(r)$  的类薛定谔方程, 并将其势场中的直接项和交换项贡献区分开,

$$\varepsilon G_a(r) = \left\{ -\frac{1}{M'_+} \frac{d^2}{dr^2} + V_{CB} + V^D + V^E + \Sigma_+ \right\} G_a(r), \quad (9)$$

其中,

$$M'_+ = M_+ - X_F, \quad (10)$$

$$M_+ = \varepsilon + 2M - \Sigma_-, \quad (11)$$

$V_{CB}$  为离心势, 其定义为

$$V_{CB} \equiv \frac{1}{M'_+} \frac{\kappa(\kappa+1)}{r^2}. \quad (12)$$

类薛定谔方程 (9) 中, 由于直接项所产生的贡献定义为

$$V^D \equiv V_{SO}^D + V_1^D \frac{d}{dr}, \quad (13)$$

式中

$$V_{SO}^D \equiv \frac{1}{M'_+} \frac{\kappa}{r} \left( \frac{1}{M'_+} \frac{d}{dr} M_+ \right), \quad (14a)$$

$$V_1^D \equiv \frac{1}{M'_+} \left( \frac{1}{M'_+} \frac{d}{dr} M_+ \right), \quad (14b)$$

其中,  $V_{SO}^D$  是自旋-轨道耦合势的直接项部分. 可以

看出  $V^D$  的大小与局域自能  $\Sigma_-$  的导数密切相关. 此外, 对于 RHF 理论, 由于额外交换项部分贡献的单粒子有效势可以表示为

$$V^E \equiv V_{SO}^E + V_1^E \frac{d}{dr} + V_2, \quad (15)$$

其中

$$V_{SO}^E \equiv -\frac{1}{M'_+} \frac{\kappa}{r} \left( \frac{1}{M'_+} \frac{d}{dr} X_F - X_G - Y_F \right), \quad (16a)$$

$$V_1^E \equiv -\frac{1}{M'_+} \left( \frac{1}{M'_+} \frac{d}{dr} X_F + X_G - Y_F \right), \quad (16b)$$

$$V_2 \equiv -\frac{1}{M'_+} \left( -\frac{X_G}{M'_+} \frac{d}{dr} M'_+ + \frac{d}{dr} X_G - X_G Y_F - M'_+ Y_G \right), \quad (16c)$$

这里  $V_{SO}^E$  为自旋-轨道耦合势的交换项部分. 因此, RHF 在描述原子核的自旋-轨道劈裂时其物理机制与 RMF 模型有所区别.

### 3 结果与讨论

下面以具体的原子核为例, 在 RHF 模型中应用实稳定方法计算其单粒子共振态相关性质, 讨论考虑交换项可能产生的作用. 为开展比较研究, 本文采用 CDF 模型中几种有效的核子-核子相互作用, 包括三组 RHF 有效相互作用 PKO*i* ( $i = 1, 2, 3$ )<sup>[47,54,77]</sup> 和五组 RMF 有效相互作用: DD-LZ1<sup>[78]</sup>, PKDD<sup>[79]</sup>, DD-ME2<sup>[80]</sup>, PK1<sup>[79]</sup> 和 NL3<sup>[81]</sup>. 具体选取  $^{120}\text{Sn}$  原子核, 计算中子单粒子共振态的共振参数. 利用实稳定方法计算时, 在坐标空间大小为  $R_{\max}$  的盒子中求解 Dirac 方程并且选定格点步长为 0.1 fm,  $R_{\max}$  初始大小为 8 fm. 通过不断增加盒子的大小, 可以得到不同能级能量随盒子大小变化的曲线, 并根据曲线平台和稳定性条件  $\partial^2 E / \partial^2 R_{\max} = 0$  寻找  $^{120}\text{Sn}$  的单粒子共振态. 此外, 在实稳定方法计算中, 考虑对关联可能引起原子核总结合能随空间截断参数 (Box) 改变出现不稳定跃变, 对方法提取相应共振参数可能产生不确定性误差. 为了与 RMF 理论结合 RSM 方法的结果<sup>[36]</sup> 进行比较, 并侧重于分析交换项本身引起共振态单粒子性质的效应, 在当前工作中也类似作出忽略对关联效应的处理.

以 PKO3, PKDD 两组有效相互作用为例, 给

出不同共振态所对应的  $E$ - $R_{\max}$  关系曲线, 如图 1 所示 (其他不符合共振态条件的连续谱能级未在图中画出). 可以看出, 对于共振态, 其单粒子能量随着坐标空间的增加单调减小, 并且在某个  $R_{\max}$  处存在一个“稳定的”平台. 通过稳定性条件提取出共振参数, 在低激发能区发现数条可能的单粒子共振态, 包括  $\nu 3p_{1/2}$ ,  $\nu 1h_{9/2}$ ,  $\nu f_{5/2}$ ,  $\nu i_{13/2}$ ,  $\nu i_{11/2}$ ,  $\nu j_{15/2}$ . 其中, 对于  $\nu 3p_{1/2}$  共振态, 不同参数组得到的结论存在一定的差异, 采用 PKO3 有效相互作用能得到该共振态, 而 PKDD 则给出了连续态的行为. 由于能级主量子数  $n$  的改变, 共振参数会出现一定的演化, 还需要利用其收敛性最终决定其数值. 下面选取 RHF 有效相互作用 PKO3, 以  $\nu j_{15/2}$  共振态为例, 根据图 1 中的  $E$ - $R_{\max}$  关系曲线并利用 (8) 式得到不同主量子数  $n$  下对应的共振能量和宽度, 结果列于表 1 中.

