

一种新型复合指数型局部有源忆阻器耦合的 Hopfield 神经网络*

王梦蛟^{1)†} 杨琛²⁾ 贺少波¹⁾ 李志军¹⁾

1) (湘潭大学自动化与电子信息学院, 湘潭 411105)

2) (湘潭大学物理与光电工程学院, 湘潭 411105)

(2023 年 11 月 30 日收到; 2024 年 4 月 29 日收到修改稿)

由忆阻耦合的神经网络模型, 因其能更真实地反映生物神经系统的复杂动力学特性而被广泛研究. 目前用于耦合神经网络的忆阻器数学模型主要集中在一次函数、绝对值函数、双曲正切函数等, 为进一步丰富忆阻耦合神经网络模型, 且考虑到一些掺杂半导体中粒子的运动规律, 设计了一种新的复合指数型局部有源忆阻器, 并将其作为耦合突触用于 Hopfield 神经网络, 利用基本的动力学分析方法, 研究了系统在不同参数下的动力学行为, 以及在不同初始值下多种分岔模式共存的现象. 实验结果表明, 忆阻突触内部参数对系统具有调控作用, 且该系统拥有丰富的动力学行为, 包括对称吸引子共存、非对称吸引子共存、大范围的混沌状态和簇发振荡等. 最后, 用 STM32 单片机对系统进行了硬件实现.

关键词: 局部有源忆阻器, Hopfield 神经网络, 多种共存吸引子, 簇发振荡

PACS: 05.45.-a, 02.30.Oz

DOI: 10.7498/aps.73.20231888

1 引言

蔡少棠在 1971 年基于电荷 q 与磁通 φ 之间的关系定义了忆阻器^[1]. 2014 年, 局部有源忆阻器的概念被提出^[2]. 至今, 各类忆阻器模型已经被广泛应用于构造连续混沌系统^[3]、离散混沌映射^[4]等, 由此还可以进一步实现图像加密^[5]、参数识别^[6]、文字识别^[7]等功能. 此外, 在构建人工神经元^[8]以及神经形态计算^[9]等方面, 忆阻器也有着很大的应用前景. 在构建人工神经网络方面, 因为传统的神经网络模型中使用的是固定电阻来模拟神经突触, 电阻的阻值一旦确定调整起来就十分不便, 这并不符合突触强度可变的特点, 使研究具有很大的局限性. 而无源忆阻器具有记忆性且阻值可调, 可

用于模拟神经元的突触行为, 局部有源忆阻器还具有放大微弱信号的能力, 可用于模拟神经元的动作电位^[10], 所以在构建人工神经网络时就引入了忆阻器模型^[11,12]. 这些利用忆阻器模型进行突触耦合的神经网络, 可以实现突触强度的可变性, 能够更加真实地模拟生物神经网络, 这些优点是传统的神经网络所没有的.

1984 年, Hopfield^[13]提出的 Hopfield 神经网络 (Hopfield neural network, HNN) 模型不仅具有类似生物神经系统的网络结构, 而且能产生类似大脑混沌的复杂动力学行为, 因而被广泛研究, 目前已提出了大量的忆阻耦合 HNN. 2019 年, Chen 等^[14]用理想磁控忆阻器模拟双神经元 HNN 中的电磁感应, 研究了系统在耦合强度变化时的动力学行为以及不同初始值下的共存分岔. 2020 年,

* 国家自然科学基金 (批准号: 62071411) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: wangmj@xtu.edu.cn

Lin 等^[15]提出了一个具有超级多稳态的忆阻器模型, 将其替换 4 神经元 HNN 中的一个突触权重, 研究了耦合强度的变化对系统动力学行为的影响. 上述两篇文章中用到的忆阻的数学模型均为一次函数. 2021 年, Chen 等^[16]提出了一个 3 神经元 HNN, 采用双曲型忆阻器模拟神经元之间的电磁感应, 研究了在引入的忆阻器个数不同时, 系统与耦合强度相关的共存分岔. 2022 年, Li 等^[17]提出了一种三稳态局部有源忆阻器, 用于替换 3 神经元 HNN 中的一个突触权重, 该忆阻的数学模型为二次函数. Doubla 等^[18]用忆阻器表示由单神经元膜电位诱导的电磁感应, 发现了隐藏的极端多稳态性, 采用的忆阻的数学模型包括两个非线性函数, 分别是双曲正切函数和余弦函数. 2023 年, 黄丽丽等^[19]提出了一种绝对值忆阻耦合自突触的 HNN, 讨论了不同耦合强度下系统的动力学行为及不同初始值下对称吸引子的共存行为. Lin 等^[20]利用忆阻器耦合了两个非对称 HNN. Wan 等^[21]用忆阻器替换 3 神经元 HNN 中的一个突触权重, 用到的忆阻的数学模型也均为一次函数. 此外, Lin 等^[22]还详细分类总结了忆阻耦合 HNN 的研究进展.

虽然目前已经提出了很多忆阻耦合 HNN, 但其中用到的忆阻的数学模型还不够丰富, 且大部分系统的混沌状态范围都很小, 而混沌行为对应于大脑的正常状态, 应该占系统状态的大部分比例^[23], 此外混沌对于神经生理学中正常和异常功能的实验工作以及数学建模也都有影响^[24], 因此讨论系统的混沌状态范围大小是很有必要的. 本文提出了一种复合指数型局部有源忆阻器, 并用其替换 4 神

经元 HNN 中的一个突触连接, 分别研究了在忆阻器内部参数和外部刺激电流的频率变化下系统的动力学行为, 发现该网络具有十分丰富的非线性现象, 最后用 STM32 单片机对系统进行硬件实现.

2 局部有源忆阻器模型

2.1 数学模型

通用型忆阻器的模型为^[25]

$$\begin{cases} i = G(x)v, \\ dx/dt = g(x, v), \end{cases} \quad (1)$$

其中, $G(x)$ 表示忆导函数, v 和 i 表示忆阻器两端的电压和电流, x 表示状态变量. 已知局部有源是复杂性的起源, 局部有源忆阻系统能产生更复杂和丰富的动力学行为^[26], 具有多个平衡点的局部有源忆阻器会导致系统的多稳定性和复杂性^[27]. 因此, 基于 (1) 式, 在忆阻器的状态方程中引入正弦函数, 并考虑到一些掺杂半导体中粒子的运动规律服从指数定律, 提出了新的压控型通用忆阻器模型如下:

$$\begin{cases} i = (k_1 e^{|x|/m_1} + m_2)v, \\ dx/dt = \sin(x) + v, \end{cases} \quad (2)$$

其中, k_1 , m_1 , m_2 是忆阻器的内部参数, 绘制忆导函数 $G(x)$ 与参数 k_1 , m_1 , m_2 之间的关系如图 1 所示. 当 $k_1 > 0$ 时, 由图 1(a) 可知, 当 $m_1 = 3$, $m_2 = -3$ 时, 随着 k_1 取值的增大, $G(x) < 0$ 的区间逐渐缩小, 直到 $k_1 \geq 3$ 时, $G(x) \geq 0$, 彻底失去有源区间. 当 $m_1 > 0$ 时, 由图 1(b) 可以看出, 当 $k_1 = 1$, $m_2 = -3$ 时, 始终存在一定范围的 x 使 $G(x) < 0$, 随着 m_1 的增

