

# 微通道中一类生物流体在高 Zeta 势下的电渗流及传热特性\*

慕江勇 崔继峰 陈小刚<sup>†</sup> 赵毅康 田祎琳 于欣如 袁满玉

(内蒙古工业大学理学院, 呼和浩特 010051)

(2023 年 10 月 23 日收到; 2023 年 12 月 28 日收到修改稿)

在高壁面 Zeta 势下, 研究滑移边界条件下满足牛顿流体模型的一类生物流体的电渗流动及传热特性, 流体在外加电场、磁场和焦耳加热共同作用下流动. 首先, 在不使用 Debye-Hückel 线性近似条件时, 利用切比雪夫谱方法给出非线性 Poisson-Boltzmann 方程和流函数满足的四阶微分方程及热能方程的数值解, 将所得结果与利用 Debye-Hückel 线性近似所得结果进行比较, 证明本文数值方法的有效性. 其次, 讨论电磁环境下壁面 Zeta 势、哈特曼数  $H$ 、电渗参数  $m$ 、滑移参数  $\beta$  对流动特性、泵送特性和捕获现象的影响, 并探究焦耳加热参数  $\gamma$  和布林克曼数  $Br$  等参数对传热特性的影响. 结果表明, 壁面 Zeta 势、电渗参数  $m$ 、滑移参数  $\beta$  的增大对流体速度有促进作用, 而哈特曼数  $H$  的增大会抵抗流体流动. 研究进一步表明, 焦耳加热参数  $\gamma$  和布林克曼数  $Br$  的增大会导致温度升高.

**关键词:** 电渗流, 传热特性, 高 Zeta 势, 切比雪夫谱方法

**PACS:** 47.11.Bc, 47.65.-d, 47.85.Dh

**DOI:** 10.7498/aps.73.20231685

## 1 引言

近年来, 微生物传感器、实验室芯片 (LOC) 和微机械电子系统 (MEMS) 等微流控器件广泛应用于生物医学和生化分析领域<sup>[1-3]</sup>. 随着微电子技术的发展, 蠕动泵送机制和电渗受到越来越广泛的关注.

蠕动泵送是指通过减少或扩大沿通道壁传播的波浪来混合和推动流体流动的机制. 在几种生理状况下可以观察到这种机制, 例如人吞咽食物的过程、肠道的消化蠕动、血液在血管中的流动以及男性精子在生殖器通道中的传输过程. Sherief 等<sup>[4]</sup>讨论了柔顺壁面通道中的蠕动流, 在霍尔电流和化学反应的存在下进行分析, 得到了速度、温度、浓

度和流函数解的表达式. Chandra 等<sup>[5]</sup>研究了存在蠕动波时微极流体的轴对称流动, 这是一种旨在模拟食管中各种食物吞咽的行为, 讨论了膨胀幅度、管壁斜率、耦合数和微极性参数对流体流动的影响. Yasmin 和 Nisar<sup>[6]</sup>研究了 Casson 纳米流体在柔顺对称弹性通道中的蠕动流动, 结果表明, 流体的速度随着哈特曼数的增大而降低, 热辐射和热格拉斯霍数对温度的影响表现出相反的行为. 通过提高 Casson 流体参数和布朗运动参数提高了传热速率. Mishra 等<sup>[7]</sup>对复杂波浪状微通道中涉及传热的黏塑性 Bingham 流体的流动模式及其结果进行分析, 揭示了 Bingham 流体存在或不存在对称流动时的蠕动输运特性. Guedri 等<sup>[8]</sup>给出并讨论了蠕动条件下平均速度扰动函数、净流量和轴向速度的图形结果. 得出的结论是, 净流速在线性麦克

\* 国家自然科学基金 (批准号: 12062018, 12172333)、内蒙古自治区高等学校青年科技英才支持计划 (批准号: NJYT22075) 和内蒙古自治区直属高校基本科研业务费 (批准号: JY20220331, ZTY2023014) 资助的课题.

<sup>†</sup> 通信作者. E-mail: xiaogang\_chen@imut.edu.cn

斯韦模型下有增大趋势, 而对流麦克斯韦模型呈现下降趋势. Maraj 等<sup>[9]</sup>研究了薄荷醇电解质的蠕动传输, 利用外部电场来改变薄荷醇电解质的蠕动传输行为, 然后讨论了有无铜纳米颗粒存在时, 电渗力对基液的影响. Rafiq 等<sup>[10]</sup>研究了 Rabinowitsch 流体通过纤毛壁倾斜圆管的蠕动流动, 在边界处存在热辐射条件下, 建立了相关的数学模型. 结果表明, 边界处的对流传热更大, 导致温度降低. Alfazan 等<sup>[11]</sup>分析了牛顿流体在具有矩形面和柔顺壁面的弯曲管道中蠕动传输的数学模型. 这种几何形状在临床和生物设备中最常用, 其中通道的壁需要具有柔性, 结果发现较大的曲率和挠曲刚度均匀地降低了流体速度, 但纵横比和振幅参数对流动速度有促进作用.

电渗流 (EOF) 或电渗效应是存在于多孔介质、微通道及其他流体管道两端施加电压时造成的流体流动. 在溶液中, 固体表面常因基团的解离或溶液中选择性地吸附某种离子而带电, 表面附近的液体中必有与固体表面电荷数量相等但符号相反的多余反离子, 带电表面和反离子构成双电层 (EDL). Wang 等<sup>[12]</sup>从理论上分析了滑动速度对缓慢变化的微通道中旋转电渗流的影响, 结果清楚地表现了牛顿生物流体在高 Zeta 电势的非均匀微通道的旋转电渗流, 详细讨论了流体行为指数和滑移参数对速度剖面的影响. Sheikholeslami 和 Chamkha<sup>[13]</sup>研究了电场对纳米流体流动的影响, 结果表明, 电压会改变流体流动行为并影响流动速度. Tripathi 等<sup>[14]</sup>在任意 Zeta 势下求解电势方程, 该电势是不稳定的, 并随着疏水通道壁面涂层厚度的变化而变化, 结果表明, 随着电渗参数的增大 (即德拜长度越小), 最大时均流速增强, 而轴向速度降低. 电场参数 (即最大电渗速度) 的增大会导致最大时间平均流速的增大. 此外, 电渗泵送的主要优点是其效率高和操作简便, 最近的一些研究也提供了有用的结果<sup>[15-17]</sup>. Anjali 等<sup>[18]</sup>分析了耦合应力流体在带有主动膜泵的微通道中的电渗流, 结果表明, 电渗机制 (轴向电场和双电层厚度) 对微通道内由膜的节律性推进驱动的流体 (牛顿型和非牛顿型) 流动具有显著的调节作用.

磁流体动力学 (MHD) 在生物医学和工程中受到关注, 人们期望通过外加磁场来改变微通道中流体的流速<sup>[19]</sup>, 研究人员在医疗中使用磁场来研究人体内的生理流动<sup>[20]</sup>. Mahabub 等<sup>[21]</sup>对牛顿生物

流体在外加磁场作用下, 对拉伸片上的非定常、黏性、不可压缩的二维层流边界层流动和传热进行了理论和数值研究, 研究发现 MHD 和铁磁流体动力学 (FHD) 相互作用参数对速度、温度和压力场有显著影响. 有利于更好地了解生物流体流动特性, 促进医学和生物工程的应用研究, 特别是可以用于估计狭窄动脉中血流的特征. Madkhali<sup>[22]</sup>研究了威廉姆森流体中单纳米颗粒、混合纳米颗粒和三纳米颗粒的传热效率, 与单一和混合纳米流体施加的壁面剪切应力相比, 三纳米流体施加的壁面剪切应力具有最小值. 霍尔效应和离子滑移效应对三纳米流体流动的影响强于对单纳米流体和混合纳米流体流动的影响. Upreti 等<sup>[23]</sup>研究了在低雷诺数下使用磁性纳米流体在外部磁场存在的情况下波浪型微通道中的传热特性, 发现随着磁普朗特数值的增大, 在感应磁场的轮廓中观察到双重行为, 而血液纳米流体的速度轮廓下降. Yashkun 等<sup>[24]</sup>研究了具有热辐射的多孔介质中吸力和磁场在滞止点处通过拉伸和收缩薄片对纳米流体流动的影响, 并分析了参数对壁面摩擦、努塞尔数和舍伍德数的影响. Mishra 等<sup>[25]</sup>研究了混合纳米流体流经倾斜通道对合成纤毛进行熵产分析, 目的是研究熵产优化和传热效率. 结果表明, 对于更大的拉伸或收缩瑞利数和质量蒸腾值, 横向和切向速度都更大. Cordwell 等<sup>[26]</sup>利用高速摄影技术研究了非均匀磁场中磁性液滴对载玻片的垂直跌落冲击. 为了实现对流体流动更好的控制, 电磁流体动力学 (EMHD) 流动也受到了广泛关注, 这是一种具有电场、磁场以及双电层的微通道流体流动. Ma 等<sup>[27]</sup>研究了横向壁面粗糙度对微通道内电磁流体动力学流动的影响, 结果表明, 无论壁面粗糙度的形状如何, 由于壁面波纹的存在, 流速会降低. 波纹函数和流速的变化很大程度上取决于流体波数  $\lambda$  和哈特曼数  $Ha$ . Sarkar 和 Ganguly<sup>[28]</sup>研究了存在磁场和电场时, 轴向压力驱动的幂律流体通过微通道的流动行为, 结果表明, 外加磁场对诱导流电位发展具有延缓作用, 同时提高了传热速率等.

