

原子核 β 衰变寿命经验公式*夏金戈¹⁾ 李伟峰¹⁾ 方基宇²⁾ 牛中明^{1)†}

1) (安徽大学物理与光电工程学院, 合肥 230601)

2) (安徽理工大学力学与光电物理学院, 淮南 232001)

(2023 年 10 月 16 日收到; 2023 年 12 月 8 日收到修改稿)

基于 β 衰变的费米理论, 提出一个计算原子核 β 衰变寿命且不含自由参数的经验公式. 通过引入奇偶效应、壳效应以及同位旋依赖, 新提出的经验公式显著改进了对原子核 β 衰变寿命的预言精度. 对于寿命小于 1 s 的原子核, 新经验公式的预言结果与实验寿命常用对数的均方根偏差降至 0.220, 这比不含自由参数的经验公式提高约 54%, 甚至优于目前已有的其他经验公式和微观的准粒子无规相位近似方法. 在未知核区, 新经验公式预言的轻核区原子核的 β 衰变寿命一般短于各微观模型的预言结果, 而其预言的重核区原子核的 β 衰变寿命与各微观模型预言结果基本一致. 进一步采用新经验公式预言了核素图上丰中子原子核的 β 衰变寿命, 为 r-过程的模拟提供了寿命输入.

关键词: β 衰变寿命, 经验公式, r-过程

PACS: 23.40.-s, 26.30.Hj

DOI: 10.7498/aps.73.20231653

1 引言

宇宙重元素起源是当前核天体物理领域的研究热点^[1,2], 其中约有一半铁以上重元素来自于快中子俘获过程 (r-过程), 即通过连续的中子俘获和 β 衰变合成元素^[3-5]. 原子核的 β 衰变寿命是 r-过程研究的必要输入, 对 r-过程核合成研究具有重要影响. 然而, r-过程涉及的大量原子核的 β 衰变寿命仍无法从实验测得, 尤其对于 $N = 126$ 附近的原子核^[6]. 因此, 对 β 衰变寿命的理论预言是近年来核物理与天体物理共同关注的热点课题^[7-9].

研究 β 衰变寿命的理论模型目前主要有经验公式^[10-13]、gross 理论^[14-17]、准粒子无规相位近似 (quasiparticle random phase approximation, QRPA)^[18-21] 和壳模型^[22-25] 等. 壳模型可以考虑 β 强度函数的精细结构, 能够很好地预测轻核和幻数

附近原子核的 β 衰变寿命. 然而, 由于组态空间维数随着价核子数目的增加而迅速增大, 因此, 无法使用壳模型对核素图上所有原子核的 β 衰变寿命进行系统计算; 相较于壳模型, 微观 QRPA 方法可用于计算除少数轻核外所有原子核的 β 衰变寿命, 例如基于有限程小液滴模型 (finite-range droplet model, FRDM)^[26]、非相对论密度泛函理论^[18,19,27] 和协变密度泛函理论^[20,28-30] 的 QRPA 方法. 然而, 传统矩阵形式的 QRPA 方法计算非常耗时, 为进一步提高计算效率, 提出了有限振幅方法 (finite-amplitude method, FAM) 求解 QRPA 方程^[31,32], 最近, 该方程已被用于系统地预测中等质量和较重丰中子同位素的 β 衰变寿命^[33,34]. 1969 年, Takahashi 和 Yamada^[14] 首次提出了一个基于强度函数求和规则的统计方法, 用于处理原子核的 β 衰变跃迁, 建立了描述原子核 β 衰变的 gross 理论. 然而, 该理论在描述 β 衰变寿命方面存在一定的局限性.

* 国家自然科学基金 (批准号: 12375109, 11875070, 11935001) 和安徽省高等学校自然科学研究重点项目 (批准号: 2023AH050095) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: zmnin@ahu.edu.cn

为了改进这一描述, 文献 [15] 通过修正单粒子强度函数, 成功再现了实验的 Gamow-Teller 巨共振信息, 改进了 gross 理论对 β 衰变寿命的描述, 该模型被简称为 GT2. 此外, 文献 [16] 通过考虑母核的壳效应, 发展了 semi-gross 理论 (semi-gross theory, SGT), 其预测精度已与微观模型相当. 近年来, 研究者在 gross 理论中引入各种微观效应, 例如中子和质子单粒子能级的宇称变化 [17]、自旋和宇称变化 [35] 以及相对论 Hartree-Bogoliubov 理论中的自旋-轨道劈裂 [36] 等, 这些改进显著提高了 gross 理论的预言精度, 甚至优于微观模型. 尽管 gross 理论已经能够很好地再现 β 衰变寿命的实验值, 但是对远离稳定线核区的预测, 其可靠性仍有待检验.

