

# 串扰忆阻突触异质离散神经网络的 共存放电与同步行为\*

王璇<sup>1) #</sup> 杜健嵘<sup>1) #</sup> 李志军<sup>3)</sup> 马铭磷<sup>3)</sup> 李春来<sup>1) 2) †</sup>

1) (湖南理工学院, 信息光子学与空间光通信湖南省重点实验室, 岳阳 414006)

2) (湘潭大学计算机学院-网络空间安全学院, 湘潭 411105)

3) (湘潭大学自动化与电子信息学院, 湘潭 411105)

(2023 年 12 月 15 日收到; 2024 年 3 月 22 日收到修改稿)

突触串扰由相邻突触间神经递质的溢出引起, 对神经系统的放电特性及信号传输有着深远影响. 利用两个忆阻器模拟生物神经突触, 双向耦合 Chialvo 离散神经元和 Rulkov 离散神经元, 并考虑耦合状态下突触间的串扰行为, 构建一类忆阻突触耦合异质离散神经网络. 研究分析表明, 神经网络不动点的数量及稳定性依赖于突触串扰强度. 同时, 通过分析分岔图、相图、李雅普诺夫指数谱和时序图等发现, 随着突触串扰强度的变化, 神经网络表现出不同的共存放电行为. 此外, 基于神经元放电序列的相位差及同步因子, 研究了不同耦合强度及不同系统初始条件和参数情形下, 突触串扰强度对神经网络同步行为的影响.

**关键词:** 忆阻器, 异质离散神经网络, 突触串扰, 共存放电, 相位同步

**PACS:** 05.45.Ac, 05.45.Xt, 87.19.lj, 87.19.lj

**DOI:** 10.7498/aps.73.20231972

## 1 引言

动物及人类的各种生理功能活动受神经系统调控, 而神经元是神经系统结构与功能的基本单位<sup>[1,2]</sup>. 神经元的电活动与神经元间突触的化学活动共同参与完成神经信息的编码、传输、处理和整合<sup>[3,4]</sup>. 因此, 神经系统是由大量神经元通过突触耦合形成的复杂生物动力学网络<sup>[5]</sup>. 为便于模拟和分析生物神经系统的结构和功能特征, 大量神经元模型及神经网络模型被提出. 神经网络模型以其独特的结构和信息处理方式, 在模式识别、信号处理、人工智能等领域中发挥着重要作用<sup>[6-8]</sup>. 连续神经元模型, 如 Morris-Lecar (ML)<sup>[9]</sup>, FitzHugh-Nagumo (FN)<sup>[10]</sup>, Hindmarsh-Rose (HR)<sup>[11]</sup>, Hopfield neuron (HN)<sup>[12]</sup>,

tabu learning neuron<sup>[13]</sup> 等, 主要基于 Hodgkin-Huxley (HH) 模型<sup>[14]</sup> 构建. 同时, 在连续神经元模型的基础上, 学者们构建了许多离散神经元模型. 比如, Chialvo 对 HH 连续模型进行简化, 建立了 Chialvo 离散神经元模型<sup>[15]</sup>. 受此启发, Rulkov 和 Kinouchi-Tragtenberg 进一步建立了 Rulkov<sup>[16]</sup>, KT<sup>[17]</sup> 及 KTZ<sup>[18]</sup> 等离散神经元模型. 相关研究表明, 离散神经元模型同样能用于模拟真实生物神经元的放电特性及行为特征, 且在计算复杂度、存储容量等方面比连续神经元模型更具优势<sup>[19]</sup>. 因此, 从某种意义上讲, 离散神经元模型更适合模拟神经网络并进行理论分析<sup>[20]</sup>.

忆阻器被认为是除电阻、电容和电感之外的第四类无源电路元件, 具有纳米尺寸、本征复杂、非易失存储及类神经突触可塑性等独特性质. 因此,

\* 湖南省自然科学基金 (批准号: 2020JJ4337) 和国家自然科学基金 (批准号: 62171401) 资助的课题.

