

含有非热电子和陷俘离子的复杂等离子体中 非线性尘埃声波的传播特征

林麦麦[†] 宋晨光 王明月 陈富艳

(西北师范大学物理与电子工程学院, 兰州 730070)

(2023 年 12 月 14 日收到; 2024 年 1 月 11 日收到修改稿)

本文研究了同时含有非热 (nonthermal) 电子和陷俘 (trapped) 离子分布的复杂等离子体系统中非线性尘埃声波的传播特征. 首先, 利用线性化方法推导得到非线性尘埃声波的色散关系. 接着, 借助 Sagdeev 势方法推导得到表征非线性尘埃声波运动的二维自治系统、Sagdeev 势方程和 Sagdeev 势函数的具体表达式. 然后, 依据数值模拟的方法分析了多种系统因素对二维自治系统相图的重要影响. 结果表明: 含有 nonthermal 电子和 trapped 离子的复杂等离子体系统中同时存在线性周期波、非线性周期波和孤立波. 接下来, 通过讨论 Sagdeev 势函数随系统参数的变化规律发现: 该复杂等离子体系统中仅存在振幅大于零的压缩型孤立波. 最后, 探讨多种系统因素对非线性尘埃声孤波的振幅、宽度和波形等传播特征的重要影响. 结果显示: 马赫数、nonthermal 电子和 trapped 离子以及尘埃颗粒未扰动的数密度、温度及荷电量等参数对该复杂等离子体系统中非线性尘埃声孤波的振幅、宽度和波形等传播特性均具有显著影响, 且该结果与 Sagdeev 势函数的分析结果保持一致.

关键词: 非线性尘埃声孤波, Sagdeev 势方法, 非热电子分布, 陷俘离子分布

PACS: 52.27.Lw, 52.35.Mw, 52.35.Sb, 47.35.Fg

DOI: 10.7498/aps.73.20231967

1 引言

近年来, 复杂等离子体中非线性波动过程的研究已经成为等离子体物理的热门前沿课题之一^[1-3]. 由于复杂等离子体广泛存在于实验室环境、自然界以及星际空间中, 因此复杂等离子体的理论研究在天体物理学、核聚变物理学等众多学科领域具有重要的研究价值和实践意义^[4-6]. 复杂等离子体作为由电子、离子、质子以及尘埃颗粒所组成的电离气体系统, 存在非线性电子声波、非线性离子声波等多种典型的非线性波动模式. 而非线性尘埃声波作为典型的非线性波动模式之一, 关于其传播特性的研究则是等离子体物理的重要研究课题之一. 众多科研工作者对复杂等离子体中的多种非线性波动

过程进行了广泛的研究^[7-17], 例如 1990 年, Rao 等^[7]在理论上首次预言了非线性尘埃声波的存在性. 1995 年, Barkan 等^[8]在实验室中观测到非线性尘埃声波, 进而验证了 Rao 等^[7]预言的准确性. 1998 年, Xie 等^[9]考察了尘埃电荷的存在对尘埃声孤子的影响. 2005 年, Lin 和 Duan^[10]研究了不同尘埃大小分布下含有双温离子的热尘埃等离子体中 (2+1) 维非线性尘埃声波的波动过程. 2019 年, Murad 等^[11]考虑了含有 superthermal 电子的等离子体系统中非线性尘埃声波的传播特征. 2023 年, Mamani^[17]研究了含有非热 (nonthermal) 电子和离子的磁化等离子体中任意振幅的非线性尘埃声波的传播特性. 研究表明, 在实验室以及空间等离子体环境中, 电子与离子的分布形式不一定服从经典的麦克斯韦-玻尔兹曼分布. 例如, 卫星观测证实, 在太阳风、

[†] 通信作者. E-mail: linmaimai1514@126.com

地球磁层、星际介质以及极光区等空间环境中的等离子体所含电子存在 nonthermal 分布状态^[18-23]; 太阳中微子中所含的电子则存在 nonextensive 分布状态^[24]; 而在地球磁层日侧极光带中的等离子体所含电子则存在 vortex-like 分布^[25]. 另一方面, 在空间和实验室等离子体中的离子也会呈现多种不同的分布形式, 例如在实验室的核聚变装置中的等离子体所含离子存在陷俘 (trapped) 分布状态^[23,26]. 土星 e 环中等离子体所含离子则存在 nonthermal 分布^[27]; 而金星电离层的等离子体则存在 superthermal 离子分布形式^[28]. 众多研究工作表明: 非经典麦克斯韦-玻尔兹曼分布的电子和离子分布状态, 对复杂等离子体中的非线性波动过程存在重要影响. 例如, Sabry 等^[29]研究了含 nonthermal 电子的尘埃声孤波的传播特征, 结果表明: 孤立波的振幅随着 nonthermal 电子的增加而降低. Amour 与 Tribeche^[30]研究了具有 q-nonextensive 电子速度分布的尘埃声孤波, 结果显示: 电子的 q-nonextensive 分布状态显著影响了孤立波的波动模式. Haider 等^[31]研究发现: vortex-like 电子分布对无碰撞的磁化尘埃等离子体中的孤立波的振幅具有显著影响. Ghai 与 Saini^[32]研究了双温 superthermal 离子对非线性冲击波的影响, 发现随着低温 superthermal 离子超热性的增加, 正激波的振幅减小; 而具有高阶非线性修正的激波, 其振幅会增大. Annou 等^[33]研究表明: nonthermal 离子数是表征非磁化尘埃等离子体中尘埃声孤波出现与否的重要参数. Mamun^[34]对含有 trapped 离子的三组分尘埃等离子体中非线性尘埃声波的传播特征的研究表明: 随着 trapped 离子数的增加, 孤立波的振幅将呈现逐渐增大的趋势.

本文着重讨论多种系统因素对同时含有 nonthermal 电子和 trapped 离子的复杂等离子体系统中非线性尘埃声孤波传播特性的重要影响. 首先, 给出了由尘埃颗粒、nonthermal 电子和 trapped 离子组成的复杂等离子体系统中 (1+1) 维非线性尘埃声波的理论模型; 然后, 利用线性化方法分析了非线性尘埃声波的色散关系, 并依据 Sagdeev 势方法推导得到二维自治系统、Sagdeev 势方程以及 Sagdeev 势函数的具体表达式; 接下来, 借助数值模拟方法, 详细讨论了二维自治系统的相图、Sagdeev 势函数以及非线性尘埃声孤波随多种系统参数的变化规律.