上述对生物流体动力学的研究都是关于低 Zeta 势下的微流体流动. 但在实际应用中, 大多数界面的壁面 Zeta 势都高于 25 mV. 基于此, 本文在高 Zeta 势下研究具有焦耳热效应和滑移条件下的一类生物流体在蠕动微通道中的电渗流及传热特性. 在不使用 Debye-Hückel 线性近似条件时, 利用切比雪夫谱方法求解 Poisson-Boltzmann 方程、

流函数满足的四阶微分方程及热能方程, 给出电势分布、速度分布及温度分布, 讨论由于焦耳热效应、磁场和流体黏度引起的能量耗散, 以及相关参数对流动速度和温度分布的影响.

## 2 数学模型

### 2.1 几何模型

本文研究黏性、不可压缩的一类生物流体在蠕动机制的诱导下通过带负电荷的壁面  $y' = h_1'(x', t')$  和  $y' = h_2'(x', t')$  组成的不对称微通道的非定常电渗流动, 该流体流动特性满足牛顿流体模型, 在外加电场、磁场和压力梯度的共同作用下流动. 如图 1 所示, 在笛卡尔坐标系  $(x', y')$  下,  $\mathbf{E}_0$  表示沿着  $x'$  轴方向施加的均匀电场强度,  $\mathbf{B}_0$  表示沿着  $y'$  轴方向施加的外加磁场强度, 流体在该均匀电场和磁场的混合作用下沿  $x'$  方向流动,  $\beta_1$  和  $\beta_2$  是微通道的上壁面和下壁面的滑移参数, 通道壁的变化趋势为以恒定波速沿  $x'$  方向传播的正弦波, 满足如下方程:

$$h_1'(x', t') = d_1 + a_1 \cos^2 \left[ \frac{\pi}{\lambda} (x' - ct') \right], \quad (1)$$

$$h_2'(x', t') = -d_2 - a_2 \cos^2 \left[ \frac{\pi}{\lambda} (x' - ct') + \phi \right], \quad (2)$$

其中  $h_1'(x', t')$  和  $h_2'(x', t')$  分别表示微通道的上壁和下壁,  $a_1$  和  $a_2$  是波的振幅,  $\lambda$  是波长,  $\phi (0 \leq \phi \leq \pi)$  是正弦运动通道壁之间的相位差,  $t'$  表示时间,  $c$  表示波速,  $d_1$  和  $d_2$  是图 1 中从虚线处开始测量的恒定高度.

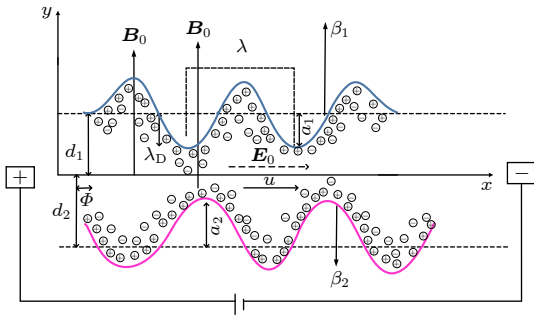


图 1 流体流动示意图  
Fig. 1. Fluid flow diagram.

### 2.2 电势分布

流体电势分布满足的 Poisson-Boltzmann 方程为

$$\frac{\partial^2 \varphi'}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 \varphi'}{\partial y'^2} = -\frac{\rho_e}{\varepsilon \varepsilon_0}, \quad (3)$$

其中  $\rho_e$  是净电荷密度,  $\varepsilon_0$  是自由空间中的介电常数,  $\varepsilon$  是介质的相对介电常数.

由电解质的对称性可知净电荷密度可以表示为<sup>[14]</sup>

$$\rho_e = ez(n^+ - n^-) = -2n_0 ez \sinh \left( \frac{ze}{k_B T_{av}} \varphi' \right), \quad (4)$$

这里,  $T_{av}$  是介质平均温度;  $k_B$  是玻尔兹曼常数;  $n^+$ ,  $n^-$  及  $n_0$  分别表示流体中的正离子数、负离子及平均数;  $e$  是电子的电荷;  $z$  是离子的价.

类似于文献 [25], 由方程 (3) 和方程 (4), 电势分布的 Poisson-Boltzmann 方程可以简化为

$$\frac{\partial^2 \varphi'}{\partial y'^2} = \frac{2n_0 ez}{\varepsilon \varepsilon_0} \sinh \left( \frac{ze}{k_B T_{av}} \varphi' \right). \quad (5)$$

电势分布  $\varphi'$  满足的边界条件为

$$\varphi' = \zeta'_1 : y' = h_1'(x', t'), \quad \varphi' = \zeta'_2 : y' = h_2'(x', t'), \quad (6)$$

其中  $\zeta'_1$  和  $\zeta'_2$  是上下壁面的不同 Zeta 电势.

引入如下的无量纲变量:

$$x = x'/\lambda, \quad y = y'/d_1, \quad t = ct'/\lambda,$$

$$h_1 = h_1'(x', t')/d_1, \quad h_2 = h_2'(x', t')/d_1,$$

$$\varphi = \frac{ze}{k_B T_{av}} \varphi', \quad \zeta_1 = \frac{ze}{k_B T_{av}} \zeta'_1, \quad \zeta_2 = \frac{ze}{k_B T_{av}} \zeta'_2. \quad (7)$$

将上述无量纲变量代入 (5) 式和 (6) 式中, 可得

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = \frac{d_1^2}{\lambda_D^2} \varphi = m^2 \sinh \varphi, \quad (8)$$

$$\varphi = \zeta_1 : y = h_1(x, t), \quad \varphi = \zeta_2 : y = h_2(x, t), \quad (9)$$

其中  $\lambda_D = (ez)^{-1} \left( \frac{\varepsilon \varepsilon_0 k_B T_{av}}{2n_0} \right)^{1/2}$ , 表示德拜长度,  $T_{av}$  表示平均绝对温度,  $m = d_1/\lambda_D$  表示电渗参数.

### 2.3 速度分布

在轴向电场和横向磁场作用下, 通过微通道的生物流体流动和传热的控制方程如下<sup>[13,14]</sup>:

$$\frac{\partial u'}{\partial x'} + \frac{\partial v'}{\partial y'} = 0, \quad (10)$$

$$\begin{aligned} & \rho \left( \frac{\partial u'}{\partial t'} + u' \frac{\partial u'}{\partial x'} + v' \frac{\partial u'}{\partial y'} \right) \\ &= -\frac{\partial p'}{\partial x'} + \mu \left( \frac{\partial^2 u'}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 u'}{\partial y'^2} \right) + \rho_e E_0 - \sigma B_0^2 u', \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} & \rho \left( \frac{\partial v'}{\partial t'} + u' \frac{\partial v'}{\partial x'} + v' \frac{\partial v'}{\partial y'} \right) \\ &= -\frac{\partial p'}{\partial y'} + \mu \left( \frac{\partial^2 v'}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 v'}{\partial y'^2} \right), \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \rho c_p \left( \frac{\partial T}{\partial t'} + u' \frac{\partial T}{\partial x'} + v' \frac{\partial T}{\partial y'} \right) &= k \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y'^2} \right) \\ &+ \sigma E_0^2 + \mu \left( \frac{\partial u'}{\partial y'} \right) + \sigma B_0^2 u'^2, \end{aligned} \quad (13)$$

其中,  $(u', v', 0)$  表示流体的速度,  $\sigma$  表示电导率,  $c_p$  表示恒压下的热容,  $k$  表示热导率,  $p'$  表示流体压力,  $\rho$  表示流体密度,  $\mu$  表示流体黏度; 方程 (11) 右边最后两项分别表示单位体积流体的电能和磁能, 方程 (13) 右边最后 3 项分别代表焦耳热、流体黏度和外加磁场造成的能量损失。

引入如下无量纲量:

$$u = \frac{u'}{c}, \quad v = \frac{v'}{cd}, \quad \theta = \frac{T - T_w}{qd_1/k}, \quad (14)$$

其中  $u$  和  $v$  是无量纲的速度分量,  $\theta$  表示无量纲的温度分量,  $T_w$  表示初始温度,  $q$  表示热通量,  $\delta = d_1/\lambda$  是波数。

