# 亚临界区圆柱绕流相干结构壁面模化混合 RANS/LES 模型

季梦[1) ] 尤云祥[1)3)†] 韩盼盼[1)] 邱小平[2)] 马乔[2)] 吴凯健[2)]

1) (上海交通大学, 海洋工程国家重点实验室, 上海 200240)

2) (上海君昱信息科技有限公司, 上海 201800)

3) (上海交通大学三亚崖州湾深海科技研究院, 三亚 572000)

(2023 年 11 月 2 日收到; 2023 年 12 月 8 日收到修改稿)

本文发展了一种具有壁面模化大涡模拟能力的雷诺平均纳维-斯托克斯 (RANS) 和大涡模拟 (LES) 方法的混合模型 (简称 WM-HRL 模型), 致力于对亚临界区雷诺数钝体绕流相干结构这类复杂流动现象进行高置信度的 CFD 解析模拟研究. 该方法通过一个仅与当地网格空间分布尺寸有关的湍动能解析度指标参数 $r_{\rm k}$ 即可实现从 RANS 到 LES 的无缝快速转换, 并且 RANS/LES 混合转换区的边界位置及其各个分区 (包括 RANS 区、LES 区及 RANS/LES 混合转换区) 对湍动能的解析能力均可通过两个指标参数 $nr_{\rm k1\text{-}Q}$ 和 $nr_{\rm k2\text{-}Q}$ 准则进行预先设定. 通过对雷诺数 $Re = 3900$ 下圆柱绕流场的系列数值模拟研究, 获得了能够高置信度解析并捕捉其绕流场中三维时空瞬态发展相干结构特性的湍动能解析度指标参数 $nr_{\rm k1\text{-}Q}$ 和 $nr_{\rm k2\text{-}Q}$ 准则的组合条件. 研究表明, 该 WM-HRL 模型不仅能够准确获取圆柱绕流场中剪切层小尺度 K-H 不稳定性结构的精细谱结构, 而且在同一套网格系统下通过变化湍动能解析度指标参数 $nr_{\rm k2\text{-}Q}$ 和 $nr_{\rm k1\text{-}Q}$ 准则的组合条件, 还可以精细解析圆柱绕流场中两类不同回流区的长度结构特征, 及其对应的圆柱尾部近壁面处 V 和 U 形两个平均流向速度剖面的分支结构特性.

**关键词:** 圆柱绕流, 相干结构, Kelvin-Helmholtz 不稳定性, 混合 RANS/LES 模型

**PACS:** 47.11.–j, 47.20.Ft, 47.27.De, 47.27.em **DOI:** 10.7498/aps.73.20231745

## 1 引言

钝体绕流问题无论在理论上还是在工程实践中, 都有着重要的研究价值. 所谓亚临界区雷诺数钝体绕流, 即边界层为层流状态, 而尾流则为湍流状态的一类流动现象. 在理论上亚临界区雷诺数钝体绕流场研究中, 最具挑战性的难题当属其复杂三维时空瞬态发展的相干结构特性问题, 包括上游低强度湍流、自由剪切层中相干结构的产生与发展、高强度湍流溃灭, 以及随后产生的涡泄现象等[1].

对圆柱绕流问题, 其亚临界区雷诺数的范围一般地定义为 $400 \leqslant Re \leqslant 2.0\times10^5$. 在这个雷诺数区圆柱绕流场中除了会出现大尺度涡泄这类相干结构外, 还会出现其他一些更为复杂的三维时空瞬态发展的相干结构现象, 包括剪切层小尺度 Kelvin-Helmholtz 不稳定性 (K-H 不稳定性) 结构, 在圆柱尾部会出现两类不同长度的回流区结构现象, 以及在圆柱尾部近壁面区的平均流向速度剖面会出现 V 形和 U 形两个流动分支等[2].

研究表明, 在圆柱绕流雷诺数位于亚临界区的情况, 当雷诺数 $Re$ 从 400 增大到约 1200 时, 从圆柱表面分离的剪切层开始出现不稳定性现象[3], 称为 K-H 不稳定性. 研究进一步表明, 圆柱绕流场中

† 通信作者. E-mail: youyx@sjtu.edu.cn

 

周期性涡泄 (Karman 涡街) 现象发生于雷诺数 $Re$~190 时[4], 但当雷诺数 $Re$ 达到 5000 附近时, 圆柱绕流涡泄出现突然转变现象[3], 其主要特征表现为泄涡结构开始变得不再具有周期性, 这种现象可以维持到雷诺数 $Re = 2.0\times10^5$ .

所谓圆柱绕流场中的 K-H 不稳定性, 是指一条速度不连续的切变线上产生涡度集中而导致的流动不稳定性现象. Karman 涡街属于一类频率相对较低 (频率记为 $f_{\rm vs}$ ) 的大尺度相干结构, 而 K-H 不稳定性则属于一类频率相对较高 (频率记为 $f_{\rm kh}$ ) 的小尺度相干结构, 其主要特征表现为宽频的信号特性, 且其峰值频率受雷诺数 $Re$ 的影响而显著变化. 在亚临界区雷诺数不大于 5000 的情况, 这两种不稳定性模式通常可以共存, 且两者的频率近似满足[3] $f_{\rm kh}/f_{\rm vs} = 0.023Re^{0.67}$ .

在圆柱绕流泄涡为周期性大尺度 Karman 涡街的情况, 利用 RANS 模型通常能够获取其较为准确的涡泄频率 $f_{\rm vs}$ 的值, 以及 Karman 涡街的流态结构. 由于 RANS 模型只能提供圆柱绕流场的时均量信息, 而不能获得其三维空间瞬态发展的信息, 因此对圆柱绕流大规模流动分离及剪切层小尺度 K-H 不稳定性等这类复杂流动问题, RANS 模型并不适用[5].

直接数值模拟 (DNS)[6–12] 和大涡模拟 (LES)[6–8,13–23] 以及部分平均 N-S(PANS)[2,24–26] 等尺度解析模拟 (SRS) 方法则可以弥补 RANS 的这种缺陷, 并已成为研究这类复杂常钝体绕流问题的主要手段. 总体上, 通过基于 DNS, LES 及 PANS 等大量 CFD 数值模拟研究工作, 并结合相关的模型实验[18,27] 研究工作, 对亚临界区雷诺数下圆柱绕流场涉及的层流分离、层流-湍流转捩、周期性涡脱落及剪切层不稳定性等复杂流动现象的形成机理及其特征等问题, 有了较为深入的认识.

在雷诺数 $Re = 3900$ 下的圆柱绕流是典型的亚临界区雷诺数流动, 在其流动中除了存在大尺度涡泄及剪切层小尺度 K-H 不稳定性这两类相干结构外, 无论在模型实验中还是在 CFD 数值模拟中, 都发现在其流动中还会出现两类特殊的流动结构现象. 其中, 第一个特殊流动现象为在其绕流场中会出现两种不同长度的回流区结构, 而第二个特殊流动现象是在圆柱尾部近壁面区的平均流向速度剖面会出现 V 和 U 形两个流动分支结构.

Lourenco 和 Shih [27] 的实验发现, 该雷诺数下圆柱绕流的回流区长度为 $L_{\rm r}/D = 1.18$, 并且在 $x_1/D = 1.06$ 处的平均流向速度剖面呈 V 形. 然而, 在同样的雷诺下, Parnaudeau 等[18] 的实验发现, 圆柱绕流的回流区长度为 $L_{\rm r}/D = 1.51$, 且在 $x_1/D = 1.06$ 处的平均流向速度剖面呈 U 形. 同时, 两个实验所测得的不同站位处平均流向和横向速度及各向同性和异性雷诺应力剖面特性等均不相同. 为此, 众多学者采用 CFD 数值模拟方法对此问题进行了长时间的研究.

Tremblay[8] 采用 DNS 和 LES, Breuer[15] 及 Wong 和 Png[19] 采用 LES, Pereira 等[2] 及 Luo 等[24] 采用 PANS, 均复现了 Lourenco 和 Shih[27] 的实验结果. Parnaudeau 等[18] 及 Franke 等[17] 采用 LES, Song 等[11] 及 Ooi 等[12] 采用 DNS, 则均复现了 Parnaudeau 等[18] 的实验结果. Tremblay[8] 认为 Lourenco 和 Shih[27] 的实验结果有误, Afgan 等[20] 认为 Lourenco 和 Shih[27] 的统计周期不够进而导致结果未收敛, Kravchenko 等[16] 认为 Lourenco 和 Shih[27] 的实验由于受到了外部干扰而导致剪切层过早转捩.

从目前的文献资料看, 许多学者认为 Parnaudeau 等[18] 的实验结果更具有可信度, 因此大部分学者都采用 Parnaudeau 等[18] 的实验结果作为 CFD 数值模拟的基准参考数据, 然而这种说法很难令人信服. 考虑到从实验、DNS、LES 及 PANS 等诸多方面均可获得 V 形和 U 形结果, 出现这两种结果的背后必然有其更深层次的理论和物理方面的机制, 如圆柱体长径比、展向网格分辨率及湍流模型对绕流场湍动能的解析能力等.

Ma 等[7] 采用 DNS 及 LES, 对圆柱体展向长度的影响进行了研究, 发现当展向长度为 $2\pi D$ 时产生 V 形结果, 而当展向长度为 $\pi D$ 时产生 U 形结果, 并将产生两种结果的原因归于展向长度设置问题. Dong 等[9] 采用 DNS 得出了类似结论. 然而, Kravchenko 等[16] 基于 LES 的研究发现, 当展向网格分辨率为 $\pi D/8$ 时, 产生 V 形结果, 而当展向网格分辨率为 $\pi D/48$ 时, 产生 U 形结果, 但在保持足够密的展现网格分辨率时, 如果将展向长度从 $\pi D$ 增大至 $2\pi D$ 时并不会产生明显区别.

Xia 等[6] 采用展向很疏的网格分辨率开展 DNS 研究 (在展向仅布置四层网格), 却惊奇地复现了 V 形结果. Kim[13] 基于 LES 研究获得了与 Kravchenko 等[16] 一致的结论, 即展向网格分辨率

是导致 U 形和 V 形两个分支结构的主要原因. 然而, Breuer[15] 采用 LES 的研究发现, 在设置展向 $\pi D/32$ 及 $\pi D/64$ 两种网格分辨率的情况下均出现 V 形结果.

对 PANS 方法, 其对钝体绕流场湍动能的解析能力通过一个滤波参数 $f_{\mathrm{k}}$ $(=k_{\mathrm{u}}/k)$ 进行控制. 其中, $k$ 为总的湍动能, $k_{\mathrm{u}}$ 为不可解湍动能. Pereira 等 [2] 及 Kořínek 等 [26] 采用 PANS 对 V 形和 U 形问题进行了研究. 研究发现, 当 $f_{\mathrm{k}}$ 大于某个值 $f_{\mathrm{k0}}$ 时, 会产生 V 形结果, 而当 $f_{\mathrm{k}}$ 小于某个值 $f_{\mathrm{k0}}$ 时, 会产生 U 形结果, 他们将此现象归因于湍流模型对湍动能的解析能, 即具有高湍动能解析能力的湍流模型产生 U 形结果, 而具有低湍动能解析能力的湍流模型产生 V 形结果.

为准确获取亚临界区雷诺数圆柱绕流中剪切层小尺度 K-H 不稳定性结构高频成分的频率 $f_{\mathrm{kh}}$ , PANS 模型中的滤波参数一般地需要满足 $f_{\mathrm{k}} \leqslant 0.25$ , 即 PANS 对湍动能的解析能力至少需要达到 75%[2]. 这意味着, 对 PANS 而言, 为准确获取亚临界区雷诺数下圆柱绕流场中剪切层小尺度 K-H 不稳定性结构高频成分的频率 $f_{\mathrm{kh}}$ , 其所需网格量应当与 LES 的网格量相当.

DNS 需要解析边界层内所有尺度的湍流, 对网格分辨率的要求特别高, 需要的网格量特别巨大, 不适合高雷诺数钝体绕流 CFD 计算. LES 直接解析大尺度的湍流, 而小尺度湍流则用亚格子应力模化, 虽然与 DNS 相比网格量要少很多, 但对高雷诺数钝体绕流的工程化应用仍很遥远 [28]. 由此可见, 对 PANS 而言, 其工程化应用前景亦是如此.

在诸多湍流模型中, 兼顾计算精度与资源消耗的混合 RANS/LES(HRL) 模型已成为当今 CFD 领域研究与应用的热点, 包括脱体涡模拟 (DES)、延迟脱体涡模拟 (DDES) 及增强版脱体涡模拟 (IDDES) 等 [29]. 下文将这三类模型统称为 DES 类模型.

D'Alessandro 等 [30] 基于 DES, 对不同网格分辨率及湍流模型的能力进行了研究与评估, 认为 V 形及 U 形两种结果与网格分辨率及相应湍流模型性能关系密切. 研究表明, 标准 SA-DES 模型在不同加密程度的网格下仅能预测 V 形结果, 而 SA-IDDES 模型在很密网格下可预测 U 形结果, 在较疏网格下则可预测 V 形结果.

综上所述, 目前的研究仍存在诸多未解问题, 主要为对 V 形及 U 形两个平均流向速度剖面分支结构产生的机理尚不能形成统一的认识. 特别地, 为何 Ma 等 [7] 的结果与其他相关文献的结果矛盾? 第二, 为何 Breuer[15] 所用展向网格分辨率与 Kravchenko 等 [16] 相同, 但获得的结果并不一致? 第三, SA-DES 与 SA-IDDES 模型所采用的 RANS 和 LES 模型一样, 其区别主要在于 RANS 与 LES 之间的转换方式不同, 为何网格分辨率对其结果却有如此大的影响 [30]?

另一方面, 根据目前所能查阅到的文献资料, 利用混合 RANS/LES 模型来研究亚临界区雷诺数圆柱绕流的模型主要为 DES 及 DDES[24,30]. 虽然这两类模型能够较为准确地获得与实验结果一致的一阶统计量 (压力系数、流向及横向速度剖面分布等) 的计算结果, 但对二阶统计量 (各向同性及异性雷诺应力剖面分布等) 的计算结果与实验结果仍有较大差异. 同时, 由于这类模型对边界层中小尺度流动结构的解析能力有限, 因此难以准确获取圆柱绕流剪切层小尺度 K-H 不稳定性结构的精细信息, 特别是其频谱结构及频率 $f_{\mathrm{kh}}$ 的准确值.

有鉴于此, 本文发展了一种壁面模化混合 RANS/LES 模型 (WM-HRL), 该方法也属于一类 HRL 方法. WM-HRL 模型与传统 DES 类模型的主要不同之处在于, 可实现自剪切层小尺度 K-H 不稳定性结构发生区域即做具有至少 80% 湍动能解析能力的完全 LES 计算, 不仅可有效地减少计算网格的数量, 而且还可以有效解析剪切层小尺度 K-H 不稳定性结构特征, 并准确地捕捉其频谱结构及特征频率等信息.

在此基础上, 本文以亚临界区雷诺数 $Re=3900$ 下的圆柱绕流问题为对象, 对该 WM-HRL 模型的能力进行系列数值模拟和评估研究, 包括对圆柱绕流场中剪切层小尺度 K-H 不稳定性和两类不同长度回流区精细结构解析与捕捉能力的评估, 以及对圆柱尾部 $x_1/D=1.06$ 处平均流向速度剖面出现 V 形和 U 形两个流动分支结构形成机理的进一步认识等.

## 2 理论模型

考虑不可压缩流体的钝体绕流问题. 设流体密度为 $\rho_0$ , 运动黏度系数为 $\nu$ . 建立直角坐标系为 $o$-$x_1x_2x_3$ , 其中 $ox_3$ 轴垂直向上为正, $\boldsymbol{u}=$

$(u_1, u_2, u_3)$ 为流体运动的速度矢量. 对各类混合 RANS/LES 模型, 虽然其在钝体近壁面区取采用 RANS进行计算, 而在远离钝体近壁面的区域采用 LES 进行计算, 但两者均采用如下 RANS 统一框架下的控制方程对流场进行计算:

$$\frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_k} = 0,$$
$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_k \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_k} = -\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_k}\left(\nu \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_k}\right) + \frac{\partial \tau_{ki}}{\partial x_k}, \tag{1}$$

其中, 顶标"—"表示雷诺时均. $\tau_{ki}$ 为 Reynolds 应力, 采用如下 Boussinesq 近似进行计算:

$$\tau_{ki} = 2\nu_t \bar{S}_{ki} - \frac{2}{3}k\delta_{ki}, \tag{2}$$

其中, $k$ 为湍动能, $\omega$ 为比耗率, $\varepsilon = \beta^* k\omega$ 为耗散率, $\bar{S}_{ki}$ 为形变率张量, $\nu_t$ 为涡黏系数.

为封闭 RANS 方程 (1), 需要引入相应的湍流模型, 本文采用 SST $k$-$\omega$ 模型. 基于该湍流模型的混合 RANS/LES 模型, 可通过修改其 $k$ 方程中的色散项而建立, 具体如下[31]:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \bar{u}_i \frac{\partial k}{\partial x_i} = P_k - \frac{k^{3/2}}{\tilde{l}_{hyb}} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[(\nu + \sigma_k \nu_t)\frac{\partial k}{\partial x_j}\right], \tag{3}$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \bar{u}_i \frac{\partial \omega}{\partial x_i} = \frac{\tilde{\gamma}}{\nu_t}P_k - \beta\omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[(\nu + \sigma_\omega \nu_t)\frac{\partial \omega}{\partial x_j}\right] + 2(1 - F_1)\frac{\sigma_{\omega 2}}{\omega}\frac{\partial k}{\partial x_j}\frac{\partial \omega}{\partial x_j}, \tag{4}$$

其中, $\tilde{l}_{hyb}$ 为混合长度, $P_k$ 为产生项, 相关参数见文献 [32]. $\nu_t$ 为湍流涡黏系数, 定义为

$$\nu_t = \frac{\alpha_1 k}{\max\left(\alpha_1 \omega, |\bar{S}|\, F_2\right)}, \tag{5}$$

其中, $\alpha_1$ 为模型系数, 取值为 0.31; $F_2$ 为混合函数, $|\bar{S}|$ 为形变率张量的模.

为保证迭代求解的稳定性, Menter 等[32] 加入了湍流黏度的限制性条件, 对湍流动能生成项 $P_k$ 进行了如下的修正:

$$P_k = \min\left\{\nu_t |\bar{S}|^2, 10\beta^* k\omega\right\}, \tag{6}$$

其中, $\beta^*$ 为 SST 的模型常数, 取值为 0.09.

对 DES 模型[29], $\tilde{l}_{hyb}$ 定义为

$$\tilde{l}_{hyb} = \min\left(l_{RANS}, l_{LES}\right), \tag{7}$$

其中, $l_{RANS}$ 为 RANS 尺度, $l_{LES}$ 为 LES 尺度, 可分别表示为

$$l_{RANS} = k^{1/2}/\left(\beta^*\omega\right), \ l_{LES} = C_{DES}\varDelta, \tag{8}$$

其中, $C_{DES}$ 为模型常数, $\varDelta$ 为 LES 滤波宽度.

在 (8) 式中, $l_{RANS}$ 和 $l_{LES}$ 与当地网格中湍流特征尺度相关. 当 $l_{RANS} < l_{LES}$ 时, $\tilde{l}_{hyb} = l_{RANS}$, 此时 DES 为 RANS 模式; 当 $l_{RANS} > l_{LES}$ 时, $\tilde{l}_{hyb} = l_{LES}$, 此时 DES 为 LES 模式. 由此可见, DES 模型没有明确的 RANS/LES 混合转换界面. 该模型从 RANS 到 LES 的转换完全由 RANS 和 LES 尺度的相对大小决定, 或者说主要由网格尺度的空间分布决定. 因此, 在使用该模型时, 通常要求流向和展向网格尺度不能同时小于边界层的厚度.

然而, 当边界层内流向网格和展向网格加密至某个中间情况时, 即当网格尺度小于 RANS 尺度而又远大于 LES 计算壁湍流所需的网格尺度时, 此时 DES 中的 LES 尺度会提前进入边界层, 导致边界层内模化的雷诺应力不足 (MSD), 缺失的湍流脉动又不足以被解析出来, 当流向遇到一定的逆压梯度时, 则产生非物理的流动分离现象, 即网格诱导非物理分离 (GIS), 甚至发生对数律层不匹配 (LLM) 现象[33].

有鉴于此, Spalart 等[33] 提出可在混合长度尺度 $\tilde{l}_{hyb}$ 中引入边界层的识别函数来延迟 RANS 到 LES 的转换, 从而防止 LES 提前进入边界层, 进而得到 DDES 方法, 具体如下:

$$\tilde{l}_{hyb} = l_{RANS} - f_d \max\left(0, l_{RANS} - l_{LES}\right), \tag{9}$$

其中, $f_d$ 为一个经验性混合函数, 具体形式如下:

$$f_d = 1 - \tanh\left[(8r_d)^3\right],$$
$$r_d = \frac{\nu + \nu_t}{\kappa^2 d_w^2 \sqrt{(\partial \bar{u}_k/\partial x_i)(\partial \bar{u}_k/\partial x_i)}}, \tag{10}$$

其中, $d_w$ 为网格计算点到壁面的距离, $\kappa$ 为冯卡门常数, 取值为 0.41.