2 理论模型

为了研究同时含有 nonthermal 电子和 trapped 离子的复杂等离子体系统中的非线性尘埃声波的演化特征. 假设: 复杂等离子体系统由尘埃颗粒、nonthermal 电子和 trapped 离子构成且该系统中的非线性波随一个空间坐标 x 与一个时间坐标 t 演化, 则该系统无量纲化的 (1+1) 维非线性尘埃声波的运动方程具体形式如下^[35-37]:

$$\frac{\partial n_d}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (n_d u_d) = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_d}{\partial t} + u_d \frac{\partial u_d}{\partial x} = \frac{\partial \phi}{\partial x} - \sigma_d n_d \frac{\partial n_d}{\partial x}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = \delta n_e + n_d - (1 + \delta) n_i, \quad (3)$$

其中尘埃颗粒数密度 n_d 由未扰动的尘埃数密度 n_{d0} 无量纲化; 尘埃颗粒流速 u_d 由 $C_s = (Z_d K_B T_i / m_d)^{1/2}$ 无量纲化; 静电势 ϕ 由 $k_B T_i / e$ 无量纲化; 空间坐标 x 由电子德拜半径 $\lambda_D = (K_B T_i / 4\pi e^2 Z_d^2 n_{d0})^{1/2}$ 无量纲化; 时间坐标 t 由尘埃等离子体振荡周期 $\omega_{pd}^{-1} = (m_d / 4\pi e^2 Z_d^2 n_{d0})^{1/2}$ 无量纲化, 这里 Z_d 是尘埃颗粒的荷电量, K_B 是玻尔兹曼常数, T_i 是离子温度, m_d 是尘埃颗粒质量. 参数 $\sigma_d = T_d / Z_d T_i$ 表示尘埃-离子温度之比; $\delta = n_{e0} / (Z_d n_{d0})$ 则为未扰动的电子与尘埃数密度之比, 其中 n_{e0} 表示未扰动的电子数密度. 此时该系统满足的等离子体准电中性条件为 $n_{i0} = n_{e0} + Z_d n_{d0}$. nonthermal 电子分布表示形式如下^[38]:

$$n_e = (1 - \beta_e \sigma_i \phi + \beta_e \sigma_i^2 \phi^2) e^{\sigma_i \phi}, \quad (4)$$

其中, $\sigma_i = T_i / T_e$, $\beta_e = 4\alpha / 1 + 3\alpha$. 这里 T_e 为电子温度, α 表示 nonthermal 电子数. trapped 离子分布的具体表达式为^[34]

$$n_i = \left[1 - \phi - \gamma(-\phi)^{3/2} + 1/2\phi^2 \right], \quad (5)$$

其中 $\gamma = 4(1 - b) / 3\sqrt{\pi}$ 是捕获参数, b 为决定 trapped 离子数量的参数^[39]: 当 $b = 0$ 时, 为 flat-topped 离子分布状态; 当 $b = 1$ 时, 为 Boltzmann 分布; 当 $b < 0$ 或 $0 < b < 1$ 时, 则表示 trapped 离子分布状态.

利用线性化方法, 假设:

$$n_d = 1 + \varepsilon \cdot n_d^{(1)} \cdot e^{i(kx - \omega t)},$$

$$u_d = \varepsilon \cdot u_d^{(1)} \cdot e^{i(kx - \omega t)},$$

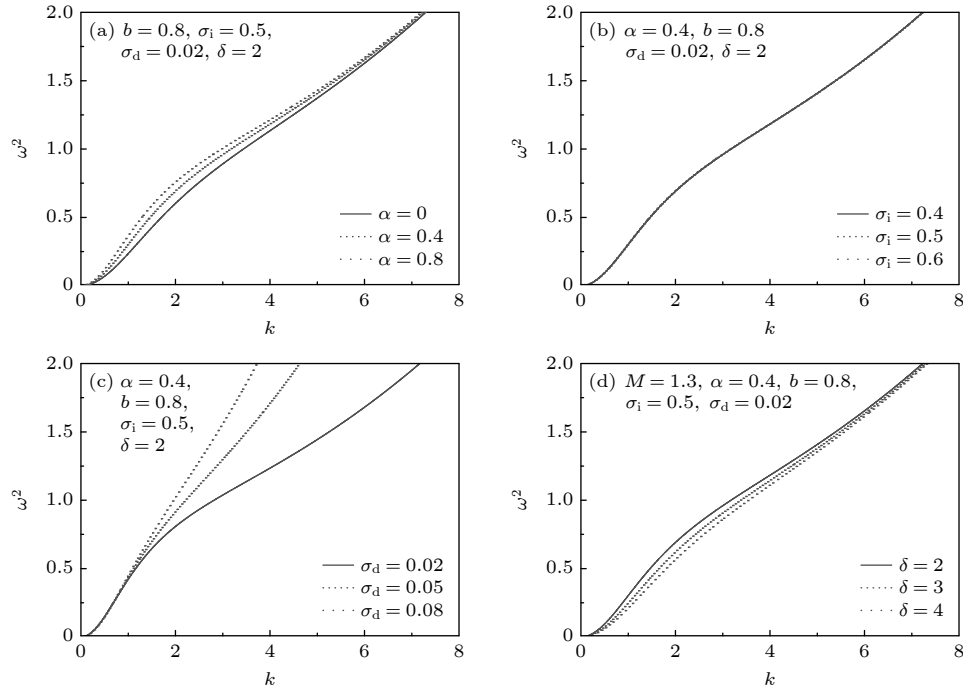


图 1 色散关系随不同参数的变化规律

Fig. 1. Variations of dispersion relation with different parameters.

$$\phi = \varepsilon \cdot \phi^{(1)} \cdot e^{i(kx - \omega t)},$$

可获得非线性尘埃声波的色散关系,

$$\omega^2 = k^2 \sigma_d$$

$$= \frac{k^2}{\frac{4\alpha\delta\sigma_i}{1+\alpha} - k^2 - \delta\sigma_i - (1+\delta) + \frac{3}{4}(1+\delta)\frac{4(1-b)}{3\sqrt{\pi}}}.$$

图 1 给出了同时含有 nonthermal 电子和 trapped 离子的复杂等离子体系统中非线性尘埃声波的色散关系在不同参数取值下的变化规律. 结果显示: 频率 ω 随着波矢 k 和 nonthermal 电子 α , σ_i , σ_d 的增大而增大; 随着 δ 的增加而减小. 这说明, 当复杂等离子体系统中出现 nonthermal 电子时, 该系统中的非线性尘埃声波将以更高的频率传播; 而与此同时, 电子和离子的温度、尘埃颗粒的荷电量等系统因素对非线性尘埃声波的传播频率也存在一定影响.

3 理论推导

接下来, 利用 Sagdeev 势方法研究同时含有 nonthermal 电子和 trapped 离子的复杂等离子体系统中非线性尘埃声波的传播特性. 首先, 对方程 (1)–(3) 中的自变量进行坐标伸展变换. 令

$\xi = x - Mt$, 其中 M 为马赫数, 得到以下关系式:

$$\frac{\partial}{\partial x} \rightarrow \frac{d}{d\xi} \cdot \frac{d\xi}{dx} = \frac{d}{d\xi},$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \rightarrow \frac{d}{d\xi} \cdot \frac{d\xi}{dt} = -M \frac{d}{d\xi},$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \rightarrow \frac{d}{d\xi} \left(\frac{d}{d\xi} \right) = \frac{d^2}{d\xi^2}.$$