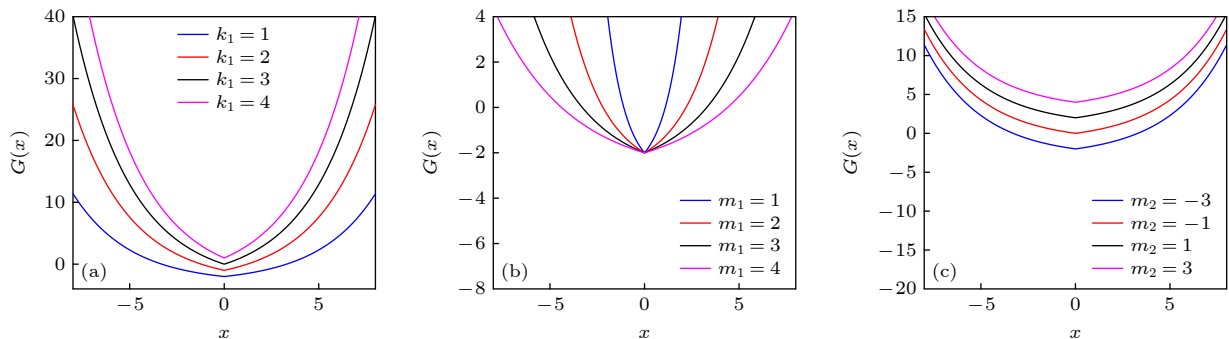


图 1 $G(x)$ 与 k_1 , m_1 , m_2 之间的关系图 (a) $m_1 = 3$, $m_2 = -3$ 时, k_1 与 $G(x)$ 之间的关系图; (b) $k_1 = 1$, $m_2 = -3$ 时, m_1 与 $G(x)$ 之间的关系图; (c) $k_1 = 1$, $m_1 = 3$ 时, m_2 与 $G(x)$ 之间的关系图

Fig. 1. Relationship between $G(x)$ and k_1 , m_1 and m_2 : (a) Relationship between k_1 and $G(x)$ when $m_1 = 3$ and $m_2 = -3$; (b) the relationship between m_1 and $G(x)$ when $k_1 = 1$ and $m_2 = -3$; (c) the relationship between m_2 and $G(x)$ when $k_1 = 1$ and $m_1 = 3$.

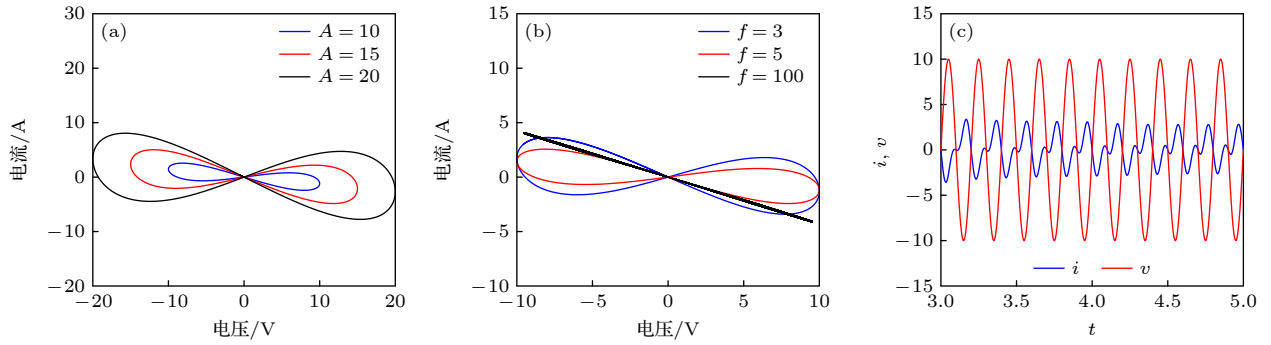


图 2 忆阻器的滞回曲线和时域波形 (a) 不同幅值下的迟滞回线; (b) 不同频率下的迟滞回线; (c) 电压和电流的时域波形
Fig. 2. Hysteresis curves and time domain waveforms of memristor: (a) Hysteresis curves at different amplitudes; (b) hysteresis curves at different frequencies; (c) time domain waveforms of voltage and current.

大, $G(x) < 0$ 的区间逐渐增大. 由图 1(c) 可知, 当 $k_1 = 1$, $m_1 = 3$ 时, 直到 $m_2 \leq -1$, $G(x)$ 才开始小于等于 0, 此后随着 m_2 的减小, $G(x) < 0$ 的区间逐渐增大.

综上, 当 $0 < k_1 < 3$, $m_1 > 0$, $m_2 \leq -3$ 时, 必然存在一定范围的 x 使 $G(x) < 0$. 故可以令 $k_1 = 1$, $m_1 = 3$, $m_2 = -3$, 从而保证模型是局部有源的, 将 (2) 式写为

$$\begin{cases} i = (e^{|x|/3} - 3)v, \\ dx/dt = \sin x + v. \end{cases} \quad (3)$$

2.2 基本特性

在忆阻器的两端施加正弦电压 $v = A \sin(2\pi ft)$, 研究外部激励对忆阻器动力学行为的影响, 分别绘制出当 $f = 5$ Hz, $x_0 = 1$ 时, 不同幅值对应的滞回曲线如图 2(a) 所示, 当 $A = 10$ V, $x_0 = 1$ 时, 不同频率对应的滞回曲线如图 2(b) 所示. 由图 2(a), (b) 可知, 在不同频率和幅值的正弦电压信号的驱动下, 忆阻器的滞回曲线总是通过原点, 且随着频率的增大, 滞回曲线逐渐变为一条直线, 随着幅值的增大, 滞回曲线的旁瓣面积逐渐增大, 符合忆阻器的指纹特征. 图 2(c) 显示了 $A = 10$ V, $f = 5$ Hz, $x_0 = 1$ 时, 忆阻器两端电压和电流的时域波形, 当忆阻器两端的电压为 0 时, 其电流一定为 0, 而当忆阻器两端的电流为 0 时, 其电压却不一定为 0, 显示了压控型局部有源忆阻器的一致过零特性和非一致过零特性 [28].

已知一个具有标准变量的忆阻器, 其断电图 (power-off plot, POP) 与横坐标轴具有两个或两个以上斜率为负的交点, 即为非易失忆阻器 [28]. 因此, 令 $v = 0$, 忆阻器的状态方程 (3) 可以重写为

$$dx/dt = f(x, 0) = \sin x. \quad (4)$$

可知, 该忆阻器具有无数个平衡点, 在 $x = 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$ 处, POP 的斜率为正, 平衡点是不稳定的, 在 $x = (2k+1)\pi$, $k \in \mathbb{Z}$ 处, POP 的斜率为负, 平衡点是渐近稳定的, 每个渐近稳定平衡点的吸引域都是 $(2k\pi, (2k+2)\pi)$, $k \in \mathbb{Z}$. 在同一个 k 对应的吸引域内, 系统趋近于相同的平衡点; 在不同的 k 对应的吸引域内, 系统趋近于不同的平衡点, 因此该忆阻器模型具有多稳定性和初始状态可调性, 绘制其 $x \in (-10, 10)$ 范围内的 POP 如图 3(a) 所示, 可知该忆阻器具备非易失性.

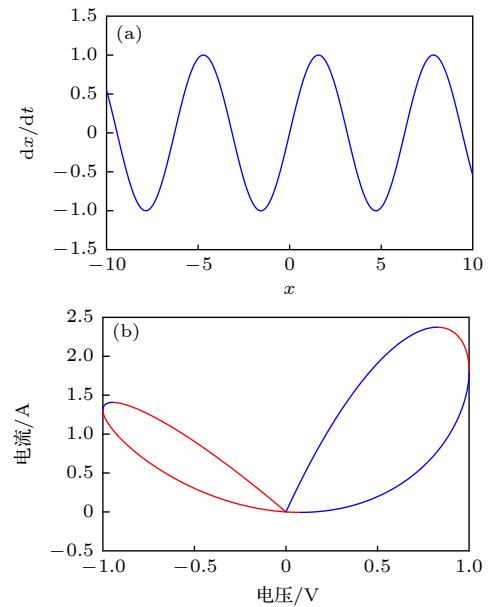


图 3 忆阻器的 POP (a) 和 DC V-I 图 (b)

Fig. 3. POP (a) and DC V-I (b) diagram of the memristor.

当忆阻器的直流伏安特性图 (DC voltage-current, DC V-I) 中存在负斜率区域时, 忆阻器是局部有源的 [28]. 因此, 令 $dx/dt = 0$, 可得该模型的

平衡方程为 $V = -\sin X$, 其中 V 表示直流电源, X 表示满足等式的状态变量, 将其代入 (3) 式, 可得直流电流 I 的表达式为

$$I = -\sin(X) (e^{|X|/3} - 3). \quad (5)$$

根据 (5) 式, 以 $X \in [0, 2\pi]$ 为例, 绘制忆阻器的 DC V - I 图见图 3(b), 图中蓝色部分斜率为正, 红色部分斜率为负. 可知, 区间 $0 < X < 1.2436$, $1.5708 < X < 3.2191$ 和 $4.7124 < X < 5.3106$ 对应的是负斜率部分, 是该忆阻器的局部有源区间.