函数 $f_d$ 的分布特点为, 在近壁层的某个范围内 (与网格及当地流场有关) 等于 0, 即在此区域内混合长度 $\tilde{l}_{hyb} = l_{RANS}$, 此时 DDES 模型还原为 RANS 模式. 在此区域外的计算区域, 混合长度决定于两个尺度 $l_{RANS}$ 和 $l_{LES}$ 的相对大小, 此时 DDES 与 DES 的表现是一样的.

DDES 模型虽然解决了原始 DES 模型存在的 MSD 及 GIS 等缺陷, 但其仍继承了 DES 存在的其他问题, 如 LLM 缺陷. 为此, Shur 等[34] 提出了

增强版的 DDES 模型 (IDDES), 但在原始 IDDES 定义的混合长度中, 含有一个所谓的提升函数 $f_e$, 这是一个纯人工构造的函数. Gritskevich 等[31] 指出, 该函数的作用仅为增加涡黏系数, 但这种人为增加涡黏系数的作用是否合理有待商榷, 因此建议采用如下的简化版本:

$$\tilde{l}_{\text{hyb}} = \tilde{f}_{\text{d}} \cdot l_{\text{RANS}} + \left(1 - \tilde{f}_{\text{d}}\right) l_{\text{LES}}, \tag{11}$$

其中

$$\tilde{f}_{\text{d}} = \max\left\{f_{\text{B}}, f_{\text{dt}}\right\}, \tag{12}$$

$$f_{\text{dt}} = 1 - f_{\text{d}}, f_{\text{B}} = \min\left(2\exp\left(-9\alpha^2\right), 1.0\right),$$

$$\alpha = 0.25 - d_{\text{w}}/h_{\max}, \tag{13}$$

$h_{\max}$ 为计算单元的最大网格步长.

对如上构造的 IDDES 模型, 当 $\tilde{f}_{\text{d}} = 1$ 时, $\tilde{l}_{\text{hyb}} = l_{\text{RANS}}$, 此时 IDDES 为完全 RANS 模式. 当 $\tilde{f}_{\text{d}} = 0$ 时, $\tilde{l} = l_{\text{LES}}$, 此时 IDDES 为完全 LES 模式. 当 $0 < \tilde{f}_{\text{d}} < 1$ 时, IDDES 执行 RANS/LES 混合解析模式. IDDES 模型通过修改混合长度的定义和引入具有壁面模化能力的保护层函数 $f_{\text{B}}$, 相当大程度上缓解了 MSD, GIS 及 LLM 的问题.

对 DES, DDES 和 IDDES 模型, 当其进入 LES 后, 在局部平衡流条件下, SST 模型 $k$ 方程中的生成项与色散项相等[35], 即

$$\upsilon_{\text{t}}\left|\bar{S}\right|^2 = k^{3/2}/(C_{\text{DES}}\varDelta). \tag{14}$$

此外, 由文献 [35] 可得

$$\upsilon_{\text{t}}\left|\bar{S}\right|^2 = 0.3k\left|\bar{S}\right|. \tag{15}$$

由 (14) 式和 (15) 式可得

$$\upsilon_{\text{t}}\left|\bar{S}\right|^2 = 0.3k\left|\bar{S}\right| = k^{3/2}/(C_{\text{DES}}\varDelta), \tag{16}$$

由 (16) 式可得

$$k = \frac{\upsilon_{\text{t}}\left|\bar{S}\right|}{0.3} = \frac{\upsilon_{\text{t}}\left|\bar{S}\right|}{(\beta^*)^{1/2}}. \tag{17}$$

由 (16) 式和 (17) 式, 可得:

$$\upsilon_{\text{t}} = \left((\beta^*)^{3/4} C_{\text{DES}}\varDelta\right)^2 \left|\bar{S}\right| = (C_{\text{S}}\varDelta)^2\left|\bar{S}\right|, \tag{18}$$

其中

$$C_{\text{S}} = (\beta^*)^{3/4} C_{\text{DES}}. \tag{19}$$

(19) 式正好与经典 Smagorinsky 亚格子涡黏模型一致. 因此, DES, DDES 和 IDDES 模型都是利用 SST 模型 $k$ 方程中产生项与色散项平衡这种极限情况下来间接等效 LES 模式而实现的.

在 (8) 式中, 滤波尺寸 $\varDelta$ 控制 LES 能否在 Kolmogorov 能量谱尺度下解析尽可能多含能尺度的湍流场. 在经典 DES, DDES 及 IDDES 模型 (DES 类模型) 中, $\varDelta$ 一般取为最大网格尺寸 $\varDelta_{\max}$. 根据这 3 类 DES 类模型中“局部平衡流”的假定, 即在边界层外的区域, 要实现 DES 类模型从 RANS 模式转换为 LES 模式, 其中 SST 湍流模型 $k$ 方程中生成项与色散项需要达到平衡, 此时 DES 类模型相当于经典的 Smagorinsky 型亚格子涡黏模型.

Breuer 等[36] 认为, 在 DES 类模型中采用最大网格尺寸并不合适, 进而建议采用如下的体积立方根尺度:

$$\varDelta_{\text{vol}} = V^{1/3}, \quad V = \varDelta_1\varDelta_2\varDelta_3, \tag{20}$$

其中, $\varDelta_1$, $\varDelta_2$ 和 $\varDelta_3$ 分别为 3 个坐标方向的网格尺寸.

Reddy 等[37] 针对 DDES 模型建议了一个新的网格混合形式如下:

$$\varDelta = f_{\text{d}}\varDelta_{\text{vol}} + (1 - f_{\text{d}})\,\varDelta_{\max}. \tag{21}$$

Shur 等[34] 则建议采用如下的定义:

$$\varDelta = \min\left\{\max\left[C_{\text{w}}d_{\text{w}}, C_{\text{w}}h_{\max}, h_{\text{wn}}\right], h_{\max}\right\}, \tag{22}$$

其中, $C_{\text{w}} = 0.15$, $h_{\text{wn}}$ 为壁面法向网格步长.

对两方程的 SST 湍流模型, (8) 式中 $C_{\text{DES}}$ 的取值可采用如下加权形式[31]:

$$C_{\text{DES}} = F_1 C_{\text{DES,in}} + (1 - F_1)\,C_{\text{DES,out}}. \tag{23}$$

在 (23) 式中, $C_{\text{DES, in}}$ 为 IDDES 内层 RANS 分支的系数, $C_{\text{DES, out}}$ 为 IDDES 类模型外层 LES 分支的系数, 一般地可按下式取值:

$$C_{\text{DES,in}} = 0.78, \quad C_{\text{DES,out}} = 0.61. \tag{24}$$

对 IDDES 模型, 在边界层内一般为完全 RANS 模式, 而其完全 LES 模式一般发生在边界层外[38]. 由此可见, IDDES 除了可以避免 MSD 及 GIS 的问题外, 也可以避免 LLM 的问题. 本文研究的亚临界雷诺数圆柱绕流问题, 其剪切层小尺度 K-H 不稳定性发生在对数律层区内, 由于 RANS 模式难以准确地捕捉到这类小尺度 K-H 不稳定性结构的三维时空瞬态发展流动的精细结构, 因此 IDDES 同样难以高置信度地解析这类非定常、非平衡流动现象的精细结构特性.

克服 IDDES 模型缺陷的一种有效途径是使其具有壁面模化大涡模拟的能力. 有鉴于此, 本文构造一种新的混合函数 $f_{\text{nd}}$, 使新所构造的混

合 RANS/LES 模型, 除了具有延迟脱体涡模拟 (DDES) 的能力外, 同时具有壁面模化大涡模拟 (WMLES) 的能力, 将其称为 WM-HRL 模型.

为此, 首先引入湍动能解析度指标概念, 即 $r_{\rm k}=k_{\rm u}/k$, 其中 $k_{\rm u}$ 为未解湍动能. 当 $r_{\rm k}=1$ 时, 可得 $k_{\rm u}=k$, 即湍动能被完全模化, 此时 WM-HRL 为完全 RANS 模式. 当 $r_{\rm k}=0$ 时, 即 $k_{\rm u}=0$, 即湍动能被完全解析, 此时 WN-HRL 为完全 DNS 模式. 对 LES 来说, 为准确地捕捉剪切层小尺度 K-H 不稳定性结构这类特殊流动现象, 其对湍动能的解析能力至少需要达到 75%[2], 即 $r_{\rm k}\leqslant 0.25$.

定义 $k_{\rm c}$ 为截断波数, 它表示 LES 的滤波宽度, 可由当地网格尺寸 $\varDelta^*$ 确定如下:

$$k_{\rm c}=\pi/\varDelta^*. \tag{25}$$

根据 Kolmogorov 的 $-5/3$ 谱定律, 当 $k_{\rm c}$ 位于惯性亚区时, $k_{\rm u}$ 可由下式进行计算:

$$\begin{aligned}k_{\rm u}&=\int_{k_{\rm c}}^{+\infty}E(k){\rm d}k=\int_{k_{\rm c}}^{+\infty}C_{\rm k}\varepsilon^{2/3}k^{-5/3}{\rm d}k\\&=\frac{3}{2}C_{\rm k}\varepsilon^{2/3}k_{\rm c}^{-2/3},\end{aligned} \tag{26}$$

其中, $C_{\rm k}$ ($\approx 1.5$) 为 Kolmogorov 常数. 由此可得:

$$r_{\rm k}=\frac{k_{\rm u}}{k}=\frac{\frac{3}{2}C_{\rm k}\varepsilon^{2/3}k_{\rm c}^{-2/3}}{k}=\left(\frac{L_{\rm sgs}}{L_{\rm tur}}\right)^{2/3}, \tag{27}$$

其中, $L_{\rm sgs}$ 为亚格子滤波尺度, $L_{\rm tur}$ 为湍流含能尺度, 它们可分别表示如下:

$$L_{\rm sgs}=\left[(3C_{\rm k}/2)^{3/2}/\pi\right]\varDelta^*\approx\varDelta^*, L_{\rm tur}=k^{3/2}/\varepsilon. \tag{28}$$

由 (27) 式和 (28) 式可得:

$$r_{\rm k}=(\varDelta^*/L_{\rm tur})^{2/3}. \tag{29}$$

对当地网格尺度 $\varDelta^*$, 一种合理的选择[39] 为 $\varDelta^*=h_{\max}$. 此时, $r_{\rm k}$ 可以改写为

$$r_{\rm k}=(h_{\max}/L_{\rm tur})^{2/3}. \tag{30}$$

根据 Nyquist-Shannon 样本定理, 为了能够准确解析相关尺度的湍流结构, 湍流含能尺度 $L_{\rm tur}$ 需要满足如下条件[39]:

$$L_{\rm tur}>N_{\rm r}h_{\max}, \tag{31}$$

其中, $N_{\rm r}$ 为某个长度尺度结构能够被解析的网格单元数量, 它与单位波长的波能够被重构所需的样本点数量一致.

对 RANS 模式, 由于其不能对湍流结构进行直接解析, 因此 $L_{\rm tur}\leqslant h_{\max}$. 由 (30) 式可得, 此时 $r_{\rm k}\geqslant 1$. 对 LES 模式, Larsson 等[39] 指出, 湍流大尺度脉动场信息能够被准确捕捉的条件是 $N_{\rm r}$ 至少为 2, 即 $L_{\rm tur}\geqslant 2h_{\max}$, 将其代入 (30) 式, 可得

$$r_{\rm k}\leqslant\bar{r}_{\rm k1}, \tag{32}$$

其中, $\bar{r}_{\rm k1}=(1/2)^{2/3}=0.63$. (32) 式表明, 当 $N_{\rm r}=2$ 时, 湍动能解析度指标 $\bar{r}_{\rm k1}=0.63$. 这意味着, 一旦 LES 模式被激活, 则将至少有 37% 的湍流大尺度脉动信息能够被直接解析. 这同时意味着, 当 $r_{\rm k}>\bar{r}_{\rm k1}$ 时, LES 将不能被真正激活.

有鉴于此, 设 $r_{\rm k1}\leqslant\bar{r}_{\rm k1}$. 本文将当地网格满足条件 $r_{\rm k}>r_{\rm k1}$ 的计算区域定义为 WM-HRL 模型的完全 RANS 区域, 即

$$D_{\rm RANS}=\{P|r_{{\rm k}|P}>r_{\rm k1},P\in D_{\rm copm}\}, \tag{33}$$

其中, $P$ 为计算区域 $D_{\rm comp}$ 中的网格单元, $r_{{\rm k}|P}$ 为网格单元 $P$ 上的湍动能解析度指标值.

对 WM-HRL 模型来讲, 其第 2 个关键是如何合理地确定 RANS/LES 混合转化区域 $D_{\rm hyb}$. 为此, 设 $r_{\rm k2}$ 为 WM-HRL 模型进入完全 LES 模式时人们期望的大尺度湍流之解析度指标值. 据此, 可以将 WM-HRL 的 RANS/LES 混合转换区域 $D_{\rm hyb}$ 定义为

$$D_{\rm hyb}=\{P|r_{\rm k2}<r_{{\rm k}|P}<r_{\rm k1},P\in D_{\rm copm}\}. \tag{34}$$

对 PANS 模型, $r_{\rm k}$ 也是衡量其对钝体绕流场大尺度湍流解析能力的关键性控制参数. Pereira 等[2] 对 $Re=3900$ 下圆柱绕流问题进行了系列数值模拟, 研究发现, 当 $r_{\rm k}>0.5$ 时, PANS 模型尚不足以充分解析绕流场中大尺度涡结构的信息. 同时, 研究表明: 只有当 $r_{\rm k}\leqslant 0.5$ 时, LES 才具有较好地解析大尺度涡结构信息的能力. 因此, 把 $r_{\rm k2}$ 取为小于 0.5 的某个值将是一种合理的选择.

当 $r_{\rm k2}=0.5$ 时, 由 (30) 式可知, $L_{\rm tur}\geqslant 2.83h_{\max}$. 再结合 (31) 式, 可取 $N_{\rm r}=3$. 此时, $L_{\rm tur}\geqslant 3h_{\max}$, 将其代入 (30) 式可得 $r_{\rm k}\leqslant 0.48$. 由此可见, 可将 $\bar{r}_{\rm k2}$ 的取值修正为 $\bar{r}_{\rm k2}=0.48$. 这意味着, 当 WM-HRL 模型进入完全 LES 模式后, 其在区域 $D_{\rm hyb}$ 中对大尺度涡结构的解析能力至少可达 52%.

至此, 对本文将构造的一种新的 WM-HRL 模型中如何合理地确定两个关键区域 $D_{\rm RANS}$ 和 $D_{\rm hyb}$ 进行阐述, 分别给出确定 WM-HRL 模型进行完全 RANS 模式的区域 $D_{\rm RANS}$ 之 $r_{\rm k1}$ 准则, 以及确定

WM-HRL 模型进行 RANS/LES 混合转换模式的区域 $D_{\text{hyb}}$ 之 $r_{\text{k2}}$ 准则. 其中, $r_{\text{k1}} \leqslant \bar{r}_{\text{k1}}$ 且 $r_{\text{k2}} \leqslant \bar{r}_{\text{k2}}$ . 后文将其分别称为 $r_{\text{k1-Q}}$ 准则和 $r_{\text{k2-Q}}$ 准则.

对如上所述的 $r_{\text{k1-Q}}$ 和 $r_{\text{k2-Q}}$ 准则, 需要利用 (30) 式进行计算, 其中 RANS 含能尺度 $L_{\text{tur}}$ 在进行 CFD 计算之前属于未知量. 因此, 这两个准则无法用于在进行 CFD 计算网格设置时来具体确定两个关键区域 $D_{\text{RANS}}$ 和 $D_{\text{hyb}}$ 的边界位置.

为此, 下面继续构造 $r_{\text{k}}$ 的一种仅依赖于当地网格尺寸的计算公式. Pope[40] 指出, 在对数律层区, $L_{\text{tur}}$ 与 $d_{\text{w}}$ 成正比关系, 即 $L_{\text{tur}} = C_{\text{w}} d_{\text{w}}$ . 在高雷诺数的情况, Han 等[41] 指出, $C_{\text{w}}$ 可近似取为 $C_{\text{w}} \approx 2.5$ . 由此可见, (30) 式可以改写为:

$$r_{\text{k}} = \left(0.4 \frac{h_{\max}}{d_{\text{w}}}\right)^{2/3}. \tag{35}$$

对 (35) 式定义的 $r_{\text{k}}$ , 其值有可能会出现大于 1 的情况. 为避免这种情况, 将 (35) 式修改为如下形式:

$$r_{\text{k}} = \min\left[1.0, \left(0.4 \frac{h_{\max}}{d_{\text{w}}}\right)^{2/3}\right], \tag{36}$$

在 (36) 式的形式下, 所定义的湍动能解析度指标参数 $r_{\text{k}}$ 将始终不会超过 1.0, 即 $r_{\text{k}} \leqslant 1.0$ . 根据 (36) 式可得如下结论.

首先, 当 $r_{\text{k}} \geqslant r_{\text{k1}}$ 时, $d_{\text{w}}/h_{\max} \leqslant 0.4(r_{\text{k1}})^{-3/2}$ . 在 $r_{\text{k}} \geqslant \bar{r}_{\text{k1}}$ 时, 可得 $d_{\text{w}}/h_{\max} \leqslant 0.8$ , 此时 LES 将不能被真正激活. 一般地, 可将 WM-HRL 模型为完全 RANS 的区域定义为

$$\begin{aligned} D_{\text{RANS}} = \{P| \, (d_{\text{w}}/h_{\max})\,|_P \leqslant 0.4(r_{\text{k1}})^{-3/2}, \\ P \in D_{\text{copm}}\}. \end{aligned} \tag{37}$$

其次, 当 $r_{\text{k2}} < r_{\text{k}} < r_{\text{k1}}$ 时, $0.4(r_{\text{k1}})^{-3/2} < d_{\text{w}}/h_{\max} < 0.4(r_{\text{k2}})^{-3/2}$ . 在 $r_{\text{k2}} \leqslant \bar{r}_{\text{k2}}$ 时, 可得 $d_{\text{w}}/h_{\max} \geqslant 1.2$ , 此时 LES 正好被激活. 一般地, 可将 WM-HRL 模型为 RANS/LES 混合转换的区域定义为

$$\begin{aligned} D_{\text{hyb}} = \{P| 0.4(r_{\text{k1}})^{-3/2} < d_{\text{w}}/h_{\max} < 0.4(r_{\text{k2}})^{-3/2}, \\ P \in D_{\text{copm}}\}. \end{aligned} \tag{38}$$

将由 (37) 式确定的 WM-HRL 模型为完全 RANS 的区域称为 $nr_{\text{k1-Q}}$ 准则, 而将由 (38) 式确定之 WM-HRL 模型为 RANS/LES 混合转换的区域称为 $nr_{\text{k2-Q}}$ 准则. 由此可知, 与前面所述之原 $r_{\text{k1-Q}}$ 和 $r_{\text{k2-Q}}$ 准则相比, 新的 $nr_{\text{k1-Q}}$ 和 $nr_{\text{k2-Q}}$ 准则仅与当地网格尺寸相关, 因此可以很容易地根据这两个准则来进行 WM-HRL 模型中两个关键区域 $D_{\text{RANS}}$ 和 $D_{\text{hyb}}$ 的确定及其相应的网格设置.

根据如上所述两个 $nr_{\text{k1-Q}}$ 和 $nr_{\text{k2-Q}}$ 准则, 可构造一种新的混合函数 $f_{\text{nd}}$ 如下:

$$f_{\text{nd}} = 1 - \text{sign}\left[r_{\text{k1}} - m_{\text{k}}\right] f_{\text{s}}, \quad m_{\text{k}} = \min\left[r_{\text{k1}}, r_{\text{k}}\right], \tag{39}$$

其中, $f_{\text{s}}$ 为待定函数. 同时, 将混合长度修改为

$$\tilde{l}_{\text{hyb}} = f_{\text{nd}}\, l_{\text{RANS}} + (1 - f_{\text{nd}})\, l_{\text{LES}}. \tag{40}$$

由 (39) 式可知, 在当地网格满足 $nr_{\text{k1-Q}}$ 准则的情况, 即 $r_{\text{k}} \geqslant r_{\text{k1}}$ 此时 $m_{\text{k}} = r_{\text{k1}}$ , 可得 $f_{\text{nd}} = 1$ . 再结合 (40) 式可知, 此时 WM-HRL 模型为完全 RANS 模式. 另一方面, 当 $r_{\text{k}} < r_{\text{k1}}$ 时, 由 (39) 式可知, $m_{\text{k}} = r_{\text{k}} < rr_{\text{k1}}$ , 此时 $f_{\text{ns}} = 1 - f_{\text{s}}$ .