则原方程组 (1)–(3) 变形为

$$-M \frac{dn_d}{d\xi} + \frac{d(n_d u_d)}{d\xi} = 0, \quad (6)$$

$$-M \frac{du_d}{d\xi} + u_d \frac{du_d}{d\xi} = \frac{d\phi}{d\xi} - \sigma_d n_d \frac{dn_d}{d\xi}, \quad (7)$$

$$\frac{d^2\phi}{d\xi^2} = \delta n_e + n_d - (1 + \delta) n_i. \quad (8)$$

化简 (6) 式和 (7) 式并考虑边界条件^[40]: 当 $\xi \rightarrow \pm\infty$ 时, $n_d \rightarrow 1$, $u_d \rightarrow 0$, $\phi \rightarrow 0$, 可知

$$n_d = M/(M - u_d),$$

$$-2Mu_d + u_d^2 = 2\phi - \sigma_d n_d^2 + \sigma_d.$$

将以上结果代入 (8) 式可得

$$\frac{d^2\phi}{d\xi^2} = A_1 + A_2\phi + A_3\phi^2, \quad (9)$$

其中,

$$\begin{aligned}
 A_1 &= -1 + \frac{(-1+b)(1+\delta)}{4\sqrt{\pi}} + \frac{\sqrt{\frac{M^2+\sigma_d-\sqrt{(-M^2+\sigma_d)^2}}{\sigma_d}}}{\sqrt{2}}, \\
 A_2 &= 1 + \delta + \frac{5(-1+b)(1+\delta)}{4\sqrt{\pi}} - \frac{\sqrt{\frac{M^2-\sqrt{(M^2-\sigma_d)^2}+\sigma_d}{\sigma_d}}}{\sqrt{2}\sqrt{(M^2-\sigma_d)^2}} + \delta \left(-\frac{4\alpha}{1+3\alpha} \right) \sigma_i, \\
 A_3 &= -\frac{(-1+b+2\sqrt{\pi})(1+\delta)}{4\sqrt{\pi}} \\
 &+ \frac{\sqrt{2} \left\{ -M^6 + M^4 \sqrt{(M^2-\sigma_d)^2} + \left[M^4 + 6M^2 \sqrt{(M^2-\sigma_d)^2} \right] \sigma_d + \left[M^2 + \sqrt{(M^2-\sigma_d)^2} \right] \sigma_d^2 - \sigma_d^3 \right\}}{4 \left[M^2 - \sqrt{(M^2-\sigma_d)^2} + \sigma_d \right]} \\
 &\times \frac{\sqrt{\frac{M^2+\sigma_d-\sqrt{(-M^2+\sigma_d)^2}}{\sigma_d}}}{(M^2-\sigma_d)^4} + \frac{\delta [8\alpha - 8\alpha + (1+3\alpha)] \sigma_i^2}{2+6\alpha}.
 \end{aligned}$$

将 (9) 式转化为二维自治系统:

$$\begin{cases} \frac{d\phi}{d\xi} = \Psi, \\ \frac{d\Psi}{d\xi} = A_1 + A_2\phi + A_3\phi^2. \end{cases} \quad (10)$$

对 (9) 式两边同时乘以 $d\phi/d\xi$, 并对 ξ 积分一次, 即可得 Sagdeev 势方程形式如下:

$$\frac{1}{2} \left(\frac{d\phi}{d\xi} \right)^2 + V(\phi) = 0, \quad (11)$$

其中 Sagdeev 势函数的具体表达式为

$$V(\phi) = -A_1\phi - \frac{1}{2}A_2\phi^2 - \frac{1}{3}A_3\phi^3. \quad (12)$$

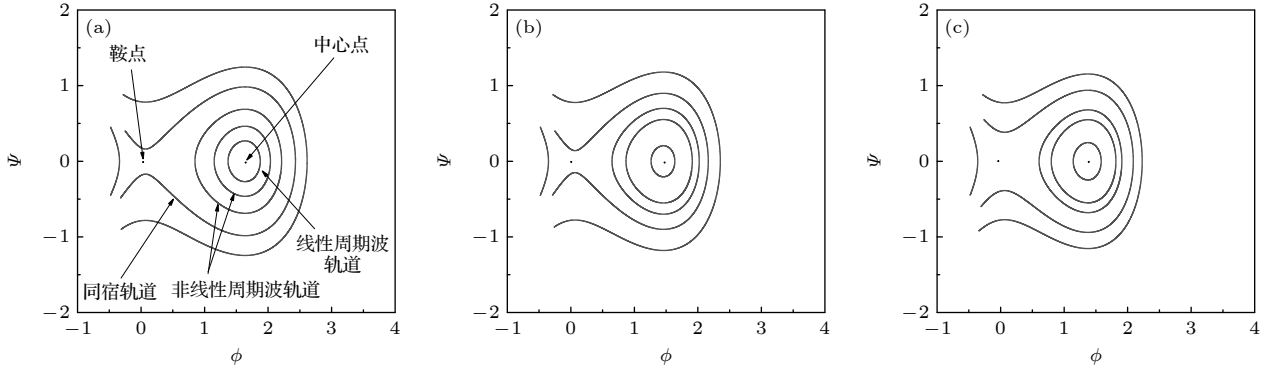
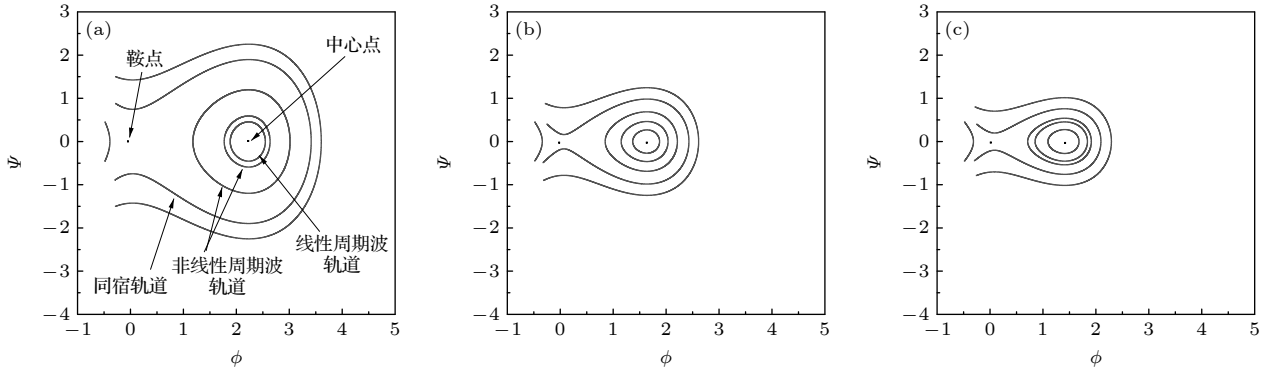
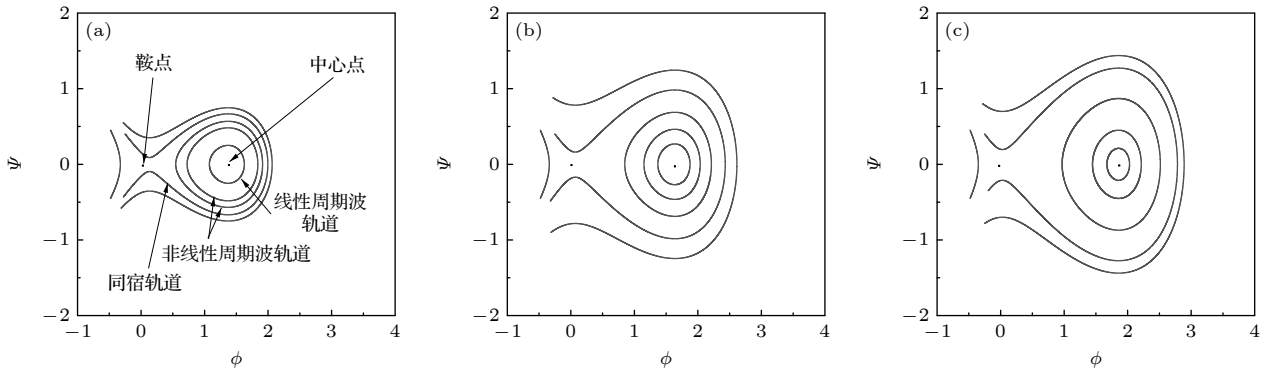
4 数值分析