3 忆阻耦合 HNN 的建模

Hopfield 神经网络模型是为了模仿生物大脑的记忆功能而构建的, 基于这一模型设计出的人工神经网络, 可以使研究人员更好地理解学习过程中大脑产生混沌的含义, 还可以为影响记忆的病理原因提供线索 [18]. 对于有 n 个神经元的 Hopfield 神经网络, 第 i 个神经元的电路状态方程可以描述为

$$C_i \frac{dx_i}{dt} = -\frac{x_i}{R_i} + \sum_{j=1}^n w_{ij} \tanh(x_j) + I_i, \quad (6)$$

其中 x_i 是状态变量, 对应于电容 C_i 上的电压; R_i 表示神经元内外之间的膜电阻; I_i 表示输入的偏置电流; w_{ij} 表示第 j 个神经元到第 i 个神经元之间的突触连接权值; $\tanh(x_j)$ 表示从第 j 个神经元电压输入的神经元激活函数 [19].

从电学的角度看, w_{ij} 是电导量纲, 所以可以用忆导模型来替换系统中的突触权重系数, 在此选择

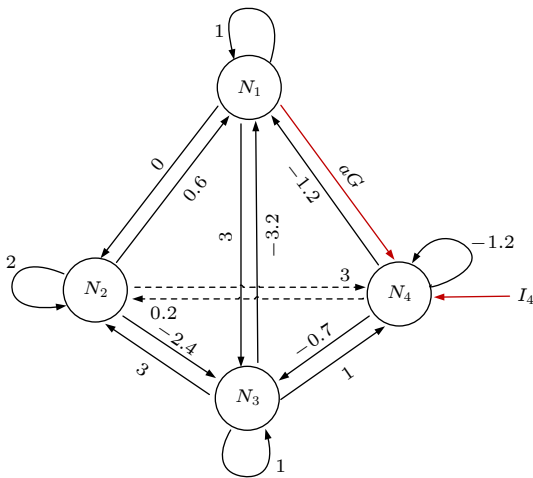


图 4 忆阻耦合的 HNN 的拓扑结构图

Fig. 4. Topological structure diagram of memristor coupled HNN.

替换神经元 1 到神经元 4 之间的突触权重, 即令 $w_{41} = aG$. 系统的拓扑结构如图 4 所示, 其中 N_1 — N_4 表示忆阻神经网络中的 4 个神经元. 已知非自治系统由于时变特性往往比自治系统具有更加复杂的动力学特性, 因此, 本文还研究了在神经元 4 上施加一个 $I_4 = I_m \sin(2\pi ft)$ 的外部刺激电流后系统的动力学现象.

令 $R_i = 1$, $C_i = 1$, $k_1 = 1$, $I_1 = I_2 = I_3 = I_4 = 0$, 并代入所提忆阻器的数学模型, 参考文献 [15] 通过大量的数值仿真, 确定了本系统的突触权值矩阵如 (7) 式所示:

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} w_{11} & w_{12} & w_{13} & w_{14} \\ w_{21} & w_{22} & w_{23} & w_{24} \\ w_{31} & w_{32} & w_{33} & w_{34} \\ w_{41} & w_{42} & w_{43} & w_{44} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0.6 & -3.2 & -1.2 \\ 0 & 2 & 3 & 0.2 \\ 3 & -2.4 & 1 & -0.7 \\ a(e^{|z|/m_1} + m_2) & 3 & 1 & -1.2 \end{bmatrix}. \quad (7)$$

故本文的忆阻耦合 HNN 的动力学方程如 (8) 式所示:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_1 + \tanh x_1 + 0.6 \tanh x_2 \\ \quad - 3.2 \tanh x_3 - 1.2 \tanh x_4, \\ \dot{x}_2 = -x_2 + 2 \tanh x_2 + 3 \tanh x_3 + 0.2 \tanh x_4, \\ \dot{x}_3 = -x_3 + 3 \tanh x_1 - 2.4 \tanh x_2 \\ \quad + \tanh x_3 - 0.7 \tanh x_4, \\ \dot{x}_4 = -x_4 + a(e^{|z|/m_1} + m_2) \tanh x_1 \\ \quad + 3 \tanh x_2 + \tanh x_3 - 1.2 \tanh x_4, \\ \dot{z} = \sin z + \tanh x_1. \end{cases} \quad (8)$$

4 忆阻耦合 HNN 的分析

4.1 系统的平衡点及其稳定性

令 (8) 式的右侧等于 0, 可得此系统一系列的平衡点为

$$P = \{(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \bar{x}_4, \bar{z}) | \bar{x}_1 = \bar{x}_2 = \bar{x}_3 = \bar{x}_4 = 0, \bar{z} = k\pi\}, \quad (9)$$

其中 $k \in \mathbb{Z}$, 即该忆阻耦合 HNN 的平衡点取决于忆阻器的平衡点, 求出系统在平衡点集处的雅可比矩阵为

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} 0 & 0.6 & -3.2 & -1.2 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 0.2 & 0 \\ 3 & -2.4 & 0 & -0.7 & 0 \\ a(e^{ik\pi/m_1} + m_2) & 3 & 1 & -2.2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & \cos(k\pi) \end{bmatrix}. \quad (10)$$

 表 1 $a = 2.5, m_1 = 0.5, m_2 = -3$ 时, 系统平衡点处的特征值及稳定性

 Table 1. Eigenvalue and stability at the equilibrium point of the system when $a = 2.5, m_1 = 0.5$ and $m_2 = -3$.

m_1	k	特征值	稳定性
0.5	0	1, 1.0399, -3.7032, 0.7316±3.9891i	不稳定的鞍焦点
	±1	-1, 1.4681±2.5644i, -2.0681±40.1411i	不稳定的鞍焦点
	±2	1, 1.4833±2.5761i, -2.0833±927.5014i	不稳定的鞍焦点
	±3	-1, 1.4833±2.5761i, -2.0833±21462.9637i	不稳定的鞍焦点

从而可以由特征方程 $|\lambda \mathbf{E} - \mathbf{J}| = 0$, 求出各平衡点处的特征值. 当 $a = 2.5, m_1 = 0.5, m_2 = -3$ 时, 分别取 $k = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3$, 计算系统各平衡点处的特征值及稳定性, 结果见表 1.

由表 1 可知, 系统产生了不稳定的鞍焦平衡点, 表明系统可以产生混沌吸引子. 因为平衡点具有周期性分布的特点, 可以推断在选定多组不同的初值时, 相空间中会出现多组结构相同但位置不同的共存吸引子. 此外, 系统关于原点对称的平衡点处的特征值也始终关于原点对称相等, 因此推测这将导致相空间中出现对称吸引子共存行为.

4.2 耗散性及对称性

系统的耗散度为

$$\nabla V = \partial \dot{x}_1 / \partial x_1 + \partial \dot{x}_2 / \partial x_2 + \partial \dot{x}_3 / \partial x_3 + \partial \dot{x}_4 / \partial x_4 + \partial \dot{z} / \partial z = \text{tr}(\mathbf{J}) = -1.2 + \cos(k\pi), \quad (11)$$

式中 $\cos(k\pi)$, $k \in \mathbb{Z}$ 始终小于等于 1, 所以 ∇V 始终小于 0, 该系统是耗散的. 由 (8) 式可知, 该系统的每一项都是奇函数, 因此对系统进行坐标 $(x_1, x_2, x_3, x_4, z) \leftrightarrow (-x_1, -x_2, -x_3, -x_4, -z)$ 变换, 系统不发生改变, 即该系统的每组解都是围绕原点对称的, 这种对称性也可以用来证明该系统可以产生共存的对称吸引子.