利用 (7) 式和 (14) 式, 方程 (10)—(13) 简化为

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \quad (15)$$

$$\begin{aligned} & Re\delta \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) \\ &= -\frac{\partial p}{\partial x} + \left( \delta^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) - H^2 u + m^2 \beta \varphi, \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} & Re\delta^3 \left( \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) \\ &= -\frac{\partial p}{\partial y} - \delta^2 \left( \delta^2 \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right), \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} & Re\delta Pr \left( \frac{\partial \theta}{\partial t} + u \frac{\partial \theta}{\partial x} + v \frac{\partial \theta}{\partial y} \right) = \left( \delta^2 \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \right) \\ &+ \gamma + Br \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + H^2 Bru^2, \end{aligned} \quad (18)$$

式中,  $Re = \rho cd_1/\mu$  为雷诺数,  $H = B_0 d_1 \sqrt{\sigma/\mu}$  为哈特曼数 (电磁力和黏滞力之间的比例),  $Pr = \mu c_p/k$  为普朗特数 (黏度和导热系数),  $\beta = U_{HS}/c$  为介质的流动参数,  $U_{HS} = -\frac{\varepsilon \varepsilon_0 k_B T_{av} E_0}{\mu z e}$  为亥姆霍兹速度 (最大电渗速度),  $Br = \frac{\mu c^2}{qd_1}$  为布林克曼数 (黏滞扩散产生的热和分子传导传递的热之间的比

例),  $\gamma = \sigma d_1 E_0^2/q$  为焦耳加热参数 (电流产生的热量),  $\theta$  为无量纲温度分量。

根据 Shapiro 等<sup>[15]</sup> 的方法, 应用长波长  $\delta = d_1/\lambda \ll 1$  和低雷诺数假设  $Re \ll 1$ , 可以忽略乘积项  $Re\delta$  以及包含平方和更高次幂的项  $\delta$ , 方程 (15)—(18) 进一步简化为

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \quad (19)$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - H^2 u + m^2 \beta \sinh \varphi, \quad (20)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0. \quad (21)$$

引入流函数  $\psi$ , 利用  $u = \frac{\partial \psi}{\partial y}$  和  $v = -\frac{\partial \psi}{\partial x}$  满足的连续性方程 (19), 方程 (20) 可以化简为

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial^3 \psi}{\partial y^3} - H^2 \frac{\partial \psi}{\partial y} + m^2 \beta \sinh \varphi. \quad (22)$$

利用方程 (21) 和 (22) 消除压力  $p$ , 可得流函数满足的微分方程:

$$\frac{\partial^4 \psi}{\partial y^4} - H^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + m^2 \beta \cosh(\varphi) \varphi' = 0. \quad (23)$$

为了求解方程 (23), 类似于文献 [29], 引入关于流函数满足的如下边界条件:

$$\frac{\partial \psi}{\partial y} + \beta_1 \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = 0,$$

$$\psi = \frac{F}{2} : y = h_1 = 1 + a \cos^2[\pi(x-t)], \quad (24)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial y} - \beta_2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = 0,$$

$$\psi = -\frac{F}{2} : y = h_2 = -d - b \cos^2[\pi(x-t) + \phi], \quad (25)$$

其中,  $h_1$  和  $h_2$  表示通道壁,  $\beta_1 = \beta'_1/d_1$  和  $\beta_2 = \beta'_2/d_1$  分别表示通道上壁和下壁的速度滑移参数,  $F = e^{-At}$  为无量纲流速。

## 2.4 温度分布

利用低雷诺数和长波长假设<sup>[15]</sup>, 轴向传导项可以忽略, 热能方程简化为

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + \gamma + Br \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + H^2 Bru^2 = 0, \quad (26)$$

其边界条件为<sup>[30]</sup>

$$\theta + st_1 \frac{\partial \theta}{\partial y} = 0 : y = h_1 = 1 + a \cos^2[\pi(x-t)], \quad (27)$$



$$\theta - st_2 \frac{\partial \theta}{\partial y} = 0 : y = h_2 = -d - b \cos^2[\pi(x-t) + \phi], \quad (28)$$

其中  $st_1$  和  $st_2$  代表微通道上壁和下壁的热滑移参数, 也称为温度跳跃系数, 考虑到物理因素的影响, 这两个物理量可以描述通道壁的温度变化.

通过确定流函数方程和热能方程, 可以得到以下表达式来描述无量纲平均流动温度:

$$\theta_b = \frac{T_w - T_b}{qd_1/k} = \left( \int_{h_2}^{h_1} u \theta dy \right) / \left( \int_{h_2}^{h_1} u dy \right). \quad (29)$$

类似于文献 [31], Nusselt 数定义为

$$Nu = \frac{2d_1 q}{k(T_w - T_b)} = \frac{2}{\theta_b}. \quad (30)$$

### 3 数值求解

以下计算过程中, 在区间  $[h_2, h_1]$  中选定如下切比雪夫点:

$$y_p = -\cos\left(\frac{j\pi}{N}\right), \quad j = 0, 1, 2, \dots, N.$$

区间  $[h_2, h_1]$  经过映射变换之后剖分点取为

$$y_p = \frac{h_2 - h_1}{2} \cos\left(\frac{j\pi}{N}\right) + \frac{h_2 + h_1}{2}, \quad j = 0, 1, 2, \dots, N.$$

设  $\varphi = [\varphi(y_0), \varphi(y_1), \varphi(y_2) \cdots \varphi(y_N)]$  为切比雪夫点上的未定义向量, 构造一个  $N$  阶或更高阶的切比雪夫多项式  $p(y_i)$ , 它满足以下关系:  $p(y_i) = \varphi(y_i)$ , 其中  $i = 0, 1, 2, \dots, N$ .

电势方程 (8) 经过变换之后的形式应为 (其中

$D_N$  为切比雪夫求导矩阵,  $\frac{\partial^2}{\partial y^2} \rightarrow D_N^2$ ,  $\frac{\partial^4}{\partial y^4} \rightarrow D_N^4$ ):

$$\begin{pmatrix} (D_N^2)_{1,1} & \cdots & (D_N^2)_{1,N+1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ (D_N^2)_{N+1,1} & \cdots & (D_N^2)_{N+1,N+1} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \vdots \\ \varphi_{N+1} \end{pmatrix} = m^2 \sinh \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \vdots \\ \varphi_{N+1} \end{pmatrix},$$

这里为了使得左右边界条件被满足, 这里使代数方程矩阵的第 1 行和最后一行的  $D$  矩阵被改写, 等式右端同样被改写, 第 1 行改为

$$(1, 0 \cdots 0, 0) \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \vdots \\ \varphi_{N+1} \end{pmatrix} = \zeta_2, \quad \varphi_1 = \zeta_2.$$

而最后一行改为

$$(0, 0 \cdots 0, 1) \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \vdots \\ \varphi_{N+1} \end{pmatrix} = \zeta_1, \quad \varphi_{N+1} = \zeta_1.$$

流函数方程 (23) 和边界条件 (24) 和 (25) 转变为

$$\varphi_1 + F/2 = 0,$$

$$((D_N)_{1,1} \cdots (D_N)_{N+1}) \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \vdots \\ \varphi_{N+1} \end{pmatrix} - \beta_2 ((D_N^2)_{1,1} \cdots (D_N^2)_{1,N+1}) \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \vdots \\ \varphi_{N+1} \end{pmatrix} = 0,$$

$$\begin{pmatrix} (D_N^4)_{3,1} & \cdots & (D_N^4)_{3,N+1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ (D_N^4)_{N-1,1} & \cdots & (D_N^4)_{N-1,N+1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varphi_3 \\ \vdots \\ \varphi_{N-1} \end{pmatrix} - H^2 \begin{pmatrix} (D_N^4)_{3,1} & \cdots & (D_N^4)_{3,N+1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ (D_N^4)_{N-1,1} & \cdots & (D_N^4)_{N-1,N+1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varphi_3 \\ \vdots \\ \varphi_{N-1} \end{pmatrix} + m^2 \beta \cosh \begin{pmatrix} \varphi_3 \\ \vdots \\ \varphi_{N-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varphi_3' \\ \vdots \\ \varphi_{N-1}' \end{pmatrix} = 0,$$

$$\varphi_{N+1} - F/2 = 0,$$

$$((D_N)_{N+1,1} \cdots (D_N)_{N+1,N+1}) \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \vdots \\ \varphi_{N+1} \end{pmatrix} - \beta_2 ((D_N^2)_{N+1,1} \cdots (D_N^2)_{N+1,N+1}) \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \vdots \\ \varphi_{N+1} \end{pmatrix} = 0.$$

通过计算切比雪夫多项式  $p(y_i)$  的导数并在网格点对其求值, 可以将方程 (8) 转化为非线性代数方程, 结合边界条件 (9) 式, 利用牛顿迭代法, 得到该问题的无量纲电势分布的数值解. 在此基础上, 使用切比雪夫谱方法将方程 (23) 转换为代数方程组, 并使用 Matlab 软件在边界条件 (24) 和 (25) 下求得速度的数值解.