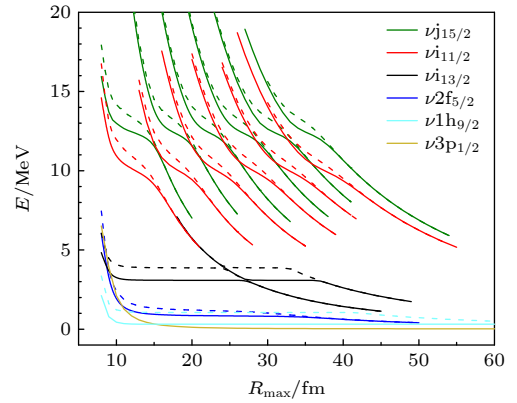


图 1  $^{120}\text{Sn}$  中子共振态的能量随坐标空间截断  $R_{\max}$  的变化. 对  $\nu i_{13/2}$ ,  $\nu i_{11/2}$  和  $\nu j_{15/2}$  态, 主量子数  $n$  从左到右由  $n = 1$  开始依次增加. 图中实线表示 RHF 有效相互作用 PKO3, 虚线表示 RMF 有效相互作用 PKDD

Fig. 1. Dependence of single-particle energies on the coordinate space cutoff  $R_{\max}$  for neutron resonance states of  $^{120}\text{Sn}$ . For  $\nu i_{13/2}$ ,  $\nu i_{11/2}$  and  $\nu j_{15/2}$ , the principal quantum numbers start from  $n = 1$  and increase from left to right. The solid lines in the figure is represented as the RHF effective interaction PKO3 and RMF's PKDD with dashed lines are selected for comparison.

从表 1 可以看到, 随着主量子数  $n$  不断增加,  $^{120}\text{Sn}$  中子  $\nu j_{15/2}$  共振态的共振能量与宽度逐渐增大并趋于收敛. 考虑到计算资源的限制, 通常会对结果进行收敛性检验, 并据此对  $n$  进行截断. 在实际计算中, 当共振态的主量子数  $n$  与  $n + 1$  所得到的共振宽度差减小到约 1% 时, 可将  $n$  处对应的取值作为该单粒子共振态的特征参数, 例如对  $\nu j_{15/2}$



态  $n = 6$ . 进一步, 还可以给出相应共振态波函数随主量子数的依赖关系, 如图 2 所示. 这里仍以 RHF 有效相互作用 PKO3 计算得到的  $\nu j_{15/2}$  共振态展示, 其中各种  $n$  下对应的结果通过坐标空间截断取为表 1 中的  $\bar{R}_{\max}$  而计算得到. 鉴于共振态波函数在坐标空间有振荡行为且表现出振幅逐渐衰减的特性, 其共振宽度随着  $n$  的增大将逐渐趋于稳定. 从图 2 还可以看出, 当  $n$  逐渐增大时, 在束缚势阱内部波函数逐渐趋于一致, 其峰值的变化不再明显, 由此可验证根据不同  $n$  值比较其收敛性来提取共振参数的可靠性.

表 1 根据  $^{120}\text{Sn}$  中子  $\nu j_{15/2}$  共振态在不同主量子数  $n$  下的  $E$ - $R_{\max}$  曲线得到对应的拐点大小  $\bar{R}_{\max}$ , 共振能量  $E_\gamma$  以及宽度  $\Gamma$ . 以 RHF 有效相互作用 PKO3 结果为例

Table 1. Resonant energies  $E_\gamma$ , widths  $\Gamma$  and inflection points  $\bar{R}_{\max}$  derived from  $E$ - $R_{\max}$  curves with different principal quantum numbers  $n$  for the neutron resonance state  $\nu j_{15/2}$  of  $^{120}\text{Sn}$ , illustrated by the RHF effective interaction PKO3.

$n$	$\bar{R}_{\max}/\text{fm}$	$E_\gamma/\text{MeV}$	$\Gamma/\text{MeV}$
1	12.000	12.457	0.518
2	17.731	12.377	0.653
3	22.396	12.368	0.703
4	26.825	12.365	0.738
5	31.145	12.360	0.755
6	35.393	12.358	0.767

类似地, 对于所有选取的 CDF 有效相互作用, 对  $^{120}\text{Sn}$  可能的单粒子共振态开展系统计算, 提取出不同主量子数  $n$  下对应的共振能量及共振宽度.

表 2 采取不同的 CDF 有效相互作用给出的  $^{120}\text{Sn}$  中子共振态的能量和宽度, 表中“\”表示无法提取相关信息. 所有单位均为 MeV

Table 2. Single-particle energies and widths of neutron resonances in  $^{120}\text{Sn}$  with different CDF effective interactions, “\” in table means that the relevant information could not be calculated. All units are in MeV.