4.3 共存吸引子

选择 3 种不同的初始状态, 分别为 $(-2, 1, 1, 1, 6)$, $(-2, 1, 1, 1, 6.5)$, $(-2, 1, 1, 1, 8)$, 将系统其他参数固定为 $a = 1.2, m_2 = -3$, 绘制参数 m_1 在

$[0.01, 3]$ 范围内变化时系统的分岔图, 分别如图 5 所示. 由图 5 可以很直观地看出, 在不同的初始状态下, 系统随 m_1 变化的分岔路径是不同的. 当系统初始值为 $(-2, 1, 1, 1, 6)$ 时, 随着 m_1 的增大, 系统通过正向倍周期分岔在 $m_1 = 0.1$ 时进入混沌状态. 之后出现了一些短暂的周期窗口, 在 $m_1 = 1.13$ 时通过反向倍周期分岔退出混沌, 经过两次反向倍周期后, 在 $m_1 = 1.43$ 时到达稳定点, 之后在 $m_1 = 1.82$ 时又进入周期 1 状态. 当系统初始值为 $(-2, 1, 1, 1, 6.5)$ 时, 随着 m_1 的增大, 系统通过正向倍周期分岔在 $m_1 = 0.1$ 时进入混沌状态, 之后也出现了一些短暂的周期窗口, 但在 $m_1 = 1.54$ 时, 由切分岔直接退出混沌到达稳定点, 最后在 $m_1 = 1.82$ 时进入周期 1 状态. 当系统初始值为 $(-2, 1, 1, 1, 8)$ 时, 系统同样通过正向倍周期分岔在 $m_1 = 0.1$ 时进入混沌, 之后同样出现了短暂的周期窗口, 但在此后 $m_1 \in [0.25, 3]$ 范围内, 系统始终处于混沌状态. 值得注意的是, 上述过程中出现的周期窗口的大小和位置并不完全相同.

由系统可以产生不同的分岔路径可知, 当选择不同的初始值时, 系统可以产生多种不同的共存吸引子. 当 $a = 1.2, m_2 = -3$, 对于一些确定的 m_1 , 取不同的初始值时, 系统在 x_1 - x_3 平面上共存的非对称吸引子相图如图 6 所示, 其中不同颜色的吸引子相图对应的系统初始值不同. 当 $m_1 = 0.01$ 时, 系统可以产生 3 种不同形态的周期吸引子共存. $m_1 = 0.05$ 时, 系统共存两个不同的拟周期吸引子. $m_1 = 0.1$ 时, 设置系统初始值分别为 $(-2, 1, 1, 1, 8)$, $(-2, 1, 1, 1, 6)$ 和 $(-2, 1, 1, 1, 3)$, 系统共存三

个结构相似的混沌吸引子, 还共存一个系统初始值为 $(-2, 1, 1, 1, 0)$ 时产生的结构不同的混沌吸引子. $m_1 = 0.83$ 时, 系统有 3 个不同的拟周期吸引子和一个混沌吸引子共存. $m_1 = 1.13$ 时, 系统有 3 个不同的周期吸引子和一个混沌吸引子共存. $m_1 = 2.5$ 时, 系统有两个不同的周期吸引子和一个混沌吸引子共存. 综上所述, 该系统存在多种非对称吸引子共存现象.

此外, 当初始状态取值相反时, 系统可以产生

关于原点对称的共存吸引子. 以初始状态取 $(1, 1, 1, 1, 3)$ 红色与 $(-1, -1, -1, -1, -3)$ 蓝色为例, 当 $a = 1.2$, $m_2 = -3$ 时, 绘制系统关于 m_1 的共存分岔图如图 7(a) 所示. 由图 7(a) 可以很清楚地看到, 吸引子是一种对称共存的状态, 因为两种初始值产生的分岔图形状基本一致, 但在纵坐标上所反应的值是不一样的. 图 7(b) 为 $m_1 = 0.01$ 时, 系统在 x_1 - x_3 平面上共存的对称周期吸引子. 图 7(c) 为 $m_1 = 0.1$ 时, 系统在 x_1 - x_3 平面上共存的对称混沌吸引子.

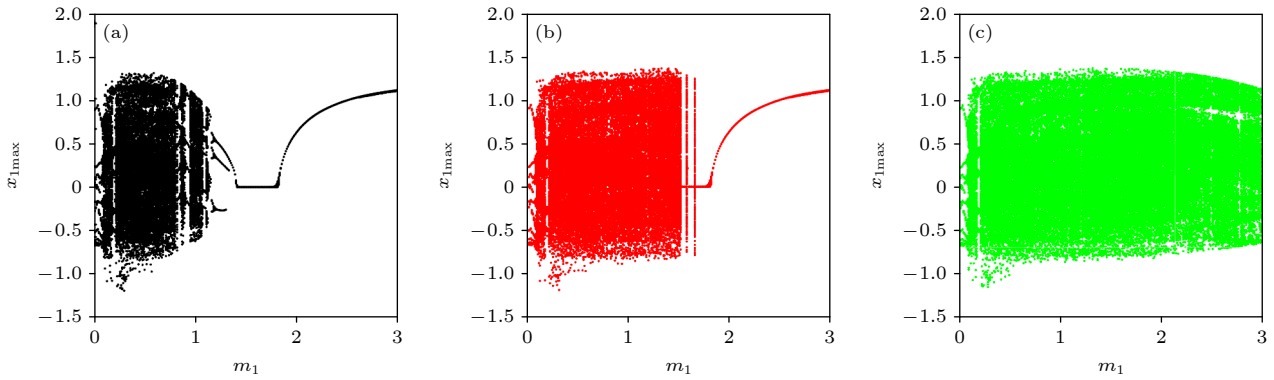


图 5 不同初始值下系统关于 m_1 的分岔图 (a) $(-2, 1, 1, 1, 6)$; (b) $(-2, 1, 1, 1, 6.5)$; (c) $(-2, 1, 1, 1, 8)$

Fig. 5. Bifurcation diagram of the system about m_1 under different initial values: (a) $(-2, 1, 1, 1, 6)$; (b) $(-2, 1, 1, 1, 6.5)$; (c) $(-2, 1, 1, 1, 8)$.