### 3.1 电势分布

利用切比雪夫谱方法求解低 Zeta 势下电势分布所满足的方程 (8) 和方程 (9), 并将所得的结果与运用 D-H 线性近似求得的解析解进行对比. 从图 2 可以看出, 两者结果是相一致的. 因此, 将切比雪夫谱方法推广应用于求解电势分布是可行的. 由此可将切比雪夫谱方法推广到求解高 Zeta 势下的情形.

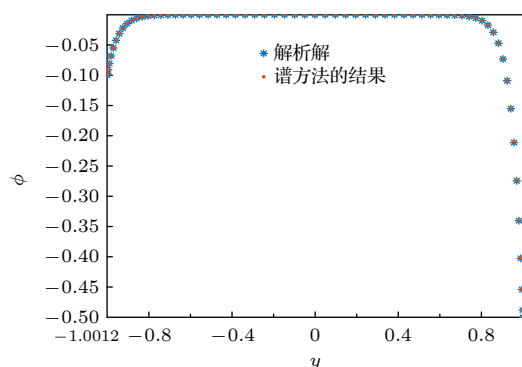


图 2 低 Zeta 势下 P-B 方程 D-H 近似解析解 (蓝色) 与切比雪夫谱方法 (黄色) 对比图, 其中  $a = b = x = 0.5$ ,  $\phi = 0.05$ ,  $d = 1.0$ ,  $t = 0.0$ ,  $F = 1.0$

Fig. 2. Comparison between approximate analytical solution of D-H for P-B equation (blue) and Chebyshev spectrum method (yellow) at low Zeta potential,  $a = b = x = 0.5$ ,  $\phi = 0.05$ ,  $d = 1.0$ ,  $t = 0.0$ ,  $F = 1.0$ .

### 3.2 速度分布

根据 3.1 节中求得的电势分布, 在低 Zeta 势的情形下利用切比雪夫谱方法求解速度分布所满足的流函数方程, 所得的结果与用 D-H 线性近似求

得的结果 (BVP 法) 进行对比, 如图 3 所示. 从图 3 可以看出, 二者的拟合程度很好, 说明用切比雪夫谱方法求得流函数结果是可靠的. 由此可将切比雪夫谱方法推广到求解高 Zeta 势下流体的速度分布.

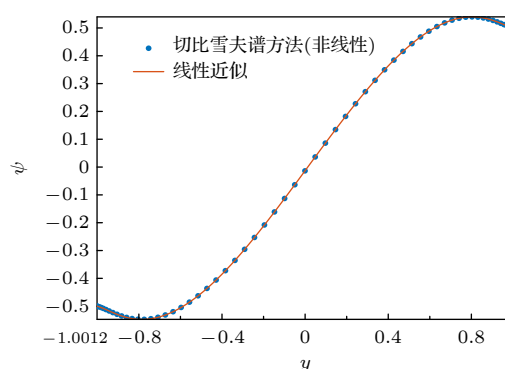


图 3 低 Zeta 势下流动方程 D-H 线性近似结果 (实线) 与切比雪夫谱方法 (圆点) 对比图, 其中  $a = b = x = 0.5$ ,  $\phi = 0.05$ ,  $d = 1.0$ ,  $t = 0.0$ ,  $F = 1.0$

Fig. 3. Comparison between the D-H approximate analytical solution (solid line) of nonlinear flow equation and Chebyshev-spectral method (dot) under the low Zeta potential,  $a = b = x = 0.5$ ,  $\phi = 0.05$ ,  $d = 1.0$ ,  $t = 0.0$ ,  $F = 1.0$ .

考虑外加电场和磁场的影响, 当  $H = \zeta_1 = \zeta_2 \rightarrow 0$ ,  $\beta_1 = \beta_2 = 0$ , 将速度分布的数值结果与 Tripathi<sup>[32]</sup> 的结果进行比较, 以验证本研究的准确性, 如图 4 所示.

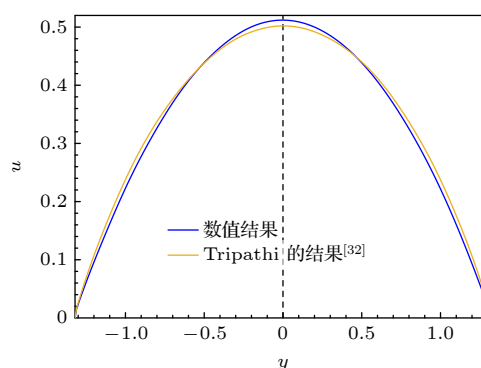


图 4 本文轴向速度分布与 Tripathi<sup>[32]</sup> 研究结果的比较, 其中  $\zeta_1 \rightarrow 0$ ,  $\zeta_2 \rightarrow 0$ ,  $H \rightarrow 0$ ,  $\beta_1 = \beta_2 = \beta = 0$

Fig. 4. Comparison between axial velocity distributions obtained by this study and Tripathi<sup>[32]</sup>, where  $\zeta_1 \rightarrow 0$ ,  $\zeta_2 \rightarrow 0$ ,  $H \rightarrow 0$ ,  $\beta_1 = \beta_2 = \beta = 0$ .

## 4 结果与讨论

本研究中微通道流动的典型参数取值为<sup>[26-31]</sup>: 半通道宽度  $d_1 = 14 \mu\text{m}$ ; 壁热通量  $q = 1500 \text{ W/m}^2$ ; 外加电场  $2 \times 10^4 \text{ V/m}$ ; 平均绝对温度  $300 \text{ K}$ ; 通道宽度  $14 \mu\text{m}$ ;  $\gamma < 0$  表示吸热;  $\gamma > 0$  表示放热, 对应的滑移长度为  $0$  (无滑移) 到  $100 \text{ nm}$ ; 电导率  $\sigma = 1.0 \text{ S/m}$ ;  $\beta = 1.0$ ;  $a = b = A = 0.5$ ;  $d = 1.0$ ;  $H \in (0, 6]$ ,  $\zeta_1 = \zeta_2 = -1, -1.5, -2$ ;  $\beta_1 = \beta_2 = 0.0, 0.005, 0.01, 0.05$ ;  $st_1 = st_2 = 0.0, 0.03, 0.05, 0.1$ ;  $m = 5, 10, 20, 30$ ;  $\gamma = -2, -1.5, -1, 0, 1, 1.5, 2$ ;  $Br = 0.0, 0.05, 0.1, 0.5$ .

图 5 描绘了高 Zeta 势下, 无量纲轴向速度  $u$  随不同哈特曼数  $H$ 、电渗参数  $m$ 、Zeta 势和速度滑移参数  $\beta$  的变化. 从图 5(a) 可以看出, 通道中心区域的流速随着哈特曼数  $H$  增大而受到抑制, 同时观察到壁面附近流体呈加速趋势, 这是由于洛伦兹力里的阻力部分  $-H^2 u$  随着哈特曼数  $H$  增大而增大, 导致总的洛伦兹力小于电渗力; 并且因为速度滑移条件的影响, 磁场的影响在微通道中心区域更有效, 通道壁附近则观察到相反的行为. 从图 5(b) 可以看出, 通道中心区域的流动速度随着电渗参数  $m$  的逐渐增大而增大, 而在壁面附近降低流动速度, 这是因为电渗参数  $m$  是通道高度和德拜长度