根据 $nr_{\text{k2-Q}}$ 准则, 函数 $f_{\text{s}}$ 需要满足如下条件: 第一, 当 $r_{\text{k2}} < m_{\text{k}} < r_{\text{k1}}$ 时, $f_{\text{s}}$ 需要满足 $0 < f_{\text{s}} < 1$; 第二, 当 $m_{\text{k}} \leqslant r_{\text{k2}}$ 时, $f_{\text{s}}$ 需要满足 $f_{\text{s}} = 1$; 第三, 当 $m_{\text{k}} = r_{\text{k1}}$ 时, $f_{\text{s}}$ 需要满足 $f_{\text{s}} = 0$ .

能够同时满足上述 3 个条件的函数可用一个关于 $m_{\text{k}}$ 的指数函数表示, 具体如下:

$$f_{\text{s}}(m_{\text{k}}) = \min\left[2\exp\left(-11\alpha^2\right), 1.0\right], \tag{41}$$

$$\alpha = \min\left(-0.25, \frac{1}{2(r_{\text{k2}} - r_{\text{k1}})} m_{\text{k}} + \frac{r_{\text{k1}} - 3r_{\text{k2}}}{4(r_{\text{k2}} - r_{\text{k1}})}\right), \tag{42}$$

其中, $r_{\text{k1}} > r_{\text{k2}}$ 为自定义参数, 且取值在 0 和 1 之间.

下面证明, 在 (42) 式的条件下, 由 (41) 式构造的函数 $f_{\text{s}}$, 满足其所需的 3 条要求: 首先, 由 (42) 式可知, 当 $m_{\text{k}} = r_{\text{k1}}$ 时, $\alpha = -0.75$ , 由 (41) 式可知, 此时 $f_{\text{s}} = 0$ ; 其次, 当 $r_{\text{k2}} < m_{\text{k}} < r_{\text{k1}}$ 时, $-0.75 < \alpha < -0.25$ , 由 (41) 式可知, 此时 $0 < f_{\text{s}} < 1$ ; 第三, 当 $m_{\text{k}} \leqslant r_{\text{k2}}$ 时, $\alpha = -0.25$ , 由 (41) 式可知, 此时 $f_{\text{s}} = 1$ .

目前, 常用的一类 WMLES 模型为所谓的代数壁面模化大涡模拟 (Alg WMLES) [34], 其基本思想是对 Smagorinsky 型 LES 的亚格子涡黏系数乘以一个阻尼系数 $Fr$ , 即:

$$\begin{aligned} \upsilon_{\text{sgs}} &= Fr\,(C_{\text{SMAG}}\varDelta)^2\,|\langle S\rangle|, \\ Fr &= 1 - \exp\left[-\left(y^+/A\right)^3\right], \end{aligned} \tag{43}$$

其中, $\upsilon_{\text{sgs}}$ 为亚格子涡黏系数; $C_{\text{SMAG}}$ 为模型常数, 取值在 0.1—0.18 之间; $A$ 为常数, 一般取为 25; $y^+$ 为无量纲壁面距离.

由 (43) 式可知, 当 $y^+$ 约大于 60 时, 阻尼函数 $Fr$ 趋于 1, 此时 Alg WMLES 即为完全 Smagorinsky 型亚格子涡黏模型. 对 $y^+ \leqslant 60$ 的这个近壁区域, 正好为黏性底层和过渡层, 由于黏性底层很薄, 其范围约为 $y^+ \leqslant 10.0$, 此时 Alg WLMES 的亚格子涡黏系数 $v_{\rm sgs} \approx 0.0$, 这相当于 DNS. 在过渡层内, $Fr$ 从 0 开始增大到 1, 此时 Alg WLMES 相当于准 DNS. 由此可见, 对高雷诺数钝体绕流问题, 为了捕捉黏性底层及过渡层这两个区域内足够精细的湍流信息, 此时 Alg WMLES 所需的网格量几乎与 DNS 的网格量相当.

另一类常用的 WMLES 模型为所谓的壁面应力模化大涡模拟 (WRMLES) [39], 该模型根据湍流边界层速度剖面的对数律来计算壁面剪切力, 并输入到 LES 边界网格作为边界条件. 在 WRMLES 中, 网格间距 ( $\varDelta$ ) 与局部边界层厚度 ( $\delta$ ) 通常需要满足条件 $\delta/\varDelta \approx 20$—$30$. 这种较粗的近壁网格有可能会导致缺乏湍流应力的现象, 同时基于最近邻 LES 速度对壁面应力进行建模的壁面应力边界条件会增大边界层内部区域的总应力, 因此可能会致壁面应力被低估或高估, 进而发生 LLM 问题 [40].

WM-HRL 模型与 Alg WMLES 和 WRMLES 模型均不相同, 该模型在黏性底层内一般为完全 RANS 解析模式, 在过渡层内的某个区域内为 RANS/LES 混合解析模式, 在对数律层区域则为完全 LES 模式. 由于 RANS 模式和 RAN/LES 混合解析模式所需网格数量远小于 DNS 和准 DNS 模式的网格量, 而且在混合函数 (39) 式—(42) 式的双重保护下, 不仅可以避免 MSD 及 GIS 的问题, 同时也可避免 LLM 的问题. 因此, 该 WM-HRL 模型有望成为高雷诺数壁湍流三维时空瞬态发展湍流场高置信度解析的一种实用化的 CFD 工具.

本文利用作者团队自研 CFD 软件 NUWA: $\text{FLOW}_{\text{UV}}$ 系统, 对如上所述 WM-HRL 模型开发了相应的植入式程序. 该自研 CFD 软件系统, 采用有限体积法 (FVM) 求解 RANS 方程. 其中, 压力速度求解采用 PISO 算法, 对流项及扩散项的空间离散采用二阶中心差分格式, 时间离散格式为二阶隐式格式.

## 3 计算模型与设置

本文对雷诺数 $Re = 3900$ 下圆柱绕流场问题, 采用 WM-HRL 进行数值模拟与分析. 其中, $Re = U_\infty D/v$ , $U_\infty$ 为来流速度, $D$ 为圆柱直径. 计算区域为矩形区域, 如图 1 所示. 具体设置如下: 圆柱底面中心位于坐标原点 $(0,0,0)$ , 入口边界位于 $x_1/D = -10$ ; 出口边界位于 $x_1/D = 15$ ; 前后两个边界分别位于 $x_2/D = \pm 4$ ; 展向高度为 $L_3/D = \pi$ .

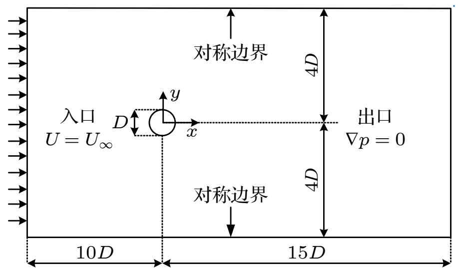


图 1 计算区域设置

Fig. 1. Computational domain schematic.

边界条件设置如下: 在入口边界, 速度入口设置为自由来流条件, 即 $(\bar{u}_1, \bar{u}_2, \bar{u}_3) = (U_\infty, 0, 0)$ ; 湍动能按湍流强度 $I = 5\%$ 设定, 其中 $k = 3(U_\infty I)^2/2$ ; 比耗率按 $\omega = k/v_{\rm t}$ 设定, 其中 $v_{\rm t}/v = 10.0$ . 在出口边界, 设置为零压梯度出口, 即 $\nabla \bar{p} = 0$ . 在两个垂直侧面及上下边界, 均设置为对称边界条件. 在圆球表面边界, 设置为无滑移条件, 即 $\bar{u}_1 = \bar{u}_2 = \bar{u}_3 = 0$ , 湍动能设置为 $k = 0$ , 比耗率设置为 $\omega = 6v/\beta^* d_{\rm w}^2$ .

采用 ANSYS ICEM 软件进行分块网格划分, 如图 2 所示. 单元网格为六面体, 圆柱体壁面处第一层网格位于 $y^+ = 0.66$ . 沿圆柱体展向网格的尺寸为 $\varDelta_3/D = \pi/64$ , 水平方向的网格平均尺寸为 $\varDelta_1(\varDelta_2)/D = 0.02$ . 自第一层起, 各层网格在径向的增长率为 1.07, 在边界层内总计布置了 45 层网格, 整个计算域的网格数量为 143 万.

对 SST $k$-$\omega$ 模型, 在钝体近壁区通常采用所谓的壁面函数模型 [42]. 该壁面函数模型对湍动能 $k$、比耗率 $\omega$ 及壁面剪切应力等, 在黏性底层 ( $y^+ < 5$ ) 均给出了明确的边界条件. 在本文所构建的 WM-HRL 模型中, 在钝体近壁区采用的是 SST $k$-$\omega$ 模型, 为使所构建的 WM-HRL 模型在钝体近壁区发挥出实际的壁面模化作用, 第一层网格一般需要设置在黏性底层的 $y^+ < 1$ 内.

对雷诺数 $Re = 3900$ 下的圆柱绕流问题, 本文通过系列数值模拟研究表明, 将第一层网格设置在 $y^+ = 0.66$ 处, 可同时兼顾计算精度及网格总量

控制等要求. 另外, Lehmkuhl 等[10]采用 DNS 的研究表明, 在湍流核心区 Kolmogorov 尺度的平均值为 $\overline{\eta}/D=0.02$, 为保证网格密度能够捕捉到最小尺度之圆柱绕流的相干结构, 网格尺寸需要满足: $\overline{\varDelta}/\overline{\eta}=0.9$. 有鉴于此, 本文将径向的增长率设置为 1.07.

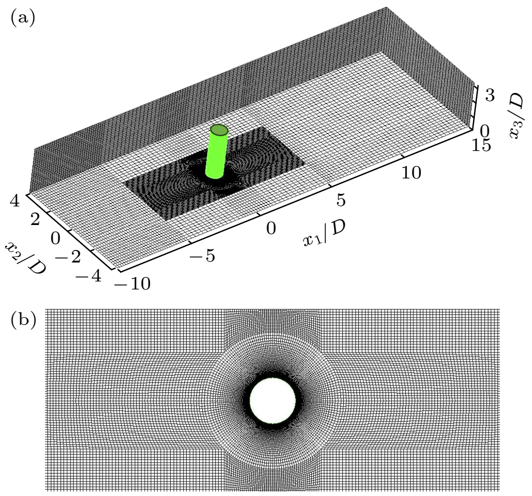


图 2 计算网格剖面

Fig. 2. Computational grid configuration.

经统计, 对雷诺数 $Re=3900$ 的情况, 以圆柱体展向高度 $L_3/D=\pi$ 为对象进行 CFD 计算的主要文献如表 1 所示. 其中, Pereira 等[2]采用的是 $L_3/D=3.0$. 表中还列出了展向网格分辨率 $\varDelta_3/D$ 以及所用总网格量等信息, 并与本文所采用的相关网格信息进行比较.

表 1 在雷诺数 $Re=3900$ 下圆柱绕流文献中所用计算模型与网格参数设置情况比较

Table 1. Comparisons of computational models and grid parameters in references for flow around a circular cylinder at Reynolds number $Re=3900$.

| | $L_3/D$ | $\varDelta_3/D$ | 网格量 ( $\times10^6$ ) |
|---|---|---|---|
| Lehmkuhl等[10] (DNS) | $\pi$ | $\pi/128$ | 9.30 |
| Tremblay[8] (LES) | $\pi$ | $\pi/64$ | 7.70 |
| Breuer [15] (LES) | $\pi$ | $\pi/64$ | 1.70 |
| Pereira等[2] (PANS) | 3.0 | $\pi/48$ | 4.55 |
| Luo等[24] (PANS/SST-DES) | $\pi$ | $\pi/60$ | 2.23 |
| D'Alessandro等[30] (SA-DES/SA-IDDES/ $v^2$-f DES) | $\pi$ | $\pi/48$ | 3.96 |
| 本文(WM-HRL) | $\pi$ | $\pi/64$ | 1.43 |

由表 1 可知, Lehmkuhl 等[10]采用的展向网格分辨率最高, 所用网格量也最大. Tremblay[8] 和 Breuer[15] 采用的展向网格分辨率一致, 但水平方向的网格分辨率不同. Luo 等[24]采用的展向网格分辨率略低于前三篇文献的情况, 但水平方向的网格分辨率高于 Breuer[15]. Pereira 等[2] 和 D'Alessandro 等[30]采用的展向网格分辨率最低, 两者的总网格量接近. 本文所采用的展向网格分辨率与 Tremblay[8] 和 Breuer[15] 的一致, 但水平方向的网格分辨率均要低于这两篇文献的情况. 总之, 本文所用计算网格数量均少于 DNS[10], LES[8,15], PANS[2,24] 及 DES 类模型[24,30]的计算网格数量.

在数值计算中, 无量纲化时间步长 $\varDelta t^*(=\varDelta tU_\infty/D)$ 取值为 $6.8\times10^{-3}$, 库朗数 CFL<1, 计算时长为 70 个泄涡周期, 并对后 45 个泄涡周期的数据做统计平均, 以获取圆柱绕流场统计量等信息, 并与文献中相关实验结果及 CFD 数值模拟结果进行比较分析, 如表 2 所示.

在表 2 中, $\bar{f}_{\rm vs}$ 为无因次涡泄频率, $\bar{f}_{\rm kh}$ 为无因次 K-H 不稳定性的频率, $\phi_{\rm s}$ 为分离角, $L_{\rm r}/D$ 为无因次回流区长度, $C_{\rm d}$ 为阻力系数, $-C_{\rm pb}$ 为基线压力系数, 所谓"形状", 指的是在站位 $x_1/D=1.06$ 处平均流向速度的剖面形状. 其中, 无因次频率 $\bar{f}$ 定义为 $\bar{f}=fD/U_\infty$, $f$ 为相应的有因次频率.

在表 2 中, 对 PANS 模型, 滤波控制函数 $f_{\rm k}$ 定义为 $f_{\rm k}=k_{\rm u}/k$. Lehmkuhl 等[10]采用了两种 DNS 模式. 其中, "Mode H"表示"高能模态", 利用该模态的 DNS 得到 V 形结果. 而"Mode L"表示"低能模态", 利用该模态的 DNS 得到 U 形结果.

由表 2 可知, 对 Pereira 等[2] (PANS) ($f_{\rm k}=0.25$, 0.5) 的情况, 与表中所列实验结果[18,27]相比, 分离角的计算结果均明显偏小. 对 Luo 等 (PANS)[24] ( $f_{\rm k}=0.5$) 的情况, 分离角 $\phi_{\rm s}$、阻力系数 $C_{\rm d}$ 及基线压力系数 $-C_{\rm pb}$ 的计算结果与表中所列实验结果结果[27]相比均明显偏大, 相对误差分别达到 9.176%, 37.76% 和63.333%.对D'Alessandro 等(SA-DES)[30]的情况, 阻力系数 $C_{\rm d}$ 的计算结果与表中所列实验结果[27]相比均明显偏大, 相对误差达 22.7%.

由表 2 可进一步发现, 在 Parnaudeau 等[18] 和 Lourenco 和 Shih[27] 的实验文章中未给出剪切层小尺度 K-H 不稳定性的频谱特征及其无因次频率 $\bar{f}_{\rm kh}$ 的实验结果, 而在 Tremblay[8], Breuer[15], Luo 等[24] 及 D'Alessandro 等[30] 的 CFD 计算中, 也未给出剪切层小尺度 K-H 不稳定性的频谱特征及其无因次频率 $\bar{f}_{\rm kh}$ 的计算结果, 但 Lehmkuhl 等[10] 和

表 2 文献中雷诺数 $Re = 3900$ 下圆柱绕流场相关统计量的实验和数值结果

Table 2. Experimental and numerical results for flow statistical characteristics from references for flow around a circular cylinder at Reynolds numbers $Re = 3900$.

| 参考文献及方法 | $\bar{f}_{vs}$ | $\bar{f}_{kh}$ | $\phi_s/(°)$ | $L_r/D$ | $C_d$ | $-C_{pb}$ | 形状 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Parnaudeau等[18] (Exp.) | 0.208 | — | 88 | 1.51 | — | — | U |
| Lourenco和Shih[27] (Exp.) | — | — | 85 | 1.18 | 0.98 | 0.9 | V |
| Lehmkuhl等[10] (DNS) (Mode H) | 0.214 | 1.34 | 88.25 | 1.26 | 1.043 | 0.98 | V |
| Lehmkuhl等[10] (DNS) (Mode L) | 0.218 | — | 87.8 | 1.55 | 0.979 | 0.877 | U |
| Tremblay[8] (LES) | 0.21 | — | 87.3 | 1.04 | 1.14 | 0.99 | V |
| Breuer[15] (LES) | 0.215 | — | 87.4 | 1.372 | 1.016 | 0.941 | V |
| Pereira等[2] (PANS) ( $f_k = 0.25$) | 0.208 | 1.48 | 80.3 | 1.73 | 0.927 | 0.864 | U |
| Pereira等[2] (PANS) ( $f_k = 0.5$) | 0.214 | 1.55 | 81.8 | 1.12 | 1.036 | 1.050 | V |
| Luo等[24] (PANS) ( $f_k = 0.1$) | 0.201 | — | 87.2 | 1.27 | 1.05 | 0.94 | V |
| Luo等[24] (PANS) ( $f_k = 0.5$) | 0.208 | — | 92.8 | 0.49 | 1.35 | 1.47 | V |
| Luo等[24] (SST-DES) | 0.203 | — | 86.4 | 1.46 | 1.01 | 0.89 | V |
| D'Alessandro等[30] (SA-DES) | 0.215 | — | 89.28 | 0.850 | 1.2025 | 1.077 | V |
| D'Alessandro等[30] (SA-IDDES) | 0.222 | — | 87.0 | 1.427 | 1.0235 | 0.878 | U |
| D'Alessandro等[30] ($v^2$-f DES) | 0.214 | — | 86.4 | 1.678 | 0.9857 | 0.829 | U |

Pereira 等 [2] 给出了剪切层小尺度 K-H 不稳定性的频谱特征及其无因次频率 $\bar{f}_{kh}$ 的计算结果.

Parnaudeau 等 [18] 的实验测得回流区长度为 $L_r/D = 1.51$, 并得到 U 形流向速度剖面. Lourenco 和 Shih[27] 的实验测得回流区长度为 $L_r/D = 1.18$, 并得到 V 形流向速度剖面. Lehmkuhl 等 [10] 利用 DNS 之 Mode H 计算得到的回流区长度 $L_r/D = 1.26$, 与 Lourenco 和 Shih[27] 实验结果的相对误差为 6.78%. 而 Lehmkuhl 等[10] 利用 DNS 之 Mode L 计算得到回流区长度 $L_r/D = 1.55$, 与 Parnaudeau 等 [18] 实验结果的相对误差为 2.65%.

Tremblay[8] 及 Breuer [15] 采用 LES 均得到 V 形剖面, 但是他们的 CFD 计算所得回流区长度与 Lourenco 和 Shih[27] 实验测得的回流区长度有较大差异, 相对误差分别达到–11.86% 和 16.27%. Pereira 等 [2] 采用 PANS 在 $f_k = 0.25$, 0.5 下分别得到 U 形和 V 形剖面. 当 $f_k = 0.5$ 时, CFD 计算所得回流区长度与 Lourenco 和 Shih[27] 实验测得的回流区长度接近, 相对误差为–5.08%. 当 $f_k = 0.25$ 时, CFD 计算所得回流区长度与 Parnaudeau 等 [18] 实验测得的回流区长度相比偏大, 相对误差达 14.56%. 此外, 对 Pereira 等[2] (PANS) ( $f_k = 0.5$) 的情况, 与表中所列 DNS[10] 结果相比, K-H 不稳定性频率 $\bar{f}_{kh}$ 的计算结果明显偏大, 相对误差达 15.67%.

Luo 等 [24] 采用 PANS 在 $f_k = 0.1$ 和 0.5 下均得到 V 形剖面. 当 $f_k = 0.1$ 时, CFD 计算所得回流区长度与 Lourenco 和 Shih[27] 实验测得的回流区长度的相对误差为 7.63%. 当 $f_k = 0.5$ 时, CFD 计算所得回流区长度与 Lourenco 等 [27] 实验测得的回流区长度相比明显不符. Luo 等 [24] 采用 SST-DES 得到 V 形剖面, 但计算所得回流区长度与 Lourenco 和 Shih[27] 实验测得的回流区长度相比也明显不符.

D'Alessandro 等 [30] 采用 SA-DES 也得到 V 形剖面, 但计算所得回流区长度与 Lourenco 和 Shih[27] 实验测得的回流区长度相比明显不符. D'Alessandro 等 [30] 采用 SA-IDDES 及 $v^2$-f DES 均得到 U 形剖面, 采用 SA-IDDES 计算得到的回流区长度与 Parnaudeau 等 [18] 实验测得的回流区长度的相对误差为–5.50%. 但采用 $v^2$-f DES 计算得到的回流区长度与 Parnaudeau 等 [18] 实验测得的回流区长度相比偏大, 相对误差高达 11.13%.