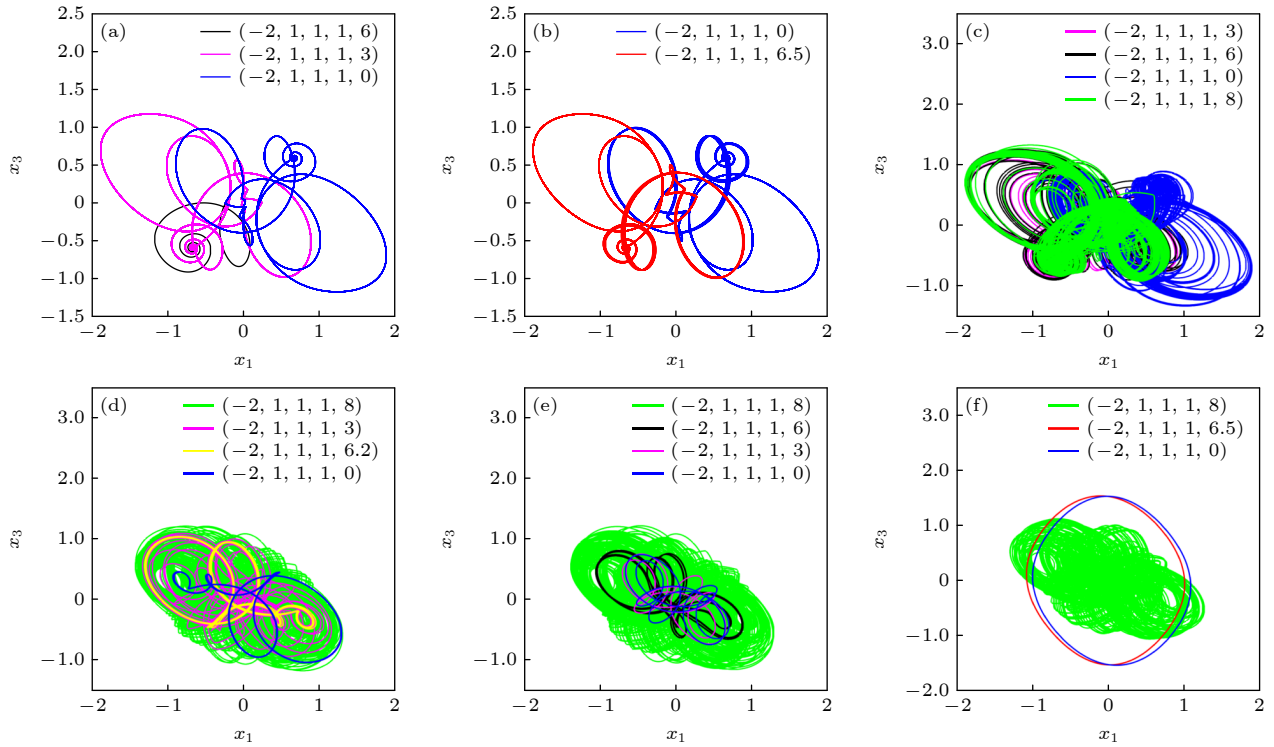


图 6 x_1 - x_3 平面共存非对称吸引子相图 (a) $m_1 = 0.01$; (b) $m_1 = 0.05$; (c) $m_1 = 0.1$; (d) $m_1 = 0.83$; (e) $m_1 = 1.13$; (f) $m_1 = 2.5$

Fig. 6. Coexistence asymmetric attractor phase diagram of the x_1 - x_3 plane: (a) $m_1 = 0.01$; (b) $m_1 = 0.05$; (c) $m_1 = 0.1$, (d) $m_1 = 0.83$; (e) $m_1 = 1.13$; (f) $m_1 = 2.5$.

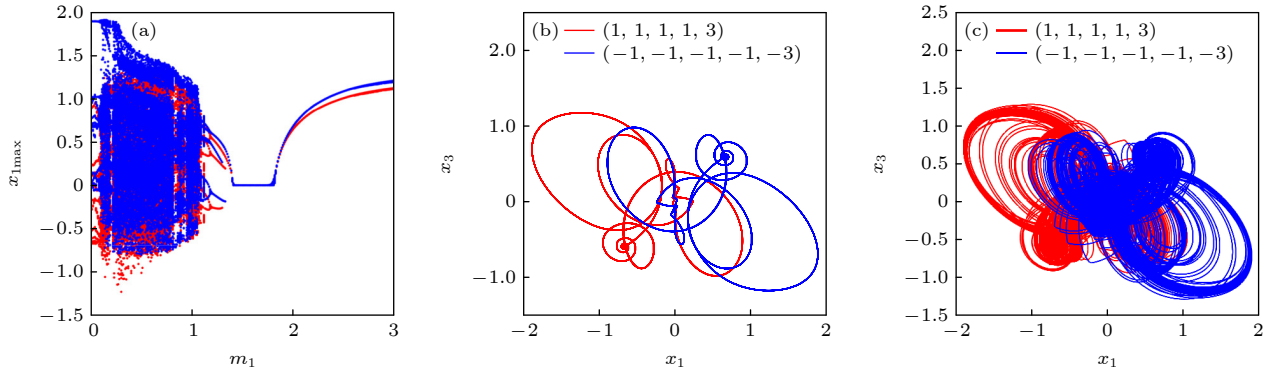


图 7 系统的共存分岔图以及 x_1 - x_3 平面共存对称吸引子相图 (a) 系统的共存分岔图; (b) $m_1 = 0.01$; (c) $m_1 = 0.1$

Fig. 7. Coexistence bifurcation diagram of the system and the coexistence symmetric attractor phase diagram of the x_1 - x_3 plane: (a) Coexistence bifurcation diagram of the system; (b) $m_1 = 0.01$; (c) $m_1 = 0.1$.

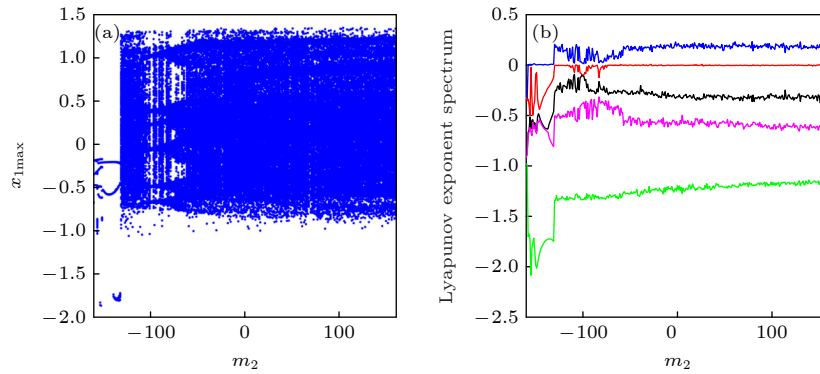


图 8 系统关于 m_2 的分岔图 (a) 及李雅普诺夫指数谱 (b)

Fig. 8. Bifurcation diagram (a) and Lyapunov exponent spectrum (b) of the system about m_2 .

从整体看来, 随着参数 m_1 的增大, 系统的动态行为大致发生了从不稳定混沌到不稳定周期再到稳定点的行为转变, 即所提的复合指数型局部有源忆阻器模型可以通过调节其内部参数 m_1 来稳定 HNN 的动态行为。

4.4 大范围混沌状态

当固定其他参数值为: $a = 2.5$, $m_1 = 0.5$, 设置初始状态为 $(1, 1, 1, 1, \pi)$ 时, 绘制系统随 m_2 变化的分岔图和对应的李雅普诺夫指数谱如图 8 所示。由图 8(a), (b) 可以看出, 随着 m_2 的增大, 系统在 $m_2 = -130$ 时通过切分岔直接进入混沌状态, 后通过阵发混沌路径在周期状态和混沌状态之间不停切换, 直到 $m_2 = -73$ 时, 完全进入混沌状态, 并在之后一直保持下去, 呈现超大范围的混沌状态。关于忆阻耦合 HNN 的混沌范围的大小, 在以往的研究中没有进行过单独讨论, 而混沌状态符合正常情况下人脑的活动情况, 因此进行系统混沌状态范围大小的研究很有必要。

从整体看来, 随着参数 m_2 的增大, 该忆阻耦合 HNN 的动态行为大致发生了从不稳定周期到不稳定混沌的行为转变, 即所提复合指数型局部有源忆阻器可以通过调节其内部参数 m_2 使 HNN 的动态行为产生混沌并一直持续下去。此外, 不管是调节 m_1 还是 m_2 , 在选择合适的系统参数和初始值时, 均可以产生与参数相关的状态切换现象, 比如图 5(b) 中当 $m_1 = 1.54$ 时, 系统从混沌状态切换为稳定状态, 图 8(a) 中当 $m_2 = -130$ 时, 系统从周期状态切换为混沌状态。

4.5 簇发振荡

簇发振荡是一种振荡在静止状态和尖峰状态之间交替发生的一种复杂的放电现象, 是生物神经系统的主要电活动之一^[29]。在时域上具有两个时间尺度耦合的系统常能产生簇发振荡现象^[30]。在生物神经网络中存在一种名为簇发性神经元的细胞, 它的放电模式就呈现出簇发振荡现象, 在许多节律性运动, 例如: 呼吸、走路等, 这些神经元环路

中都可以发现簇状样放电的许多例子, 此外, 簇发性神经元还与神经激素的分泌有关^[31].