	$\nu 3p_{1/2}$		$\nu 1h_{9/2}$		$\nu f_{5/2}$		$\nu i_{13/2}$		$\nu i_{11/2}$		$\nu j_{15/2}$	
	$E_\gamma$	$\Gamma$	$E_\gamma$	$\Gamma$	$E_\gamma$	$\Gamma$	$E_\gamma$	$\Gamma$	$E_\gamma$	$\Gamma$	$E_\gamma$	$\Gamma$
PKO1	-0.071	\	0.262	$\sim 0.000$	0.675	0.028	2.802	0.001	9.763	1.152	11.963	0.705
PKO2	-0.096	\	0.491	$\sim 0.000$	1.150	0.127	2.516	0.001	10.171	1.161	11.882	0.586
PKO3	0.028	0.013	0.312	$\sim 0.000$	0.834	0.049	3.084	0.002	9.963	1.206	12.358	0.767
DD-LZ1	-0.326	\	1.437	$6 \times 10^{-4}$	0.268	0.001	4.221	0.016	10.370	1.895	13.277	1.387
PKDD	\	\	1.054	$1 \times 10^{-4}$	1.173	0.153	3.874	0.009	10.737	1.953	13.313	1.279
DD-ME2	-0.057	\	0.949	$6 \times 10^{-5}$	0.787	0.047	4.038	0.012	10.541	1.874	13.329	1.366
NL3	-0.015	\	\	\	0.673	0.029	3.263	0.004	9.559	1.205	12.561	0.973
PK1	0.046	0.034	0.250	$\sim 0.000$	0.870	0.063	3.468	0.005	9.808	1.274	12.875	1.036
PK1(RMF-GF)	0.050	0.033	0.251	$8 \times 10^{-8}$	0.871	0.065	3.469	0.005	9.854	1.283	12.893	1.065

最终, 对共振态  $\nu i_{11/2}$  与  $\nu j_{15/2}$  取  $n = 6$ , 对  $\nu f_{5/2}$  与  $\nu i_{13/2}$  取  $n = 4$ , 给出了能量与宽度特征参数. 对于  $\nu 3p_{1/2}$  和  $\nu 1h_{9/2}$ , 因非常靠近连续谱阈值, 通过检验主量子数  $n$  收敛的方法并不能有效提取共振参数信息. 相应地, 对这两个态仅近似选取  $n = 3$  和  $n = 1$  的结果作为共振参数, 在表 2 中列出. 其中, 基于有效相互作用 PK1 与 NL3 计算得到的结果与文献 [36] 相一致. 作为对比, 基于相对论格林函数 (RMF-GF) 方法 [43], 利用 PK1 相互作用计算得到的共振参数也在表 2 中列出, 可以看到两种方法给出了基本一致的结果. 对于接近连续谱阈值的

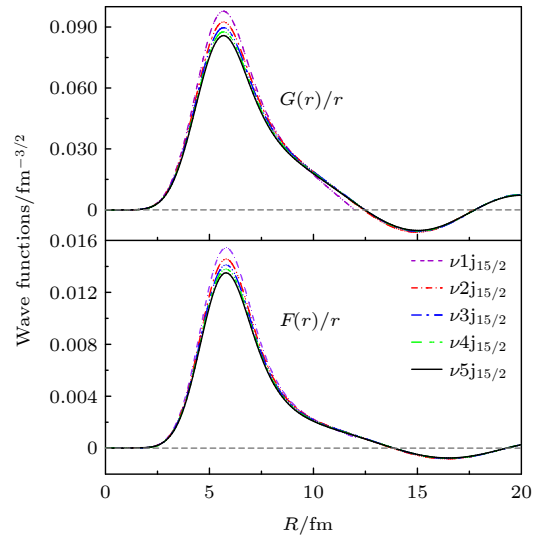


图 2 不同主量子数  $n$  下  $^{120}\text{Sn}$  中子  $\nu j_{15/2}$  共振态的径向波函数, 有效相互作用选取为 PKO3

Fig. 2. Radial wave functions of  $\nu j_{15/2}$  neutron resonance state in  $^{120}\text{Sn}$  with different principal quantum numbers  $n$ , the effective interaction is selected as PKO3.

$\nu 3p_{1/2}$ ,  $\nu 1h_{9/2}$  态, 不同有效相互作用得到的结论存在差异. 对于  $\nu 3p_{1/2}$  态, 只有 PK1 和 PKO3 给出其可能为单粒子共振态, 其他参数则描述为束缚态或一般的连续态. 对于  $\nu 1h_{9/2}$  态, 除了 NL3, 其余有效相互作用均能给出共振宽度趋零的理想单粒子共振. 为了明晰不同模型给出的共振态参数的差异, 在图 3 中标记出各有效相互作用得到的  $E_\gamma$ - $\Gamma$  关系. 可以看到对于窄共振态  $\nu f_{5/2}$  与  $\nu i_{13/2}$ , RHF 与 RMF 有效相互作用的结果比较接近; 而对于宽共振态  $\nu i_{11/2}$  与  $\nu j_{15/2}$ , RHF 模型则给出了相对较小的共振能量与共振宽度.

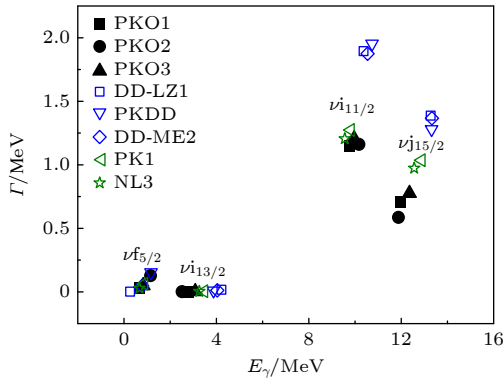


图 3 不同 CDF 有效相互作用下,  $^{120}\text{Sn}$  中子  $\nu f_{5/2}$ ,  $\nu i_{13/2}$ ,  $\nu i_{11/2}$  和  $\nu j_{15/2}$  共振态的共振能量和宽度. 图中黑色、蓝色和绿色标记分别表示 RHF, DDRMF 和 NLRMF 有效相互作用的结果

Fig. 3. Single-particle energies and widths of neutron  $\nu f_{5/2}$ ,  $\nu i_{13/2}$ ,  $\nu i_{11/2}$  and  $\nu j_{15/2}$  resonances in  $^{120}\text{Sn}$  with different CDF effective interactions. The black, blue and olive marks in the figure indicate the results with the effective interactions of RHF, DDRMF and NLRMF, respectively.