相比其他研究原子核 β 衰变寿命的方法, 经验公式具有更高的计算效率, 通过引入自由参数, 可以取得较高的预言精度. 除了质子数和中子数外, 原子核 β 衰变寿命的经验公式通常只需要原子核的 β 衰变能作为输入, 而原子核的 β 衰变能可以根据原子核的质量得到. 因此, 采用 β 衰变寿命的经验公式, 可以为各种原子核质量模型提供相应的 β 衰变寿命, 从而为 r-过程研究提供更为自洽的原子核质量和 β 衰变寿命输入. β 衰变寿命的经验公式可以追溯至早期的萨金特定律 [37], 即原子核 β 衰变寿命和 β 粒子最大能量 (即 E_m) 的五次幂成正比. 由于该公式所采用的近似较为粗糙, 因此预言精度相对较低. 通过对萨金特定律中 β 衰变能的常系数和指数项引入两个自由参数, 相较于萨金特定律, 预言能力有所提升 [10]. 文献 [11,12] 发现, β 衰变寿命与母核的核子数之间存在着指数关系, 由此提出了 β 衰变寿命的指数定律, 进一步引入与母核的核子数相关的壳效应修正项, 显著改进了对幻数附近原子核 β 衰变寿命的描述. 文献 [13] 基于原子核 β 衰变的费米理论, 对相空间因子取相对论极限近似, 进一步考虑奇偶效应和壳效应, 提出了一个 β 衰变寿命的新公式, 相比指数规律, 该公式更好地描述了已知实验寿命, 并基于此构建了各种原子核质量模型对应的 β 衰变寿命, 为 r-过程提供了相对自洽的 β 衰变寿命输入 [38]. 基于萨金特定律, 文献 [39] 通过引入同位旋不对称项、奇偶效应项和壳效应项, 进而提出计算 β 衰变寿命的新经验公式, 可以更好地描述质子数 $Z = 10-80$ 且中子数 $N = 15-130$ 核区原子核的 β 衰变寿命.

为进一步提高 β 衰变寿命经验公式的预言能

力, 本文将基于原子核 β 衰变的费米理论, 对费米积分函数采用相对论极限近似, 并忽略核跃迁矩阵元的影响, 首先提出一个无自由参数的 β 衰变寿命计算公式. 进一步引入同位旋依赖、奇偶效应和壳效应等修正项, 并将经验公式中常系数项作为自由参数, 利用 NUBASE2020 [40] 中的 β 衰变寿命实验数据确定自由参数, 通过与实验数据和其他理论模型的预言结果进行比较, 研究该经验公式的预言精度和外推能力.

2 理论框架

根据原子核 β 衰变的费米理论 [41], 在容许跃迁近似下, 衰变常量 λ 表示为

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{m_e^5 c^4 g^2 |M_{if}|^2}{2\pi^3 \hbar^7} f(Z, E_m), \quad (1)$$

其中, $T_{1/2}$ 为原子核的 β 衰变寿命, m_e 和 E_m 分别表示 β 粒子的质量 (即电子质量) 和最大能量, g 为弱相互作用常量, M_{if} 表示从母核初态 i 到子核末态 f 的跃迁矩阵元. $f(Z, E_m)$ 是费米积分函数, 其形式为

$$f(Z, E_m) = \int_0^{p_m} F(Z, E_e) \left(\frac{E_m - E_e}{m_e c^2} \right)^2 \times \left(\frac{p_e}{m_e c} \right)^2 \left(\frac{dp_e}{m_e c} \right), \quad (2)$$

其中, p_m 为 β 粒子的最大动量. $F(Z, E_e)$ 是库仑修正因子, 其形式为

$$F(Z, E_e) = 2(1 + \gamma) \left(2 \frac{p_e}{\hbar} R \right)^{2(\gamma-1)} \left| \frac{\Gamma(\gamma + iv)}{\Gamma(2\gamma + 1)} \right|^2 e^{\pi v}, \quad (3)$$

其中, $\gamma = \sqrt{1 - \alpha^2 Z^2}$, $v = \alpha Z E_e / p_e$, E_e 和 p_e 分别为 β 粒子的能量和动量, $\alpha = 1/137$ 为精细结构常数, $R = r_0 A^{1/3}$ 为原子核的电荷分布半径 ($r_0 = 1.2$ fm, $A = Z + N$ 为原子核的质量数), $\Gamma(x)$ 是伽玛函数.

由于精细结构常数 α 为小量, 对 $F(Z, E_e)$ 中的 γ 取近似 $\alpha Z \rightarrow 0$, 并对 (2) 式取相对论极限近似 $E_e \rightarrow p_e c$, 可得

$$f(Z, E_m) \approx \frac{e^{\alpha Z \pi} (2R)^{-\alpha^2 Z^2}}{30 \hbar^{-\alpha^2 Z^2}} \frac{E_m^{5-\alpha^2 Z^2}}{m_e^5 c^{10-\alpha^2 Z^2}}. \quad (4)$$

将 (4) 式代入 (1) 式, 并忽略 $|M_{if}|$ 的影响, 即取 $M_{if} \equiv 1$, 可得 β 衰变寿命公式 (命名为公式 F₁):

$$F_1: \ln(T_{1/2}) = \ln(30Dm_e^5c^{10}) + (\alpha^2Z^2 - 5) \ln(Q_\beta + m_e c^2) + \ln\left(\frac{2r_0}{\hbar c}\right) \alpha^2Z^2 + \frac{1}{3} \alpha^2Z^2 \ln A - \pi\alpha Z, \quad (5)$$

其中, Q_β 为 β 衰变能, $D = 2(\ln 2)\pi^3\hbar^7/(m_e^5c^4g^2) = (6163.4 \pm 3.8) \text{ s}$. 研究发现, 将 (5) 式最后一项的负号替换为正号, 公式 F_1 预言的寿命与实验数据的偏差降低近一个数量级, 因此, 在实际计算中, 公式 F_1 最后一项采用正号.