对钝体绕流问题, 其边界层包括黏性底层、过渡层及对数律层. 对本文 WM-HRL 模型来讲, 这三类边界层范围的信息将是至关重要的. 为此, 利用图 2 所示计算网格系统, 首先进行 RANS 数值模拟, 结果表明: 在雷诺数 $Re = 3900$ 下圆柱绕流场的边界层厚度为 $y^+ \leqslant 180.0$, 黏性底层厚度为 $y^+ \leqslant 10.0$, 过渡层厚度为 $10.0 < y^+ < 30.0$.

对雷诺数 $Re = 3900$ 下的圆柱绕流场问题, 其相干结构主要包含两类结构. 其中, 第一类为与尾流中涡泄相关的大尺度不稳定性结构, 其无因次

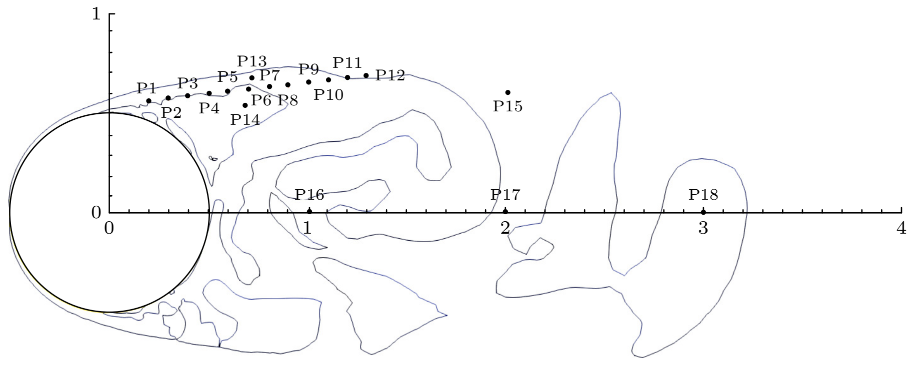


图 3 剪切层小尺度 K-H 不稳定性结构监测点分布

Fig. 3. Location configuration of the probes for the small scale K-H instability structure in the shear layer.

特征频率为 $\bar{f}_{vs}$, 而第二类为与分离剪切层脉动相关的小尺度不稳定性结构, 称为 K-H 不稳定性, 其无因次特征频率为 $\bar{f}_{kh}$. 对本文 WM-HRL 模型来讲, 圆柱绕流剪切层小尺度 K-H 不稳定性结构发生的位置信息将是至关重要的.

剪切层的速度梯度较大, 属于一个位置狭小的窄带, 且对监测点的分布位置敏感[23]. 为获取圆柱绕流剪切层小尺度 K-H 不稳定性结构发生的准确边界位置, 结合相关文献中 DNS[10], PANS[2] 及 LES[23] 等 CFD 数值模拟结果, 本文设置了如图 3 所示的 18 个监测点, 其坐标位置如表 3 所示. 其中, 监测点 P1—P14 位于剪切层区域, 监测点 P15 位于剪切层脱落区, 而监测点 P16—P18 位于尾流中心线上. 表 3 中所列的这些监测点均位于圆柱体底部位置. 同时, 对表 3 中所列的每个监测点, 沿圆柱体展向同时均匀布置了其他 4 个相应的监测点. 因此, 实际上总计布置了 90 个监测点.

在此基础上, 利用本文 WM-HRL 进行系列数值模拟, 对所得各监测点处的横向脉动速度进行 Lomb 频谱分析, 详细分析见 4.3 节. 在做 Lomb 谱分析时, 用的是表 3 中所列各监测点相对应的 5 个监测点处横向脉动速度做展向平均所得, 其做法与 Lehmkuhl 等[10](DNS) 的做法相同.

结果表明, 在各个监测点的 Lomb 频谱中, 均出现一个频率相对较低的谱峰, 该谱峰所对应频率与涡泄频率一致. 同时, 对各种工况的系列 CFD 数值模拟结果中, 在测点 P4 的 Lomb 频谱中, 均观察到一个频率相对较高的谱峰, 该谱峰所对应频率与剪切层小尺度 K-H 不稳定性结构的频率一致. 由此可见, 雷诺数 $Re = 3900$ 下圆柱绕流场中剪切层小尺度 K-H 不稳定性结构发生在对数律层中 $y^+ \geqslant 89.4$ 的区域.

表 3 监测点坐标信息

Table 3. Coordinate information of the probes.

| 监测点编号 | 监测点坐标 $(x_1/D, x_2/D)$ | 监测点对应的 $y^+$ 值 |
|---|---|---|
| P1 | (0.20, 0.560) | 30.5 |
| P2 | (0.30, 0.572) | 47.1 |
| P3 | (0.40, 0.584) | 67.0 |
| P4 | (0.50, 0.595) | 89.4 |
| P5 | (0.60, 0.607) | 114.0 |
| P6 | (0.70, 0.619) | 140.1 |
| P7 | (0.80, 0.631) | 167.4 |
| P8 | (0.90, 0.643) | 195.5 |
| P9 | (1.00, 0.655) | 224.3 |
| P10 | (1.10, 0.666) | 253.5 |
| P11 | (1.20, 0.678) | 283.3 |
| P12 | (1.30, 0.690) | 313.5 |
| P13 | (0.71, 0.660) | 151.4 |
| P14 | (0.69, 0.520) | 117.4 |
| P15 | (2.00, 0.590) | 511.4 |
| P16 | (1.00, 0.0) | 161.3 |
| P17 | (2.00, 0.0) | 483.9 |
| P18 | (3.00, 0.0) | 806.5 |

在图 2 所述网格系统设置下, 利用 (36) 式进行计算, 结果表明: 在对数律层的 $y^+ \geqslant 67.4$ 的区域中, $r_k$ 均不大于 0.2, 即 $r_k \leqslant 0.2$. 由于圆柱绕流剪切层小尺度 K-H 不稳定性结构发生在 $y^+ \geqslant 89.4$ 的区域, 因此本文 WM-HRL 模型对该剪切层小尺度 K-H 不稳定结构为完全 LES 解析模式, 且其对湍动能的解析度至少为 80%.

## 4 数值结果与分析

当利用 WM-HRL 进行数值模拟时, 影响圆柱绕流场计算置信度的主要因素包括两个边界位置

和 3 个区域的湍动能解析度. 其中, 两个边界分别为 RANS 结束边界 (记为 $\varGamma_{\rm RANS}$ ) 和 LES 启动边界 (记为 $\varGamma_{\rm LES}$ ), 3 个区域分别为 RANS 区、RANS/LES 混合转换区和 LES 区. 为下文陈述简便计, 记 $y^+_{\rm RANS}$ 为 RANS 结束边界 $\varGamma_{\rm RANS}$ 的位置, 而记 $y^+_{\rm LES}$ 为 LES 启动边界 $\varGamma_{\rm LES}$ 的位置.

### 4.1 WM-HRL 模型参数影响规律

首先讨论 LES 启动边界 $\varGamma_{\rm LES}$ 位于剪切层小尺度 K-H 不稳定性结构发生区域的情况, 并考虑两种情况: 第一种情况为 $y^+_{\rm LES}=105.8$ , $r_{\rm k2}=0.1556$ ; 第二种情况为 $y^+_{\rm LES}=113.9$ , $r_{\rm k2}=0.1484$ . 在每种情况下, 均设置 11 种 RANS 结束边界 $\varGamma_{\rm RANS}$ 的位置及其相应的 $r_{\rm k1}$ , 如表 4 所示. 其中, $y^+_{\rm RANS}=7.9$ 位于黏性底层, $y^+_{\rm RANS}=13.3,\ 14.9,\ 18.4,\ 20.4,27.1$ 位于过渡层, $y^+_{\rm RANS}=38.4,\ 41.7,\ 49.2,72.7$ 位于对数律层但在剪切层 K-H 不稳定区外, 而 $y^+_{\rm RANS}=91.2$ 则位于剪切层 K-H 不稳定性结构发生区域内.

在各种 $y^+_{\rm RANS}$ 及 $r_{\rm k1}$ 和 $y^+_{\rm LES}$ 及 $r_{\rm k2}$ 的组合下, 利用 WM-HRL 进行数值模拟所得相关流场统计量的结果如表 4 所示. 由表 4 可知, 只有当 $y^+_{\rm LES}=105.8$ 且 $y^+_{\rm RANS}=14.9$ 时, 才能同时准确获取剪切层小尺度 K-H 不稳定性结构的无因次频率 $\bar f_{\rm kh}$ 及回流区长度 $L_{\rm r}/D$ 的值. 在此情况下, 在站位 $x_1/D=1.06$ 处流向平均速度的剖面形状为 V 形, 与 Lourenco 和 Shih[27] 的实验结果一致. $L_{\rm r}/D$ 的计算结果与 Lourenco 和 Shih[27] 实验结果相比, 相对误差为 0.85%. $\bar f_{\rm kh}$ 的计算结果与 Lehmkuhl 等[10] 的 DNS 之 Mode H 计算结果相比, 相对误差为 0.75%.

下面讨论 LES 启动边界 $\varGamma_{\rm LES}$ 位于剪切层小尺度 K-H 不稳定性结构发生区域外, 但仍位于对数律层区的情况, 并考虑 3 种情况: 第一种情况为 $y^+_{\rm LES}=49.2$ , $r_{\rm k2}=0.2546$ ; 第二种情况为 $y^+_{\rm LES}=72.4$ , $r_{\rm k2}=0.1983$ ; 第三种情况为 $y^+_{\rm LES}=84.6$ , $r_{\rm k2}=0.1713$ . 在每种情况下, 均设置若干种 RANS 结束边界 $\varGamma_{\rm RANS}$ 的位置及其相应的 $r_{\rm k1}$ , 其设置原则与表 4 一致, 如表 5 所示. 在各种 $y^+_{\rm RANS}$ 及 $r_{\rm k1}$ 和 $y^+_{\rm LES}$ 及 $r_{\rm k2}$ 的组合下, 利用 WM-HRL 进行数值模拟所得相关流场统计量的结果如表 5 所示.

表 4 当 $\varGamma_{\rm LES}$ 位于剪切层小尺度 K-H 不稳定性结构发生区域内时, 相关流场统计量的数值结果

Table 4. Numerical results for flow statistic characteristics when $\varGamma_{\rm LES}$ is located in the K-H instability region of the shear layer.

| $\varGamma_{\rm RANS}$ | | $\varGamma_{\rm LES}$ | | $\bar f_{\rm vs}$ | $\bar f_{\rm kh}$ | $\phi_{\rm s}/(^\circ)$ | $L_{\rm r}/D$ | $C_{\rm d}$ | $-C_{\rm pb}$ | 形状 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $r_{\rm k1}$ | $y^+_{\rm RANS}$ | $r_{\rm k2}$ | $y^+_{\rm LES}$ | | | | | | | |
| 0.9302 | 7.9 | | | 0.219 | 1.38 | 88.1 | 1.05 | 1.14 | 1.12 | V |
| 0.6364 | 13.3 | | | 0.221 | 1.23 | 88.1 | 1.07 | 1.14 | 1.09 | V |
| 0.5951 | 14.9 | | | 0.221 | 1.35 | 87.7 | 1.19 | 1.12 | 1.04 | V |
| 0.4923 | 18.4 | | | 0.222 | 1.30 | 88.1 | 1.03 | 1.15 | 1.08 | V |
| 0.4635 | 20.4 | | | 0.222 | 1.18 | 87.8 | 1.22 | 1.12 | 1.03 | V |
| 0.3898 | 27.1 | 0.1556 | 105.8 | 0.223 | 1.23 | 87.0 | 1.32 | 1.12 | 0.99 | U |
| 0.3134 | 38.4 | | | 0.224 | 1.16 | 86.6 | 1.48 | 1.10 | 0.96 | U |
| 0.2973 | 41.7 | | | 0.220 | 1.21 | 87.1 | 1.32 | 1.10 | 1.00 | U |
| 0.2546 | 49.2 | | | 0.223 | 1.00 | 88.0 | 1.14 | 1.13 | 1.06 | V |
| 0.1983 | 72.7 | | | 0.221 | 1.06 | 88.1 | 1.01 | 1.15 | 1.12 | V |
| 0.1713 | 91.2 | | | 0.226 | 1.21 | 86.6 | 1.46 | 1.10 | 0.96 | U |
| 0.9302 | 7.9 | | | 0.218 | 1.13 | 88.0 | 1.12 | 1.14 | 1.06 | V |
| 0.6364 | 13.3 | | | 0.221 | 1.17 | 88.4 | 1.00 | 1.16 | 1.13 | V |
| 0.5951 | 14.9 | | | 0.220 | 1.30 | 87.8 | 1.18 | 1.12 | 1.04 | V |
| 0.4923 | 18.4 | | | 0.224 | 1.23 | 87.1 | 1.32 | 1.15 | 1.00 | V |
| 0.4635 | 20.4 | | | 0.224 | 1.26 | 86.5 | 1.48 | 1.09 | 0.97 | U |
| 0.3898 | 27.1 | 0.1484 | 113.9 | 0.224 | 1.01 | 87.2 | 1.22 | 1.12 | 1.00 | V |
| 0.3134 | 38.4 | | | 0.224 | 1.11 | 86.5 | 1.47 | 1.08 | 0.95 | U |
| 0.2973 | 41.7 | | | 0.218 | 1.16 | 86.5 | 1.47 | 1.10 | 0.96 | U |
| 0.2546 | 49.2 | | | 0.222 | 1.00 | 87.7 | 1.23 | 1.12 | 1.04 | V |
| 0.1983 | 72.7 | | | 0.225 | 1.14 | 87.8 | 1.23 | 1.14 | 1.03 | V |
| 0.1713 | 91.2 | | | 0.225 | 0.99 | 87.8 | 1.22 | 1.12 | 1.03 | V |

表 5 当 $\Gamma_{\mathrm{LES}}$ 位于剪切层小尺度 K-H 不稳定性结构发生区域外且在对数律层内时, 相关流场统计量的数值结果
Table 5. Numerical results for flow statistic characteristics when $\Gamma_{\mathrm{LES}}$ is located in the log-law layer and outside the K-H instability region of the shear layer.

| $\Gamma_{\mathrm{RANS}}$ | | $\Gamma_{\mathrm{LES}}$ | | $\bar{f}_{\mathrm{vs}}$ | $\bar{f}_{\mathrm{kh}}$ | $\phi_{\mathrm{s}}/(^\circ)$ | $L_{\mathrm{r}}/D$ | $C_{\mathrm{d}}$ | $-C_{\mathrm{pb}}$ | 形状 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $r_{\mathrm{k1}}$ | $y^+_{\mathrm{RANS}}$ | $r_{\mathrm{k2}}$ | $y^+_{\mathrm{LES}}$ | | | | | | | |
| 0.9302 | 7.9 | 0.2546 | 49.2 | 0.220 | 1.50 | 87.8 | 1.20 | 1.13 | 1.05 | V |
| 0.6364 | 13.3 | | | 0.224 | 1.51 | 87.3 | 1.26 | 1.12 | 1.02 | V |
| 0.5951 | 14.9 | | | 0.221 | 1.4 | 86.7 | 1.45 | 1.13 | 0.98 | U |
| 0.4923 | 18.4 | | | 0.224 | 1.34 | 87.7 | 1.18 | 1.11 | 1.06 | V |
| 0.4635 | 20.4 | | | 0.223 | 1.43 | 87.0 | 1.36 | 1.11 | 0.99 | U |
| 0.3898 | 27.1 | | | 0.220 | 1.40 | 87.7 | 1.22 | 1.16 | 1.04 | V |
| 0.3134 | 38.4 | | | 0.222 | 1.20 | 87.3 | 1.26 | 1.10 | 1.01 | V |
| 0.2973 | 41.7 | | | 0.226 | 1.13 | 86.4 | 1.49 | 1.08 | 0.96 | U |
| 0.9302 | 7.9 | 0.1983 | 72.7 | 0.222 | 1.26 | 87.2 | 1.25 | 1.13 | 1.02 | V |
| 0.6364 | 13.3 | | | 0.223 | 1.07 | 86.6 | 1.44 | 1.10 | 0.97 | U |
| 0.5951 | 14.9 | | | 0.221 | 1.39 | 86.8 | 1.36 | 1.11 | 0.98 | U |
| 0.4923 | 18.4 | | | 0.222 | 1.34 | 88.1 | 1.07 | 1.17 | 1.10 | V |
| 0.4635 | 20.4 | | | 0.22 | 1.41 | 88.0 | 1.16 | 1.14 | 1.06 | V |
| 0.3898 | 27.1 | | | 0.224 | 1.34 | 87.1 | 1.36 | 1.11 | 1.00 | U |
| 0.3134 | 38.4 | | | 0.224 | 1.17 | 87.8 | 1.23 | 1.11 | 1.03 | V |
| 0.2973 | 41.7 | | | 0.224 | 1.07 | 86.5 | 1.50 | 1.09 | 0.95 | U |
| 0.2546 | 49.2 | | | 0.224 | 1.13 | 87.0 | 1.34 | 1.11 | 0.99 | U |
| 0.9302 | 7.9 | 0.1713 | 84.6 | 0.22 | 1.52 | 86.5 | 1.50 | 1.09 | 0.97 | U |
| 0.6364 | 13.3 | | | 0.221 | 1.12 | 86.9 | 1.25 | 1.11 | 0.99 | V |
| 0.5951 | 14.9 | | | 0.223 | 1.45 | 87.1 | 1.26 | 1.12 | 1.00 | V |
| 0.4923 | 18.4 | | | 0.22 | 1.34 | 87.5 | 1.17 | 1.17 | 1.04 | V |
| 0.4635 | 20.4 | | | 0.22 | 1.32 | 87.9 | 1.16 | 1.14 | 1.06 | V |
| 0.3898 | 27.1 | | | 0.224 | 1.33 | 86.9 | 1.41 | 1.11 | 0.98 | U |
| 0.3134 | 38.4 | | | 0.222 | 1.15 | 87.0 | 1.32 | 1.11 | 1.00 | U |
| 0.2973 | 41.7 | | | 0.223 | 1.15 | 87.8 | 1.16 | 1.14 | 1.05 | V |
| 0.2546 | 49.2 | | | 0.223 | 1.27 | 87.2 | 1.35 | 1.13 | 1.00 | U |
| 0.1983 | 72.7 | | | 0.222 | 1.22 | 87.8 | 1.16 | 1.14 | 1.05 | V |

由表 5 可知, 只有当 RANS 结束边界 $\Gamma_{\mathrm{RANS}}$ 位于过渡层, 且 $r_{\mathrm{k1}} \leqslant \bar{r}_{\mathrm{k1}} = 0.63$ 时, 才能同时准确获得 $\bar{f}_{\mathrm{kh}}$ 和 $L_{\mathrm{r}}/D$ 的计算结果. 在此条件下, 当计算得到 V 形速度剖面时, $L_{\mathrm{r}}/D$ 的计算结果与 Lourenco 和 Shih[27] 的实验结果相比, 相对误差最大为 –9.32%, 而 $\bar{f}_{\mathrm{kh}}$ 的计算结果与 Lehmkuhl 等 [10] 的 DNS 之 Mode H 计算结果相比, 相对误差最大为 12.68%. 当计算得到 U 形速度剖面时, $L_{\mathrm{r}}/D$ 的计算结果与 Parnaudeau 等 [18] 的实验结果相比, 相对误差最大为–12.58%, 而 $\bar{f}_{\mathrm{kh}}$ 的计算结果与 Lehmkuhl 等 [10] 的 DNS 之 Mode H 计算结果相比, 相对误差最大为–20.15%.

最后讨论 LES 启动边界 $\Gamma_{\mathrm{LES}}$ 位于过渡层的情况, 并考虑 5 种情况, 分别为 $y^+_{\mathrm{LES}} = 10.4$, $y^+_{\mathrm{LES}} = 13.3$, $y^+_{\mathrm{LES}} = 18.4$, $y^+_{\mathrm{LES}} = 20.4$ 和 $y^+_{\mathrm{LES}} = 29.6$. 在每种情况下, 均设置若干种 RANS 结束边界 $\Gamma_{\mathrm{RANS}}$ 的位置 $y^+_{\mathrm{RANS}}$ 及其相应的 $r_{\mathrm{k1}}$. 在各种 $y^+_{\mathrm{RANS}}$ 及 $y^+_{\mathrm{LES}}$ 的组合下, 利用 WM-HRL 进行数值模拟所得相关流场统计量的结果如表 6 所示.

首先, 利用本文 WM-HRL 模型所得 $\bar{f}_{\mathrm{vs}}$, $\phi_{\mathrm{s}}$, $C_{\mathrm{d}}$ 及 $-C_{\mathrm{pb}}$ 的计算结果之置信度进行分析. 由表 2 可知, 文献 [18, 27] 中实验及 CFD 计算 [2,8,10,15,18,24,27,30] 所得 $\bar{f}_{\mathrm{vs}}$ 之值在 2.01—2.22 范围内, 所得 $\phi_{\mathrm{s}}$ 之值在 85—89.28 范围内, 所得 $C_{\mathrm{d}}$ 之值在 0.927—1.14 范围内, 而所得 $-C_{\mathrm{pb}}$ 之值在 0.829—1.077 范围内.