为了理解宽共振态中采用 RHF 有效相互作用得到的共振参数相对于 RMF 较小的原因, 可进一步分析单粒子波函数以及单粒子有效势的行为. 图 4(a) 给出了采用不同有效相互作用计算得到的  $^{120}\text{Sn}$  中子  $\nu j_{15/2}$  共振态的大分量波函数  $G_a(r)/r$ . 结合表 2 可见, RHF 在  $R \sim 5$  fm 附近给出相对较大的波函数峰值, 粒子有更低概率穿透到势阱以外区域, 对应较小的共振宽度. 对于 RHF 与 RMF 结果产生差异的原因, 可进一步从介质中有效核力的动力学平衡角度来进行分析. 为此, 基于 (9) 式可定义单粒子有效势场

$$V_{\text{eff}} \equiv V_{\text{CB}} + V_{\text{SO}}^{\text{D}} + V_{\text{SO}}^{\text{E}} + V_2 + \Sigma_+. \quad (17)$$

以 RHF 有效相互作用 PKO3 和 RMF 的 PKDD

为例, 给出  $^{120}\text{Sn}$  中子有效势以及  $\nu j_{15/2}$  共振态的单粒子能级, 如图 4(b) 所示. 可以看到, 尽管具有相似的离心位垒, 但在  $R \lesssim 8$  fm 的有效势阱内部, 相比于 PKDD, PKO3 给出了更深的束缚, 相应的 PKO3 给出的能级也更低, 使得粒子较难穿透离心位垒而形成共振态. 事实上, RHF 在考虑交换项贡献后, 介子交换的耦合强度发生改变, 核介质中有效核力吸引与排斥间平衡机制是与 RMF 情形存在较大区别. 分析表明, RHF 中直接项贡献的  $^{120}\text{Sn}$  的单粒子有效势与 RMF 相比束缚更深 (图 4(b) 中的虚线). 尽管具有排斥的交换项 (图 4(b) 中阴影所示) 部分抵消了其贡献, 但总的有效势仍然在势阱内部出现了下降.

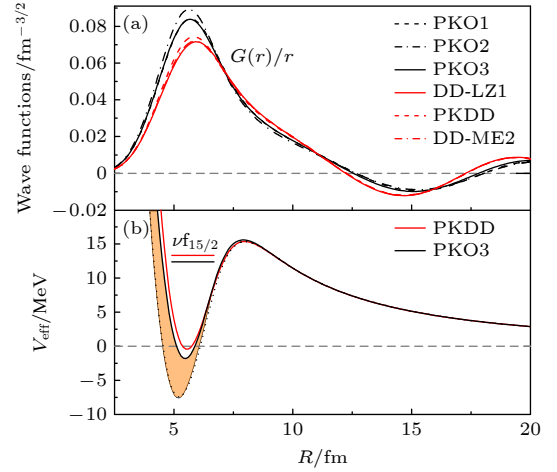


图 4 (a) 不同 CDF 有效相互作用下  $^{120}\text{Sn}$  中子  $\nu j_{15/2}$  共振态的径向大分量波函数; (b) 对中子  $\nu j_{15/2}$  共振态, PKO3 与 PKDD 有效相互作用下类薛定谔方程中单粒子有效势和单粒子能级, 其中实线是总的势场, 虚线为直接项贡献, 阴影区域为交换项产生的影响

Fig. 4. (a) Radial wave functions of large component of  $^{120}\text{Sn}$  neutron  $\nu j_{15/2}$  resonance state with different CDF effective interactions; (b) for neutron  $\nu j_{15/2}$  resonance state, effective potentials in Schrödinger-like equation and corresponding single-particle energies with PKO3 and PKDD effective interactions. Solid lines are the total potentials, dotted line is the contribution from the direct terms and shaded area comes from the exchange terms of RHF model.

除了共振参数, 介质中有效核力的动力学平衡的改变同样也会影响单粒子自旋-轨道劈裂的描述. 对于共振态中出现的 ( $\nu i_{13/2}$ ,  $\nu i_{11/2}$ ) 自旋伙伴态, 下面选取 RHF 有效相互作用 PKO3 和 RMF 中的 PKDD 对其性质展开讨论. 为了理解交换项在束缚态和共振态结果中的不同作用, 同时选取了

$^{120}\text{Sn}$  核中束缚的自旋伙伴态 ( $\nu 1g_{9/2}, \nu 1g_{7/2}$ ) 作为对照. 对于一对自旋伙伴态, 其自旋-轨道劈裂表示为

$$\Delta\varepsilon = \varepsilon_{j-} - \varepsilon_{j+}, \quad (18)$$

这里  $j_{\pm} \equiv l \pm 1/2$ , 相应的结果在表 3 中列出. 同时, 利用类薛定谔方程 (9), 将各项成分对于自旋-轨道劈裂贡献也分解列出, 通过有效势在大分量波函数上求期待值得到. 如动能部分  $G''$  表示为

$$G'' = \frac{\int_0^\infty G_{j+}(r) \frac{1}{M'_+} \frac{d^2}{dr^2} G_{j+}(r) dr}{\int_0^\infty G_{j+}^2(r) dr} - \frac{\int_0^\infty G_{j-}(r) \frac{1}{M'_+} \frac{d^2}{dr^2} G_{j-}(r) dr}{\int_0^\infty G_{j-}^2(r) dr}. \quad (19)$$

表 3  $^{120}\text{Sn}$  核中  $\nu i$  共振态和  $\nu 1g$  束缚态的自旋-轨道劈裂  $\Delta\varepsilon$ , 以及利用类薛定谔方程 (9) 得到各部分的贡献. 所有单位均为 MeV

Table 3. Spin-orbit splitting of resonance states  $\nu i$  and bound spin partners  $\nu 1g$  in  $^{120}\text{Sn}$ , as well as their contributions from various components according to the Schrodinger-like Eq. (9). All units are in MeV.