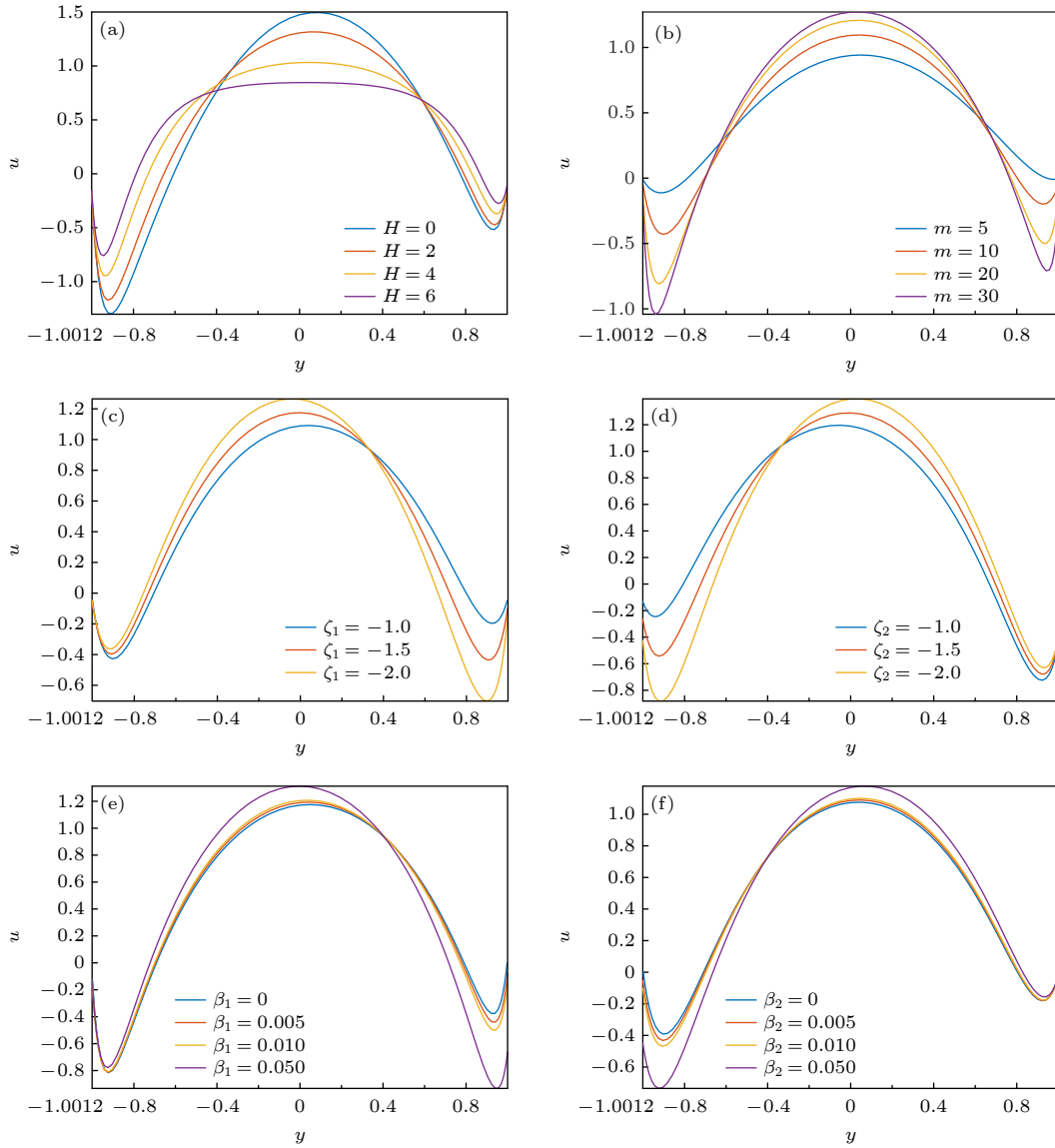


图 5 不同参数值对轴向速度的影响 ( $a=b=x=0.5$ ,  $\phi=0.05$ ,  $d=1.0$ ,  $F=1.0$ ) (a)  $H$ ; (b)  $m$ ; (c)  $\zeta_1$ ; (d)  $\zeta_2$ ; (e)  $\beta_1$ ; (f)  $\beta_2$ .  $a = b = x = 0.5$ ,  $\phi = 0.05$ ,  $d = 1.0$ ,  $F = 1.0$ .

的比率, 电渗参数的增大导致 EDL 的减少, 因此大量的流动行为在通道中心区域快速发生. 从图 5(c) 可以看出, 当壁面电势  $\zeta_1$  逐渐增大时, 上壁面观察到明显的下降趋势, 而在下壁面观察到相反的行为. 这是因为壁面电势增大引起双电层内的电荷密度增大, 致使产生较大的 EDL, 从而导致流体速度降低. 图 5(d) 描绘了下壁面 Zeta 势  $\zeta_2$  对流速的影响, 也观察到了与图 5(c) 相似的特征. 从图 5(e) 和图 5(f) 可以看出, 壁面速度分别随着滑移参数  $\beta_1$  和  $\beta_2$  的增大明显下降, 这是因为电动效应下 EDL 的电动力将移动电荷与流体一起向前运输, 在很大程度上放大了滑移的趋势, 从而降低了壁面的流动速度.

图 6 描绘了高 Zeta 势下, 描述蠕动泵送性能的压力梯度  $\frac{dp}{dx}$  随不同电渗参数  $m$  和上壁面 Zeta 势的变化. 流体的蠕动运输与机械泵送的概念相关联, 因此研究流体蠕动泵送是有意义的. 图 6(a) 说

明了轴向压力梯度随着电渗参数  $m$  增大而增大, 在通道的中心流域部分呈现凸起状并表现为顺压力梯度. 这是因为随着电渗参数  $m$  增大, 通道的狭窄部分需要更多的压力来通过相同体积的流体. 图 6(b) 具有与图 6(a) 相似的流动模式, 壁面 Zeta 势增高, 中心流域的压力梯度变大, 更高的 Zeta 势会导致 EDL 增大, 减少了流体在通道的狭窄位置通过, 这反过来需要更大的压力梯度来促进流体流动.

Shapiro 等<sup>[15]</sup> 将捕获现象描述为由循环流围成的随波速移动的封闭流线区域, 其随着波速移动. 图 7(a), (b) 描绘了高 Zeta 势下, 哈特曼数  $H$  对流线结构的影响. 从图 7 可以看出, 流线团聚集在流动充分发展区域的中心线两侧, 并随着磁场强度的增大, 捕获的流线团数量逐渐减少, 直至它们最终消失在足够强的磁场中. 图 8(a), (b) 描绘了高 Zeta 势下, 电渗参数  $m$  对流线结构的影响. 从

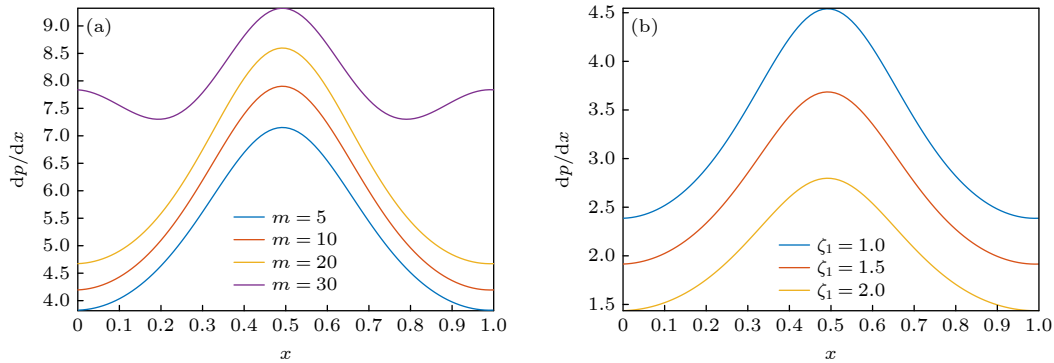


图 6 电渗参数  $m$  和 Zeta 电位对压力梯度的影响 ( $a = b = 0.5$ ,  $d = 1.0$ ,  $\zeta_2 = -1.5$ ,  $H = 2.0$ ,  $\beta_1 = 0.01$ ,  $\beta_2 = 0.005$ ,  $\phi = 0.05$ ) (a)  $m$ ; (b)  $\zeta_1$

Fig. 6. Effects of electroosmotic parameters  $m$  and potential Zeta on pressure gradients: (a)  $m$ ; (b)  $\zeta_1$ .  $a = b = 0.5$ ,  $d = 1.0$ ,  $\zeta_2 = -1.5$ ,  $H = 2.0$ ,  $\beta_1 = 0.01$ ,  $\beta_2 = 0.005$ ,  $\phi = 0.05$ .

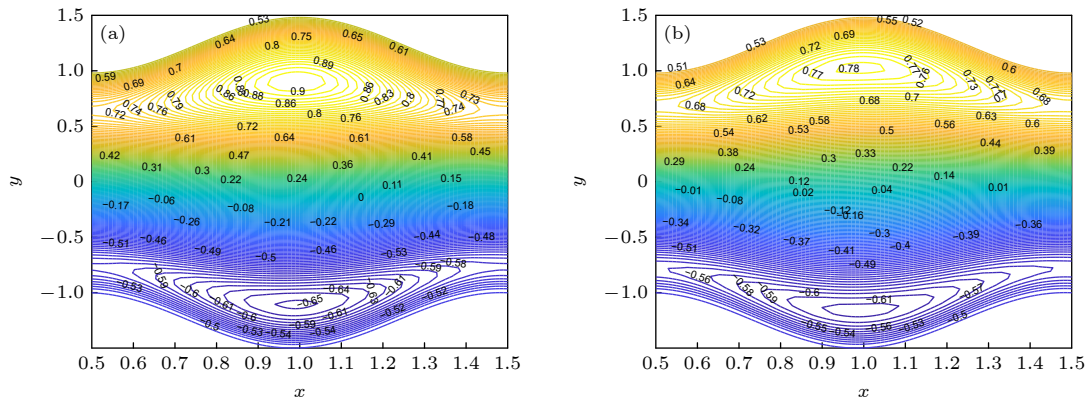


图 7 哈特曼数对流线分布  $\psi$  的影响 ( $\zeta_1 = -1.5$ ,  $\zeta_2 = -1$ ,  $m = 20$ ,  $\beta_1 = 0.01$ ,  $\beta_2 = 0.005$ ,  $\phi = 0.05$ ) (a)  $H \rightarrow 0$ ; (b)  $H = 2$

Fig. 7. Effect of Hammett number on streamline distribution  $\psi$ : (a)  $H \rightarrow 0$ ; (b)  $H = 2$ .  $\zeta_1 = -1.5$ ,  $\zeta_2 = -1$ ,  $m = 20$ ,  $\beta_1 = 0.01$ ,  $\beta_2 = 0.005$ ,  $\phi = 0.05$ .