为了进一步提高对原子核 β 衰变寿命的描述精度, 参照文献 [13], 在公式 F_1 中通过引入物理量 $I = (N - Z)/A$ 和 $\delta = (-1)^Z + (-1)^N$, 以考虑 β 衰变寿命的同位旋依赖及其奇偶效应. 然而, 由于 α^2Z^2 为小量, 因此, 公式 F_1 中的第 3 和第 4 项对计算衰变寿命影响较小. 如果将这两项的常系数作为自由参数, 即使目前已有上千个原子核的实验寿命, 也无法通过拟合实验寿命确定这两个参数的精确数值, 其不确定性甚至约为其取值的 3 倍. 因此, 对于这两个参数, 本文保留了基于费米理论推导出来的常数值 $\ln(2r_0/(\hbar c))$ 和 $1/3$, 而仅将剩余的 3 个常系数作为自由参数, 并在新引入的 I 和 δ 前添加两个自由参数, 得到如下 β 衰变寿命公式 (命名为公式 F_2):

$$F_2: \ln(T_{1/2}) = a_1 + (\alpha^2Z^2 - a_2 - a_3I) \ln(Q_\beta + m_e c^2 - a_4\delta) + \ln\left(\frac{2r_0}{\hbar c}\right) \alpha^2Z^2 + \frac{1}{3} \alpha^2Z^2 \ln A - a_5\alpha Z. \quad (6)$$

公式 F_2 的自由参数 a_i ($i = 1, 2, \dots, 5$) 可以通过拟合实验寿命确定.

壳效应对原子核的 β 衰变寿命也具有重要影响, 参照文献 [12,13], 本文进一步在公式 F_2 中引入壳效应修正项:

$$S(Z, N) = a_6 e^{-[(N-28)^2 + (Z-20)^2]/22} + a_7 e^{-[(N-50)^2 + (Z-40)^2]/33} + a_8 e^{-[(N-82)^2 + (Z-56)^2]/33} + a_9 e^{-[(N-132)^2 + (Z-82)^2]/12}, \quad (7)$$

进而可得包含壳效应的 β 衰变寿命公式 (命名为公式 F_3):

$$F_3: \ln(T_{1/2}) = a_1 + (\alpha^2Z^2 - a_2 - a_3I) \times \ln(Q_\beta + m_e c^2 - a_4\delta) + \ln\left(\frac{2r_0}{\hbar c}\right) \alpha^2Z^2 + \frac{1}{3} \alpha^2Z^2 \ln A - a_5\alpha Z + S(Z, N). \quad (8)$$

公式 F_3 的自由参数 a_i ($i = 1, 2, \dots, 9$) 也通过拟合实验寿命确定.

原子核 β 衰变能 Q_β 可以通过原子核质量计算得到, 本文的原子核质量取自 Weizsäcker-Skyrme 质量模型 (WS4)^[42]. 原子核 β 衰变寿命的实验数据取自 NUBASE2020^[40], 但只保留了 $Z, N \geq 8$, β^- 衰变分支比为 100% 且 $T_{1/2} < 10^6 \text{ s}$ 的实验数据. 通过拟合实验数据, 可以确定公式 F_2 和 F_3 中的自由参数分别如下:

$$F_2: a_i \ (i = 1, 2, \dots, 5) = 14.734, 5.870, 2.798, -0.573, 2.557, \\ F_3: a_i \ (i = 1, 2, \dots, 9) = 13.660, 6.148, 1.054, -0.563, \\ 1.372, 2.864, 6.115, 3.257, 1.693.$$

为了研究不同 β 衰变寿命经验公式的预测能力, 本文将采用寿命常用对数 $\lg T_{1/2}$ 的均方根偏差 (rms) 来评估:

$$\sigma_{\text{rms}}(\lg T_{1/2}) = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{\lg T_{1/2}^{\text{Th}}}{\lg T_{1/2}^{\text{Exp}}} \right)^2}, \quad (9)$$

其中, $T_{1/2}^{\text{Th}}$ 和 $T_{1/2}^{\text{Exp}}$ 分别为 β 衰变寿命的理论值和实验值, n 为评估数据集中原子核的数目.

3 结果讨论

为了检验本文提出的各经验公式的预言能力, 将与文献 [13] 提出的 β 衰变寿命的经验公式进行比较, 为方便起见, 将其命名为公式 F_Z . 表 1 列出了经验公式 F_1 , F_2 , F_3 , F_Z 对 $T_{1/2} < 10^6 \text{ s}$, $T_{1/2} < 10^3 \text{ s}$, $T_{1/2} < 1 \text{ s}$ 原子核衰变寿命对数值的均方根偏差 $\sigma_{\text{rms}}(\lg T_{1/2})$, 并在图 1 中展示. 公式 F_2 , F_3 , F_Z 的参数均采用三个数据集中的实验寿命进行拟合. 可以看出, 各经验公式很好地描述了短寿命原子核的 β 衰变寿命. 对于实验寿命 $T_{1/2} < 1 \text{ s}$ 的原子核, 经验公式 F_1 , F_2 , F_3 , F_Z 计算的均方根偏差相较于实验寿命 $T_{1/2} < 10^6 \text{ s}$ 的原

子核分别降低了 56%, 59%, 64%, 67%. 对比公式 F_1 , 公式 F_2 通过考虑同位旋不对称项和奇偶效应项, 并引入自由参数, 预言精度显著提升, 对实验寿命 $T_{1/2} < 1$ s 的原子核预言精度提升了 42%. 公式 F_3 通过引入壳效应修正项, 预言精度进一步

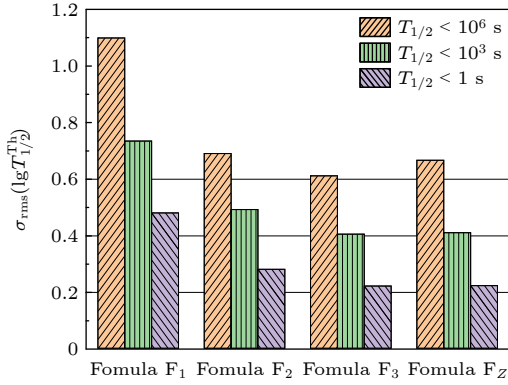


图 1 表 1 均方根偏差 $\sigma_{\text{rms}}(\lg T_{1/2})$ 的柱状图

Fig. 1. Bar figure of the rms deviations $\sigma_{\text{rms}}(\lg T_{1/2})$ in Table 1.