	PKO3		PKDD	
	$l = 4$	$l = 6$	$l = 4$	$l = 6$
$G''$	-0.856	-1.093	-0.994	-0.434
$\Sigma_+$	0.297	23.228	0.319	22.183
$V_{CB}$	0.473	-16.907	0.452	-20.589
$V^D$	4.362	4.086	7.069	5.703
$V^E$	1.800	-2.436	0.000	0.000
$\Delta\varepsilon$	6.074	6.878	6.846	6.863

从表 3 可以看到, 对于  $\nu i$  共振态,  $\Sigma_+$  和  $V_{CB}$  贡献相较于束缚态  $\nu 1g$  变化非常显著. 为了理解二者差异的来源, 现结合自旋伙伴态波函数和势场做进一步讨论. 以 RHF 有效相互作用 PKO3 为例, 图 5 给出了 ( $\nu 1g_{9/2}, \nu 1g_{7/2}$ ) 与 ( $\nu i_{13/2}, \nu i_{11/2}$ ) 两组自旋伙伴态波函数. 可以看出, 由于共振参数的差别, 处于共振态的自旋伙伴态波函数差异较大, 这与束缚态情形不同. 另一方面, 离心势  $V_{CB}$  与局域自能  $\Sigma_+$  本身并不敏感依赖于自旋选择. 因此, 这两项有效势贡献在共振态与束缚态之间产生差异, 主要由自旋伙伴态波函数差别所致. 此外, 对于  $V^D$  和  $V^E$  成分, 其在  $\nu i$  共振态的自旋-轨道劈裂中的贡献相比于  $\nu 1g$  束缚态结果均有所减小. 不同的

是, RMF 中这种效应仅来自于直接项贡献, 而 RHF 中对于劈裂的减小作用则主要来自于交换项, 其值由正变负. 结果表明, 由于共振自旋伙伴态波函数可能存在的差异, 不仅自旋-轨道相互作用, 单粒子有效势中其他成分也是影响共振态自旋-轨道劈裂的重要因素, 同时交换项有效势对共振态自旋-轨道劈裂的贡献也不可忽略.

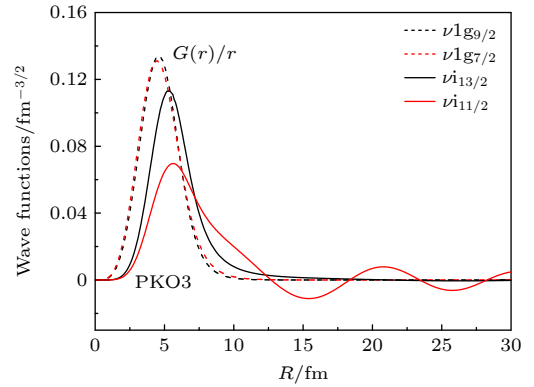


图 5  $^{120}\text{Sn}$  核中共振态 ( $\nu i_{13/2}, \nu i_{11/2}$ ) 和束缚态 ( $\nu 1g_{9/2}, \nu 1g_{7/2}$ ) 自旋伙伴态对应的径向大分量波函数, 选取 RHF 有效相互作用 PKO3 计算得到

Fig. 5. Radial wave functions of large component of resonance states ( $\nu i_{13/2}, \nu i_{11/2}$ ) and bound states ( $\nu 1g_{9/2}, \nu 1g_{7/2}$ ), given by the RHF effective interaction PKO3.

## 4 结 论

本文利用坐标空间的实稳定方法, 发展了相对论 Hartree-Fock 理论的原子核单粒子共振结构模型, 基于 RHF 有效核力 PKO $i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) 及 RMF 有效核力 DD-LZ1, PKDD, DD-ME2, PK1 和 NL3, 并以  $^{120}\text{Sn}$  中子共振态为例, 验证了计算方法的可行性并分析了共振能量、宽度以及共振态自旋-轨道劈裂等单粒子性质.

对于窄共振态, 不同 CDF 模型给出的结果差异较小. 而对于宽共振态, RHF 有效相互作用给出的共振能量与共振宽度相较于 RMF 有所减小, 这与介质中有效核力的动力学平衡相联系. 通过对单粒子有效势的分析, RHF 中交换项的引入改变了核介质中有效核力吸引与排斥间的平衡, 对于共振态给出相对 RMF 模型更深的准束缚势阱. 在离心位垒相当的情况下, RHF 中共振态能级相对更深的束缚使其穿透概率减小. 此外, 有效核力的动力学平衡也影响了单粒子自旋-轨道劈裂的描述. 作

为例子, 选取出  $^{120}\text{Sn}$  共振态中  $\nu_{13/2}$  与  $\nu_{11/2}$  自旋伙伴态, 分析了交换项对其自旋-轨道劈裂的相关效应, 并基于类薛定谔方程中各成分的贡献分析了共振态与束缚态中自旋伙伴态能级产生劈裂的不同机制. 相较于束缚态, 共振态中自旋伙伴态的波函数存在显著差异, 其单粒子有效势与能量也相应发生改变. 研究发现, 除了自旋-轨道相互作用, 单粒子有效势中其他成分对于共振态中自旋-轨道劈裂的影响也需仔细考虑.