接下来, 利用数值分析的方法探讨多种系统参数, 如 M , α , b , σ_i , σ_d , δ 等对复杂等离子体系统非线性动力学行为的影响, 以便探究不同的系统参数对同时含有 nonthermal 电子和 trapped 离子的复杂等离子体系统中非线性尘埃声波的重要影响.

图 2 给出了复杂等离子体系统的相图随着不同马赫数 M 的变化规律, 其他系统参数取值分别为 [41,42]: $\alpha = 0.4$, $b = 0.8$, $\sigma_i = 0.5$, $\sigma_d = 0.02$,

$\delta = 2$. 当马赫数 $M = 1.3, 1.4$ 和 1.5 时, 含有 non-thermal 电子和 trapped 离子的复杂等离子体系统中存在一个中心点和鞍点; 而且围绕中心点出现线性周期波轨道和非线性周期波轨道; 另外, 还出现了从鞍点出发回到同一鞍点的同宿轨道 [43]. 这说明该系统同时存在线性周期波解、非线性周期波解和孤立波解. 与此同时, 图 2 还表明: 随着马赫数的增大, 线性周期波轨道、非线性周期波轨道和同宿轨道存在的范围将逐渐减小, 这说明当系统的马赫数 M 改变时, 将影响线性周期波轨道、非线性周期波轨道和同宿轨道所存在的相空间区域.

图 3 给出了二维自治系统的相图随着 nonthermal 电子数 α 的变化规律, 其中 $M = 1.3$, $b = 0.8$, $\sigma_i = 0.5$, $\sigma_d = 0.02$, $\delta = 2$. 图 3 的数值模拟结果表明: 在不同的 nonthermal 电子数 α 取值下, 复杂等离子体系统仍存在中心点、鞍点及三种不同类型的轨道 (线性周期波轨道、非线性周期波轨道和同宿轨道). 通过对比图 3(a)—(c), 不难发现: 虽然相轨道特征会随着 nonthermal 电子数 α 的不同而发生一定变化, 但是该系统同时存在线性周期波解、非线性周期波解和孤立波解的基本属性不会改变. 这说明在实验室与空间环境中, 复杂等离子体中所含的非经典分布状态的 nonthermal 电子分布对该系统的非线性尘埃声波的波动模式存在显著影响.

图 2 系统相图随马赫数 M 的变化 (a) $M = 1.3$; (b) $M = 1.4$; (c) $M = 1.5$ Fig. 2. Variations of system phase diagram with different M : (a) $M = 1.3$; (b) $M = 1.4$; (c) $M = 1.5$.图 3 系统相图随 nonthermal 电子数 α 的变化 (a) $\alpha = 0$; (b) $\alpha = 0.4$; (c) $\alpha = 0.8$ Fig. 3. Variations of system phase diagram with different α : (a) $\alpha = 0$; (b) $\alpha = 0.4$; (c) $\alpha = 0.8$.图 4 系统相图随 trapped 离子数 b 的变化 (a) $b = 0.7$; (b) $b = 0.8$; (c) $b = 0.9$ Fig. 4. Variations of system phase diagram with different b : (a) $b = 0.7$; (b) $b = 0.8$; (c) $b = 0.9$.

二维自治系统相图随着 trapped 离子数 b 的变化规律由图 4 给出, 其中 $M = 1.3$, $\alpha = 0.4$, $\sigma_i = 0.5$, $\sigma_d = 0.02$, $\delta = 2$. 由数值模拟结果不难看出, 当 trapped 离子数 b 从 0.7 逐步增加到 0.8, 0.9 时, 该系统仍然同时存在线性周期波解、非线性周期波解和孤立波解, 这表明 trapped 离子分布状态会直接影响复杂等离子体系统中线性周期波解、非线性周期波解和孤立波解的存在范围.

图 5 给出了二维自治系统的相图随着参数 σ_i 的变化规律, 在这里其他系统参数取值分别为: $M = 1.3$, $\alpha = 0.4$, $b = 0.8$, $\sigma_d = 0.02$, $\delta = 2$. 图 5 显示: 同时含有 nonthermal 电子和 trapped 离子的复杂等离子体中, 系统参数 σ_i 会影响同时存在的线性周期波轨道、非线性周期波轨道和同宿轨道的存在范围. 考虑到 $\sigma_i = T_i/T_e$, 这说明该复杂等离子体系统中的电子温度、离子温度及电子温度与

离子温度之比均会对系统的线性周期波解、非线性周期波解和孤立波解存在一定的影响。

当 $M = 1.3$, $\alpha = 0.4$, $b = 0.8$, $\sigma_i = 0.5$, $\delta = 2$ 时, 二维自治系统的相图随着系统参数 σ_d 的变化规律由图 6 给出. 可以明显看出, 当系统参数 σ_d 从 0.02, 0.05 逐步增加到 0.08 时, 系统相图中不同类型相轨道的存在范围会随着 σ_d 的改变而改变. 由于 $\sigma_d = T_d/Z_d T_i$, 这表明: 该复杂等离子体系统的线性周期波解、非线性周期波解和孤立波解的存

在范围与尘埃颗粒的温度、荷电量和离子的温度均存在一定联系。

图 7 给出了二维自治系统相图随着 δ 的变化规律, 其他系统参数取值分别为: $M = 1.3$, $\alpha = 0.4$, $b = 0.8$, $\sigma_i = 0.5$, $\sigma_d = 0.02$. 数值模拟结果显示: 系统参数 δ 的取值变化, 并不会影响该系统中同时存在线性周期波轨道、非线性周期波轨道和同宿轨道的基本特征. 但该系统的多种相轨道的存在范围则随着 δ 的增大而逐渐变小. 由于参数