表 1 经验公式 F_1 , F_2 , F_3 和 F_Z 预言的原子核衰变寿命的对数与实验数据的均方根偏差 $\sigma_{\text{rms}}(\lg T_{1/2})$, 其中第 2—4 列分别对应 $T_{1/2} < 10^6$ s, $T_{1/2} < 10^3$ s 和 $T_{1/2} < 1$ s 的原子核数据集

Table 1. The rms deviations $\sigma_{\text{rms}}(\lg T_{1/2})$ of the logarithms of nuclear β -decay half-lives predicted by the empirical formulas F_1 , F_2 , F_3 , and F_Z with respect to the experimental data, where the 2nd–4th columns represent the data sets for nuclei with $T_{1/2} < 10^6$ s, $T_{1/2} < 10^3$ s, and $T_{1/2} < 1$ s, respectively.

Formula	$T_{1/2} < 10^6$ s	$T_{1/2} < 10^3$ s	$T_{1/2} < 1$ s
F_1	1.096	0.732	0.478
F_2	0.688	0.490	0.279
F_3	0.609	0.403	0.220
F_Z	0.664	0.408	0.221

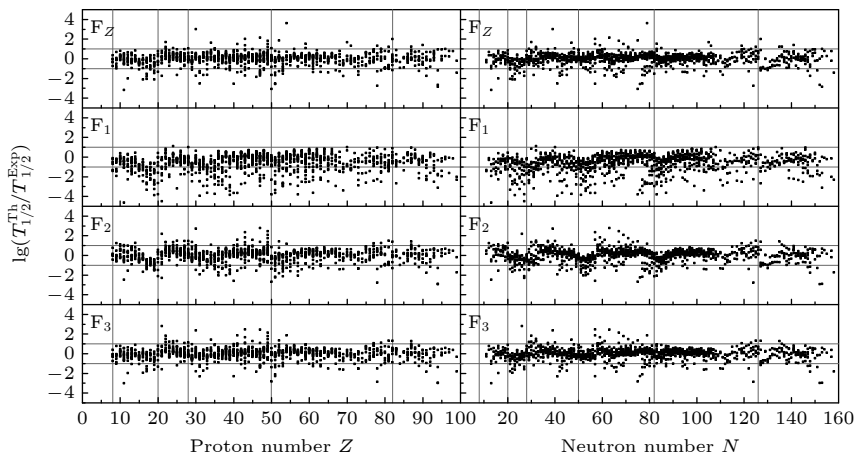


图 2 经验公式 F_1 , F_2 , F_3 , F_Z 的预测结果与实验数据的对数差随质子数 Z 和中子数 N 的变化. 竖线对应质子幻数 $Z = 8, 20, 28, 50, 82$ 和中子幻数 $N = 8, 20, 28, 50, 82, 126$

Fig. 2. Logarithmic differences between the predictions by the empirical formulas F_1 , F_2 , F_3 , F_Z and the experimental data as the functions of proton number Z and neutron number N . The vertical lines correspond to the proton magic numbers $Z = 8, 20, 28, 50, 82$ and the neutron magic numbers $N = 8, 20, 28, 50, 82, 126$.

提升, 相较于公式 F_1 , 对实验寿命 $T_{1/2} < 1$ s 的原子核, 预言精度提升了 54%. 公式 F_3 和公式 F_Z 均可以很好地描述原子核的 β 衰变寿命, 对实验寿命 $T_{1/2} < 10^3$ s, $T_{1/2} < 1$ s 的原子核, 公式 F_3 的预言精度比 F_Z 分别提升了 1.2% 和 0.4%, 而对实验寿命 $T_{1/2} < 10^6$ s 的原子核, 公式 F_3 的预言精度比 F_Z 提升了 8%. 因此, 相较于公式 F_Z , 公式 F_3 可以更好地描述长寿命原子核的 β 衰变寿命.

图 2 给出了各经验公式预言的 β 衰变寿命与实验数据对数差随质子数 Z 、中子数 N 变化的散点图. 可以看出, 公式 F_1 预言的原子核 β 衰变寿命一般短于实验数据, 尤其是对幻数附近的原子核. 原子核的 β 衰变寿命与 Q_β 以及能级密度等各种物理因素有关. 由于原子核的 Q_β 在幻数之后突然增加, 从公式 F_1 可见, Q_β 的突然增加会引起公式 F_1 预言的原子核 β 衰变寿命迅速降低, 从而导致公式 F_1 的预言结果在幻数附近与实验数据偏差较大,

呈现出明显的壳效应现象. 公式 F_2 通过添加同位旋依赖和奇偶效应等物理量, 对原子核 β 衰变寿命的预言与实验数据偏差基本在一个数量级以内, 但 Q_β 仍对原子核 β 衰变寿命起主导作用, 因此, 公式 F_2 的预言结果仍具有较明显的壳效应现象. 通过引入壳效应修正项 $S(Z, N)$, 可以有效地考虑幻数附近影响 β 衰变寿命的其他物理因素, 因此, 公式 F_3 显著改进了对幻数附近原子核 β 衰变寿命的描述, 其改进程度与公式 F_Z 较为接近. 公式 F_Z 引入了含有 5 个自由参数的壳效应修正项, 且在重核区包括了一个与传统幻数无直接关系的修正项, 即 $Z = 70$ 和 $N = 110$ 的修正项^[13], 而本文提出的公式 F_3 仅使用 4 个自由参数的壳效应修正项, 即可取得与公式 F_Z 类似的效果, 甚至略优于公式 F_Z .