本文利用实稳定方法, 在 RHF 模型中较为方便地实现了原子核单粒子共振态中特征量的提取, 并对介子交换相互作用中交换项在共振态性质中的作用做了初步分析. 近来, 基于 ACCC 方法<sup>[33]</sup>、CSM 方法<sup>[34,35]</sup>、Jost 函数方法<sup>[38,39]</sup>、散射相移法<sup>[40]</sup>、CMR 方法<sup>[45]</sup>等, 结合协变密度泛函理论模型已开展了单粒子共振性质的研究. 在原子核协变密度泛函理论中应用格林函数方法<sup>[43]</sup>, 还发现  $^{120}\text{Sn}$  中可能存在其他的宽共振态, 基于实稳定方法则难以直接给出这些结果. 此外, 在核结构理论中, 基于准粒子变换发展的 Bogoliubov 法可以有效考虑连续谱贡献, 在奇特核研究中已开展广泛应用<sup>[5,50]</sup>. 将格林函数法与 Bogoliubov 方法相结合, 在考虑对关联效应的基础上可以更准确提取单粒子共振态的能量和宽度信息<sup>[46]</sup>. 将这些新的单粒子共振态研究方法拓展到 RHF 核结构模型中, 结合核介质中动力学平衡机制分析的相关手段, 有望进一步明确交换项在单粒子共振物理中的作用机制, 并结合实验不断完善理论对于原子核弱束缚问题的描述.

## 参考文献

- [1] Meng J, Ring P 1998 *Phys. Rev. Lett.* **80** 460
- [2] Dobaczewski J, Nazarewicz W, Werner T R, Berger J F, Chinn C R, Dechargé J 1996 *Phys. Rev. C* **53** 2809
- [3] Meng J, Ring P 1996 *Phys. Rev. Lett.* **77** 3963
- [4] Pöschl W, Vretenar D, Lalazissis G A, Ring P 1997 *Phys. Rev. Lett.* **79** 3841
- [5] Meng J, Toki H, Zhou S G, Zhang S Q, Long W H, Geng L S 2006 *Prog. Part. Nucl. Phys.* **57** 470
- [6] Liu W, Lou J L, Ye Y L, Pang D Y 2020 *Nucl. Sci. Tech.* **31** 20
- [7] Li W J, Ma Y G, Zhang G Q, et al 2019 *Nucl. Sci. Tech.* **30** 180
- [8] Khumalo T C, Pellegrini L, Wiedeking M, et al. 2023 *J. Phys.: Conf. Ser.* **2586** 012065
- [9] Curutchet P, Vertse T, Liotta R J 1989 *Phys. Rev. C* **39** 1020
- [10] Cao L G, Ma Z Y 2002 *Phys. Rev. C* **66** 024311
- [11] Gou B C 1993 *Acta Phys. Sin.* **42** 223 (in Chinese) [苟秉聪 1993 物理学报 **42** 223]
- [12] Sun Y, Hu F, Sang C C, Mei M F, Liu D D, Gou B C 2019 *Acta Phys. Sin.* **68** 163101 (in Chinese) [孙言, 胡峰, 桑萃萃, 梅茂飞, 刘冬冬, 苟秉聪 2019 物理学报 **68** 163101]
- [13] Wigner E P, Eisenbud L 1947 *Phys. Rev.* **72** 29
- [14] Hale G M, Brown R E, Jarmie N 1987 *Phys. Rev. Lett.* **59** 763
- [15] Humblet J, Filippone B W, Koonin S E 1991 *Phys. Rev. C* **44** 2530
- [16] Taylor J R 1972 *Scattering Theory: The Quantum Theory on Nonrelativistic Collisions* (New York: John Wiley & Son) p240
- [17] Kukulin V I, Krasnopolsky V M, Horáček J 1989 *Theory of Resonances: Principles and Applications* (Dordrecht: Kluwer Academic) p219
- [18] Yang S C, Meng J, Zhou S G 2001 *Chin. Phys. Lett.* **18** 196
- [19] Tanaka N, Suzuki Y, Varga K, Lovas R G 1999 *Phys. Rev. C* **59** 1391
- [20] Cattapan G, Maglione E 2000 *Phys. Rev. C* **61** 067301
- [21] Gyarmati B, Krupp A T 1986 *Phys. Rev. C* **34** 95
- [22] Krupp A T, Heenen P H, Flocard H, Liotta R J 1997 *Chin. Phys. Lett.* **79** 2217
- [23] Arai K 2006 *Phys. Rev. C* **74** 064311
- [24] Guo J Y, Yu M, Wang J, Yao B M, Jiao P 2010 *Comput. Phys. Commun.* **181** 550
- [25] Maier C H, Cederbaum L S, Domcke W 1980 *J. Phys. B* **13** L119
- [26] Taylor H S, Hazi A U 1970 *Phys. Rev. A* **1** 1109
- [27] Mandelshtam V A, Ravuri T R, Taylor H S 1993 *Phys. Rev. Lett.* **70** 1932
- [28] Mandelshtam V A, Taylor H S, Ryabov V, Moiseyev N 1994 *Phys. Rev. A* **50** 2764
- [29] Serot B D, Walecka J D 1986 *Adv. Nucl. Phys.* **16** 1
- [30] Reinhard P G 1989 *Rep. Prog. Phys.* **52** 439
- [31] Ring P 1996 *Prog. Part. Nucl. Phys.* **37** 193
- [32] Vretenar D, Afanasjev A, Lalazissis G A, Ring P 2005 *Phys. Rep.* **409** 101
- [33] Zhang S S, Meng J, Zhou S G, Hillhouse G C 2004 *Phys. Rev. C* **70** 034308
- [34] Guo J Y, Fang X Z, Jiao P, Wang J, Yao B M 2010 *Phys. Rev. C* **82** 034318
- [35] Liu Y, Chen S W, Guo J Y 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 112101 (in Chinese) [刘野, 陈寿万, 郭建友 2012 物理学报 **61** 112101]
- [36] Zhang L, Zhou S G, Meng J, Zhao E G 2008 *Phys. Rev. C* **77** 014312
- [37] Zhang L, Zhou S G, Meng J, Zhao E G 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 3839 (in Chinese) [张力, 周善贵, 孟杰, 赵恩广 2007 物理学报 **56** 3839]
- [38] Lu B N, Zhao E G, Zhou S G 2012 *Phys. Rev. Lett.* **109** 072501
- [39] Lu B N, Zhao E G, Zhou S G 2013 *Phys. Rev. C* **88** 024323
- [40] Li Z P, Meng J, Zhang Y, Zhou S G, Savushkin L N 2010 *Phys. Rev. C* **81** 034311
- [41] Sun T T, Zhang S Q, Zhang Y, Hu J N, Meng J 2014 *Phys. Rev. C* **90** 054321
- [42] Sun T T, Qian L, Chen C, Ring P, Li Z P 2020 *Phys. Rev. C* **101** 014321
- [43] Chen C, Li Z P, Li Y X, Sun T T 2020 *Chin. Phys. C* **44** 084105
- [44] Sun T T, Li Z P, Ring P 2023 *Phys. Lett. B* **847** 138320
- [45] Li N, Shi M, Guo J Y, Niu Z M, Liang H Z 2016 *Phys. Rev. Lett.* **117** 062502