# 同等贡献作者.

† 通信作者. E-mail: lichunlai33@126.com

忆阻器是模拟生物神经突触的理想器件<sup>[21–24]</sup>, 为人工神经网络的构建提供了新的思路. 局部有源性被认为是动力系统复杂性的起源<sup>[25]</sup>. 局部有源忆阻器能放大无限小能量振荡行为, 应用于神经网络系统或神经元电路时易于诱发各类神经形态放电行为<sup>[26]</sup>. 因此, 利用局部有源忆阻器模拟生物神经突触受到越来越多的关注. 将离散局部有源忆阻器引入人工神经网络或神经元, 可以更准确地模拟生物神经元之间的电活动和信息传递, 有助于揭示神经系统疾病的电生理学机制. Lai 和 Yang<sup>[27]</sup> 基于无离散忆阻器、离散忆阻器模拟电磁辐射刺激、离散局部有源忆阻器模拟生物突触等方式构建了三种离散神经网络模型; 研究表明, 离散忆阻器可使得神经网络模型产生更为复杂的混沌放电动力学行为. Li 等<sup>[28]</sup> 构建了一类离散忆阻 Rulkov 神经元模型, 研究发现忆阻器可以有效地模拟离散神经元模型的磁感应效应. 此外, Lu 等<sup>[29]</sup> 研究了基于离散忆阻器的分数阶神经网络, 发现其具有比整数阶神经网络更丰富的动力学行为. 事实上, 生物神经信息的处理和传递由不同脑区神经元的电磁活动共同完成, 因此, 探索异质离散神经网络的放电动力学和同步行为具有重要实际意义<sup>[13]</sup>.

突触间的串扰由神经递质从一个突触溢出至另一个突触引起. 突触神经递质的溢出将对相邻突触的连接强度产生干扰, 因此, 突触串扰将影响神经信号的放电及传输特性<sup>[30,31]</sup>. Li 和 Yi<sup>[32]</sup> 提出一种基于忆阻器突触的联想记忆电路, 并研究了突触串扰对忆阻器功能的影响. Ding 等<sup>[33]</sup> 揭示了不同串扰强度下, 忆阻器耦合 HR 神经网络平衡点的数量和稳定性具有多样性. 另外, 越来越多的证据表明, 突触串扰存在于多个不同大脑区域. 例如, Li 等<sup>[34]</sup> 建立了一个异质神经网络, 探讨了串扰强度对神经网络放电活动的影响, 发现随着串扰强度的降低, 异质神经元的放电行为从初始振荡逐渐过渡到完全同步. Ma 等<sup>[35]</sup> 则从数值模拟角度探讨了串扰强度对异质离散神经网络放电行为和同步行为的影响. 然而, 目前尚没有关于突触串扰强度对神经网络共存放电行为影响的研究. 事实上, 共存放电意味着神经系统的不同等待状态<sup>[36]</sup>, 即在不同时间或环境下, 神经系统中神经元的放电模式可能有所不同, 从而释放不同的神经信息. 这些不同的放电模式和神经信息对外界环境的刺激和内部状态的改变做出反应, 从而呈现出不同的神经特征. 因此, 神经系统共存放电现象为临床上不同个体或不同

阶段的同病异症及同病异诊提供了电生理学理论基础. 同时, 医生还可根据患者的共存放电模式和特征, 预测疾病的发展趋势和预后结果, 从而采取相应的干预措施和监测方案. 因此, 神经系统共存放电研究有助于神经系统疾病的综合治疗.

综上所述, 探索突触串扰对异质离散神经网络放电特性与同步行为的影响具有重要意义, 但有关忆阻突触异质离散神经网络的研究相对较少. 本文首先设计一类局部有源离散忆阻器, 用于模拟生物神经突触并耦合 Chialvo 神经元和 Rulkov 神经元, 建立一类具有突触串扰的忆阻耦合异质离散神经网络. 进而, 分析离散神经网络的不动点和稳定性、共存放电行为、变量偏置控制. 此外, 具体研究不同耦合强度及不同系统初始条件和参数情形下, 离散神经网络的同步行为, 及突触串扰强度对神经网络同步行为的影响.