为进一步研究经验公式 F_1 , F_2 , F_3 和 F_Z 对实验寿命的描述能力, 图 3 展示了各经验公式预言的

原子核 β 衰变寿命与实验数据的对数差. 研究发现, 公式 F_1 预言的衰变寿命与实验数据偏差在一个数量级以内的原子核占总数的 75%, 公式 F_2 将偏差在一个数量级以内的原子核占比提升至 88%, 公式 F_Z 和 F_3 进一步将这一占比分别提升至 90% 和 91%. 此外, 由图 3 可见, 各经验公式对丰中子短寿命原子核的描述能力优于长寿命原子核, 因此, 外推至未知的丰中子核区, 各经验公式可能具有较好的预言能力.

图 4 和图 5 分别以 Ni, Sn, Pb 同位素和 $N=50$, 82, 126 的同中子素为例, 给出了经验公式 F_1 , F_2 , F_3 和 F_Z 预言的 β 衰变寿命. 可以看出, 公式 F_1 预言的 β 衰变寿命具有过强的奇偶振荡现象, 而公式 F_2 , F_3 和 F_Z 通过引入与奇偶效应相关的物理量 δ , 有效地降低了这种奇偶振荡. 在已知核区, 公式 F_1 预言的 β 衰变寿命一般短于实验数据, 而公式 F_2 , F_3

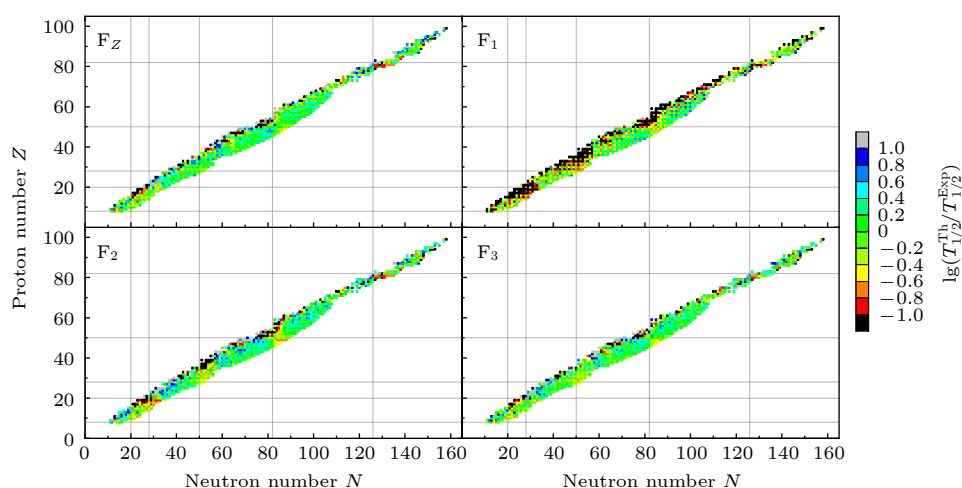


图 3 经验公式 F_1 , F_2 , F_3 , F_Z 的预测结果与实验数据的对数差

Fig. 3. Logarithmic differences between the predictions by the empirical formulas F_1 , F_2 , F_3 , F_Z and the experimental data.

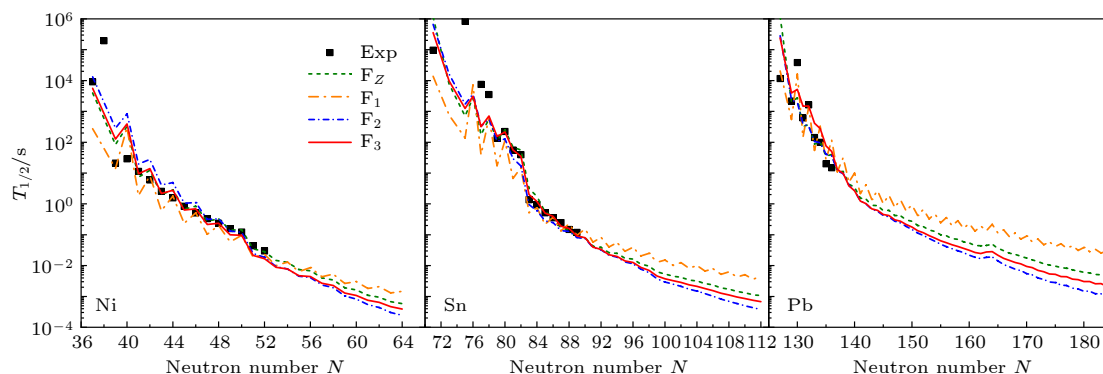


图 4 F_1 , F_2 , F_3 预测的 Ni, Sn, Pb 同位素的 β 衰变寿命, 及其与 F_Z 计算结果的比较

Fig. 4. Nuclear β -decay half-lives of Ni, Sn and Pb isotopes predicted by the F_1 , F_2 and F_3 , and their comparison with F_Z calculations.