图 8 可以看出, 捕获行为强烈的发生在 EDL 中, 并且由于施加了比下壁面更高的电势, 流线在上壁面有更明显的循环. 图 9(a)–(c) 描绘了高 Zeta 势下, 壁面电势  $\zeta_1$  对流线分布的影响. 从图 9 可以看出, Zeta 势增大时, 上壁面附近的封闭流线团数量逐渐增加. 这是因为 EDL 的厚度随着 Zeta 势的增大而增大, 从而形成封闭区域, 并随着波速向前推进.

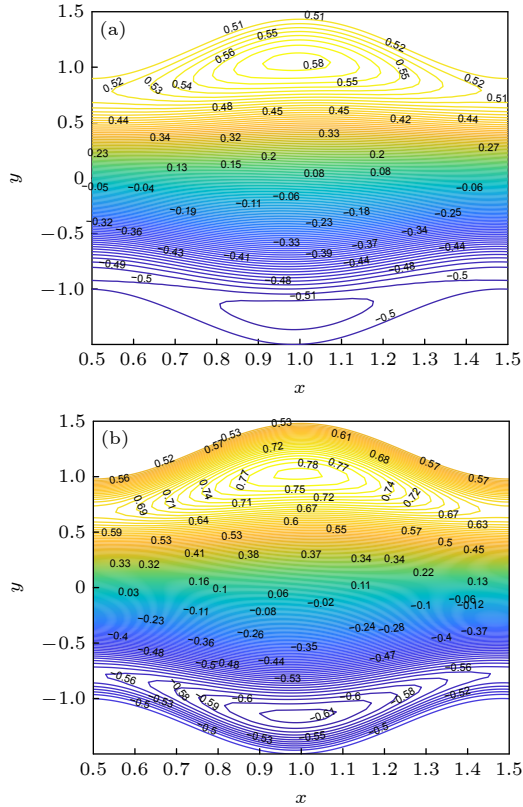


图 8 电渗参数对流线分布  $\psi$  的影响 ( $\zeta_1 = -1.5$ ,  $\zeta_2 = -1$ ,  $H = 2.0$ ,  $\beta_1 = 0.01$ ,  $\beta_2 = 0.005$ ,  $\phi = 0.05$ ) (a)  $m = 5$ ; (b)  $m = 20$

Fig. 8. Effects of electroosmotic parameters on the streamline distribution  $\psi$ : (a)  $m = 5$ ; (b)  $m = 20$ .  $\zeta_1 = -1.5$ ,  $\zeta_2 = -1$ ,  $H = 2.0$ ,  $\beta_1 = 0.01$ ,  $\beta_2 = 0.005$ ,  $\phi = 0.05$ .

电渗流的一个固有特性是焦耳热效应, 它是由于电解质的欧姆电阻而形成的<sup>[29]</sup>. 图 10(a)–(d) 描绘了高 Zeta 势下, 无量纲温度分布  $\theta$  随电渗参数  $m$ 、焦耳加热参数  $\gamma$ 、布林克曼数  $Br$  和温度跳跃系数  $st$  的变化. 从图 10(a) 可以看出, 电渗参数  $m$  对温度分布有促进作用, 即双电层的减少会导致温度的上升, 并且温度峰值是在通道中心处观察到. 从图 10(b) 可以看出, 温度分布随着焦耳加热参数正值的增大而快速上升, 随着负值的增大而下

降. 因此存在焦耳热效应的情况下, 入口区域将产生更大的局部电场, 导致电场分布不均匀, 这种现象又会改变流体的黏度、介电常数和电场强度来加速 EOF. 从图 10(c) 可以看出, 温度分布随布林克曼数  $Br$  的增大而增大. 布林克曼数是黏性耗散产生的热量与分子传导的热量之比,  $Br$  的增大减小了黏性耗散所需的热传导. 由于流体平均温度高于微通道壁面温度且黏性耗散会产生更多的热量, 从而导致温度升高. 从图 10(d) 可以看出, 温度

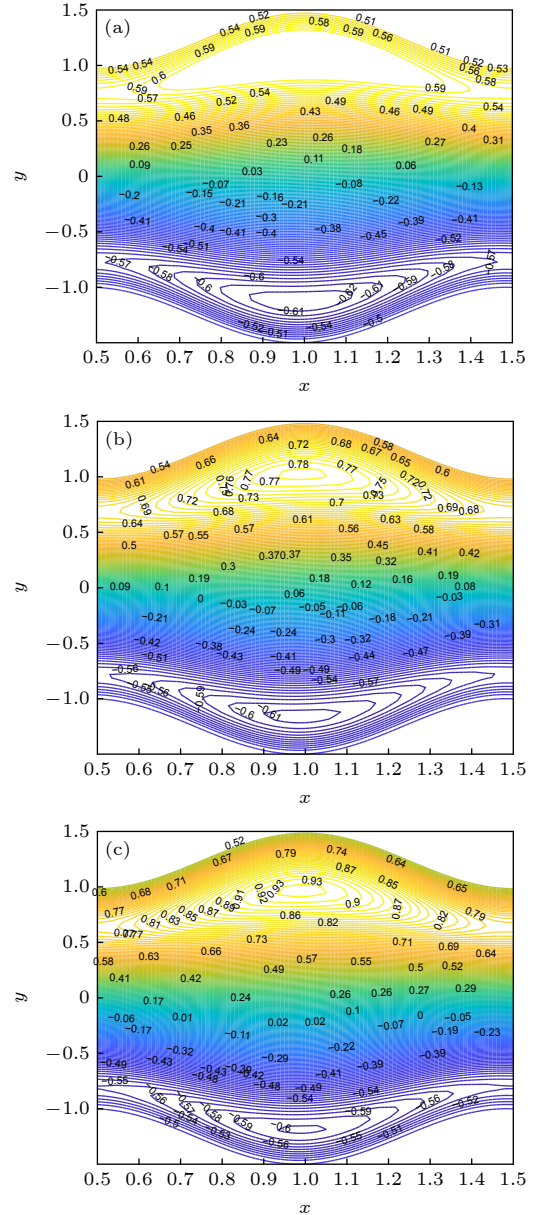


图 9 Zeta 电位对流线分布  $\psi$  的影响 ( $m = 20$ ,  $H = 2.0$ ,  $\beta_1 = 0.01$ ,  $\beta_2 = 0.005$ ,  $\phi = 0.05$ ) (a)  $\zeta_1 = -1$ ; (b)  $\zeta_1 = -1.5$ ; (c)  $\zeta_1 = -2$

Fig. 9. Effect of Zeta potential on streamline distribution  $\psi$ : (a)  $\zeta_1 = -1$ ; (b)  $\zeta_1 = -1.5$ ; (c)  $\zeta_1 = -2$ .  $m = 20$ ,  $H = 2.0$ ,  $\beta_1 = 0.01$ ,  $\beta_2 = 0.005$ ,  $\phi = 0.05$ .

分布随着温度跳跃系数  $st$  的增大而增大, 温度跳跃系数有增大通道内温度的趋势, 这种趋势上壁面比下壁面更明显.