需要指出的是, 在上文统计中, 对 $\phi_{\mathrm{s}}$ 之 CFD 计算值, 已去掉了 Pereira 等 [2] (PANS) ( $f_{\mathrm{k}} = 0.25$ 和 0.5) 的异常计算结果, 以及 Luo 等 [24](PANS) ( $f_{\mathrm{k}} = 0.5$) 的异常计算结果. 对 $C_{\mathrm{d}}$ 之 CFD 计算值, 已去掉 Luo 等 [24](PANS)( $f_{\mathrm{k}} = 0.5$) 的异常计

表 6 当 $\Gamma_{\rm LES}$ 位于过渡层时, 相关流场统计量的数值结果

Table 6. Numerical results for flow statistic characteristics when $\Gamma_{\rm LES}$ is located in the buffer layer.

| $\Gamma_{\rm RANS}$ | | $\Gamma_{\rm LES}$ | | $\bar{f}_{\rm vs}$ | $\bar{f}_{\rm kh}$ | $\phi_{\rm s}/(^\circ)$ | $L_{\rm r}/D$ | $C_{\rm d}$ | $-C_{\rm pb}$ | 形状 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $r_{\rm k1}$ | $y^+_{\rm RANS}$ | $r_{\rm k2}$ | $y^+_{\rm LES}$ | | | | | | | |
| 0.9302 | 7.9 | 0.7333 | 10.4 | 0.222 | 1.48 | 87.9 | 1.13 | 1.12 | 1.06 | V |
| 0.9302 | 7.9 | 0.6364 | 13.3 | 0.225 | 1.44 | 87.6 | 1.19 | 1.12 | 1.02 | V |
| 0.7333 | 10.4 | | | 0.217 | 1.45 | 87.9 | 1.15 | 1.13 | 1.05 | V |
| 0.9302 | 7.9 | 0.5235 | 18.4 | 0.223 | 1.32 | 87.3 | 1.29 | 1.14 | 1.01 | V |
| 0.7333 | 10.4 | | | 0.221 | 1.37 | 86.9 | 1.37 | 1.08 | 0.99 | U |
| 0.5951 | 14.9 | | | 0.225 | 1.45 | 87.0 | 1.39 | 1.08 | 0.99 | U |
| 0.9302 | 7.9 | 0.4635 | 20.4 | 0.221 | 1.44 | 87.0 | 1.37 | 1.12 | 1.00 | U |
| 0.7333 | 10.4 | | | 0.219 | 1.34 | 87.6 | 1.16 | 1.13 | 1.03 | V |
| 0.5951 | 14.9 | | | 0.224 | 1.44 | 87.5 | 1.25 | 1.12 | 1.02 | V |
| 0.5235 | 18.4 | | | 0.224 | 1.47 | 86.4 | 1.46 | 1.12 | 0.96 | U |
| 0.9302 | 7.9 | 0.3687 | 29.6 | 0.224 | 1.48 | 87.4 | 1.27 | 1.13 | 1.02 | V |
| 0.5951 | 14.9 | | | 0.224 | 1.48 | 87.7 | 1.24 | 1.03 | 1.14 | V |
| 0.4635 | 20.4 | | | 0.218 | 1.40 | 88.0 | 1.08 | 1.08 | 1.15 | V |
| 0.3898 | 27.1 | | | 0.221 | 1.40 | 87.1 | 1.36 | 1.12 | 1.00 | U |

算结果, 以及 D'Alessandro 等[30](SA-DES) 的异常计算结果. 对 $-C_{\rm pb}$ 之 CFD 计算值, 已去掉 Luo 等[24](PANS)( $f_{\rm k}$ = 0.5) 的异常计算结果.

综合表 4—表 6 可知, 利用本文 WM-HRL 模型, 所得 $\bar{f}_{\rm vs}$ 的计算值在 0.217—0.226 范围内, 所得 $\phi_{\rm s}$ 之计算值在 86.4°—88.4° 范围内, 所得 $C_{\rm d}$ 之 CFD 计算值在 1.03—1.17 范围内, 而所得 $-C_{\rm pb}$ 之计算值在 0.95—1.15 范围内. 由此可见, 本文利用 WM-HRL 模型所得 $\bar{f}_{\rm vs}$, $\phi_{\rm s}$, $C_{\rm d}$ 及 $-C_{\rm pb}$ 之计算结果, 与文献 [18, 27] 中实验及 CFD 计算[2,8,10,15,18,24,27,30] 所得相应结果具有良好的一致性.

其次, 就利用本文 WM-HRL 模型所得 $\bar{f}_{\rm kh}$ 及 $L_{\rm r}/D$ 的计算结果之置信度进行分析. 由表 6 可知, 利用本文 WM-HRL 模型所得 $\bar{f}_{\rm kh}$ 的计算值与 Lehmkuhl 等[10] 利用 Mode H 之 DNS 计算结果相比, 相对误差最小为–1.49%, 最大为 10.44%. 对利用本文 WM-HRL 模型所得 $L_{\rm r}/D$ 的计算结果, 当计算得到 V 形速度剖面时, $L_{\rm r}/D$ 之计算值与 Lourenco 和 Shih[27] 的实验结果相比, 相对误差最小为–8.47%, 最大为 10.0%. 当计算得到 U 形速度剖面时, $L_{\rm r}/D$ 之计算值与 Parnaudeau 等[18] 的实验结果相比, 相对误差最小为–5.96%, 最大为–9.93%.

由于剪切层小尺度 K-H 不稳定性发生的位置是未知的, 但位于对数律层区中. 系列数值模拟结果表明, 对本文所构造的 WM-HRL 模型, 为了能够准确解析并捕捉剪切层小尺度 K-H 不稳定性的结构特征及其频谱特性, 可将其 LES 模式的启动边界均设置在过渡层内, 而 RANS 模式的结束边界则既可设置在过渡层内也可设置在黏性底层内, 并且使 $r_{\rm k2}\leqslant 0.2$, 即在对数律层区的网格具有至少 80% 的湍动能解析度.

在圆柱体展向长度及其网格系统已经确定的条件下, 对 DNS[6–12] 及 LES[6–8,13–23] 来讲, 通过 CFD 计算只能得到回流区长度及流向速度剖面形状的其中一种分支结构. 对 DES 类模型[24,30] 来讲, 不同 RANS 湍流模型的类型及 RANS/LES 之间不同的混合转换方式等, 均可能会影响其对回流区长度及流向速度剖面形状分支结构的计算结果.

对 PANS 模型[2,24–26] 而言, 其核心思想是通过引入一个 $f_{\rm k}$ 参数来调控流场可解/不可解湍流量的比例而实现. 对基于 SST $k$-$\omega$ 的 PANS 模型, $f_{\rm k}$ 参数可调控其 $\omega$ 方程中耗散项之值的变化. 一般地, $f_{\rm k}$ 值越小, 耗散项的值也越小, 从而使求解得到的比耗率 $\omega$ 增大, 进而使湍流涡黏系数 $\upsilon_{\rm t}$ 减小, 可解尺度就释放的越多[25].

对 PANS 模型, Pereira 等[2] 指出: 为准确获取圆柱绕流回流区结构及其长度信息, $f_{\rm k}$ 的值不能大于 0.5, 即 $f_{\rm k}\leqslant 0.5$. 同时, 当 $f_{\rm k}$ 从 0.5 减小到某个值 (文中为 0.25) 后, 圆柱尾部近壁面处流向

速度剖面的形状从 V 形转变为 U 形. 但 Luo 等 [24] 在 $f_k = 0.5$ 时通过 CFD 计算并没有得到准确的回流区长度, 而且在 $f_k = 0.1$ 时, 得到的是 V 形剖面. 导致这种相矛盾结果的原因之一, 可能与两位作者所使用网格结构及其空间分辨率分布不同有关 (具体见表 2).

本文采用 WM-HRL 模型的系列数值模拟结果表明, 在同一套网格系统下, 通过改变 WM-HRL 模型中两个边界位置及 3 个区域的湍动能解析度的组合, 既可以通过数值模拟获得与 Parnaudeau 等 [18] 实验结果一致的回流区长度及圆柱近壁面处平均流向速度的 U 形剖面, 也可以通过数值模拟获得与 Lourenco 和 Shih[27] 实验结果一致的回流区长度及圆柱近壁面处平均流向速度的 V 形剖面.

这表明对本文所建立的 WM-HRL 模型, 可以在同一套网格系统下通过变化湍动能解析度指标参数 $nr_{\text{k1-Q}}$ 和 $nr_{\text{k2-Q}}$ 准则的组合条件, 精细地解析圆柱绕流场中两类不同回流区长度结构特征, 及其对应的圆柱尾部近壁面处 U 形和 V 形两个流向速度剖面的分支结构.

## 4.2 一阶和二阶统计量特性

选取表 6 中相关数值模拟结果案列, 讨论雷诺数 $Re = 3900$ 下圆柱绕流场的一阶和二阶统计量特性的计算结果, 并与 Parnaudeau 等 [18] 及 Lourenco 和 Shih[27] 的相关实验结果进行比较分析. 对 U 形流向速度剖面的情况, 选取 4 个组合工况如下. Case AU: $y^+_{\text{RANS}} = 10.4$, $y^+_{\text{LES}} = 18.4$; Case BU: $y^+_{\text{RANS}} = 14.9$, $y^+_{\text{LES}} = 18.4$; Case CU: $y^+_{\text{RANS}} = 7.9$, $y^+_{\text{LES}} = 20.4$; Case DU: $y^+_{\text{RANS}} = 27.1$, $y^+_{\text{LES}} = 29.6$. 其中, 对 Case AU 工况, 其 RANS 结束边界位于黏性底层和过渡层交界处, 而 LES 启动边界位于过渡层内; 对 Case BU 工况, 其 RANS 结束边界和 LES 启动边界均位于过度层内; 对 Case CU 工况, 其 RANS 结束边界位于黏性底层内, 而 LES 启动边界位于过渡层内; 对 Case DU 工况, 其 RANS 结束边界位于过渡层内, 而 LES 启动边界位于过渡层与对数律层交界处.

对 V 形流向速度剖面的情况, 选取 4 个组合工况如下. Case AV: $y^+_{\text{RANS}} = 7.9$, $y^+_{\text{LES}} = 13.3$; Case BV: $y^+_{\text{RANS}} = 10.4$, $y^+_{\text{LES}} = 13.3$; Case CV: $y^+_{\text{RANS}} = 14.9$, $y^+_{\text{LES}} = 20.4$; Case DV: $y^+_{\text{RANS}} = 20.4$, $y^+_{\text{LES}} = 29.6$. 其中, 对 Case AV 工况, 其 RANS 结束边界位于黏性底层内, 而 LES 启动边界位于黏性底层与过渡层交界处; 对 Case BV 工况, 其 RANS 结束边界位于黏性底层和过渡层交界处, 而 LES 启动边界位于过渡层内; 对 Case CV 工况, 其 RANS 结束边界和 LES 启动边界均位于过渡层内; 对 Case DV 工况, 其 RANS 结束边界位于过渡层内, 而 LES 启动边界位于过渡层与对数律层交界处.

在针对一阶和二阶统计量的分析中, 对 Case AU—Case DU 这 4 种工况, 除了将其与 Parnaudeau 等 [18] 的实验结果进行比较外, 同时还与 Lehmkuhl 等 [10] 利用 Mode H 之 DNS 计算结果进行了比较. 对 Case AV—Case DV 这 4 种工况, 除了将其与 Lourenco 和 Shih[27] 的实验进行比较外, 同时还与 Lehmkuhl 等 [10] 利用 Mode L 之 DNS 计算结果进行了比较.

### 4.2.1 一阶统计量特性

在图 4 中, 分别给出了上述 8 种工况下圆柱表面周向系数 $C_p$ 分布特性的数值结果. 由于 Parnaudeau 等 [18] 和 Lourenco 和 Shih[27] 的实验没有给出圆柱表面压力系数的数据, 此处采用 Norberg[43] 的实验结果进行比较分析.

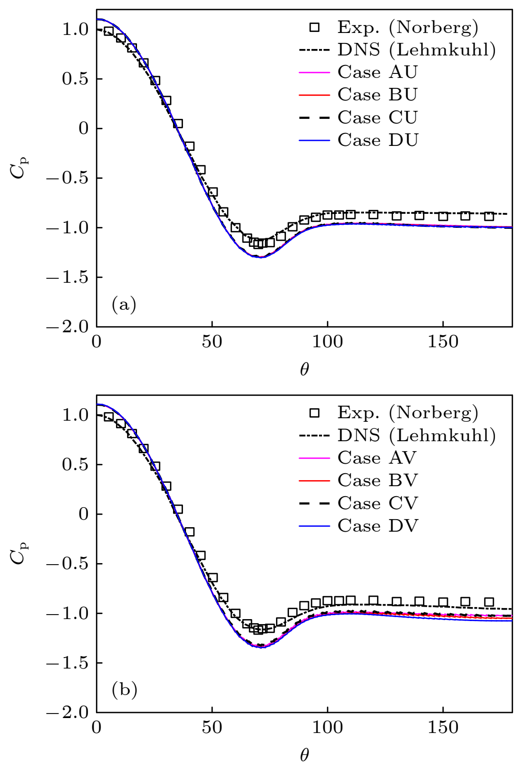


图 4 圆柱表面周向压力系数 $C_p$ 分布特性

Fig. 4. Azimuthal distribution characteristics for pressure coefficient along the circular cylinder surface.

由图 4 可知, 无论是对 Case AU—Case DU 这 4 种工况, 还是对 Case AV—Case DV 这 4 种工况, 利用本文 WM-HRL 模型所得沿圆柱表面周向压力系数 $C_\mathrm{p}$ 分布的数值结果之间的差异均很小. 对图 4(a) 的情况, 本文计算结果与 Norberg[43] 实验结果相比的相对误差最大为 10.3%, 而 Lehmkuhl 等[10] 利用 DNS(Mode L) 计算结果与 Norberg[43] 实验结果相比的相对误差最大为 3.1%. 对图 4(b) 的情况, 本文计算结果与 Norberg[43] 实验结果相比的相对误差最大为 14.0%, 而 Lehmkuhl 等[10] 利用 DNS(Mode H) 计算结果 Norberg[43] 实验结果相比的相对误差最大为 0.6%.

在图 5 中, 分别给出了前述 8 种工况下沿尾流中心线平均流向速度剖面特性的数值结果. 由图 5 可知, 在圆柱表面正后方中心线上的点 $P(0.5D, 0)$ 处, 平均流向速度的值为 0, 在达到一个负的最小值后开始增大, 并在中心线上的点 $Q(L_\mathrm{r}+0.5D, 0)$ 处又变为 0. 其中, $L_\mathrm{r}/D$ 为回流区长度. Parnaudeau 等[18] 的实验测量获得 $L_\mathrm{r}/D=1.51$, Lehmkuhl 等[10] 利用 Mode L 之 DNS 计算得到 $L_\mathrm{r}/D=1.55$, 如图 5(a) 所示. 而 Lourenco 和 Shih[27] 的实验测量获得 $L_\mathrm{r}/D = 1.18$, Lehmkuhl 等[10] 利用 Mode H 之 DNS 计算得到 $L_\mathrm{r}/D = 1.26$, 如图 5(b) 所示. 此即在雷诺数 $Re = 3900$ 下圆柱绕流两个实验及 DNS 计算中出现两类不同回流区分支结构的情况.

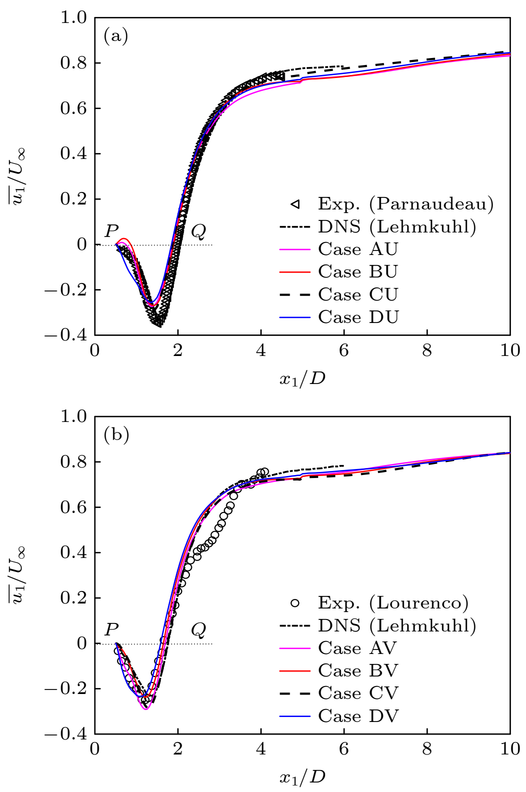


图 5　沿尾流中心线平均流向速度剖面特性

Fig. 5. Distribution characteristics of mean stream-wise velocities along the wake centerline.

由图 5 进一步可发现, 无论是对 Case AU—Case DU 这 4 种工况, 还是对 Case AV—Case DV 这 4 种工况, 利用本文 WM-HRL 模型所得沿尾流中心线平均流向速度分布的数值结果之间的差异均很小. 对图 5(a) 的情况, 在回流区外, 本文数值结果与 Parnaudeau 等[18] 的实验结果之间的相对误差最大为 5.5%, 而与 Lehmkuhl 等[10] 利用 Mode L 之 DNS 的计算结果之间的相对误差最大为 3.2%.

对图 5(b) 的情况, 本文数值结果与 Lehmkuhl 等[10] 利用 Mode H 之 DNS 的计算均吻合良好, 两者之间的相对误差最大为 4.2%. 但无论是本文计算结果还是 Lehmkuhl 等[10] 利用 Mode H 之 DNS 的计算结果, 在 $x_1/D \in [2.36, 3.26]$ 的范围内, 它们与 Lourenco 和 Shih[27] 的实验结果均有一定的差异.

图 6 中, 分别给出了前述 8 种工况下在 3 个不同站位 ($x_1/D = 1.06, 1.54, 2.02$) 处平均流向速度剖面特性的数值结果. 站位 $x_1/D = 1.06$ 位于剪切层 K-H 不稳定性结构发生区域, 同时也位于回流区内. Parnaudeau 等[18] 的实验测量获得 U 形速度剖面, 而 Lehmkuhl 等[10] 利用 Mode L 之 DNS 计算也得到 U 形剖面, 如图 6(a) 所示. 而 Lourenco 和 Shih[27] 的实验测量获得 V 形速度剖面, 而 Lehmkuhl 等[10] 利用 Mode H 之 DNS 计算也得到 V 形剖面, 如图 6(b) 所示. 此即在雷诺数 $Re = 3900$ 下, 圆柱绕流两个试验中所测量得到的平均流向速度剖面出现 U 形和 V 形两个流动分支结构的情况.

由图 6 可知, 无论是对 Case AU—Case DU 这 4 种工况, 还是对 Case AV—Case DV 这 4 种工况, 利用本文 WM-HRL 模型所得该站位处平均流向速度分布的数值结果之间的差异均很小. 在位于剪切层 K-H 不稳定性结构发生区域的站位 $x_1/D = 1.06$ 处, 对 Case AU—Case DU 这 4 种工况, 本文计算所得平均流向速度剖面均为 U 形, 与 Parnaudeau 等[18] 的实验及 Lehmkuhl 等[10] 利用 Mode L 之 DNS 计算所得速度剖面形状均一致. 对 Case AV—Case DV 这 4 种工况, 本文计算所得平均流

向速度剖面均为 V 形, 与 Lourenco 和 Shih[27] 的实验及 Lehmkuhl 等[10] 利用 Mode H 之 DNS 计算所得速度剖面形状均一致.

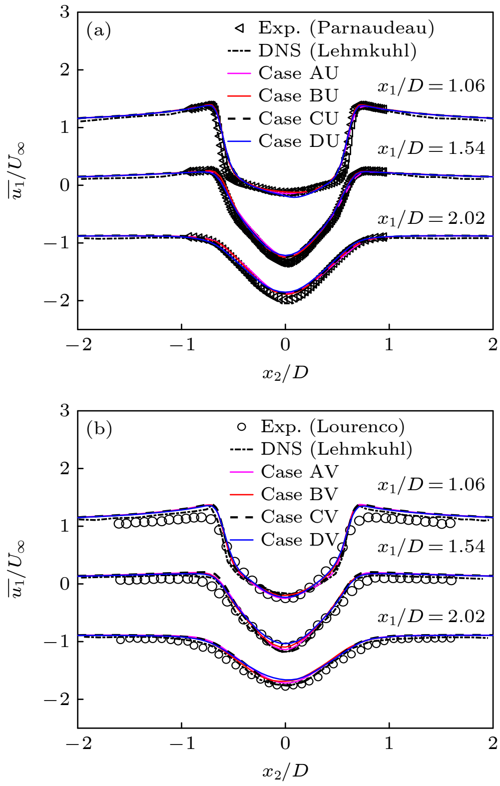


图 6 圆柱后方不同站位处平均流向速度剖面特性

Fig. 6. Distribution characteristics of mean stream-wise velocities at different locations in the backside of the circular cylinder.