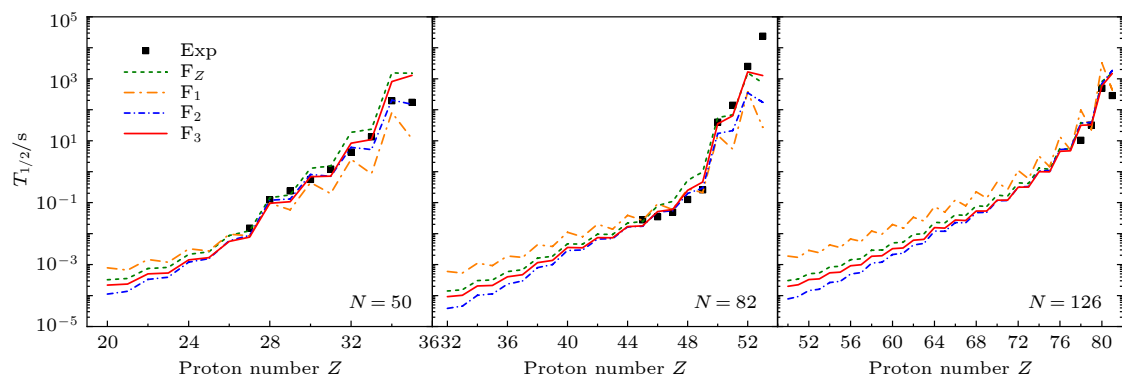


图 5 与图 4 一样, 但对应 $N = 50$, $N = 82$, $N = 126$ 同中子素链

Fig. 5. Same to Fig. 4, but for $N = 50$, $N = 82$, and $N = 126$ isotones.

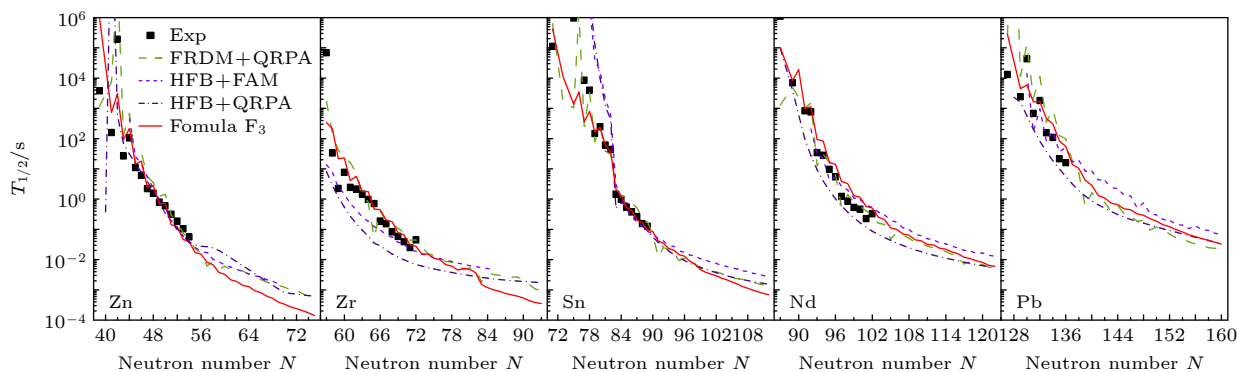


图 6 公式 F_3 预测的 Zn, Zr, Sn, Nd, Pb 同位素的 β 衰变寿命, 及其与 FRDM + QRPA, HFB + FAM, HFB + QRPA 理论结果的比较

Fig. 6. Nuclear β -decay half-lives of Zn, Zr, Sn, Nd and Pb isotopes predicted by formula F_3 , and the comparison with the theoretical results of FRDM + QRPA, HFB + FAM and HFB + QRPA models.

和 F_Z 预言结果与实验数据更加符合. 当外推至未知的丰中子核区, 公式 F_1 预言的 β 衰变寿命一般长于公式 F_2 , F_3 和 F_Z 的预言结果, 其中公式 F_2 和 F_3 外推的原子核 β 衰变寿命较为接近, 短于公式 F_Z 的预言结果.

图 6 以 Zn, Zr, Sn, Nd, Pb 同位素为例, 将公式 F_3 预言的 β 衰变寿命与基于 FRDM 的 QRPA (FRDM + QRPA)^[43]、基于 Hartree-Fock-Bogoliubov 模型的 FAM (HFB + FAM)^[33] 和 QRPA (HFB + QRPA)^[27] 等微观模型的计算结果进行比较. 在已知核区, 公式 F_3 更好地描述了原子核 β 衰变寿命的实验数据, 尤其对于 Zn, Zr 和 Sn 同位素链. 定量地, 对于图 6 中 5 条同位素链, FRDM + QRPA, HFB + FAM 和 HFB + QRPA 模型预言寿命的对数与实验数据的均方根偏差分别为 0.795, 0.852 和 1.075, 而公式 F_3 对应的均方根偏差仅为 0.716, 显著优于 FRDM + QRPA, HFB + FAM 和 HFB + QRPA 模型. 当外推至未知的丰中子核区, 对于 Zn 和 Zr 等轻质量原子核, 公式 F_3

预言的衰变寿命一般短于各微观模型的结果; 随着质子数的增加, 公式 F_3 预言的衰变寿命与其他微观模型预言结果的差别逐渐缩小, 对于 Pb 同位素链, 即使往未知丰中子核区外推 20 步, 公式 F_3 预言的衰变寿命仍介于各微观模型预言结果之间, 即与其他微观模型的预言结果基本一致.

图 7 给出了核素图上公式 F_3 对原子核 β 衰变寿命的预言值分布. 从图 7 可见, 随着中子数的增加, 原子核 β 衰变寿命逐渐变短. 在轻核区 ($Z \lesssim 50$), 原子核 β 衰变寿命最低可降至 10^{-4} — 10^{-5} s, 在中

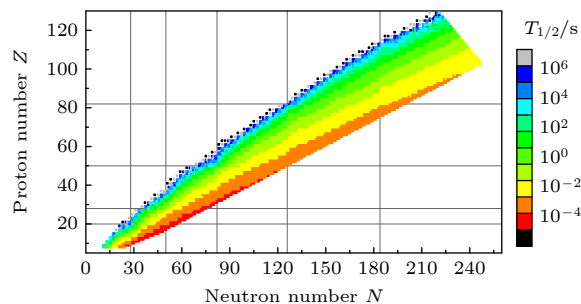


图 7 公式 F_3 预言的原子核 β 衰变寿命

Fig. 7. Nuclear β -decay half-lives predicted by formula F_3 .