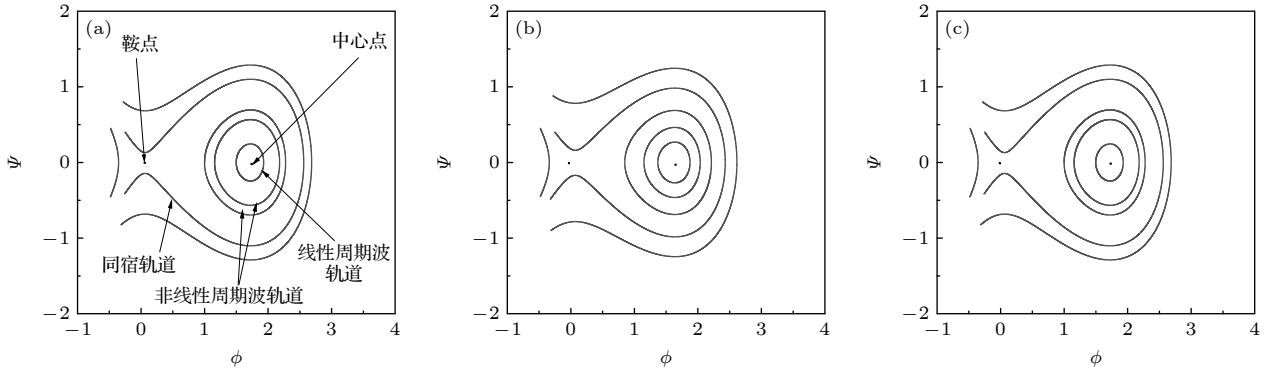


图 5 系统相图随参数 σ_i 的变化 (a) $\sigma_i = 0.4$; (b) $\sigma_i = 0.5$; (c) $\sigma_i = 0.6$

Fig. 5. Variations of system phase diagram with different σ_i : (a) $\sigma_i = 0.4$; (b) $\sigma_i = 0.5$; (c) $\sigma_i = 0.6$.

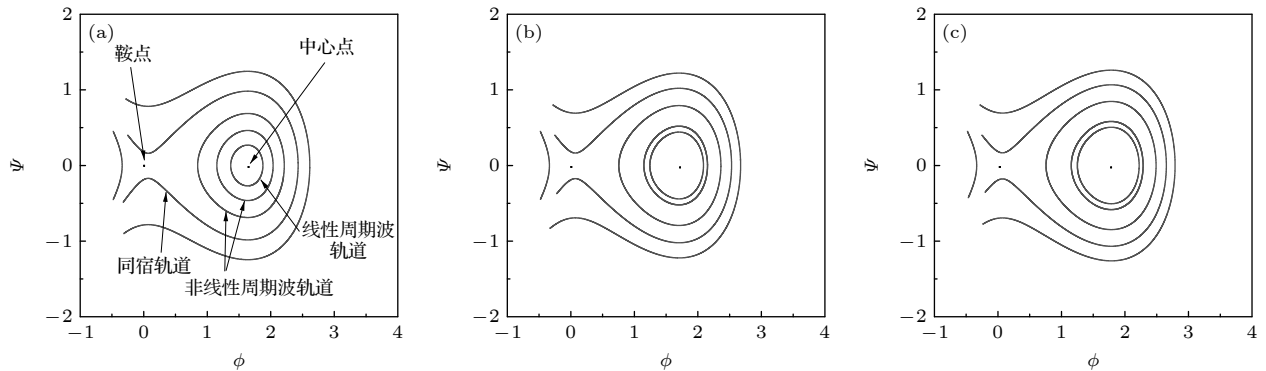


图 6 系统相图随参数 σ_d 的变化 (a) $\sigma_d = 0.02$; (b) $\sigma_d = 0.05$; (c) $\sigma_d = 0.08$

Fig. 6. Variations of system phase diagram with different σ_d : (a) $\sigma_d = 0.02$; (b) $\sigma_d = 0.05$; (c) $\sigma_d = 0.08$.

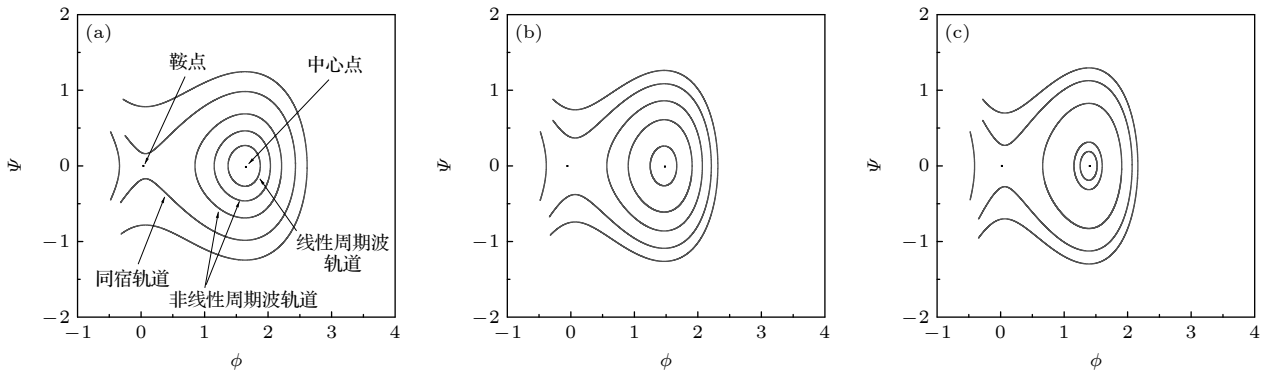


图 7 系统相图随参数 δ 的变化 (a) $\delta = 2$; (b) $\delta = 3$; (c) $\delta = 4$

Fig. 7. Variations of system phase diagram with different δ : (a) $\delta = 2$; (b) $\delta = 3$; (c) $\delta = 4$.