站位 $x_1/D = 1.54$ 和 2.02 位于回流区中. 由图 6 可见, Parnaudeau 等[18] 和 Lourenco 和 Shih[27] 的实验结果均获得 V 形流向速度剖面, 而 Lehmkuhl 等[10] 利用 Mode L 和 H 之 DNS 计算也均获得 V 形流向速度剖面. 同时, 由图 6 还可观察到, 对 Case AU-Case DU 这 4 种工况, 利用本文 WM-HRL 模型计算所得平均流向速度剖面均为 V 形, 与 Parnaudeau 等[18] 的实验及 Lehmkuhl 等[10] 利用 Mode L 之 DNS 计算所得速度剖面形状一致. 对 Case AV—Case DV 这 4 种工况, 利用本文 WM-HRL 模型计算所得平均流向速度剖面也均为 V 形, 与 Lourenco 和 Shih[27] 的实验及 Lehmkuhl 等[10] 利用 Mode H 之 DNS 计算所得速度剖面形状均一致.

图 7 分别给出了前述 8 种工况下在 3 个不同站位 ($x_1/D = 1.06, 1.54, 2.02$) 处平均横向速度剖面特性的数值结果.

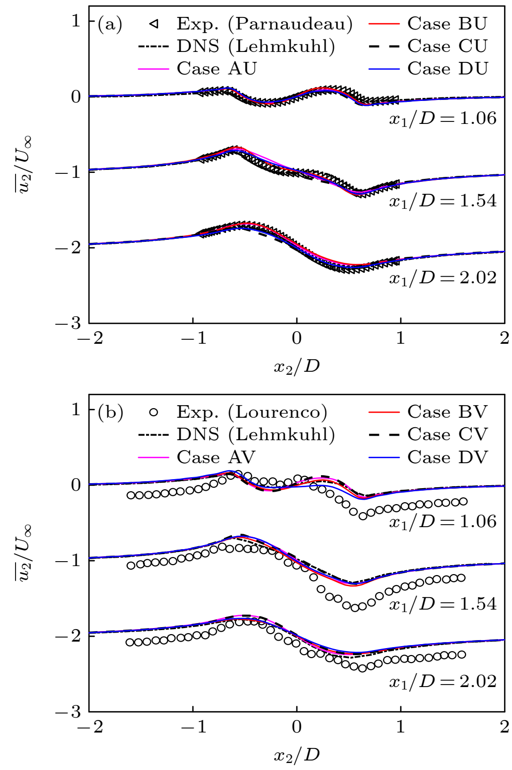


图 7 圆柱后方不同站位处平均横向速度剖面特性

Fig. 7. Distribution characteristics of mean cross-flow velocities at different locations in the backside of the circular cylinder.

由图 7 可见, 无论是对 Case AU—Case DU 这 4 种工况, 还是对 Case AV—Case DV 这 4 种工况, 利用本文 WM-HRL 模型所得圆柱后方不同站位处平均横向速度分布的数值结果差异均很小.

对图 7(a) 的情况, 在 $x_1/D = 1.06$ 站位处, 本文计算结果与 Parnaudeau 等[18] 实验结果之间的相对误差最大为 3.5%, 而与 Lehmkuhl 等[10] 利用 Mode L 的 DNS 计算结果之间的相对误差最大为 3.8%. 在 $x_1/D = 1.54$ 站位处, 本文计算结果与 Parnaudeau 等[18] 实验结果之间的相对误差最大为 9.9%, 而与 Lehmkuhl 等[10] 利用 Mode L 的 DNS 计算结果之间的相对误差最大为 10.3%. 在 $x_1/D = 2.02$ 站位处, 本文计算结果与 Parnaudeau 等[18] 实验结果之间的相对误差最大为 15%, 而与 Lehmkuhl 等[10] 利用 Mode L 之 DNS 计算结果之间的相对误差最大为 16.1%.

对图 7(b) 的情况, 本文计算结果与 Lehmkuhl 等[10] 利用 Mode H 之 DNS 计算结果一致, 但两者与 Lourenco 和 Shih[27] 的实验结果均有一定的差异. 在 $x_1/D = 1.06$ 站位处, 本文计算结果与 Lehmkuhl 等[10] 利用 Mode H 的 DNS 计算结果之

间的相对误差最大为 7.8%. 在 $x_1/D = 1.54$ 站位处, 本文计算结果与 Lehmkuhl 等 [10] 利用 Mode H 之 DNS 计算结果之间的相对误差最大为 5.4%. 在 $x_1/D = 2.02$ 站位处, 本文计算结果与 Lehmkuhl 等 [10] 利用 Mode H 之 DNS 计算结果之间的相对误差最大为 10.0%.

Tremblay[8] 采用 DNS 和 LES 均复现了 Lourenco 和 Shih[27] 对雷诺数 $Re = 3900$ 下, 圆柱绕流在其后方不同站位处平均流向及横向速度剖面特性的实验结果. 其中, LES 亚格子模型分别采用了经典 Smagorinsky 模型 (Smag) 及动态模型 (Dyn). 结果表明, DNS 的结果要优于 LES 的结果, 而 Dyn 亚格子模型的结果则要优于 Smag 亚格子模型的结果.

对 PANS 模型, 其对圆柱后方各站位处平均流向及横向速度剖面的计算精度依赖于滤波控制参数 $f_k$ 的取值方式. 对 DES 类模型, 其对圆柱后方各站位处平均流向及横向速度剖面的计算精度则依赖于所用 RANS 模型的类型及 RANS/LES 的混合转换方法等. 总体上, 在网格空间分辨率分布及相关的模型参数设置合理的条件下, 这两类模型对圆柱后方各站位处平均流向及横向速度剖面的计算精度, 一般地可以达到与 LES 相当的计算精度 [2,24–26,30].

本文采用 WM-HRL 模型的系列数值模拟结果表明, 在同一套网格系统下, 通过改变 WM-HRL 模型中两个边界位置及 3 个区域的湍动能解析度的组合, 既可以通过数值模拟获得与 Parnaudeau 等 [18] 实验所得一致的圆柱后方各站位处的平均流向及横向速度剖面, 也可以通过数值模拟获得与 Lourenco 和 Shih[27] 实验所得一致的圆柱后方各站位处的平均流向及横向速度剖面.

### 4.2.2 二阶统计量特性

图 8 分别给出了前述 8 种工况下在 3 个不同站位 ($x_1/D = 1.06, 1.54, 2.02$) 处各向同性流向雷诺应力剖面特性的数值结果.

由图 8 可见, 对 Case AU—Case DU 的情况, 在位于剪切层小尺度 K-H 不稳定性结构发生区域的站位 $x_1/D = 1.06$ 处, 本文计算结果与 Parnaudeau 等 [18] 的实验结果及 Lehmkuhl 等 [10] 利用 Mode L 之 DNS 计算结果相比, 主要差异在两个“峰”处. 在位于回流区的站位 $x_1/D = 1.54, 2.02$ 处, 本文计算结果与 Parnaudeau 等 [18] 的实验结果及 Lehmkuhl 等 [10] 利用 Mode L 的 DNS 计算结果相比, 在两个“峰”处的值小于相应的实验值及 DNS 计算值.

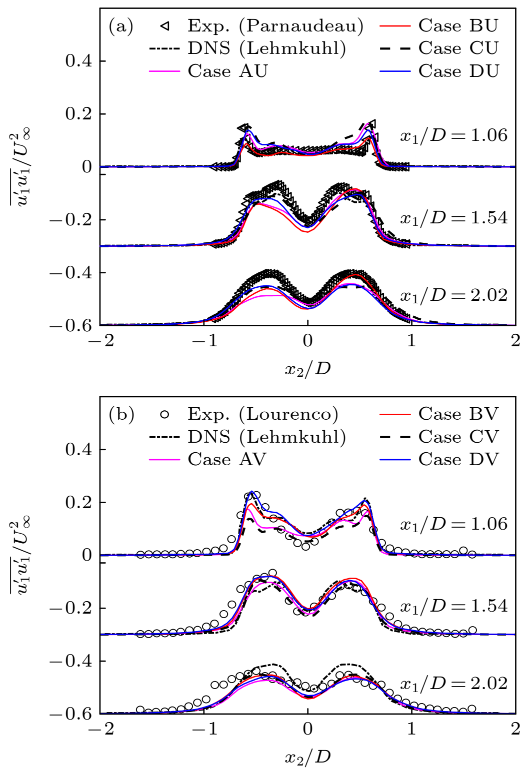


图 8 圆柱后方不同站位处各向同性流向雷诺应力剖面特性

Fig. 8. Distribution characteristics of isotropic stream-wise Reynolds stresses at different locations in the backside of the circular cylinder.

对 Case AV—Case DV 的情况, 本文计算结果均与 Lourenco 和 Shih[27] 实验结果及 Lehmkuhl 等 [10] 利用 Mode H 之 DNS 计算结果具有良好的一致性. 在位于剪切层小尺度 K-H 不稳定区的站位 $x_1/D = 1.06$ 处, 本文对 BV 和 DV 工况的计算结果与 Lourenco 和 Shih[27] 实验结果之间的最大相对误差分别为 1.7% 和 5%, 而与 Lehmkuhl 等 [10] 利用 Mode H 之 DNS 计算结果之间的最大误差分别为 0.3% 和 3.7%. 在 $x_1/D = 1.54$ 站位处, 本文计算结果与 Lourenco 和 Shih[27] 实验结果之间的最大相对误差分别为 16.1%, 3.4%, 3.8%, 6.4%. 在 $x_1/D = 2.02$ 站位处, 本文计算结果与 Lourenco 和 Shih[27] 实验结果之间的最大相对误差分别为 4.6%, 11%, 3.5%, 6.7%.

图 9 分别给出了前述 8 种工况下在 3 个不同站位 ($x_1/D = 1.06, 1.54, 2.02$) 处各向同性横向

雷诺应力剖面特性的数值结果.

由图 9 可见, 对 Case AU—Case DU 的情况, 在位于剪切层小尺度 K-H 不稳定区的站位 $x_1/D = 1.06$ 处, 本文计算结果与 Parnaudeau 等[18] 实验结果相比的最大相对误差分别为 23.6%, 7.7%, 15.7%, 9.1%, 而 Lehmkuhl 等[10] 利用 Mode L 之 DNS 计算结果与 Parnaudeau 等[18] 实验结果相比的最大相对误差为 14.5%.

在位于回流区的站位 $x_1/D = 1.54$ 处, 本文计算结果与 Parnaudeau 等[18] 实验结果相比的最大相对误差分别为 13.7%, 25.3%, 6.4%, 13.6%, 而 Lehmkuhl 等[10] 利用 Mode L 之 DNS 计算结果与 Parnaudeau 等[18] 实验结果相比的最大相对误差为 15%.

在位于回流区的站位 $x_1/D = 2.02$ 处, 本文计算结果与 Parnaudeau 等[18] 实验结果相比的最大相对误差分别为 3.3%, 7.2%, 12.9%, 0.5%, 而 Lehmkuhl 等[10] 利用 Mode L 的 DNS 计算结果与 Parnaudeau 等[18] 实验结果相比的最大相对误差为 7%.

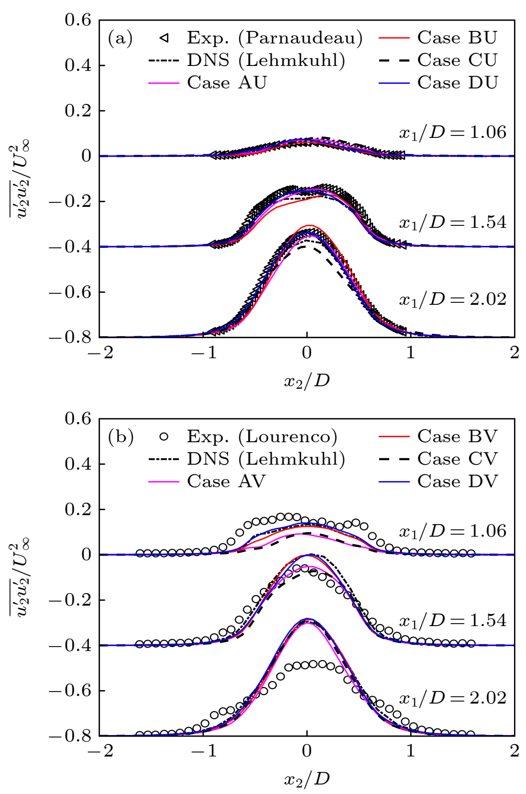


图 9 圆柱后方不同站位处各向同性横向雷诺应力剖面特性

Fig. 9. Distribution characteristics of isotropic cross-flow Reynolds stresses at different locations in the backside of the circular cylinder.

对 Case AV—Case DV 的情况, 无论是本文计算结果还是 Lehmkuhl 等[10] 利用 Mode H 的 DNS 计算结果一致, 两者均与 Lourenco 和 Shih[27] 的实验结果有一定的差异. 在位于剪切层小尺度 K-H 不稳定区的站位 $x_1/D = 1.06$ 处, 本文对 Case BV 和 Case DV 工况的计算结果与 Lehmkuhl 等[10] 利用 Mode H 的 DNS 计算结果之间的相对误差较小, 分别为 6.8% 和 3.7%, 而对 Case AV 和 CaseCV 工况, 本文计算结果与 Lehmkuhl 等[10] 利用 Mode H 之 DNS 计算结果的相对误差较大, 分别为 29.5% 和 29.3%.

在位于回流区的站位 $x_1/D = 1.54$ 处, 对 Case AV—Case DV 工况, 本文计算结果与 Lehmkuhl 等[10] 利用 Mode H 的 DNS 计算结果的相对误差分别为 7.75%, 15.2%, 14% 和 1%. 在位于回流区的站位 $x_1/D = 2.02$ 处, 对 Case AV—Case DV 工况, 本文计算结果与 Lehmkuhl 等[10] 利用 Mode H 之 DNS 计算结果的相对误差分别为 1.7%, 1.2%, 0.5%, 2.2%.

图 10 分别给出了上述 8 种工况下在 3 个不同站位 ($x_1/D = 1.06$, 1.54, 2.02) 处各向异性雷诺应力剖面特性的数值结果. 对此情况, Lehmkuhl 等[10] 没有给出相关的 DNS 之计算结果.

由图 10 可见, 对图 10(a) 的情况, 在位于剪切层小尺度 K-H 不稳定性发生区域的站位 $x_1/D = 1.06$ 处, 本文在 Case AU—Case DU 这 4 种工况下的计算结果均与 Parnaudeau 等[18] 的实验结果具有良好的一致性. 在位于回流区的站位 $x_1/D = 1.54$ 处, 本文对 Case AU 和 Case BU 的计算结果与 Parnaudeau 等[18] 的实验结果也具有良好的一致性, 但在 $|x_2/D| < 0.48$ 的范围内本文对 Case CU 和 Case DU 的计算结果, 与 Parnaudeau 等[18] 的实验结果有一定的差异, 最大相对误差分别为 38.7% 和 14.8%. 在位于回流区的站位 $x_1/D = 2.02$ 处, 本文对 Case BU—Case DU 的计算结果与 Parnaudeau 等[18] 的实验结果具有良好的一致性, 但在 $|x_2/D| < 0.48$ 的范围内本文对 Case AU 的计算结果, 与 Parnaudeau 等[18] 的实验结果有一定的差异, 最大相对误差为 30.8%.

对图 10(b) 的情况, 在位于剪切层小尺度 K-H 不稳定性发生区域的站位 $x_1/D = 1.06$ 处, 以及在位于回流区的站位 $x_1/D = 1.54$ 处, 本文对 Case AV—Case DV 这 4 种工况下的计算结果均

与 Lourenco 和 Shih[27] 的实验结果具有良好的一致性. 在位于回流区的站位 $x_1/D = 2.02$ 处, 本文对 Case AV—Case DV 的计算结果与 Lourenco 和 Shih[27] 的实验结果相比, 在"峰"和"谷"处有一定的差异. 其中, 在"峰"处的相对误差分别为 30.2%, 29.5%, 38%, 43.8%, 而在"谷"处的相对误差分别为 32.7%, 31.8%, 41.1%, 40.8%.

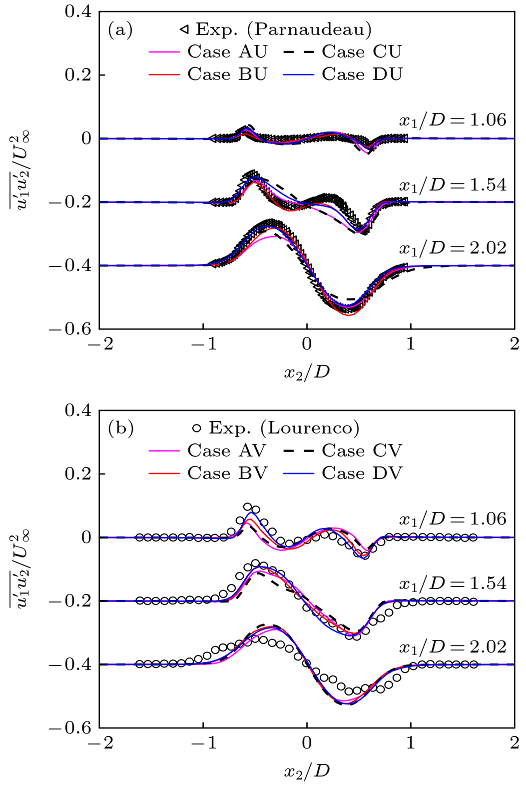


图 10 圆柱后方不同站位处各向异性雷诺应力剖面特性

Fig. 10. Distribution characteristics of anisotropy cross-flow Reynolds stresses at different locations in the backside of the circular cylinder.

Tremblay[8] 采用 DNS 和 LES 同时也均复现了 Lourenco 和 Shih[27] 对雷诺数 $Re = 3900$ 下, 圆柱绕流后方不同站位处雷诺应力剖面特性的实验结果. 其中, LES 亚格子模型分别包括经典 Smagorinsky 模型 (Smago) 及动态模型 (Dyn). 结果表明, DNS 的结果要优于 LES 的结果, 而 Dyn 亚格子模型的结果要优于 Smago 亚格子模型的结果.

对 PANS 模型, 其对圆柱后方各站位处雷诺应力剖面的计算精度同样地依赖于滤波控制参数 $f_{\rm k}$ 的取值方式. 对 DES 类模型, 其对圆柱后方各站位处雷诺应力剖面的计算精度则依赖于所选用 RANS 模型的类型及 RANS/LES 之间的混合转换方法等.

由于这两类模型均采用了相关的 RANS 模型, 而 RANS 模型对湍流尺度的解析能力是基于对涡黏系数的调控而实现, 但这种调控与计算网格的空间分布特性对湍流尺度的系统性分辨率直接相关. 通常情况下, 虽然可以通过加密网格来调控这两类模型对湍流尺度的解析能力, 但在近壁面网格较密的条件下, 会出现对网格空间分布特性过于敏感的缺陷, 导致近壁面 RANS 区域被破坏, 而网格空间分布尺度还没有小到足够进行大涡模拟的程度[25].

本文采用 WM-HRL 模型的系列数值模拟结果表明, 在同一套网格系统下, 通过改变 WM-HRL 模型中"两个边界位置"及"三个区域的湍动能解析度"的组合, 既可通过数值模拟获得与 Parnaudeau 等[18] 实验结果一致的圆柱后方各站位处的雷诺应力剖面, 也可以通过数值模拟获得与 Lourenco 和 Shih[27] 实验结果一致的圆柱后方各站位处的雷诺应力剖面.

研究发现, 对本文所构建的 WM-HRL 模型, 在 RANS/LES 混合转换区边界位置及其两个指标参数 $nr_{\rm k1\text{-}Q}$ 和 $nr_{\rm k2\text{-}Q}$ 准则取值的某些组合下, 计算所得二阶统计量与相关文献的实验结果相比, 存在较大的误差, 其主要原因如下.

第一, 在本文所构建的 WM-HRL 模型中, 其 RANS 模型采用的是 SST $k$-$\omega$ 模型. 该湍流模型在边界层内为标准的 Wilcox $k$-$\omega$ 两方程模型 (简称 SKW 模型). 对 WM-HRL 模型, 其 RANS 模型必须直接作用于圆柱近壁面处, 但对 SKW 模型, 会存在如下缺陷: 包括可能会过大地预测回流区的长度, 还可能会过大地预测壁面剪切应力的值及过小地预测壁面湍动能的值[44].

第二, 在本文所构建的 WM-HRL 模型中, LES 模型采用的是经典的 Smargorinsky 型亚格子模型. 该亚格子模型虽然概念简单且数值求解稳定性高, 但不仅会在近壁面产生过大的数值耗散, 而且定常的 Smagorinsky 常数难以描述复杂时空变化下的湍流场.