等质量核区 ($50 \lesssim Z \lesssim 95$), 原子核 β 衰变寿命最低可至 10^{-3} — 10^{-4} s, 而对于重核区 ($Z \gtrsim 95$), 原子核 β 衰变寿命最低仅至 10^{-2} — 10^{-3} s.

4 结 论

综上所述, 基于原子核 β 衰变的费米理论, 本文首先提出一个不含任何自由参数的经验公式, 该公式可近似计算原子核 β 衰变寿命; 通过考虑同位旋依赖和奇偶效应并引入 5 个自由参数, 得到了第 2 个经验公式, 该公式有效地改善了未知原子核 β 衰变寿命预言的奇偶振荡, 显著提高了对原子核 β 衰变寿命实验数据的描述能力, 但对幻数附近原子核 β 衰变寿命的描述仍有较大偏差; 进一步引入壳效应修正项, 新提出的经验公式显著改进了对幻数附近原子核 β 衰变寿命的描述, 整体的预言精度进一步提升. 研究发现, 在已知核区, 新经验公式对于短寿命原子核有着较好的预言能力, 其精度甚至优于目前已有的经验公式和微观的 QRPA 模型. 在未知核区, 对较轻原子核, 新经验公式预言的原子核 β 衰变寿命一般短于各微观模型预言结果, 随着原子核质子数的增加, 其预言的 β 衰变寿命与各微观模型预言结果的差别逐渐缩小并基本一致. 最后, 采用新经验公式预言了核素图上丰中子原子核的 β 衰变寿命, 为 r-过程模拟提供了寿命输入. 未来可以将本文得到的原子核 β 衰变寿命应用至 r-过程模拟, 研究其对 r-过程丰度及其演化的影响等.

参考文献

- [1] Burbidge E M, Burbidge G R, Fowler W A, Hoyle F 1957 *Rev. Mod. Phys.* **29** 547
- [2] Thielemann F K, Arcones A, Käppeli R, Liebendörfer M, Rauscher T, Winteler C, Fröhlich C, Dillmann I, Fischer T, Martínez-Pinedo G, Langanke K, Farouqi K, Kratz K L, Panov I, Korneev I K 2011 *Prog. Part. Nucl. Phys.* **66** 346
- [3] Cowan J J, Thielemann F K, Truran J W 1991 *Phys. Rep.* **208** 267
- [4] Qian Y Z 2003 *Prog. Part. Nucl. Phys.* **50** 153
- [5] Arnould M, Goriely S, Takahashi K 2007 *Phys. Rep.* **450** 97
- [6] Chen J, Fang J Y, Hao Y W, Niu Z M, Niu Y F 2023 *Astrophys. J.* **943** 102
- [7] Mumpower M R, Surman R, McLaughlin G C, Aprahamian A 2016 *Prog. Part. Nucl. Phys.* **86** 86
- [8] Li Z, Niu Z M, Sun B H 2019 *Sci. China. Phys. Mech. Astron.* **62** 982011
- [9] Niu Z, Sun B, Meng J 2009 *Phys. Rev. C* **80** 065806
- [10] Surman R, Engel J, Bennett J R, Meyer B S 1997 *Phys. Rev. Lett.* **79** 1809
- [11] Zhang X P, Ren Z Z 2006 *Phys. Rev. C* **73** 014305
- [12] Zhang X P, Ren Z Z, Zhi Q J, Zheng Q 2007 *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* **34** 2611
- [13] Zhou Y, Li Z H, Wang Y B, Chen Y S, Guo B, Su J, Li Y J, Yan S Q, Li X Y, Han Z Y, Shen Y P, Gan L, Zeng S, Lian G, Liu W P 2017 *Sci. China-Phys. Mech. Astron.* **60** 082012
- [14] Takahashi K, Yamada M 1969 *Prog. Theor. Phys.* **41** 1470
- [15] Tachibana T, Yamada M, Yoshida Y 1990 *Prog. Theor. Phys.* **84** 641
- [16] Nakata H, Tachibana T, Yamada M 1997 *Nucl. Phys. A* **625** 521
- [17] Koura H, Chiba S 2017 *Phys. Rev. C* **95** 064304
- [18] Engel J, Bender M, Dobaczewski J, Surman R 1999 *Phys. Rev. C* **60** 014302
- [19] Minato F, Bai C L 2013 *Phys. Rev. Lett.* **110** 122501
- [20] Niu Z M, Niu Y F, Liang H Z, Long W H, Nikšić T, Vretenar D, Meng J 2013 *Phys. Lett. B* **723** 172
- [21] Borzov I N, Goriely S 2000 *Phys. Rev. C* **62** 035501
- [22] Langanke K, Martínez-Pinedo G 2003 *Rev. Mod. Phys.* **75** 819
- [23] Martínez-Pinedo G, Langanke K 1999 *Phys. Rev. Lett.* **83** 4502
- [24] Suzuki T, Yoshida T, Kajino T, Otsuka T 2012 *Phys. Rev. C* **85** 015802
- [25] Zhi Q, Caurier E, Cuenca-García J J, Langanke K, Martínez-Pinedo G, Sieja K 2013 *Phys. Rev. C* **87** 025803
- [26] Möller P, Pfeiffer B, Kratz K L 2003 *Phys. Rev. C* **67** 055802
- [27] Minato F, Niu Z, Liang H 2022 *Phys. Rev. C* **106** 024306
- [28] Marketin T, Huther L, Martínez-Pinedo G 2016 *Phys. Rev. C* **93** 025805
- [29] Niu Z M, Niu Y F, Liu Q, Liang H Z, Guo J Y 2013 *Phys. Rev. C* **87** 051303
- [30] Wang Z Y, Niu Y F, Niu Z M, Guo J Y 2016 *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* **43** 045108
- [31] Nakatsukasa T, Inakura T, Yabana K 2007 *Phys. Rev. C* **76** 024318
- [32] Liang H Z, Nakatsukasa T, Niu Z M, Meng J 2013 *Phys. Rev. C* **87** 054310
- [33] Ney E M, Engel J, Li T, Schunck N 2020 *Phys. Rev. C* **102** 034326
- [34] Mustonen M T, Engel J 2016 *Phys. Rev. C* **93** 014304
- [35] Endo F, Koura H 2019 *Phys. Rev. C* **99** 034303
- [36] Fang J Y, Chen J, Niu Z M 2022 *Phys. Rev. C* **106** 054318
- [37] Sargent B W 1933 *Proc. R. Soc. Lond. A* **139** 659
- [38] Shi M, Fang J Y, Niu Z M 2021 *Chin. Phys. C* **45** 044103
- [39] Uyen N K, Chae K Y, Duy N N, Ly N D 2022 *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* **49** 025201
- [40] Kondev F G, Wang M, Huang W J, Naimi S, Audi G 2021 *Chin. Phys. C* **45** 030001
- [41] Fermi E 1934 *Z. Phys.* **88** 161
- [42] Wang N, Liu M, Wu X, Meng J 2014 *Phys. Lett. B* **734** 215
- [43] Möller P, Mumpower M R, Kawano T, Myers W D 2019 *At. Data Nucl. Data Tables* **125** 1