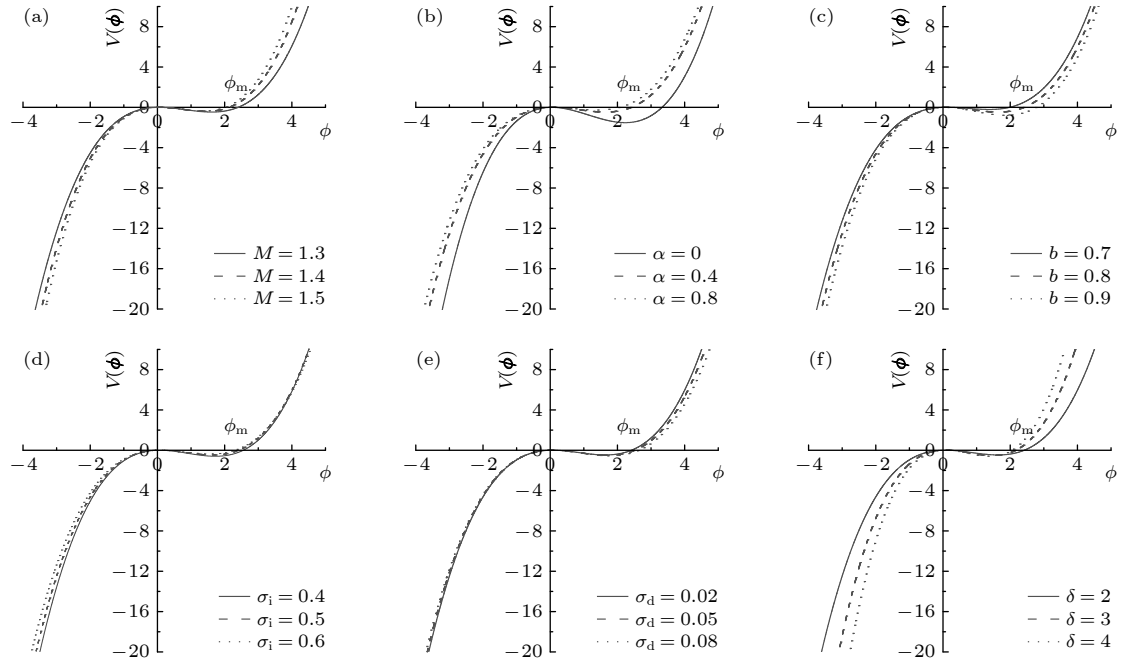


图 8 Sagdeev 势函数 $V(\phi)$ 随不同系统参数的变化规律 (a) $\alpha = 0.4$, $b = 0.8$, $\sigma_i = 0.5$, $\sigma_d = 0.02$, $\delta = 2$; (b) $M = 1.3$, $b = 0.8$, $\sigma_i = 0.5$, $\sigma_d = 0.02$, $\delta = 2$; (c) $M = 1.3$, $\alpha = 0.4$, $\sigma_i = 0.5$, $\sigma_d = 0.02$, $\delta = 2$; (d) $M = 1.3$, $\alpha = 0.4$, $b = 0.8$, $\sigma_d = 0.02$, $\delta = 2$; (e) $M = 1.3$, $\alpha = 0.4$, $b = 0.8$, $\sigma_i = 0.5$, $\delta = 2$; (f) $M = 1.3$, $\alpha = 0.4$, $b = 0.8$, $\sigma_i = 0.5$, $\sigma_d = 0.02$

Fig. 8. Variations of Sagdeev potential $V(\phi)$ with different parameters: (a) $\alpha = 0.4$, $b = 0.8$, $\sigma_i = 0.5$, $\sigma_d = 0.02$, $\delta = 2$; (b) $M = 1.3$, $b = 0.8$, $\sigma_i = 0.5$, $\sigma_d = 0.02$, $\delta = 2$; (c) $M = 1.3$, $\alpha = 0.4$, $\sigma_i = 0.5$, $\sigma_d = 0.02$, $\delta = 2$; (d) $M = 1.3$, $\alpha = 0.4$, $b = 0.8$, $\sigma_d = 0.02$, $\delta = 2$; (e) $M = 1.3$, $\alpha = 0.4$, $b = 0.8$, $\sigma_i = 0.5$, $\delta = 2$; (f) $M = 1.3$, $\alpha = 0.4$, $b = 0.8$, $\sigma_i = 0.5$, $\sigma_d = 0.02$.

$\delta = n_{e0}/(Z_{d0}n_{d0})$, 这说明同时含有 nonthermal 电子和 trapped 离子的复杂等离子体系统中所含电子、离子的未扰动数密度, 以及尘埃颗粒数密度、荷电量等重要参数对该系统的线性周期波、非线性周期波和孤立波均存在一定的影响。

接下来, 探讨系统参数对 Sagdeev 势函数的影响. 研究表明^[40]: Sagdeev 势函数表征孤立波存在的条件是 Sagdeev 势函数满足当 $\phi = 0$ 时, $V(\phi) = 0$, $dV/d\phi = 0$ 且 $d^2V/d\phi^2 < 0$. 利用数值模拟分析的方法, 可以获得同时含有 nonthermal 电子和 trapped 离子的复杂等离子体系统中的 Sagdeev 势函数 $V(\phi)$ 随多种系统参数的变化规律, 如图 8 所示. 结果表明: 在多种不同的系统参数取值下, Sagdeev 势函数 $V(\phi)$ 均存在两个零点, 分别为 $\phi_1 = 0$ 和 $\phi_2 = \phi_m$, 且 $\phi_m > 0$. 这意味着该复杂等离子体系统中仅存在振幅大于零的压缩型孤立波。

图 8 给出的数值模拟结果显示: 当马赫数 M , nonthermal 电子数 α , 系统参数 σ_i 和 δ 依次增大时, 压缩型孤立波的振幅 ϕ_m 将逐渐减小; 而当 trapped 离子数 b 和系统参数 σ_d 依次增大时, 孤立

波的振幅 ϕ_m 将逐渐增大, 该结论与图 2—图 7 中二维自治系统的相图分析结果保持一致. 因此可以得出结论: 马赫数、nonthermal 电子数和 trapped 离子数以及尘埃颗粒的未扰动数密度、温度及荷电量等系统参数对振幅大于零的压缩型孤立波的波形特征存在重要影响。

为了直观地了解孤立波的振幅和宽度等波形特征, 可以利用椭圆方程的一般理论对 Sagdeev 势方程 (11) 进行解析求解, 得到该系统中非线性尘埃声孤波的形式如下^[44]:

$$\phi = \phi_m \cdot \text{sech}^2(\xi/D), \quad (13)$$

其中孤立波的振幅 $\phi_m = -3A_2/(2A_3)$; 孤立波的宽度 $D = \sqrt{4/A_2}$.

图 9 给出了同时含有 nonthermal 电子和 trapped 离子的复杂等离子体系统中非线性尘埃声波具体波形的变化规律. 不难发现: 在给定的参数取值下, 该复杂等离子体系统仅存在振幅大于零的压缩型孤立波, 且当系统参数 M , α , σ_i 以及 δ 逐渐增加时, 孤立波的振幅逐渐减小而宽度增大; 而当系统参数 b 以及 σ_d 逐渐增加时, 孤立波的振幅逐渐增大而宽度减小. 这一结论与图 8 中 Sagdeev 势