## 2 离散忆阻器模型

根据 Chua 关于忆阻器的定义<sup>[37]</sup>, 一类磁控型离散忆阻器设计为

$$\begin{cases} i(n) = W(\varphi(n))v(n) = \sin(a\varphi(n) + b)v(n), \\ \varphi(n+1) = f(\varphi, v) = c\varphi(n) + d(\varphi(n))^3 - ev(n), \end{cases} \quad (1)$$

其中  $v(n)$  和  $i(n)$  为忆阻器的输入电压和输出电流;  $\varphi(n)$  为忆阻器的内部状态变量. 本节中, 忆阻器参数设置为  $a = 1$ ,  $b = 0$ ,  $c = 2$ ,  $d = -0.5$ ,  $e = 0.2$ .

为了模拟突触串扰现象, 考虑两个忆阻器之间的相互作用, 描述如下:

$$\begin{cases} W_1(\varphi) = \sin(a\varphi_1 + b) + p_1 \sin(a\varphi_2 + b), \\ W_2(\varphi) = \sin(a\varphi_2 + b) + p_2 \sin(a\varphi_1 + b), \end{cases} \quad (2)$$

式中,  $W_1(\varphi)$  和  $W_2(\varphi)$  分别表示考虑串扰时第一个突触和第二个突触的权重;  $p_1$  和  $p_2$  为突触之间的串扰强度, 其中  $p_1 \sin(a\varphi_2 + b)$  表示第二个突触对第一个突触的影响,  $p_2 \sin(a\varphi_1 + b)$  表示第一个突触对第二个突触的影响.

在输入正弦电压信号  $v(n) = A \sin(\omega n)$  时, 离散忆阻器的电压-电流特性曲线如图 1 所示. 由图 1(a) 可知, 电压-电流曲线呈现出穿过原点的“8”字形磁滞回线, 且磁滞回线的面积随着振幅  $A$  的增加而逐渐增大. 图 1(b) 中, “8”字形磁滞回线的面积随着频率  $\omega$  的增大而减小. 图 1(c) 则表明, 磁滞回线的形状随着初始值的变化而改变, 表

现出多稳态性和记忆特性. 因此, 该离散忆阻器具有广义忆阻器的指纹特征<sup>[38]</sup>, 是一类广义磁控型离散忆阻器.

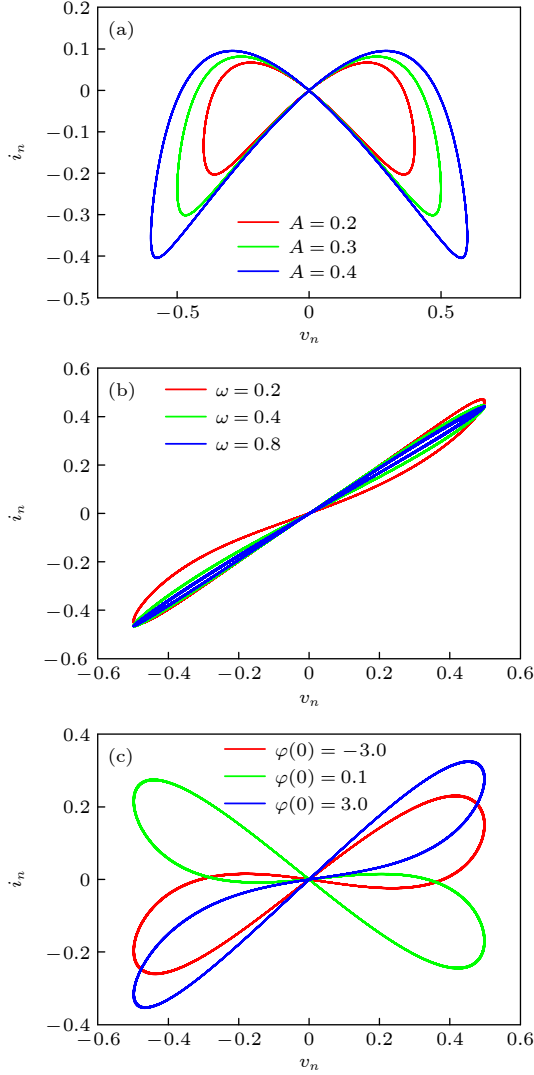


图 1 忆阻器的电压-电流特性曲线 (a)  $\varphi(0) = 0.1$ ,  $\omega = 0.1$ ,  $A = 0.2, 0.3, 0.4$ ; (b)  $\varphi(0) = 0.1$ ,  $A = 0.5$ ,  $\omega = 0.2, 0.4, 0.8$ ; (c)  $A = 0.5$ ,  $\omega = 0.2$ ,  $\varphi(0) = -3.0, 0.1, 3.0$