An empirical formula of nuclear β -decay half-lives^{*}

Xia Jin-Ge¹⁾ Li Wei-Feng¹⁾ Fang Ji-Yu²⁾ Niu Zhong-Ming^{1)†}

¹⁾ (School of Physics and Optoelectronic Engineering, Anhui University, Hefei 230601, China)

²⁾ (School of Mechanics and photoelectric Physics, Anhui University of Science & Technology, Huainan 232001, China)

(Received 16 October 2023; revised manuscript received 8 December 2023)

Abstract

Nuclear β -decay half-lives play an important role not only in nuclear physics, but also in astrophysics. The β -decay half-lives of many nuclei involved in the astrophysical rapid neutron-capture (r-process) still cannot be measured experimentally, so the theoretical predictions of nuclear β -decay half-lives are inevitable for r-process studies. Theoretical models for studying the nuclear β -decay half-lives include the empirical formula, the gross theory, the quasiparticle random phase approximation (QRPA), and the shell model. Compared with other theoretical models of β -decay half-lives, the empirical formula has high computational efficiency, and its prediction accuracy can be improved by introducing more and more physical information. In this work, an empirical formula without free parameters is proposed to calculate the nuclear β -decay half-lives based on the Fermi theory of β decay. By including the pairing effect, the shell effect, and the isospin dependence, the newly proposed empirical formula significantly improves the accuracy of predicting the nuclear β -decay half-life. For the nuclei with half-lives less than 1 second, the root-mean-square deviation of the common logarithms of the nuclear β -decay half-life predicted by the new empirical formula from the experimental data decreases to 0.220, which is improved by about 54% compared with that by the empirical formula without free parameters, even better than those by other existing empirical formulas and microscopic QRPA approaches. In the unknown region, the nuclear β -decay half-lives predicted by the new empirical formula are generally shorter than those predicted by the microscopic models in the light nuclear region, while those predicted by the new empirical formula in the heavy nuclear region are generally in agreement with those predicted by the microscopic models. The half-lives of neutron-rich nuclei on the nuclear chart are then predicted by the new empirical formula, providing nuclear β -decay half-life inputs for the r-process simulations.

Keywords: β -decay half-lives, empirical formula, r-process

PACS: 23.40.-s, 26.30.Hj

DOI: 10.7498/aps.73.20231653

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 12375109, 11875070, 11935001) and the Key Research Foundation of Education Ministry of Anhui Province, China (Grant No. 2023AH050095).

[†] Corresponding author. E-mail: zmniu@ahu.edu.cn



原子核 β 衰变寿命经验公式

夏金戈 李伟峰 方基宇 牛中明

An empirical formula of nuclear β -decay half-lives

Xia Jin-Ge Li Wei-Feng Fang Ji-Yu Niu Zhong-Ming

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 73, 062301 (2024) DOI: 10.7498/aps.73.20231653

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.73.20231653>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

原子核质量模型的检验

Test of nuclear mass models

物理学报. 2021, 70(10): 102101 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20201734>

原子核电荷半径的研究

Study of nuclear charge radius

物理学报. 2020, 69(16): 162101 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20191643>

激发态丰质子核的双质子发射

Two-proton emission from excited states of proton-rich nuclei

物理学报. 2022, 71(6): 062301 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20211839>

水中颗粒孔洞流的最大休止倾角和流量公式

Maximum ceasing angle of inclination and flux formula for granular orifice flow in water

物理学报. 2020, 69(10): 104501 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20200217>

超强磁场下中子星壳层的电导率和磁星环向磁场欧姆衰变

Conductivity of neutron star crust under superhigh magnetic fields and Ohmic decay of toroidal magnetic field of magnetar

物理学报. 2019, 68(18): 180401 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20190760>

基于经验知识遗传算法优化的神经网络模型实现时间反演信道预测

Prediction of time reversal channel with neural network optimized by empirical knowledge based genetic algorithm

物理学报. 2019, 68(17): 170503 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20190327>