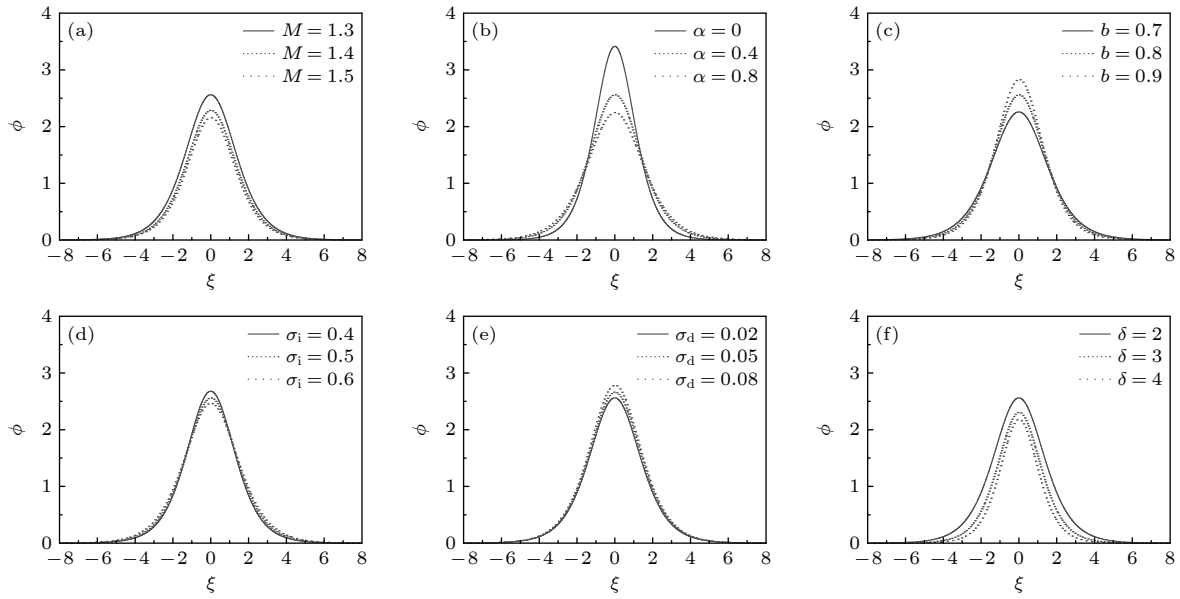


图9 孤立波 ϕ 的波形随不同参数的变化规律 (a) $\alpha = 0.4$, $b = 0.8$, $\sigma_i = 0.5$, $\sigma_d = 0.02$, $\delta = 2$; (b) $M = 1.3$, $b = 0.8$, $\sigma_i = 0.5$, $\sigma_d = 0.02$, $\delta = 2$; (c) $M = 1.3$, $\alpha = 0.4$, $\sigma_i = 0.5$, $\sigma_d = 0.02$, $\delta = 2$; (d) $M = 1.3$, $\alpha = 0.4$, $b = 0.8$, $\sigma_d = 0.02$, $\delta = 2$; (e) $M = 1.3$, $\alpha = 0.4$, $b = 0.8$, $\sigma_i = 0.5$, $\delta = 2$; (f) $M = 1.3$, $\alpha = 0.4$, $b = 0.8$, $\sigma_i = 0.5$, $\sigma_d = 0.02$

Fig. 9. Waveform variations of the solitary waves ϕ with different parameters: (a) $\alpha = 0.4$, $b = 0.8$, $\sigma_i = 0.5$, $\sigma_d = 0.02$, $\delta = 2$; (b) $M = 1.3$, $b = 0.8$, $\sigma_i = 0.5$, $\sigma_d = 0.02$, $\delta = 2$; (c) $M = 1.3$, $\alpha = 0.4$, $\sigma_i = 0.5$, $\sigma_d = 0.02$, $\delta = 2$; (d) $M = 1.3$, $\alpha = 0.4$, $b = 0.8$, $\sigma_d = 0.02$, $\delta = 2$; (e) $M = 1.3$, $\alpha = 0.4$, $b = 0.8$, $\sigma_i = 0.5$, $\delta = 2$; (f) $M = 1.3$, $\alpha = 0.4$, $b = 0.8$, $\sigma_i = 0.5$, $\sigma_d = 0.02$.

函数的分析结果保持一致. 考虑到理论模型中各参数的具体表达式: $\sigma_i = T_i/T_e$, $\delta = n_{e0}/(Z_d n_{d0})$, $\sigma_d = T_d/Z_d T_i$. 由此可知: 当电子的温度降低且其数密度增大, 或者当尘埃颗粒的密度、荷电量以及温度下降时, 孤立波的振幅将会变小; 但是, 如果离子的温度降低, 那么孤立波的振幅则会增大. 这说明: 在同时含有 nonthermal 电子和 trapped 离子的多组分复杂等离子体中, 诸如马赫数、non-thermal 电子和 trapped 离子以及未扰动的尘埃颗粒数密度、温度及荷电量等系统参数对非线性尘埃声孤波的振幅、宽度等波形特征均具有重要影响. 特别地: 当 trapped 离子数和 nonthermal 电子数增加时, 孤立波的振幅和宽度会出现显著变化, 这充分说明 nonthermal 电子和 trapped 离子的存在对复杂等离子体系统中非线性尘埃声孤波的传播波形存在不可忽视的重要影响.

5 结 论

本文研究了多种系统参数对同时含有 non-thermal 电子和 trapped 离子的复杂等离子体系统中非线性尘埃孤波传播特征的重要影响. 首先, 采用线性化方法推导得到非线性尘埃声波的色散关

系; 然后, 借助 Sagdeev 势方法推导得到二维自治系统、Sagdeev 势方程和 Sagdeev 势函数的具体表达式; 接着, 通过数值模拟的方法分析了二维自治系统的相图随多种系统参数的变化规律. 结果表明: 同时含有 nonthermal 电子和 trapped 离子的复杂等离子体系统中存在线性周期波解轨道、非线性周期波解轨道和同宿轨道. 接下来, 分析了 Sagdeev 势函数的变化规律并确定该复杂等离子体系统仅存在振幅大于零的压缩型孤立波. 最后, 详细讨论了多种系统参数对非线性尘埃声孤波的振幅、宽度及波形的显著影响. 结果表明: 诸如马赫数、nonthermal 电子和 trapped 离子以及未扰动时的尘埃颗粒数密度、温度和荷电量等各种参数对非线性尘埃声孤波的振幅、宽度和波形等传播特性均具有不可忽视的重要影响. 该理论研究结果将有助于空间和实验室环境等离子体中非线性波动过程的进一步研究工作的深入开展.

参考文献

- [1] Gill T S, Bains A S, Bedi C 2010 *Phys. Plasmas*. **17** 013701
- [2] Zahed H, Emadi E 2016 *Phys. Plasmas*. **23** 083706
- [3] Singh K, Kaur N, Saini N S 2017 *Phys. Plasmas*. **24** 063703
- [4] Akhter T, Mannan A, Mamun A A 2013 *Plasma. Phys. Rep.* **39** 548