当 $a = 2.5$, $m_1 = 3$, $m_2 = -3$, 初始条件为 $(1, 1, 1, \pi)$ 时, 在忆阻 HNN 的神经元 4 上引入外部刺激电流 $I_4 = I_m \sin(2\pi ft)$, 构成新的非自治忆阻耦合 HNN, 若令 $I_m = 2$, 绘制系统在外部刺激电流的频率 f 变化下的分岔图及如图 9 所示, 可以看出随着 f 的变化, 系统产生了复杂的瞬态拟周期性簇发振荡和瞬态混沌簇发振荡. 绘制不同的 f 对应的系统的相轨图和时域图, 当 $f = 0.003$ 时, 系

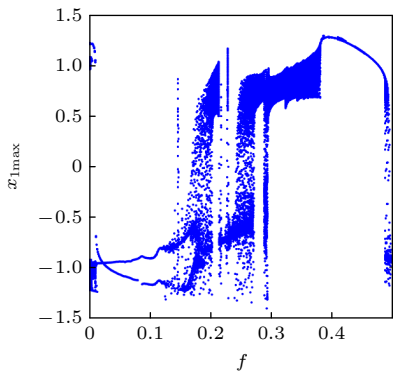


图 9 系统关于 f 的分岔图
Fig. 9. Bifurcation diagram of the system about f .

统产生瞬态拟周期性簇发振荡, 如图 10(a), (b) 所示; 当 $f = 0.1$ 时, 系统产生瞬态混沌簇发振荡, 如图 10(c), (d) 所示.

表 2 将本文提出的系统与其他忆阻耦合 HNN 进行了对比, 可以看出, 目前关于忆阻耦合 HNN 的研究主要集中在四维及以下系统, 而大脑是一个高阶复杂的系统, 因此研究更高维的系统是很有必要的. 此外, 局部有源忆阻器在其中的应用也相对较少. 本文提出了一种新型复合指数型局部有源忆阻器, 并将其用于耦合 Hopfield 神经网络构成了一个五维系统, 本系统除了可以产生共存现

表 2 不同的忆阻耦合 Hopfield 神经网络
Table 2. Different memristor-coupled Hopfield neural networks.

系统	维度	局部有源忆阻器	$G(x)$ 的类型	共存现象	宽参数范围混沌状态
文献[12]	三维	无	一次函数	有	无
文献[14]	四维	无	双曲正切函数	有	无
文献[15]	四维	有	二次函数	有	无
文献[16]	二维	无	余弦函数	有	无
文献[17]	四维	有	绝对值函数	有	无
本文	五维	有	复合指数函数	有	有

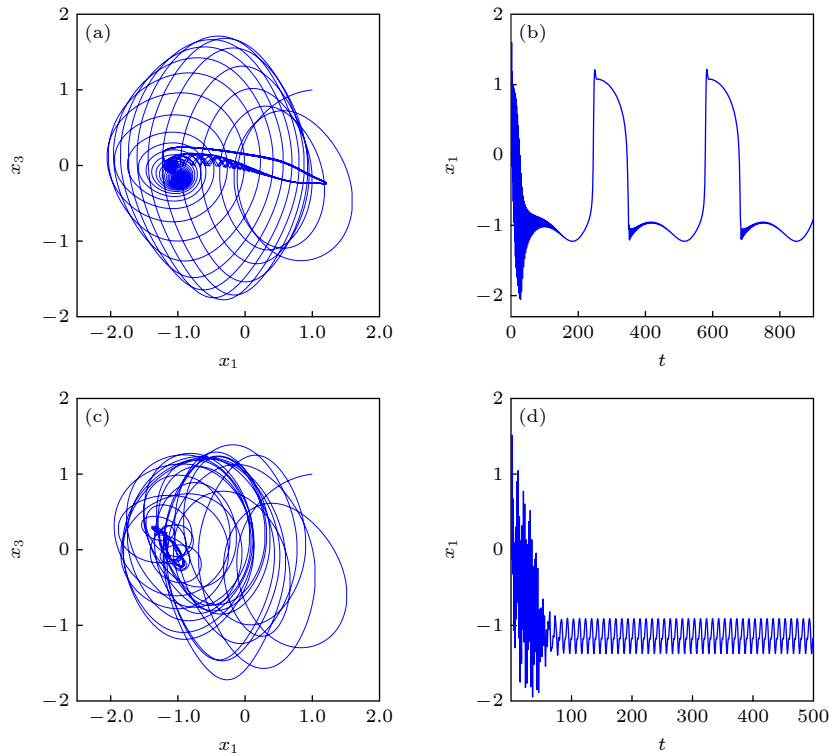


图 10 不同频率下系统的相轨图 (a), (c) 和时域波形图 (b), (d) (a), (b) $f = 0.003$; (c), (d) $f = 0.1$
Fig. 10. Phase diagram (a), (c) and time domain waveform diagram (b), (d) of the system at different frequencies: (a), (b) $f = 0.003$; (c), (d) $f = 0.1$.

象外, 还产生了宽参数范围的混沌状态, 说明局部有源忆阻器的引入导致系统产生了更为复杂的非线性现象。

5 硬件实现

目前, 忆阻耦合神经网络电路的实现方式主要分为 3 种: 模拟电路、数字电路和数模混合电路^[32-34]. STM32 单片机由处理器、存储器、中断系统、定时器/计数器和各种 I/O 外设组成, 具有高性能、低成本、低功耗等特点, 相较于结构复杂, 参数修改不便的纯模拟电路, STM32 使用方便灵活, 因此, 本文采用 STM32 F407 ZGT6 单片机外加 AD5689 数模转换器对系统进行硬件实现, 系统的硬件连接如图 11 所示。

单片机用于对系统 (8) 进行数字实现, 采用 C/C++ 编程, 主要使用到 ODE45 算法, 其流程如图 12 所示, 通过 Keil uvision5 软件将编写好

的程序烧录到开发板中, 开发板连接数模转换器 AD5689, 用于输出模拟电压序列, 通过示波器即可捕获信号并显示, 工作频率大致为 168 MHz。

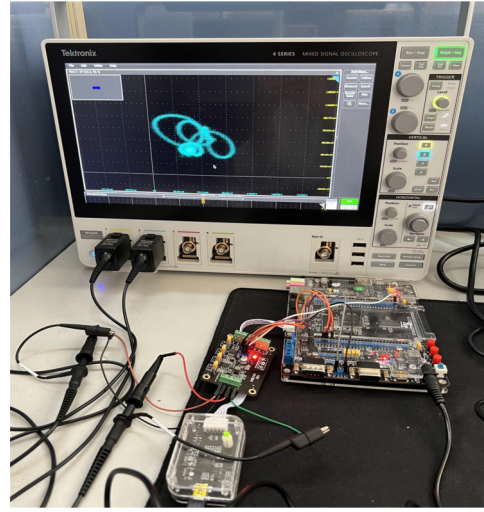


图 11 系统的实物连接图

Fig. 11. Physical connection diagram of the system.