努塞尔数  $Nu$  是整个通道的对流传热与传导传热之间的比率. 图 11(a), (b) 描绘了高 Zeta 势下, 努塞尔数  $Nu$  和焦耳加热参数  $\gamma$  随不同布林克曼数  $Br$  和速度滑移  $\beta_1$  的变化. 从图 11(a) 可以看出, 努塞尔数  $Nu$  随着  $Br$  的增大而减小, 传热效率逐渐降低, 这意味着焦耳加热参数  $\gamma$  和布林克曼

数  $Br$  在控制壁面传热速率方面起着关键作用. 从图 11(b) 可以看出, 存在温度跳跃系数  $st_1$  和壁面速度滑移  $\beta_1$  时, 努塞尔数  $Nu$  的大小随着速度滑移  $\beta_1$  的增大而增大. 这是因为滑移长度的增大导致流动电流的增大, 因此感应电场的增大抵消滑移长度增大所产生的影响. 并且流动电势和位移电流的大小同时增大, 这归因于 EDL 内 EHD 输运能力的增强. 这表明, 可以通过调整滑移参数的数值来控制传热效率. 所以在设计一般的微通道装置时都

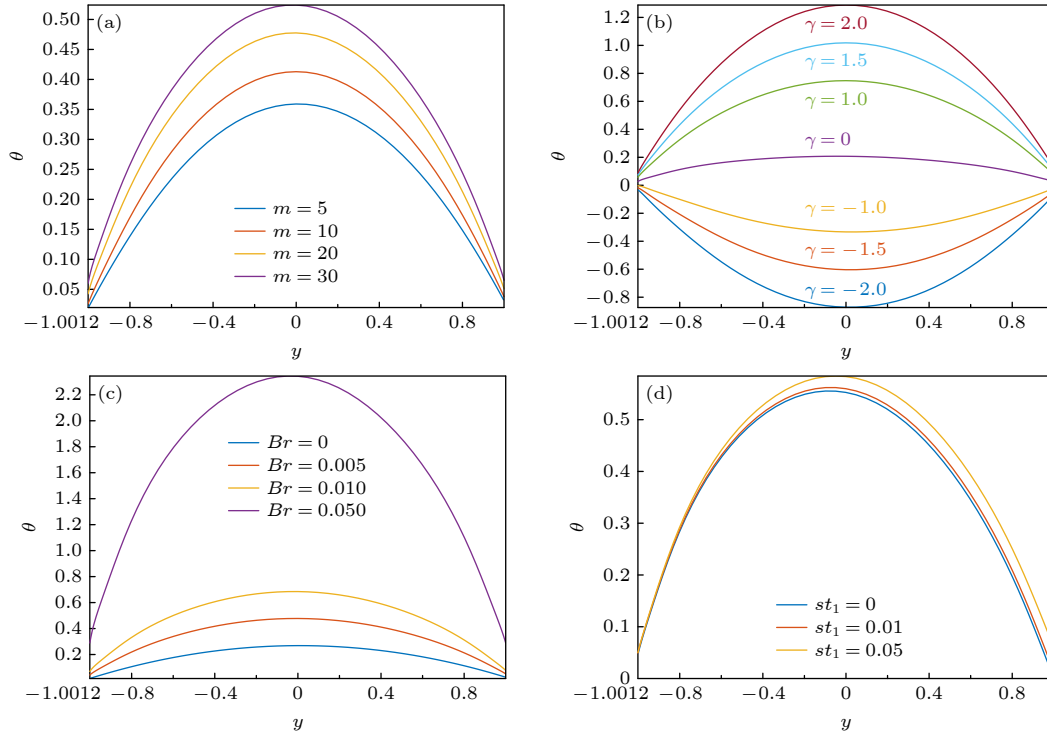


图 10 不同参数对温度分布  $\theta$  的影响 ( $H = 2.0$ ,  $\beta_1 = 0.01$ ,  $\beta_2 = 0.005$ ,  $\phi = st_2 = 0.05$ ,  $\zeta_1 = -1.5$ ,  $\zeta_2 = -1$ ,  $x = 0.5$ ,  $m = 20$ ) (a)  $m$ ; (b)  $\gamma$ ; (c)  $Br$ ; (d)  $st_1$

Fig. 10. Influences of different parameters on temperature distribution  $\theta$ : (a)  $m$ ; (b)  $\gamma$ ; (c)  $Br$ ; (d)  $st_1$ .  $H = 2.0$ ,  $\beta_1 = 0.01$ ,  $\beta_2 = 0.005$ ,  $\phi = st_2 = 0.05$ ,  $\zeta_1 = -1.5$ ,  $\zeta_2 = -1$ ,  $x = 0.5$ ,  $m = 20$ .

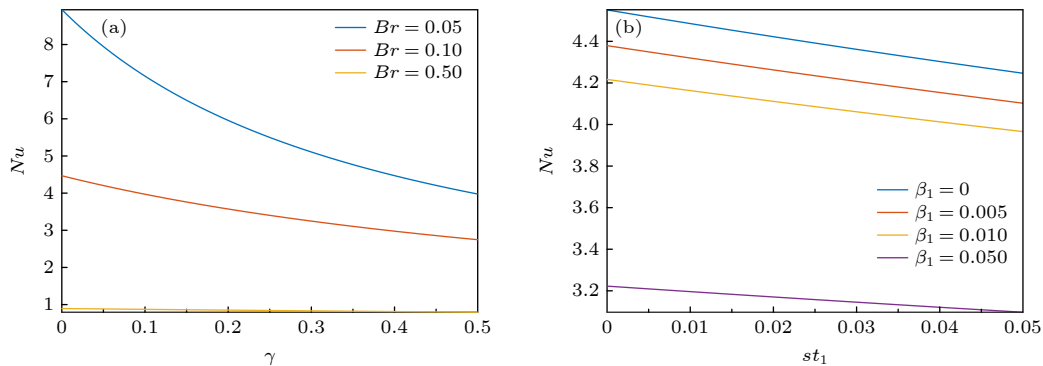


图 11 布林克曼数  $Br$  和速度滑移参数  $\beta_1$  对努塞尔数  $Nu$  的影响 ( $H = 2.0$ ,  $\beta_1 = 0.01$ ,  $\beta_2 = 0.005$ ,  $\phi = st_2 = 0.05$ ,  $\zeta_1 = -1.5$ ,  $\zeta_2 = -1$ ,  $x = 0.5$ ,  $m = 20$ ) (a)  $Br$ ; (b)  $\beta_1$

Fig. 11. Influences of Brinkman number  $Br$  and slip parameter  $\beta_1$  on Nussle number: (a)  $Br$ ; (b)  $\beta_1$ .  $H = 2.0$ ,  $\beta_1 = 0.01$ ,  $\beta_2 = 0.005$ ,  $\phi = st_2 = 0.05$ ,  $\zeta_1 = -1.5$ ,  $\zeta_2 = -1$ ,  $x = 0.5$ ,  $m = 20$ .

数值解. 结果表明: 壁面 Zeta 势会促进通道中心区域的流动速度, 并阻碍壁面流体流动; 外加横向磁场对无量纲速度分布有很大的影响, 在外加磁场的情况下, 速度随哈特曼数  $H$  的增大而减少; 电渗参数  $m$  逐渐增大时, 通道中心区域的流动速度增大, 而通道壁附近会阻碍流体流动且也在一定程度上影响热量的传递; 无量纲温度分布随着焦耳加热参数  $\gamma$  和布林克曼数  $Br$  的增大而增大; 轴向速度  $u$  随着壁面滑移参数  $\beta$  的增大而增大且壁面滑移条件的存在也增大了传热效率; 轴向压力梯度随着电渗参数  $m$  和 Zeta 势的增大而增大, 表现为顺压力梯度; 流线的捕获行为也与电渗参数  $m$ 、哈特曼数  $H$  和更高的壁面 Zeta 势相关联.

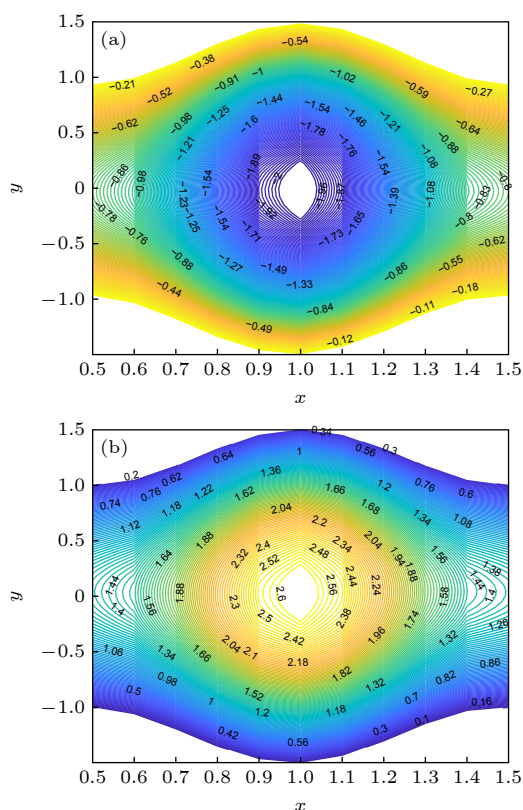


Fig. 12. Isothermal diagram of different joule heating parameters  $\gamma$ : (a)  $\gamma = -2$ ; (b)  $\gamma = 2$ .  $H = 2.0$ ,  $\beta_1 = 0.01$ ,  $\beta_2 = 0.005$ ,  $\phi = st_2 = 0.05$ ,  $\zeta_1 = -1.5$ ,  $\zeta_2 = -1$ ,  $x = 0.5$ ,  $m = 20$ .