Fig. 1. Hysteresis loop for discrete memristor: (a)  $\varphi(0) = 0.1$ ,  $\omega = 0.1$  and  $A = 0.2, 0.3, 0.4$ ; (b)  $\varphi(0) = 0.1$ ,  $A = 0.5$  and  $\omega = 0.2, 0.4, 0.8$ ; (c)  $A = 0.5$ ,  $\omega = 0.2$  and  $\varphi(0) = -3.0, 0.1, 3.0$ .

令 (1) 式中第二个方程的  $v(n) = 0$ , 可得

$$\Delta\varphi_n = \varphi(n+1) - \varphi(n) = (c-1)\varphi(n) + d(\varphi(n))^3. \quad (3)$$

基于 (3) 式, 忆阻器的断电图绘制于图 2(a) 所示, 其与  $\Delta\varphi_n = 0$  轴的交点为  $Q_{-1}$ ,  $Q_0$ ,  $Q_1$ . 可知, 交点  $Q_{-1}$  和  $Q_1$  处的斜率为负, 因此, 忆阻器是非易失性的.

假设 (1) 式中  $\varphi(n) = \Phi_n$ ,  $v(n) = V_n$ , 且  $\varphi(n+1) - \varphi(n) = 0$ , 则

$$\begin{aligned} V_n &= [(c-1)\Phi_n + d\Phi_n^3]/e, \\ I_n &= \sin(a\Phi_n + b)V_n = \sin(a\Phi_n + b) \\ &\quad \times \{[(c-1)\Phi_n + d\Phi_n^3]/e\}. \end{aligned} \quad (4)$$

式中,  $V_n$ ,  $I_n$  分别表示直流电压和直流电流. 对应的 DC  $V$ - $I$  曲线如图 2(b) 所示. 可知, 在区域  $V_n \in [-2.7217, 0] \cup I_n \in [0, 1.9834]$  及  $V_n \in [-2.7217, 3.4541] \cup I_n \in [-3.4335, 1.9834]$  内, DC  $V$ - $I$  曲线的斜率为负, 即忆阻器具有负电阻值. 因此, 忆阻器是局部有源的.

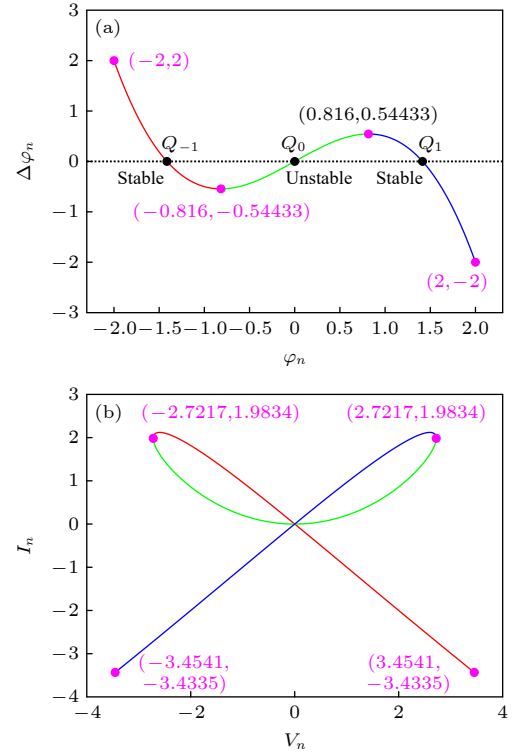


图 2 忆阻器的 (a) POP 和 (b) DC  $V$ - $I$  图

Fig. 2. (a) POP and (b) DC  $V$ - $I$  plot of memristor.

### 3 忆阻耦合异质离散神经网络

#### 3.1 异质离散神经网络的构建

二维离散 Chialvo 神经元的数学模型如下:

$$\begin{cases} x(n+1) = x(n)^2 e^{(y(n)-x(n))} + I, \\ y(n+1) = ay(n) - bx(n) + c, \end{cases} \quad (5)$$

其中  $x(n)$  表示神经元的膜电位;  $y(n)$  表示恢复变量; 参数  $a$  表示恢复时间 ( $a < 1$ ); 恢复过程的激活依赖性由  $b$  ( $b < 1$ ) 定义;  $c$  为偏移值;  $I$  可视为外部输入电流.