为克服上述两个缺陷, 对 RANS 模型可改用 Peng 等[44] 提出的低雷诺数 Wilcox $k$-$\omega$ 两方程模型的修正版本. Peng 等[44] 的研究表明, 该修正版本可有效地提高其对近壁面流的解析能力, 包括可减小近壁面处 $\omega$ 的值及增大近壁面处 $k$ 的值等, 并具有更好地模拟分离、回流及再附等复杂流动现象的能力.

另一方面, 对 LES 模型可改用动态 (Dyn) 亚格子模型. Tremblay[8] 的研究表明, 对雷诺数 $Re = 3900$ 下的圆柱绕流场问题, 与基于经典 Smagorinsky 型亚格子涡黏系数的 LES 模型相比, 采用基于动态 (Dny) 亚格子涡黏系数的 LES 模型, 可以更好地获得圆柱绕流场相关统计量的计算结果. 这些正是本文作者团队将在下一阶段重点开展的相关研究工作.

### 4.3 相干结构频谱及流场特征

首先研究剪切层小尺度 K-H 不稳定性结构发生区域的范围问题. 为此, 选取 Case CU 和 Case CV 两种工况进行分析. 研究对象为这两种工况下, 在图 3 中 P1—P12 这 12 个监测点处横向脉动速度的 Lomb 谱特征, 结果如图 11 和图 12 所示.

由图 11 和图 12 可见, 在 12 个监测点 P1—P12 处横向脉动速度的 Lomb 谱中, 均出现一个频率相对较低的谱峰, 该峰值所对应频率与涡泄频率一致, 其无因次频率 $\bar{f}_{\rm vs} \approx 0.22$. 同时, 在 12 个监测点 P1—P12 处横向脉动速度的 Lomb 谱中, 还会出现一个与该频率峰值相对应的倍频 ($2\bar{f}_{\rm vs}$) 成分. 前者为圆柱体升力脉动的主频成分, 而后者为圆柱体阻力脉动的主频成分.

对 Case CU 工况, 在测点 P4—P10 处横向脉动速度的 Lomb 谱中 (见图 11), 还可以观察到一个频率更高的谱峰, 该峰值所对应频率与剪切层小尺度 K-H 不稳定性的频率一致, 其无因次频率 $\bar{f}_{\rm kh}$ 在 1.33—1.47 之间. 进一步的研究表明, 在此工况下圆柱绕流场中剪切层小尺度 K-H 不稳定性结构发生在对数律层中 $89.4 \leqslant y^+ \leqslant 253.5$ 的区域.

对 Case CV 工况, 在测点 P4—P7 处横向脉动速度的 Lomb 谱中 (见图 12), 也可以观察到一个频率更高的谱峰, 该峰值所对应频率也与剪切层小尺度 K-H 不稳定性的频率一致, 其无因次频率 $\bar{f}_{\rm kh}$ 也在 1.43—1.44 之间. 进一步的研究表明, 在此工况下圆柱绕流场中剪切层小尺度 K-H 不稳定性结构发生在对数律层中 $89.4 \leqslant y^+ \leqslant 167.4$ 的区域.

讨论其他 6 个监测点 P13—P18 处流向和横向脉动速度的 Lomb 谱特征, 计算工况选取 Case CU 和 Case CV 两种情况, 结果如图 13 所示. 其中, 监测点 P13 和 P14 分别位于剪切层偏上及偏下的位置, 监测点 P15 位于剪切层脱落区, 监测点 P16 位于回流区内的尾流中线上, 而监测点 P17 和 P18 位于回流区外的尾流中线上.

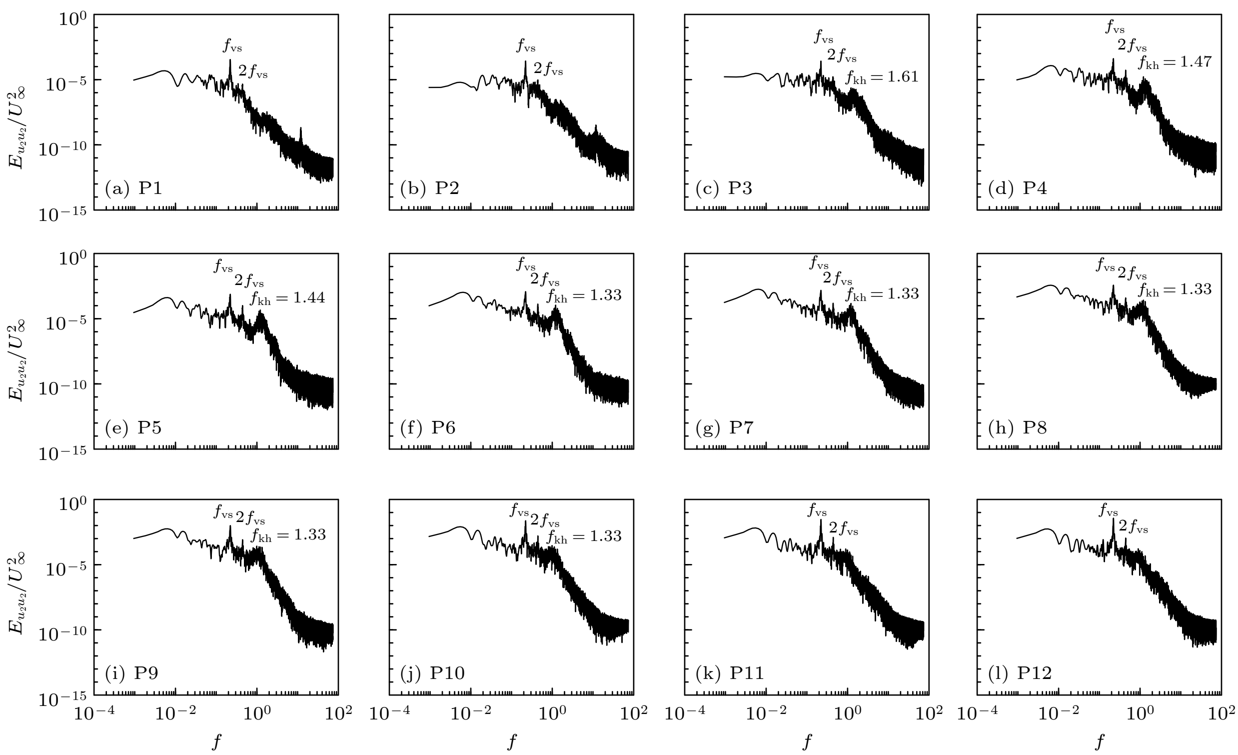


图 11 在 Case CU 工况下, 在 P1—P12 监测点处横向脉动速度的 Lomb 谱
Fig. 11. Lomb spectrums of the cross-stream fluctuation velocities at different probes P1–P12 for the Case CU.

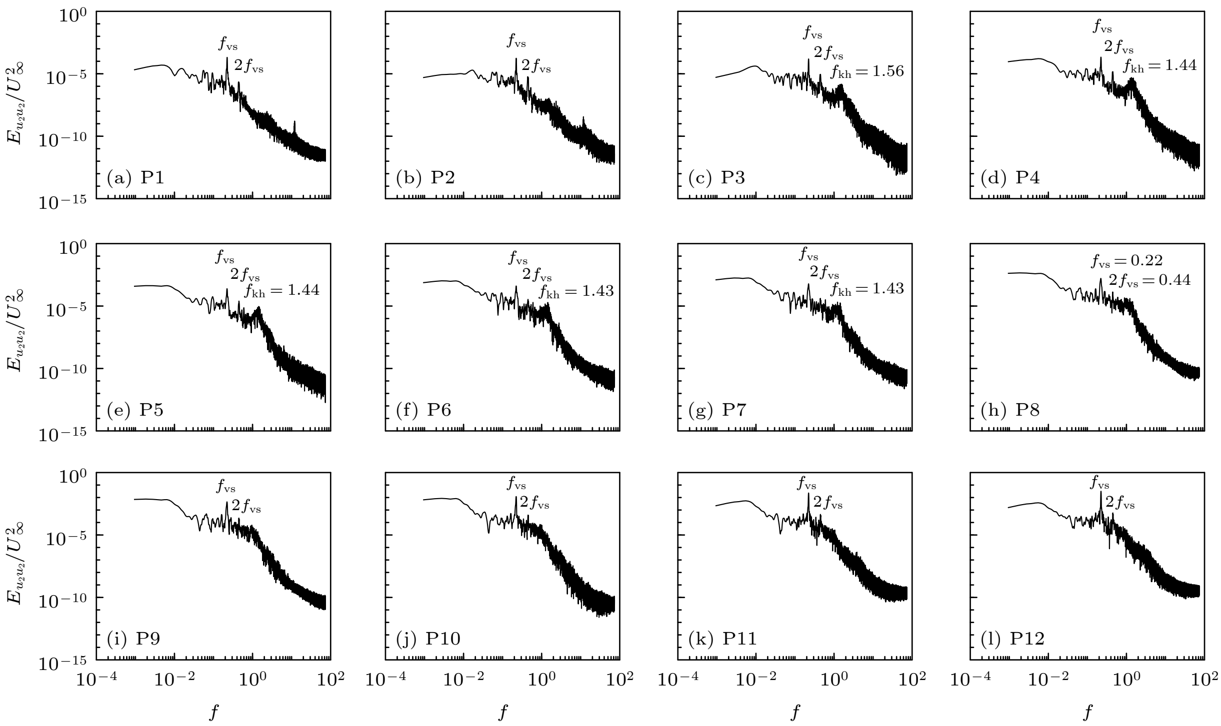


图 12　在 Case CV 工况下, 在 P1—P12 监测点处横向脉动速度的 Lomb 谱

Fig. 12. Lomb spectrums of the cross-stream fluctuation velocities at different probes P1–P12 for the Case CV.

由图 13 可见, 在 Case CU 和 Case CV 两种工况下, 对 P13—P18 这 6 个监测点, 无论是在其流向脉动速度的 Lomb 谱中, 还是在其横向脉动速度的 Lomb 谱中, 均清晰地出现两个频率较低的谱峰, 一个谱峰对应涡泄频率 ( $\bar{f}_{vs}$ ), 另一个谱峰对应涡泄频率的倍频 ( $2\bar{f}_{vs}$ ).

对位于剪切层脱落区的监测点 P15 的情况, 在 Case CU 和 Case CV 两种工况下, 无论是在其流向脉动速度的 Lomb 谱中, 还是在其横向脉动速度的 Lomb 谱中, 除了均清晰地出现单频频率 $\bar{f}_{vs}$ 及其倍频 $2\bar{f}_{vs}$ 的谱峰外, 还可观察到一个三倍频率 $3\bar{f}_{vs}$ 的谱峰.

对位于其他区域的监测点 P16—P18 的情况, 在 Case CU 和 Case CV 两种工况下, 从其流向脉动速度的 Lomb 谱中只能清晰地看到单频频率 $\bar{f}_{vs}$ 及其倍频 $2\bar{f}_{vs}$ 的谱峰, 而从其横向瞬态速度的 Lomb 频谱图中则只能清晰地看到单频频率 $\bar{f}_{vs}$ 及其三倍频率 $3\bar{f}_{vs}$ 的谱峰, 但没有出现明显的二倍频率 $2\bar{f}_{vs}$ 的谱峰.

由图 13 进一步可见, 在 Case CU 和 Case CV 两种工况下, 对位于剪切层偏上方的监测点 P13, 无论是在其流向脉动速度的 Lomb 谱中, 还是在其横向脉动速度的 Lomb 谱中, 除了均清晰地出现与涡泄相关的单频频率 $\bar{f}_{vs}$ 及倍频频率 $2\bar{f}_{vs}$ 的谱峰外, 还可清晰地观察到一个频率更高的谱峰, 其对应频率与剪切层小尺度 K-H 不稳定性结构的频率一致, 其无因次频率 $\bar{f}_{kh}$ 在 1.43—1.44 之间.

在 Case CU 和 Case CV 两种工况下, 对位于剪切层偏下方的监测点 P14, 在其流向脉动速度的 Lomb 谱图中, 只清晰地出现了与涡泄相关的单频频率 $\bar{f}_{vs}$ 及倍频频率 $2\bar{f}_{vs}$ 的谱峰. 然而, 在其横向脉动速度的 Lomb 谱图中, 除了均清晰地出现与涡泄相关的单频频率 $\bar{f}_{vs}$ 及倍频频率 $2\bar{f}_{vs}$ 的谱峰外, 还可清晰地观察到一个与剪切层小尺度 K-H 不稳定性结构频率一致的谱峰, 其无因次频率 $\bar{f}_{kh}$ 也在 1.43—1.44 之间.

最后, 从图 13 可见, 在 Case CU 和 Case CV 两种工况下, 对监测点 P13 和 P14, 无论是在其流向脉动速度的 Lomb 频谱图中, 还是在其横向脉动速度的 Lomb 谱中, 均没有出现明显的三倍频率 $3\bar{f}_{vs}$ 的谱峰.

对雷诺数 $Re = 3900$ 下圆柱绕流场中出现三倍频率的现象, 在 Parnaudeau 等 [18] 的 DNS 及 Pereira[2] 等的 PANS 计算中都有发现, 而在 Lehmkuhl 等 [10] 采用 DNS 及 Tremblay[8] 和 Breuer[15] 采用 LES 的计算中则没有发现. Ong 和 Wallace[45]

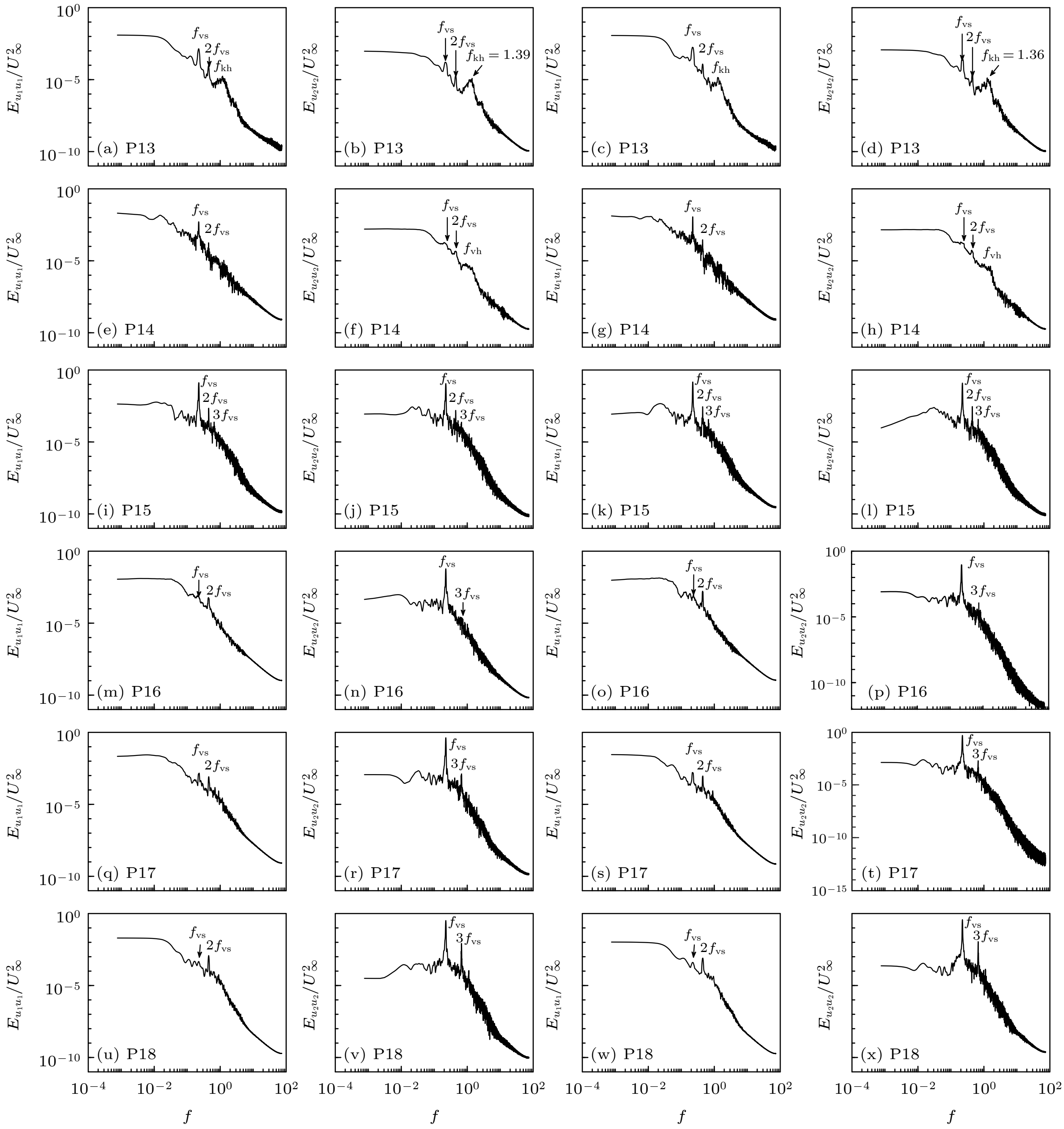


图 13 在 Case CU (第 1 和第 2 列) 和 Case CV (第 3 和第 4 列) 工况下, 在 P13—P18 监测点处流向 (第 1 和第 3 列) 及横向 (第 2 和第 4 列) 脉动速度的 Lomb 谱

Fig. 13. Lomb spectrums of the stream-wise (from the first to third rows) and cross-stream (from the second to fourth rows) fluctuation velocities at different probes P13–P18 for the Case CU (from the first to second rows) and the Case CV (from the third to fourth rows).

指出, 流体行为中的峰值现象可以通过线性稳定性理论进行预测, 用于研究各种不稳定性问题. 然而, 这个理论是否能够适用于本文所观察到的这种复杂现象, 或者本文算例所出现的这类复杂频谱现象是否还存在其他影响因素, 值得在后续工作中做进一步的研究.

最后讨论圆柱绕流场中两类相干结构的流场特征, 计算工况选取 Case AU—DU 及 Case AV—DV 两类情况, 结果如图 14 和图 15 所示. 其中, 图 14 的左列为 $x_3/D = \pi/2$ 断面上展向涡量 $\omega_3 = \partial u_2/\partial x_1 - \partial u_1/\partial x_2$ 的云图, 右列为流向速度云图, 且图中白色垂直虚线为回流区末端位置 (即 $u_1/U_\infty = 0$ 位置). 图 15 为沿圆柱体长度的三维展向涡量云图.

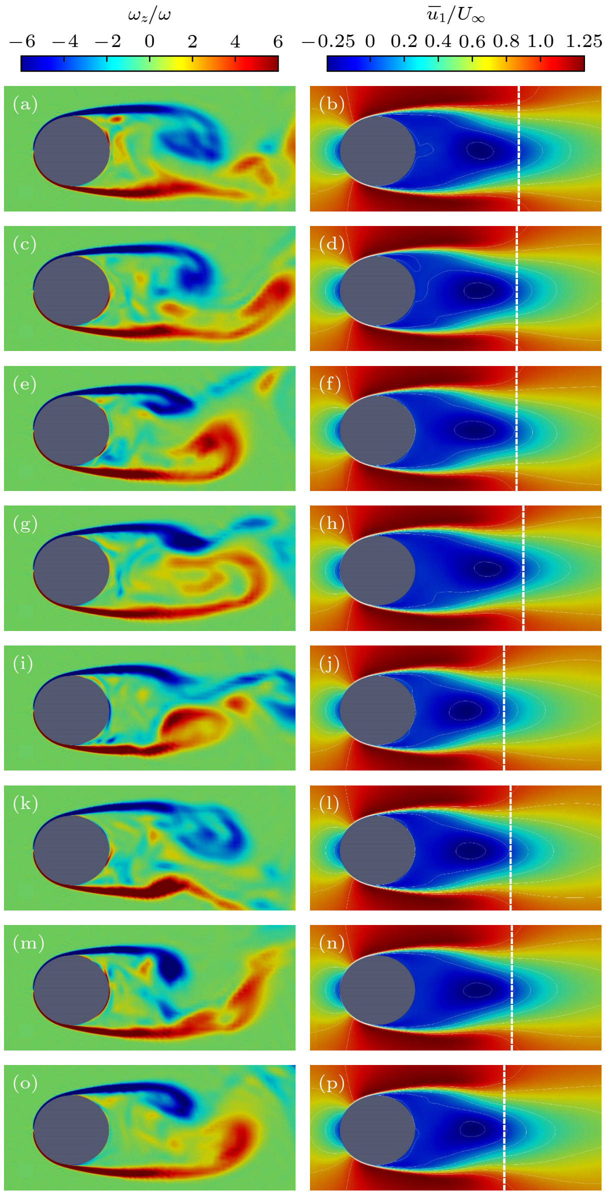


图 14 在 Case AU—DU(前 4 行) 和 Case AV—DV(后 4 行) 工况下, 圆柱绕流涡量 (左) 及流向速度 (右) 云图

Fig. 14. Contours of the span-wise vorticity (left) and stream-wise velocity (right) for both Case AU–DU (the first four lines) and Case AV–DV (the last four lines).