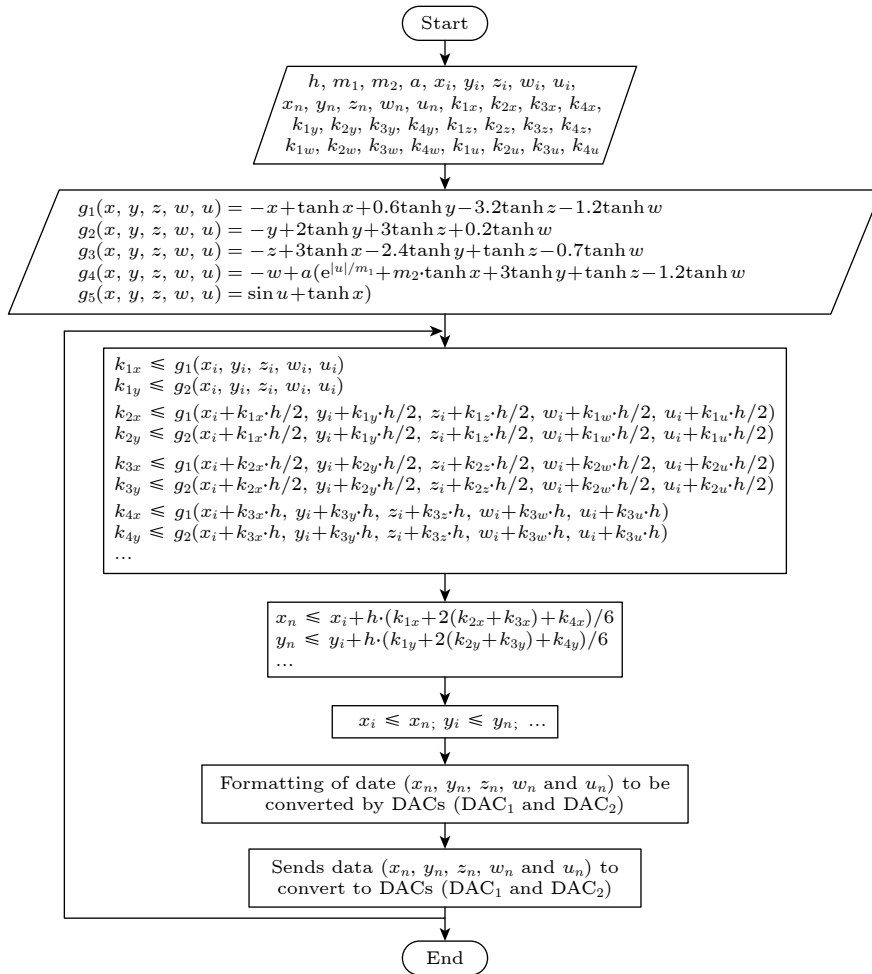


图 12 用 STM32 实现 ODE45 算法的流程图

Fig. 12. Flow chart of ODE45 algorithm implemented by STM32.

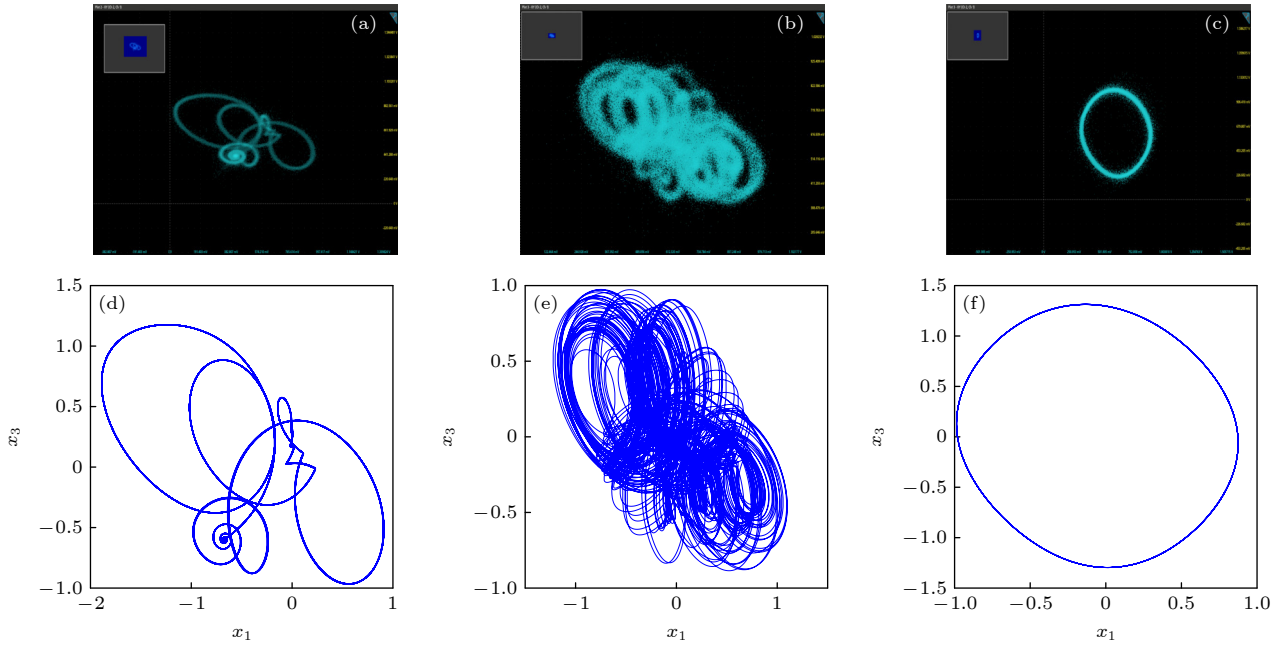


图 13 示波器显示的相轨图 (a)–(c) 及对应 Matlab 仿真图 (d)–(f) (a), (d) $m_1 = 0.02$; (b), (e) $m_1 = 1.2$; (c), (f) $m_1 = 2.5$

Fig. 13. Oscilloscope display phase track diagram (a)–(c) and the corresponding Matlab simulation diagram (d)–(f): (a), (d) $m_1 = 0.02$; (b), (e) $m_1 = 1.2$; (c), (f) $m_1 = 2.5$.

当 $a = 2.5$, $m_2 = -3$, 初始状态为 $(1, 1, 1, 1, \pi)$, $m_1 = 0.02, 1.2, 2.5$ 时, 系统在示波器上显示的相图及其在 Matlab 中的仿真图如图 13 所示, 可以看出示波器显示的图形与 Matlab 仿真的结果基本一致, 说明此系统具有硬件可实现性.

6 结 论

本文设计了一种新型复合指数型局部有源忆阻器模型, 并将其用于耦合具有 4 个神经元的 HNN, 利用基本的动力学分析方法, 研究了忆阻器的内部参数对系统状态的影响和调控作用. 研究发现通过控制忆阻器的内部参数 m_1 可以稳定神经网络的动态行为, 通过控制忆阻器内部参数 m_2 可以维持神经网络的混沌状态. 此外, 该系统还产生了许多复杂的动力学行为, 如多种非对称吸引子共存、对称吸引子共存以及与参数相关的状态切换等. 在引入外部刺激电流后, 当外部刺激电流的频率与系统的固有频率之间存在量级差距时, 系统又产生了瞬态拟周期性簇发振荡与瞬态混沌簇发振荡. 最后, 使用 STM32 单片机对系统进行了硬件电路的实现, 实验结果与数值模拟结果能较好吻合. 总之, 该系统的动力学行为符合人脑的神经活动——混沌与周期交替出现, 且正常状态下大部分

时间处于混沌状态, 对脑神经方面的研究具有重要的参考价值. 此外, 还可以用本文提出的忆阻器模拟两个神经元之间的电磁感应电流以及外部电磁辐射电流, 设计出新的忆阻耦合 HNN 系统, 并可以进一步尝试将这些能产生混沌现象的人工神经网络应用于混沌加密等实际的工程应用中.

参考文献

- [1] Chua L 1971 *IEEE Trans. Circuits Syst. I Regul. Pap.* **18** 507
- [2] Chua L 2014 *Semicond. Sci. Technol.* **29** 104001
- [3] Wang M J, Deng Y, Liao X H, Li Z J, Ma M L, Zeng Y C 2019 *Int. J. Non. Linear. Mech.* **111** 149
- [4] Peng Y X, Liu J, He S B, Sun K H 2023 *Chaos, Solitons Fractals* **171** 113429
- [5] Wang M J, An M Y, He S B, Zhang X N, Iu H H, Li Z J 2023 *Chaos* **33** 073129
- [6] Peng Y X, He S B, Sun K H 2022 *Nonlinear Dyn.* **107** 1263
- [7] He S B, Liu J, Wang H H, Sun K H 2023 *Neurocomputing (Amst.)* **523** 1
- [8] Gu Y N, Liang Y, Wang G Y, Xia C Y 2022 *Acta Phys. Sin.* **71** 110501 (in Chinese) [古亚娜, 梁燕, 王光义, 夏晨阳 2022 物理学报 **71** 110501]
- [9] Wu C C, Zhou P J, Wang J J, Li G, Hu S G, Yu Q, Liu Y 2022 *Acta Phys. Sin.* **71** 148401 (in Chinese) [武长春, 周莆钧, 王俊杰, 李国, 胡绍刚, 于奇, 刘洋 2022 物理学报 **71** 148401]
- [10] Chua L 2013 *Nanotechnology* **24** 383001
- [11] Lu Y C, Li H M, Li C L 2023 *Neurocomputing (Amst.)* **544** 126246
- [12] Li Z J, Chen K J 2023 *Chaos, Solitons Fractals* **175** 114017
- [13] Hopfield J J 1984 *Proc. Natl. Acad. Sci. U. S. A.* **81** 3088
- [14] Chen C J, Chen J Q, Bao H, Chen M, Bao B C 2019