二维离散 Rulkov 神经元定义如下:

$$\begin{cases} x(n+1) = \frac{a}{1+x(n)^2} + y(n), \\ y(n+1) = y(n) - b(x(n) - c), \end{cases} \quad (6)$$

式中,  $x(n)$  为神经元的膜电位,  $y(n)$  为神经元的减速变量. 因为变量  $y(n)$  的变化速度由  $b$  和  $c$  控制, 而  $b$  是一个非常小的值 ( $0 < b \ll 1$ ), 因此变量  $y(n)$  会随时间缓慢变化. 参数  $a$  为非线性映射参数, 参数  $c$  是神经元的外部直流电流,  $b$  的值为 0.001.

以上设计的忆阻器模拟生物神经突触, 将 Chialvo 离散神经元和 Rulkov 离散神经元耦合起来, 并考虑突触间的串扰行为, 构建一类忆阻突触耦合异质离散神经网络, 如图 3 所示. 神经网络模型描述如下:

$$\begin{cases} x_1(n+1) = x_1(n)^2 e^{(y_1(n)-x_1(n))} \\ \quad + I - kW_2(\varphi) \tanh(x_2(n)), \\ y_1(n+1) = a_1 y_1(n) - b_1 x_1(n) + c_1, \\ x_2(n+1) = \frac{a_2}{1+x_2(n)^2} + y_2(n) \\ \quad + kW_1(\varphi) \tanh(x_1(n)), \\ y_2(n+1) = y_2(n) - b_2(x_2(n) - c_2), \\ \varphi_1(n+1) = c\varphi_1 + d\varphi_1^3 - e \tanh(x_1(n)), \\ \varphi_2(n+1) = c\varphi_2 + d\varphi_2^3 - e \tanh(x_2(n)), \end{cases} \quad (7)$$

其中  $x_1$  和  $x_2$  表示膜电位;  $y_1$  和  $y_2$  分别表示恢复变量和减速变量;  $\varphi_1$  和  $\varphi_2$  表示磁通量;  $k$  为神经元的耦合强度. 神经网络参数如下:  $a_1 = 0.89$ ,  $b_1 = 0.005$ ,  $c_1 = 0.28$ ,  $I = 0.03$ ,  $a_2 = 2.8$ ,  $b_2 = 0.001$ ,  $c_2 = 0.1$ ,  $c = 1$ ,  $d = -0.5$ ,  $e = 0.2$ ,  $k = 0.1$  和  $p_1 = 0.1$ .

当  $p_2 \in [0, 0.345]$ , 模型表现为超混沌放电行为; 当  $p_2 \in [0.345, 1]$ , 模型表现为混沌放电行为.

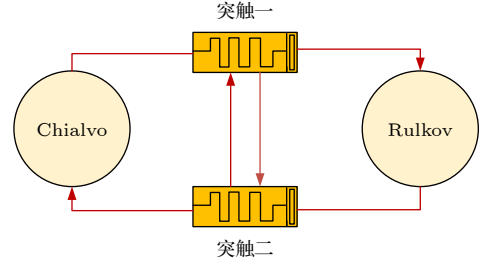


图 3 异质离散神经网络的拓扑结构

Fig. 3. Topology of heterogeneous discrete neural network.

### 3.2 不动点和稳定性

设神经网络系统的不动点为  $P = (X_1, Y_1, X_2, Y_2, Z_1, Z_2)$ , 则  $P$  满足以下方程:

$$\begin{cases} X_1 = X_1^2 e^{(Y_1-X_1)} + I - kW_2(Z) \tanh(X_2), \\ Y_1 = a_1 Y_1 - b_1 X_1 + c_1, \\ X_2 = \frac{a_2}{1+X_2^2} + Y_2 + kW_1(Z) \tanh(X_1), \\ Y_2 = Y_2 - b_2(X_2 - c_2), \\ Z_1 = cZ_1 + dZ_1^3 - e \tanh(X_1), \\ Z_2 = cZ_2 + dZ_2^3 - e \tanh(X_2). \end{cases} \quad (8)$$