- [46] Zhang Y, Qu X Y 2020 *Phys. Rev. C* **102** 054312
- [47] Long W H, Giai N V, Meng J 2006 *Phys. Lett. B* **640** 150
- [48] Geng J, Long W H 2022 *Phys. Rev. C* **105** 034329
- [49] Long W H, Geng J, Liu J, Wang Z H 2022 *Commun. Theor. Phys.* **74** 097301
- [50] Long W H, Ring P, Giai N V, Meng J 2010 *Phys. Rev. C* **81** 024308
- [51] Jiang L J, Yang S, Sun B Y, Long W H, Gu H Q 2015 *Phys. Rev. C* **91** 034326
- [52] Zong Y Y, Sun B Y 2018 *Chin. Phys. C* **42** 024101
- [53] Wang Z H, Naito T, Liang H Z, Long W H 2021 *Chin. Phys. C* **45** 064103
- [54] Long W H, Sagawa H, Meng J, Giai N V 2008 *Europhys. Lett.* **82** 12001
- [55] Wang L J, Dong J M, Long W H 2013 *Phys. Rev. C* **87** 047301
- [56] Liang H Z, Zhao P W, Meng J 2012 *Phys. Rev. C* **85** 064302
- [57] Niu Z M, Niu Y F, Liang H Z, Long W H, Nikšić T, Vretenar D, Meng J 2013 *Phys. Lett. B* **723** 172
- [58] Niu Z M, Niu Y F, Liang H Z, Long W H, Meng J 2017 *Phys. Rev. C* **95** 044301
- [59] Lu X L, Sun B Y, Long W H 2013 *Phys. Rev. C* **87** 034311
- [60] Li J J, Long W H, Margueron J, Giai N V 2014 *Phys. Lett. B* **732** 169
- [61] Li J J, Long W H, Song J L, Zhao Q 2016 *Phys. Rev. C* **93** 054312
- [62] Long W H, Sun B Y, Hagino K, Sagawa H 2012 *Phys. Rev. C* **85** 025806
- [63] Sun B Y, Long W H, Meng J, Lombardo U 2008 *Phys. Rev. C* **78** 065805
- [64] Zhao Q, Sun B Y, Long W H 2015 *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* **42** 095101
- [65] Liu Z W, Qian Z, Xing R Y, Niu J R, Sun B Y 2018 *Phys. Rev. C* **97** 025801
- [66] Sun B Y 2016 *SCIENTIA SINICA Physica, Mechanica & Astronomica* **46** 012018 (in Chinese) [孙保元 2016 中国科学: 物理学 力学 天文学 **46** 012018]
- [67] Li A, Hu J N, Shang X L, Zuo W 2016 *Phys. Rev. C* **93** 015803
- [68] Sun B Y, Meng J 2009 *Chin. Phys. C* **33** 73
- [69] Long W H, Sagawa H, Meng J, Giai N V 2006 *Phys. Lett. B* **639** 242
- [70] Liang H Z, Meng J, Zhou S G 2015 *Phys. Rep.* **570** 1
- [71] Geng J, Li J J, Long W H, Niu Y F, Chang S Y 2019 *Phys. Rev. C* **100** 051301(R)
- [72] Ding S Y, Qian Z, Sun B Y, Long W H 2022 *Phys. Rev. C* **106** 054311
- [73] Liu J, Niu Y F, Long W H 2020 *Phys. Lett. B* **806** 135524
- [74] Yang S, Sun X D, Geng J, Sun B Y, Long W H 2021 *Phys. Rev. C* **103** 014304
- [75] Yang S, Zhang B N, Sun B Y 2019 *Phys. Rev. C* **100** 054314
- [76] Bouyssy A, Mathiot J F, Giai N V, Marcos S 1987 *Phys. Rev. C* **36** 380
- [77] Long W H, Sagawa H, Giai N V, Meng J 2007 *Phys. Rev. C* **76** 034314
- [78] Wei B, Zhao Q, Wang Z H, Geng J, Sun B Y, Niu Y F, Long W H 2020 *Chin. Phys. C* **44** 074107
- [79] Long W H, Meng J, Giai N V, Zhou S G 2004 *Phys. Rev. C* **69** 034319
- [80] Lalazissis G A, Nikšić T, Vretenar D, Ring P 2005 *Phys. Rev. C* **71** 024312
- [81] Lalazissis G A, Ring P 1997 *Phys. Rev. C* **55** 540