- Nonlinear Dyn.* **95** 3385
- [15] Lin H R, Wang C H, Hong Q H, Sun Y C 2020 *IEEE Tran. Circuits Syst. II Express Briefs* **67** 3472
- [16] Chen C J, Min F H, Zhang Y Z, Bao B C 2021 *Nonlinear Dyn.* **106** 2559
- [17] Li C L, Yang Y Y, Yang X B, Zi X Y, Xiao F L 2022 *Nonlinear Dyn.* **108** 1697
- [18] Doubla I S, Ramakrishnan B, Njitacke Z T, Kengne J, Rajagopal K 2022 *Int. J. Electron. Commun.* **144** 154059
- [19] Huang L L, Huang Q, Huang Z, Zang H Y, Lei T F 2023 *Electron. Compon. Mater.* **42** 10 (in Chinese) [黄丽丽, 黄强, 黄振, 臧红岩, 雷腾飞 2023 电子元件与材料 **42** 10]
- [20] Lin H R, Wang C H, Sun J R, Zhang X, Sun Y C, Iu H H C 2023 *Chaos Solitons Fractals* **166** 112905
- [21] Wan Q Z, Chen S M, Yang Q, Liu J, Sun K L 2023 *Nonlinear Dyn.* **111** 18505
- [22] Lin H R, Wang C H, Yu F, Sun J R, Du S C, Deng Z K, Deng Q L 2023 *Mathematics (Basel)* **11** 1369
- [23] Panahi S, Aram Z, Jafari S, Ma J, Sprott J C 2017 *Chaos, Solitons Fractals* **105** 150
- [24] Guevara M R, Glass L, Mackey M C, Shrier A 1983 *IEEE Trans. Syst. Man Cybern. Syst.* **5** 790
- [25] Chua L 2018 *Appl. Phys. A: Mater.* **124** 563
- [26] Chua L 2005 *Int. J. Bifurcat. Chaos* **15** 3435
- [27] Ascoli A, Slesazeck S, Mähne H, Tetzlaff R, Mikolajick T 2015 *IEEE Trans. Circuits Syst. I Regul. Pap.* **62** 1165
- [28] Chua L 2015 *Radioengineering* **24** 319
- [29] Wang M J, Li J H, Yu S S, Zhang X N, Li Z J, Iu H H C 2020 *Chaos* **30** 043125
- [30] Bi Q S, Gou J T 2023 *Chaos Solitons Fractals* **167** 113046
- [31] Levitan I B, Kaczmarek L K (translated by Shu S Y, Bao X M) 2001 *The Neuron: Cell and Molecular Biology* (Beijing: Science Press) pp43–44 (in Chinese) [莱维坦 I B, 卡茨玛克 L K 著 (舒斯云, 包新民 译) 2001 神经元: 细胞和分子生物学 (北京: 科学出版社) 第 43—44 页]
- [32] Jokar E, Abolfathi H, Ahmadi A, Ahmadi M 2019 *IEEE Trans. Circuits Syst. I Regul. Pap.* **66** 2336
- [33] Li K X, Bao H, Li H Z, Ma J, Hua Z Y, Bao B C 2021 *IEEE Trans. Industr. Inform.* **18** 1726
- [34] Lin H R, Wang C H, Chen C J, Sun Y C, Zhou C, Xu C, Hong Q H 2021 *IEEE Trans. Circuits Syst. I Regul. Pap.* **68** 3397

A novel compound exponential locally active memristor coupled Hopfield neural network*

Wang Meng-Jiao^{1)†} Yang Chen²⁾ He Shao-Bo¹⁾ Li Zhi-Jun¹⁾

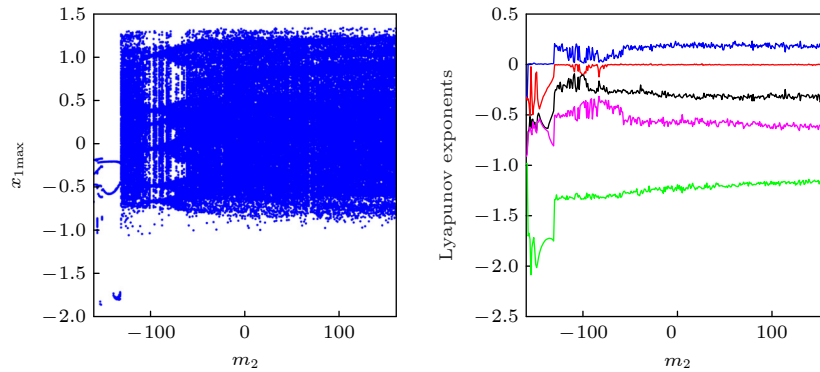
1) (School of Automation and Electronic Information, Xiangtan University, Xiangtan 411105, China)

2) (School of Physics and Optoelectronic Engineering, Xiangtan University, Xiangtan 411105, China)

(Received 30 November 2023; revised manuscript received 29 April 2024)

Abstract

The neural network model coupled with memristors has been extensively studied due to its ability to more accurately represent the complex dynamic characteristics of the biological nervous system. Currently, the mathematical model of memristor used to couple neural networks mainly focuses on primary function, absolute value function, hyperbolic tangent function, etc. To further enrich the memristor-coupled neural network model and take into account the motion law of particles in some doped semiconductors, a new compound exponential local active memristor is proposed and used as a coupling synapse in the Hopfield neural network. Using the basic dynamic analysis method, the system's dynamic behaviors are studied under different parameters and the coexistence of multiple bifurcation modes under different initial values. In addition, the influence of frequency change of external stimulation current on the system is also studied. The experimental results show that the internal parameters of memristor synapses regulate the system, and the system has a rich dynamic behavior, including symmetric attractor coexistence, asymmetric attractor coexistence, large-scale chaos as shown in attached figure, and bursting oscillation. Finally, the hardware of the system is realized by the STM32 microcontroller, and the experimental results verify the realization of the system.



Keywords: locally active memristor, Hopfield neural network, multiple coexisting attractor, bursting oscillation

PACS: 05.45.-a, 02.30.Oz

DOI: [10.7498/aps.73.20231888](https://doi.org/10.7498/aps.73.20231888)

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 62071411).

† Corresponding author. E-mail: wangmj@xtu.edu.cn

一种新型复合指数型局部有源忆阻器耦合的Hopfield神经网络

王梦蛟 杨琛 贺少波 李志军

A novel compound exponential locally active memristor coupled Hopfield neural network

Wang Meng-Jiao Yang Chen He Shao-Bo Li Zhi-Jun

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 73, 130501 (2024) DOI: 10.7498/aps.73.20231888

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.73.20231888>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

N型局部有源忆阻器的神经形态行为

Neuromorphic behaviors of N-type locally-active memristor

物理学报. 2022, 71(5): 050502 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20212017>

串扰忆阻突触异质离散神经网络的共存放电与同步行为

Coexisting discharge and synchronization of heterogeneous discrete neural network with crosstalk memristor synapses

物理学报. 2024, 73(11): 110503 <https://doi.org/10.7498/aps.73.20231972>

基于忆阻器的脉冲神经网络硬件加速器架构设计

Memristor based spiking neural network accelerator architecture

物理学报. 2022, 71(14): 148401 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20220098>

永磁同步电动机的簇发振荡分析及协同控制

Bursting oscillation analysis and synergetic control of permanent magnet synchronous motor

物理学报. 2020, 69(21): 210501 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20200413>

NbO_x 忆阻神经元的设计及其在尖峰神经网络中的应用

Design of NbO_x memristive neuron and its application in spiking neural networks

物理学报. 2022, 71(11): 110501 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20220141>

电磁感应下分数阶神经网络动力学行为分析及应用

Dynamic behaviors analysis of fraction-order neural network under memristive electromagnetic induction

物理学报. 2024, 73(10): 100502 <https://doi.org/10.7498/aps.73.20231792>