- [5] Anowarm G M, Mamuna A 2008 *Phys. Lett.* **372** 5896
- [6] Rasheed A, Tsintsadze N L, Murtaza G 2011 *Phys. Plasmas*. **18** 112701
- [7] Rao N N, Shukla P K, Yu M Y 1990 *Planet. Space. Sci.* **38** 543
- [8] Barkan A, Merlino R L, N D Angelo 1995 *Phys. Plasmas* **2** 3563
- [9] Xie B S, He K F, Huang Z Q 1998 *Chin. Phys. Lett.* **15** 892
- [10] Lin M M, Duan W S 2005 *Commun. Theor. Phys.* **44** 719
- [11] Murad A, Zakir U, Haque Q 2019 *Braz. J. Phys.* **49** 79
- [12] Sarmah B, Devi A, Sarma J 2019 *InfoKara* **8** 115
- [13] Soni P K, Aravindakshan H, Kakad B, Kakad A 2021 *Phys. Scr.* **96** 105604
- [14] Jahan S, Banik S, Chowdhury N A, Mannan A, Mamun A A 2022 *Gases* **2** 22
- [15] Lin M M, Fu Y J, Song Q Y, Yu T X, Wen H S, Jiang L 2022 *Acta Phys. Sin.* **71** 095203 (in Chinese) [林麦麦, 付颖捷, 宋秋影, 于腾萱, 文惠珊, 蒋蕾 2022 物理学报 **71** 095203]
- [16] Lin M M, Wang M Y, Jiang L 2023 *Acta Phys. Sin.* **72** 035201 (in Chinese) [林麦麦, 王明月, 蒋蕾 2023 物理学报 **72** 035201]
- [17] Mamani C 2023 *Braz. J. Phys.* **53** 110
- [18] Saha T, Chatterjee P 2009 *Phys. Plasmas* **16** 013707
- [19] Mamun A A, Shukla P K 2009 *Phys. Rev. E* **80** 037401
- [20] Selim M M 2016 *Eur. Phys. J. Plus* **131** 93
- [21] Gill T S, Kaur H, Bansal S, Saini N S, Bala P 2007 *Eur. Phys. J. D* **41** 151
- [22] Mamun A A, Alam M N, Azad A K 1998 *Phys. Plasmas* **5** 1212
- [23] Mandal D, Lesur M, Gravier E, Sama J N, Guillevic A, Sarazin Y 2023 *Plasma Phys. Controlled Fusion* **65** 055001
- [24] Kaniadakis G, Lavagno A, Quarati P 1996 *Phys. Lett. B* **369** 308
- [25] El-Labany S K, El-Taibany W F, El-Abbasy O M 2007 *Chaos, Solitons Fractals* **33** 813
- [26] Salam M A, Akbar M A, Ali M Z 2021 *Results Phys.* **26** 104376
- [27] Kian R B, Mahdiah M H 2023 *Fluid Dyn. Res.* **55** 35503
- [28] Taylor H A, Daniell R E, Hartle R E, Brinton H C, Bauer S J, Scarf F L 1981 *Adv. Space Res.* **1** 247
- [29] Sabry R, Moslem W M, Shukla P K 2009 *Phys. Plasmas* **16** 032302
- [30] Amour R, Tribeche M 2010 *Plasma Phys.* **17** 063702
- [31] Haider M M, Ferdous T, Duha S S 2014 *Cent. Eur. J. Phys.* **12** 701
- [32] Ghai Y, Saini S N 2017 *Astrophys. Space Sci.* **362** 3
- [33] Annou K, Bahamida S, Annou R 2011 *Pramana-J. Phys.* **76** 513
- [34] Mamun A A 1998 *Phys. Scr.* **57** 258
- [35] Demiray H, Abdikian A 2019 *Chaos, Solitons Fractals* **121** 50
- [36] Rasheed A, Murtaza G, Tsintsadze NL 2010 *Phys. Rev. E* **82** 016403
- [37] El-Shamy E, Al-Chouikh R, El-Depsy A, Al-Wadie N 2016 *Phys. Plasmas* **23** 122122
- [38] Cairns R A, Mamun A A, Bingham R, Boström R, Dendy R O, Nairn C M C, Shukla P K 1995 *Geophys. Res. Lett.* **22** 2709
- [39] Misra A P, Wang Y L 2015 *Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simul.* **22** 1360
- [40] Pakzad H R, Tribeche M 2012 *J. Fusion Energy* **31** 611
- [41] El-Labany S K, El-Taibany W F, El-Bedwehy N A, Zedan N A 2017 *Plasmas Phys. Rep.* **43** 756
- [42] Nejoh Y 1992 *IEEE Trans. Plasmas Sci.* **20** 80
- [43] Saha A, Tamang J 2019 *Adv. Space Res.* **63** 1596
- [44] Saha A, Chatterjee P 2014 *Astrophys. Space Sci.* **350** 631

Propagation characteristics of nonlinear dust acoustic solitary waves in complex plasma with nonthermal electrons and trapped ions

Lin Mai-Mai[†] Song Chen-Guang Wang Ming-Yue Chen Fu-Yan

(*College of Physics and Electronic Engineering, Northwest Normal University, Lanzhou 730070, China*)

(Received 14 December 2023; revised manuscript received 11 January 2024)

Abstract

The propagation characteristics of nonlinear dust acoustic solitary waves in a complex plasma system with nonthermal electrons and trapped ions are investigate in this work. The nonlinear dispersion relation of dust acoustic waves is obtained by using the linear method, and the two-dimensional autonomous system governing the motion of nonlinear dust acoustic waves is derived by using the Sagdeev potential method. At the same time, the specific expression of the Sagdeev potential function is obtained based on the Sagdeev potential equation. The numerical simulations are used to analyze the phase portraits of the two-dimensional autonomous system, revealing the linear periodic wave orbits, nonlinear periodic wave orbits, and homoclinic orbits co-existing in the complex dusty plasma system with nonthermal electrons and trapped ions. Furthermore, from the variations of the Sagdeev potential function with different system parameters it follows that only the compressive solitary waves exist in this complex plasma system. The significant influences of various system parameters on the amplitude, width, and waveform of the nonlinear dust acoustic solitary wave in the complex plasma system are discussed in detail. The results demonstrate that the Mach number, the nonthermal electrons and trapped ions, undisturbed dust particle number density, temperature, and charge have important effects on the propagating characteristics of the nonlinear dust acoustic solitary waves in a complex plasma with nonthermal electrons and trapped ions.

Keywords: nonlinear dust acoustic solitary waves, Sagdeev potential method, nonthermal electron distribution, trapped ions distribution

PACS: 52.27.Lw, 52.35.Mw, 52.35.Sb, 47.35.Fg

DOI: [10.7498/aps.73.20231967](https://doi.org/10.7498/aps.73.20231967)

[†] Corresponding author. E-mail: linmaimai1514@126.com

含有非热电子和陷俘离子的复杂等离子体中非线性尘埃声波的传播特征

林麦麦 宋晨光 王明月 陈富艳

Propagation characteristics of nonlinear dust acoustic solitary waves in complex plasma with nonthermal electrons and trapped ions

Lin Mai-Mai Song Chen-Guang Wang Ming-Yue Chen Fu-Yan

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 73, 075201 (2024) DOI: 10.7498/aps.73.20231967

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.73.20231967>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

热尘埃等离子体中(2 + 1)维尘埃声孤波的传播特征

Propagation characteristics of (2 + 1) dimensional dust acoustic solitary waves in hot dusty plasma

物理学报. 2022, 71(9): 095203 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20210902>

含有Kappa分布电子的多组分等离子体中的(3 + 1)维非线性离子声波

(3 + 1) dimensional nonlinear ion acoustic waves in multicomponent plasma containing Kappa distributed electrons

物理学报. 2022, 71(17): 175201 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20212255>

具有非广延分布电子的碰撞等离子体磁鞘的结构

Structure of collisional magnetized plasma sheath with non-extensive distribution of electrons

物理学报. 2021, 70(1): 015201 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20200794>

电子的非广延分布对等离子体鞘层中二次电子发射的影响

Effects of q -nonextensive distribution of electrons on secondary electron emission in plasma sheath

物理学报. 2019, 68(18): 185204 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20190225>

强碰撞磁化尘埃等离子体中的漂移波

Drift wave in strong collisional dusty magnetoplasma

物理学报. 2020, 69(17): 175201 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20200468>

非均匀等离子体中1/4临界密度附近受激散射的非线性演化

Nonlinear evolution of stimulated scattering near 1/4 critical density

物理学报. 2019, 68(19): 195202 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20190883>