# Relativistic Hartree-Fock model of nuclear single-particle resonances based on real stabilization method\*

Yang Wei<sup>1)2)</sup> Ding Shi-Yuan<sup>1)2)</sup> Sun Bao-Yuan<sup>1)2)†</sup>

1) (MOE Frontiers Science Center for Rare Isotopes, Lanzhou University, Lanzhou 730000, China)

2) (School of Nuclear Science and Technology, Lanzhou University, Lanzhou 730000, China)

( Received 10 October 2023; revised manuscript received 18 December 2023 )

## Abstract

With the development of radioactive ion beam devices along with associated nuclear experimental detection technologies, the research areas in atomic nuclei have been further expanded, illustrating many new aspects of nuclear excitation as well as the physics of exotic nuclei far from the  $\beta$ -stability line. For weakly bound nuclei, the Fermi surface may lie near the continuum, which facilitates the easy scattering of valence nucleons into the continuum to occupy the resonance state. These continuum effects are of crucial importance in explaining the unusual structure of unstable nuclei. In this work, with the real stabilization method in coordinate space, nuclear structure model for single-particle resonances is developed within the framework of the relativistic Hartree-Fock (RHF) theory. In order to extract potential single-particle resonance structures, we study the evolution of single-particle states with box size in the continuum. To avoid the instability of nuclear binding energy, the pairing correlations are not taken into account in the calculation. As an important motivation, the roles of Fock terms in determining the energy, widths and spin-orbit splitting are discussed for low-lying neutron resonance states of  $^{120}\text{Sn}$ . By comparing with the relativistic mean field (RMF) model, it is found that the inclusion of exchange terms in the RHF model changes the in-medium balance of nuclear interactions and the equilibrium of nuclear dynamics, which in turn affects the description of the single-particle effective potential. For several neutron resonance states in  $^{120}\text{Sn}$  with finite resonant width, RHF model predicts lower resonant energy and smaller widths than RMF. For the single-particle states around the continuum threshold, the featured signals of resonance can depend sensitively on the effective interactions. In addition, for the spin-partner states  $\nu_{i13/2}$  and  $\nu_{i11/2}$  in resonance states, the effect of Fock terms on their spin-orbit splitting is analyzed. In comparison with the bound states, the wave functions of resonant spin-partner states can differ remarkably from each other, changing the effective potential and single-particle energies correspondingly. Thus, additional components in the single-particle effective potential may also contribute to the spin-orbit splitting of resonance states, aside from the spin-orbit interaction. In order to elucidate the mechanism of Fock term in single-particle resonance physics, in the subsequent study more numerical techniques that have been recently developed will be incorporated into the RHF methodology.

**Keywords:** single-particle resonance states, real stabilization method, relativistic Hartree-Fock theory, spin-orbit splitting

**PACS:** 21.60.Jz, 21.10.Tg, 02.60.Lj, 03.65.Pm

**DOI:** [10.7498/aps.73.20231632](https://doi.org/10.7498/aps.73.20231632)

\* Project supported by the Fundamental Research Fund for the Central Universities, China (Grant Nos. lzujbky-2022-sp02, lzujbky-2023-stlt01) and the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11875152).

† Corresponding author. E-mail: [sunby@lzu.edu.cn](mailto:sunby@lzu.edu.cn)

## 基于实稳定方法的原子核单粒子共振相对论Hartree-Fock模型

杨威 丁士缘 孙保元

## Relativistic Hartree-Fock model of nuclear single-particle resonances based on real stabilization method

Yang Wei Ding Shi-Yuan Sun Bao-Yuan

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 73, 062102 (2024) DOI: 10.7498/aps.73.20231632

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.73.20231632>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

### 您可能感兴趣的其他文章

#### Articles you may be interested in

基于多组态含时Hartree-Fock方法研究电子关联对于H<sub>2</sub>分子强场电离的影响

Multiconfiguration time-dependent Hartree-Fock treatment of electron correlation in strong-field ionization of H<sub>2</sub> molecules

物理学报. 2018, 67(10): 103301 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20172701>

收集极释气对相对论返波管影响的粒子模拟

Particle-in-cell simulation on effect of collector outgassing on relativistic backward oscillator

物理学报. 2019, 68(18): 185203 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20190554>

基于高维单粒子态的双向半量子安全直接通信协议

Bi-directional semi-quantum secure direct communication protocol based on high-dimensional single-particle states

物理学报. 2022, 71(13): 130304 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20211702>

相对论多组态相互作用方法计算Mg<sup>+</sup>离子同位素位移

Calculation of isotope shift of Mg<sup>+</sup> ion by using the relativistic multi-configuration interaction method

物理学报. 2018, 67(1): 013101 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20171817>

线性塞曼劈裂对自旋-轨道耦合玻色-爱因斯坦凝聚体中亮孤子动力学的影响

Effects of linear Zeeman splitting on the dynamics of bright solitons in spin-orbit coupled Bose-Einstein condensates

物理学报. 2019, 68(8): 080301 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20182013>

基于相对论自由电子的量子物理

Relativistic free electrons based quantum physics

物理学报. 2022, 71(23): 233302 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20221289>