## 5 结 论

本文研究了在无 Debye-Hückel 线性近似的情况下, 由蠕动机制诱导输送的微通道中一类生物流体的电渗流和传热特性. 通过运用切比雪夫谱方法得到了电势分布、流函数、速度分布和温度分布的

## 参考文献

- [1] Maity S, Pandey S K, Misra J C 2022 *J. Eng. Math.* **135** 8
- [2] Jaiswal S, Yadav P K 2022 *Microfluid Nanofluid* **26** 100
- [3] Patel H R, Patel S D, Darji R 2022 *Int. J. Thermofluids* **16** 100232
- [4] Sherief H H, Faltas M S, El-Sapa S 2019 *Eur. J. Mech. B Fluids* **77** 211
- [5] Chandra S, Kumar Pandey S 2018 *J. Phys. Conf. Ser.* **1141** 012092
- [6] Yasmin H, Nisar Z 2023 *Mathematics* **11** 2673
- [7] Mishra N K, Sharma B K, Sharma P, Muhammad T, Pérez L M 2023 *Sci. Rep.* **13** 14483
- [8] Guedri K, Lashin M M A, Abbasi A, Khan S U, Farooq W, Khan M I, Galal A M 2023 *Chin. J. Phys.* **83** 650
- [9] Maraj E N, Akbar N S, Zehra I, Butt A W, Ahmed Alghamdi H 2023 *J. Magn. Magn. Mater.* **576** 170774
- [10] Rafiq M, Shaheen S, Khan M I, Fadhil B M, Hassine S B H, ElDin S M 2023 *Case Stud. Therm. Eng.* **45** 102990
- [11] Alfwzan W, Riaz A, Alammari M, Hejazi H, Tag El-Din E M 2023 *Front. Phys.* **11** 1121849
- [12] Wang S, Li N, Zhao M, Azese M N 2018 *Z. Naturforsch. A* **73** 825
- [13] Sheikholeslami M, Chamkha A J 2016 *Numer. Heat Tr. A- Appl.* **69** 781
- [14] Tripathi D, Bhushan S, Bég O A 2016 *Colloids Surf. A* **506** 32
- [15] Shapiro A H, Jaffrin M Y, Weinberg S L 1969 *J. Fluid Mech. Dig. Arch.* **37** 799
- [16] Shit G C, Mondal A, Sinha A, Kundu P K 2016 *Physica A* **462** 1040
- [17] Chakraborty S 2007 *Anal. Chim. Acta* **605** 175
- [18] Bhardwaj A, Kumar A, Bhandari D S, Tripathi D 2024 *Sensor. Actuat. A-Phys.* **366** 114956
- [19] Verma L, Meher R 2023 *Pramana* **97** 155
- [20] Chen L, Abbas M A, Khudair W S, Sun B 2022 *Symmetry* **14** 953
- [21] Mahabub M, Ferdows M, Murtaza M G, Lorenzini G, Tzirtzilakis E E 2022 *Mathem. Mod. Eng. Probl.* **9** 215
- [22] Madkhali H A 2023 *Case Stud. Therm. Eng.* **41** 102655
- [23] Upreti H, Bartwal P, Pandey A K, Makinde O D 2023 *Numer. Heat Transf. B: Fundam.* **84** 415



- [24] Yashkun U, Zaimi K, Sufahani S F, Eid M R, Ferdows M 2023 *Appl. Math. J. Chin. Univ.* **38** 373
- [25] Mishra N K, Sharma B K, Sharma P, Muhammad T, Pérez L M 2023 *Sci. Rep.* **13** 1
- [26] Cordwell A, Chapple A A, Chung S, Wells F S, Willmott G R 2023 *Soft Matter* **19** 4676
- [27] Ma N L, Sun Y, Jian Y 2023 *Micromachines* **14** 1617
- [28] Sarkar S, Ganguly S 2017 *J. Non-Newtonian Fluid* **250** 18
- [29] Kikuchi Y 1995 *Microvasc. Res.* **50** 288
- [30] Ranjit N K, Shit G C, Tripathi D 2018 *Microvasc. Res.* **117** 74
- [31] Sadeghi A, Kazemi Y, Saidi M H 2013 *Nanosc. Microsc. Therm.* **17** 173
- [32] Tripathi D 2013 *Math. Comput. Model* **57** 1270

# Electroosmotic flow and heat transfer characteristics of a class of biofluids in microchannels at high Zeta potential\*

Mu Jiang-Yong   Cui Ji-Feng   Chen Xiao-Gang<sup>†</sup>   Zhao Yi-Kang  
Tian Yi-Lin   Yu Xin-Ru   Yuan Man-Yu

(College of Science, Inner Mongolia University of Technology, Hohhot 010051, China)

(Received 23 October 2023; revised manuscript received 28 December 2023)

## Abstract

Peristalsis is an important dynamic phenomenon in the field of biomedical research, and has great application prospects in microscale fluids. In recent years, this biomimetic (peristaltic) phenomenon has gained widespread attention due to its large-scale applications in various medical and industrial fields, such as radiation therapy, peristaltic blood pumps, and drug delivery systems. In this study, the electroosmotic flow and heat transfer characteristics are investigated under high wall Zeta potential and slip boundary conditions for a certain type of biological fluid that satisfies the Newtonian fluid model. Fluid flows under the joint action of external electric field, magnetic field, and Joule heating. Firstly, without using the Debye-Hückel linear approximation, the numerical solutions are given by using the Chebyshev spectral method for the nonlinear Poisson-Boltzmann equation, the fourth-order differential equation satisfied by the stream function, and the thermal energy equation. The results are compared with those obtained by using the Debye-Hückel linear approximation to demonstrate the effectiveness of the numerical method used in this study. Secondly, the effects of wall Zeta potential, Hartmann number  $H$ , electroosmotic parameter  $m$ , slip parameter  $\beta$  are discussed on the flow characteristics, peristaltic pumping, and trapping phenomena under electromagnetic environments, and the influence of Joule heating parameter  $\gamma$  and Brinkman number  $Br$  is explored on heat transfer characteristics. The results show that 1) wall Zeta potential plays an important role in controlling the velocity of fluid peristaltic flow; 2) the increase of electroosmotic parameter  $m$  and slip parameter  $\beta$  increases the flow velocity in the central region of the channel, while the increase of Hartmann number  $H$  hinders the flow of fluid; 3) these flow behaviors exhibit opposite trends near the channel walls; 4) the number of streamlines captured by peristaltic transport decreases with Hartmann number  $H$  and electroosmotic parameter  $m$  increasing; 5) the increase of Joule heating parameter  $\gamma$  and Brinkman number  $Br$  leads temperature to rise.

**Keywords:** electroosmotic flow, heat transfer characteristics, high Zeta potential, Chebyshev spectral methods

**PACS:** 47.11.Bc, 47.65.-d, 47.85.Dh

**DOI:** 10.7498/aps.73.20231685

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 12062018, 12172333), the Young Talents of Science and Technology in Universities of Inner Mongolia Autonomous Region, China (Grant No. NJYT22075), and the Directly Managed University Basic Research Business Fund Projects of Inner Mongolia Autonomous Region, China (Grant Nos. JY20220331, ZTY2023014).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: [xiaogang\\_chen@imut.edu.cn](mailto:xiaogang_chen@imut.edu.cn)





## 微通道中一类生物流体在高Zeta势下的电渗流及传热特性

慕江勇 崔继峰 陈小刚 赵毅康 田祎琳 于欣如 袁满玉

## Electroosmotic flow and heat transfer characteristics of a class of biofluids in microchannels at high Zeta potential

Mu Jiang-Yong Cui Ji-Feng Chen Xiao-Gang Zhao Yi-Kang Tian Yi-Lin Yu Xin-Ru Yuan Man-Yu

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 73, 064701 (2024) DOI: 10.7498/aps.73.20231685

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.73.20231685>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

### 您可能感兴趣的其他文章

#### Articles you may be interested in

#### 变截面微管道中高zeta势下幂律流体的旋转电渗滑移流动

Rotational electroosmotic slip flow of power-law fluid at high zeta potential in variable-section microchannel

物理学报. 2022, 71(13): 134701 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20212327>

#### 小液滴撞击壁面传热特性数值分析

Numerical analysis of heat transfer characteristics of small droplets impacting on wall

物理学报. 2021, 70(7): 074402 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20201354>

#### 二维湍流热对流羽流运动路径对传热特性的影响

Effect of plume motion path on heat transfer characteristics in two-dimensional turbulent thermal convection

物理学报. 2019, 68(16): 164701 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20190323>

#### 湍流热对流温度剖面双参数拟合及其变化特性

Two-parameter fitting of temperature profile and its characteristics in turbulent convection

物理学报. 2020, 69(17): 174701 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20200073>

#### 基于斜驻点模型的剪切层撞击壁面流动及传热特性

Heat transfer characteristics of shear layer impinging on wall based on oblique stagnation-point model

物理学报. 2020, 69(21): 214401 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20201000>

#### 横向磁场对绝缘/导电圆管中磁气体动力学流动和传热特性的影响

Effect of transverse magnetic field on magnetogasdynamic flow and heat transfer characteristics in insulated / conductive circular tubes

物理学报. 2022, 71(16): 164702 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20220051>