在 Case AU—DU 及 Case AV—DV 两类工况下, 从图 14 (左) 均清晰地可见附着于圆柱上下侧壁的两个层流分离剪切层结构, 表现为两条位置狭小的窄带结构. 同时, 从图 14 (右) 则可清晰地观察到圆柱尾部因流动分离而形成的两个回流区分支结构. 具体来说, 第 1 个分支结构发生在 $x_1/D = 1.06$ 处平均流向速度剖面为 U 形的情况, 回流区长度较长; 而第 2 个分支结构发生在 $x_1/D = 1.06$ 处平均流向速度剖面为 V 形的情况, 回流区长度较短.

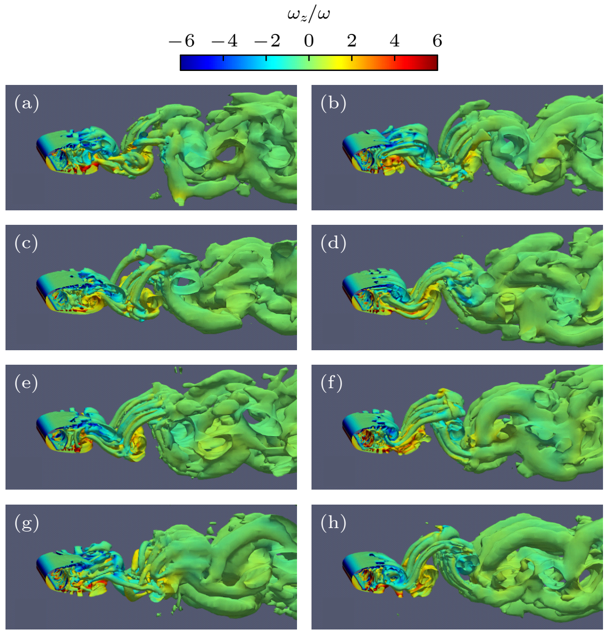


图 15 在 Case AU—DU (左) 和 Case AV—DV (右) 工况下, 圆柱绕流展向三维涡量云图

Fig. 15. Contours of the three-dimensional span-wise vorticities both Case AU–DU (left) and Case AV–DV (right).

结合图 11 和图 12 的结果进一步可知, 在 Case AU—DU 及 Case AV—DV 两类工况下, 两个剪切层中小尺度 K-H 不稳定性结构的触发位置都基本相同, 均约位于 $y^+ = 89.4$ 处, 但两个剪切层中小尺度 K-H 不稳定性结构的消逝位置不同. 在 Case AU—DU 工况下, 其消逝位置约为 $y^+ = 253.5$. 而在 Case AV—DV 工况下, 其消逝位置约为 $y^+ = 167.4$.

这意味着, 当 $x_1/D = 1.06$ 处平均流向速度剖面为 U 形时, 剪切层中小尺度 K-H 不稳定性结构的长度较大, 而且相应的回流区长度也较长. 而当 $x_1/D = 1.06$ 处平均流向速度剖面为 V 形时, 剪切层中小尺度 K-H 不稳定性结构的长度较小, 而且相应的回流区长度也较短. 因此, 对雷诺数 $Re = 3900$ 下圆柱绕流中出现两类回流区分支结构, 以及在圆柱尾部近壁面处平均流向速度出现 U 形和 V 形两类剖面结构形状的形成机理, 可能与 WM-HRL 模型中两个边界位置及 3 个区域的湍动能解析度发生变化时, 该湍流模型对圆柱绕流剪切层中小尺度层流分离流动的解析能力不同有关.

对 DNS 模型, 在同一套网格系统下, 其对圆柱绕流剪切层中小尺度层流分离流动的解析能力是确定的, 因此只能获得某一种回流区分支结构及与之对应的圆柱尾部近壁面平均流向速度剖面的

某一种形状. 但对不同的网格系统, 由于其对圆柱绕流剪切层中小尺度层流分离流动的解析能力相应地会不同, 进而可能会出现在不同网格系统下获得不同的回流区分支结构及与之对应的圆柱尾部近壁面流向速度剖面的 U 形或 V 形结构.

对 PANS 及 DES 类模型, 它们可选用不同的 RANS 湍流模型, 也可以改变湍流模型中的相关模型参数. 对 DES 类模型, 其执行 RANS/LES 之间转换过渡的方式还可以不同. 另一方面, 对 LES 模型, 其可以选用经典 Smagorinsky 及 Dyn 等[9] 不同的亚格子涡黏模型. 这些复杂的因素都可能会导致即使在同一套网格系统下, 使得这些湍流模型对圆柱绕流剪切层中小尺度层流分离流动的解析能力不同, 进而可能会获得不同的回流区分支结构及与之对应的圆柱尾部近壁面平均流向速度剖面的 U 形或 V 形结构.

亚临界雷诺数区圆柱绕流中主要有两类相干结构. 其中, 一类为剪切层小尺度 K-H 不稳定性结构, 而另一类为大尺度的 Karman 涡街结构. 为进一步阐述它们的形成机理及其特征, 在图 15 中, 给出了在 Case AU—DU 和 Case AV—DV 两类工况下, 圆柱绕流展向三维涡量云图的数值结果.

由图 15 并结合图 14 可见, 由于剪切层两侧的速度差诱发 K-H 不稳定性, 使剪切层失稳并出现滚卷现象. 一方面, 这种现象会在剪切层中导致大量小尺度的旋涡产生于此区域, 在横向瞬态速度的 Lomb 谱中表现为宽频信号的凸起 (见图 11 和图 12). 另一方面, 这种现象还会在圆柱尾迹区形成另一类大尺度的旋涡结构, 即 Karman 涡街结构, 在横向瞬态速度的 Lomb 谱中表现为频率相对较低的窄频信号的凸起 (见图 11—图 13).

由图 15 还可以清晰地观察到, 附着于圆柱壁面的剪切层伴随着其失稳、滚卷等复杂现象在圆柱尾流区形成流向与展向相嵌套的三维涡体结构. 由于本文所构建的 WM-HRL 模型具有能够精细解析湍流谱结构的能力 (见图 11—图 13), 进而不仅能够精细地解析各种小尺度涡结构 (如 K-H 不稳定性结构等), 又能够精细地解析各种大尺度涡结构 (如 Karman 涡街等). 因此, 该 WM-HRL 模型表现出预期的相当于 LES 甚至 DNS 对各种小尺度及大尺度运动解析的能力.

## 5 结 论

本文通过修改 SST-$k$-$\omega$ 湍流模型中 $k$ 方程的色散项, 构造了一种新的具有壁面模化能力的钝体绕流混合 RANS/LES 模型, 即 WM-HRL 模型. 该模型在钝体近壁面的某个计算区域内采用 RANS 模式, 在经历一个 RANS/LES 混合转换过渡区后, 在其余计算区域则采用 LES 模式, 且该 LES 模式等效为经典 Smagorinsky 亚格子模型.

通过构造一个仅与当地网格空间分布尺寸相关的湍动能解析度指标参数 $r_{\mathrm{k}}$, 提出了确定该 WM-HRL 模型两个边界位置和 3 个区域湍动能解析度的 $nr_{\mathrm{k1\text{-}Q}}$ 和 $nr_{\mathrm{k2\text{-}Q}}$ 准则. 其中, $nr_{\mathrm{k1\text{-}Q}}$ 准则用于确定 WM-HRL 模型中 RANS 模式结束边界位置, 及其在 RANS 区湍动能的最大解析度 (即 $r_{\mathrm{k1}}$ ), 而 $nr_{\mathrm{k2\text{-}Q}}$ 准则用于确定 WM-HRL 模型中 LES 模式启动边界位置及其在 LES 区对湍动能的最小解析度 (即 $r_{\mathrm{k2}}$ ).

在此基础上, 本文构造了一个新的具有双重保护功能的混合函数 $f_{\mathrm{nd}}$ . 第一重保护通过 $nr_{\mathrm{k1\text{-}Q}}$ 准则实现, 保证在 $r_{\mathrm{k}} \geqslant r_{\mathrm{k1}}$ 时 WM-HRL 为完全 RANS 模式. 通过第一重保护层的设置, 可使 WM-HRL 既具有延迟脱体涡模拟 (DDES) 的能力, 又具有壁面模化 (WM) 的能力. 在 RANS 区最大湍动能解析度指标 $r_{\mathrm{k1}}$ 的合理设置下, 可避免 MSD 和 GIS 的问题.

第二重保护通过 $nr_{\mathrm{k2\text{-}Q}}$ 准则实现, 可保证在 $r_{\mathrm{k}} \leqslant r_{\mathrm{k2}}$ 时 WM-HRL 为完全 LES 模式. 在此第二重保护层设置的条件下, 可通过 $r_{\mathrm{k2}}$ 值的合理设置, 一方面在进行计算网格设置时即可实现对 LES 启动边界位置的预先设定, 另一方面还可自定义 LES 区中 WM-HRL 对钝体绕流各种复杂湍流场的解析能力.

在合理设置 $nr_{\mathrm{k1\text{-}Q}}$ 和 $nr_{\mathrm{k2\text{-}Q}}$ 准则的条件下, 既可保证 WM-LES 模型在 RANS/LES 混合转换区即可激活 LES 模式, 同时还可保证在完全 LES 区即可完全激活 LES 模式, 进而避免 LLM 的问题.

基于该 WM-HRL 模型, 本文以雷诺数 $Re = 3900$ 下圆柱绕流为对象, 开展了系列数值模拟分析与评估, 得到如下主要结论.

1) 即使当 LES 的启动边界位于圆柱绕流剪切层小尺度 K-H 不稳定性区内时, 在合理设置的

$nr_{\text{k2-Q}}$ 准则 (一般需要 $r_{\text{k2}} \leqslant 0.5$) 的条件下, 该 WM-HRL 模型也能获取准确的涡泄频率、分离角、阻力系数及基准线压力系数等统计量信息.

2) 为使 WM-HRL 模型能够准确获取圆柱绕流剪切层小尺度 K-H 不稳定性结构特征及其频谱特性, 以及回流区两个分支结构的长度信息, 可将 LES 模式的启动边界位置均设置在过渡层内, 而 RANS 模式的结束边界位置则既可在黏性底层也可在过渡层内, 并且使 $r_{\text{k2}} \leqslant 0.2$, 即在对数律层区 LES 对湍动能具有至少具有 80% 的解析能力.

3) 在上述 2) 的条件下, WM-HRL 模型能够获取与相关实验精度相当的圆柱绕流一阶和二阶统计量的信息, 以及剪切层小尺度 K-H 不稳定性结构的无因次频率 $\bar{f}_{\text{kh}}$ 及回流区两个分支结构的长度信息, 并且当回流区长度的数值结果与 Parnaudeau 等 [18] 的实验结果一致, 在 $x_1/D = 1.06$ 处的平均流向速度剖面为 U 形, 而当回流区长度的数值结果与 Lourenco 和 Shih[27] 的实验结果一致, 则为 V 形.

特别地, 在本文的系列数值模拟中, 通过两个边界位置及 3 个区域的湍动能解析度的各种不同组合, 在仅用一套网格系统的条件下, 利用新构造的 WM-HRL 模型, 针对雷诺数 $Re = 3900$ 下圆柱绕流场问题, 获得了两类长度不同的剪切层小尺度 K-H 不稳定性结构特性, 具体如下.

第一类剪切层小尺度 K-H 不稳定性结构的长度较长, 此时回流区长度也较长, 与之相应的圆柱尾部近壁面处的平均流向速度剖面为 U 形. 第二类剪切层小尺度 K-H 不稳定性结构的长度较短, 此时回流区长度也较短, 与之相应的圆柱尾部近壁面处的平均流向速度剖面为 V 形.

关于雷诺数 $Re = 3900$ 下圆柱绕流场中回流区的两个分支结构, 以及与之相应的圆柱尾部近壁面处 U 形和 V 形两类平均流向速度剖面形状等问题, 已经成为困扰学界三十余年的难题. 本项研究为后续更深层次认识这一难题提供了一种新的手段.

## 参考文献


[1] Zdravkovich M M 1997 *Flow Around Circular Cylinders* (Vol. 120) (Oxford: Oxford Science Publication) pp2–7

[2] Pereira F S, Eça L, Vaz G, Girimaji S S 2018 *J. Comput. Phys.* **363** 98

[3] Prasad A, Williamson C H K 1996 *Phys. Fluids* **8** 1347

[4] Williamson C H K 1988 *Phys. Fluids* **31** 3165

[5] Palkin E, Mullyadzhanov R, Hadžiabdić M, Hanjalić K 2016 *Flow Turbul. Combust.* **97** 1017

[6] Xia M, Karniadakis G E 1997 *Proceedings of the First AFOSR International Conference on DNS/LES* Ruston, LA, August 4–8, 1997 p129

[7] Ma X, Karamanos G S, Karniadakis G E 2000 *J. Fluid Mech.* **410** 29

[8] Tremblay F 2001 *Ph. D. Dissertation* (Munich: Technical University of Munich)

[9] Dong S, Karniadakis G E, Ekmekci A, Rockwell D 2006 *J. Fluid Mech.* **569** 185

[10] Lehmkuhl O, Rodr´ıguez I, Borrell R, Chiva J, Oliva A 2013 *Phys. Fluids* **25** 085109

[11] Song B Y, Ping H, Zhu H B, Zhou D, Bao Y, Cao Y, Han Z L 2022 *Phys. Fluids* **34** 15109

[12] Ooi A, Lu W, Chan L, Cao Y, Leontini J, Skvortsov A 2022 *Int. J. Heat Fluid Flow* **96** 108982

[13] Kim S E 2012 *44th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit* Reno, Nevada, January 9–12, 2006 p1418

[14] Beaudan P, Moin P 1994 *Numerical Experiments on the Flow Past a Circular Cylinder at Sub-critical Reynolds Number* (Stanford: Stanford University) p57

[15] Breuer M 1998 *Int. J. Numer. Methods Fluids* **28** 1281

[16] Kravchenko A G, Moin P 2000 *Phys. Fluids* **12** 403

[17] Franke J, Frank W 2002 *J. Wind Eng. Ind. Aerodyn.* **90** 1191

[18] Parnaudeau P, Carlier J, Heitz D, Lamballais E 2008 *Phys. Fluids* **20** 085101

[19] Wong J, Png E 2010 *Adv. Fluid Mech.* **8** 79

[20] Afgan I, Kahil Y, Benhamadouche S, Sagaut P 2011 *Phys. Fluids* **23** 075101

[21] Lysenko D A, Ertesvåg I S, Rian K E 2012 *Flow Turbul. Combust.* **89** 491

[22] Tian G, Xiao Z 2020 *AIP Adv.* **10** 85321

[23] Guo Z Y, Yu P X, Ouyang H 2021 *J. Shanghai Jiaotong Univ. Sci.* **55** 924 (in Chinese) [郭志远, 虞培祥, 欧阳华 2021 上海交通大学学报 **55** 924]

[24] Luo D H, Yan C, Liu H K, Zhao R 2014 *J. Wind Eng. Ind. Aerodyn.* **134** 65

[25] Liu Y, Guan X R, Xu C 2019 *Acta Aero. Sin.* **37** 530 (in Chinese) [刘跃, 管小荣, 徐诚 2019 空气动力学学报 **37** 530]

[26] Kořínek T, Tisovský T, Fraňa K 2021 *Int. J. Therm. Sci.* **169** 106977

[27] Lourenco L M, Shih C 1993 *Characteristics of the Plane Turbulent Near-wake of a Circular Cylinder, A Particle Image Velocimetry Study* (Data Taken From Beaudan and Moin, 1994)

[28] Spalart P R 2000 *Int. J. Heat Fluid Flow* **21** 252

[29] Fröhlich J, Von Terzi D 2008 *Prog. Aerosp. Sci.* **44** 349

[30] D'Alessandro V, Montelpare S, Ricci R 2016 *Comput. Fluids* **136** 152

[31] Gritskevich M S, Garbaruk A, Schütze J, Menter F R 2012 *Flow Turbul. Combust.* **88** 431

[32] Menter F R, Kuntz M, Langtry R 2003 *Turbul. Heat Mass Transf.* **4** 625

[33] Spalart P R, Deck S, Shur M L, Squires K D, Strelets M K, Travin A 2006 *Theor. Comput. Fluid Dyn.* **20** 181

[34] Shur M L, Spalart P R, Strelets M K, Travin A K 2008 *Int. J. Heat Fluid Flow* **29** 1638

[35] Johansen S T, Wu J, Shyy W 2004 *Int. J. Heat Fluid flow* **25** 10

[36] Breuer M, Jovičić N, Mazaev K 2003 *Int. J. Numer. Methods*

*Fluids* **41** 357

[37] Reddy K R, Ryon J A, Durbin P A 2014 *Int. J. Heat Fluid Flow* **50** 103

[38] Song H Q, Zhang K L, Ma M 2022 *J. B. Univ. Aeronaut Astronaut* **36** 2482 (in Chinese) [宋汉奇, 张恺玲, 马鸣 2022 北京航空航天大学学报 **36** 2482]

[39] Larsson J, Kawai S, Bodart J, Bermejo-Moreno I 2016 *Mech. Eng. Rev.* **3** 15

[40] Pope S B 2000 *Turbulent Flows* (New York: Cornell University) pp290–299

[41] Han Y Y, He Y Y, Le J L 2020 *AIAA J.* **58** 712

[42] Lacombe F, Pelletier D, Garon A 2019 *AIAA SciTech Forum San Diego, California, January 7–11, 2019* p2329

[43] Norberg C 1994 *J. Fluid Mech.* **258** 287

[44] Peng S H, Davidson L, Holmberg S 1994 *J. Fluids Eng.* **119** 867

[45] Ong L, Wallace J 1996 *Exp. Fluids* **20** 441

# A wall-modeled hybrid RANS/LES model for flow around circular cylinder with coherent structures in subcritical Reynolds number regions

Ji Meng [1)] You Yun-Xiang [1)3)†] Han Pan-Pan [1)] Qiu Xiao-Ping [2)]
Ma Qiao [2)] Wu Kai-Jian [2)]

1) (*State Key Laboratory of Ocean Engineering, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai* 200240, *China*)

2) (*Shanghai Junyu Information Technology Limited, Shanghai* 201800, *China*)

3) (*Sanya Yazhou Bay Deep Sea Technology Research Institute, Sanya* 572000, *China*)

( Received 2 November 2023; revised manuscript received 8 December 2023 )

**Abstract**

In the present paper, a hybrid RANS/LES model with the wall-modelled LES capability (called WM-HRL model) is developed to perform the high-fidelity CFD simulation investigation for complex flow phenomena around a bluff body with coherent structure in subcritical Reynolds number region. The proposed method can achieve a fast and seamless transition from RANS to LES through a filter parameter $r_{\mathrm{k}}$ which is only related to the space resolution capability of the local grid system for various turbulent scales. Furthermore, the boundary positions of the transition region from RANS to LES, as well as the resolving capabilities for the turbulent kinetic energy in the three regions, i.e. RANS, LES and transition region, can be preset by two guide index parameters $nr_{\mathrm{k1\text{-}Q}}$ and $nr_{\mathrm{k2\text{-}Q}}$. Through a series of numerical simulations of the flow around a circular cylinder at Reynolds number $Re$ = 3900, the combination conditions are obtained for such two guide index parameters $nr_{\mathrm{k1\text{-}Q}}$ and $nr_{\mathrm{k2\text{-}Q}}$ that have the capability of high-fidelity resolving and capturing temporally- and spatially-developing coherent structures for such complex three-dimensional flows around such a circular cylinder. The results demonstrate that the new WM-HRL model is capable of accurately resolving and capturing the fine spectral structures of the small-scale Kelvin-Helmholtz instability in the shear layer for flow around such a circular cylinder. Furthermore, under a consistent grid system, through different combinations of these two guide index parameters $r_{\mathrm{k1}}$ and $r_{\mathrm{k2}}$, the fine structuresof the recirculation zones with two different lengths and the U-shaped and V-shaped distribution of the average stream-wise velocity in the cylinder near the wake can also be obtained.

**Keywords:** flow around a cylinder, coherent structures, Kelvin-Helmholtz instability, hybrid RANS/LES model

**PACS:** 47.11.–j, 47.20.Ft, 47.27.De, 47.27.em **DOI:** 10.7498/aps.73.20231745

† Corresponding author. E-mail: youyx@sjtu.edu.cn

物理学报 Acta Physica Sinica

Chinese Physical Society

Institute of Physics, CAS

**亚临界区圆柱绕流相干结构壁面模化混合RANS/LES模型**

季梦 尤云祥 韩盼盼 邱小平 马乔 吴凯健

**A wall-modeled hybrid RANS/LES model for flow around circular cylinder with coherent structures in subcritical Reynolds number regions**

Ji Meng You Yun-Xiang Han Pan-Pan Qiu Xiao-Ping Ma Qiao Wu Kai-Jian

引用信息 Citation: Acta Physica Sinica, 73, 054701 (2024) DOI: 10.7498/aps.73.20231745

在线阅读 View online: https://doi.org/10.7498/aps.73.20231745

当期内容 View table of contents: http://wulixb.iphy.ac.cn

---