根据 (8) 式, 可以得神经网络系统的不动点:

$$P \left( X_1, \frac{-b_1 X_1 + c_1}{1 - a_1}, c_2, Y_2, Z_1, Z_2 \right).$$

对应的雅可比矩阵如下:

$$J = \begin{bmatrix} A & B & -kW_2(Z) \operatorname{sech}^2(X_2) & 0 & C & D \\ -b_1 & a_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ kW_1(Z) \operatorname{sech}^2(X_1) & 0 & \frac{-2a_2 X_2}{(1+X_2^2)^2} & 1 & E & F \\ 0 & 0 & -b_2 & 1 & 0 & 0 \\ -e \operatorname{sech}^2(X_1) & 0 & 0 & 0 & c + 3dZ_1^2 & 0 \\ 0 & 0 & -e \operatorname{sech}^2(X_2) & 0 & 0 & c + 3dZ_2^2 \end{bmatrix}, \quad (9)$$

其中  $A = 2X_1 e^{(Y_1-X_1)} - X_1^2 e^{(Y_1-X_1)}$ ,  $B = X_1^2 e^{(Y_1-X_1)}$ ,  $C = -k[p_2 \cos(aZ_1 + b)a] \tanh X_2$ ,  $D = -k[\cos(aZ_2 + b)a] \tanh X_2$ ,  $E = k[\cos(aZ_1 + b)a] \times \tanh X_1$ ,  $F = k[p_1 \cos(aZ_2 + b)a] \tanh X_1$ .



雅可比矩阵的特征值可由  $\det(\lambda I - J) = 0$  得到. 表 1 列出了不同串扰强度下离散神经模型的不动点和特征值. 可知, 神经网络不动点的数量及稳定性依赖于突触串扰强度.

## 4 异质离散神经网络的放电动力学

### 4.1 串扰强度 $p_1$ 影响下的共存放电

当耦合强度  $k = 0.1$  及串扰强度  $p_2 = 0.3$  时, 发现在不同初始条件下, 神经网络系统关于串扰强度  $p_1$  的分岔图各不相同, 如图 4 所示, 蓝色、红色、绿色、洋红色分别对应于初始条件 IC1 =

(1, 1, 1, -1, 1, 0), IC2 = (1, 1, 1, -2.4, 1, 0), IC3 = (1, 1, 1, 1, 1, 0), IC4 = (1, 1, 1, 2, 1, 0). 对于初始值 (1, 1, 1, -1, 1, 0), 随着串扰强度  $p_1$  的增加, 神经网络历经周期到混沌的倍周期分岔路径, 依次表现出周期 4、混沌、周期 8、周期 16、混沌等不同放电模式, 如图 4(a) 所示; 对于初始值 (1, 1, 1, -2.4, 1, 0), 神经网络历经倍周期分岔及反向倍周期分岔等路径, 依次表现出周期 4、周期 8、混沌、周期 12、周期 6、混沌、周期 10 等不同放电模式, 如图 4(b) 所示; 对于初始值 (1, 1, 1, 1, 1, 0), 神经网络历经倍周期分岔路径, 可表现出周期 6、周期 12、混沌等放电模式, 如图 4(c) 所示; 对于初始值

表 1 神经网络的平衡点、特征值和稳定性  
Table 1. Equilibrium points, eigenvalues, and stability of neural network.

$(p_1, p_2)$	$(x_1(n), y_2(n), \varphi_1(n), \varphi_2(n))$	特征值	稳定性
(0.1, 0.1)	(0.0342, 0.001, 0.0323, 0.0086)	-0.5593, 0.8269, 0.8889, 0.9994±0.0022i, 1	不稳定鞍焦点
	(0.0352, 0.001, 0.036, -0.3372)	-0.5593, 0.8509, 0.8291, 0.8881, 0.9990, 0.9996	不稳定鞍结点
	(0.0392, 0.0021, -0.2489, -0.3372)	-0.5587, 0.8296, 0.9425, 0.9017, 0.8926, 0.9994	不稳定鞍结点
	(168.8416, 0.0715, -0.7368, -0.3416)	0, 0.8900, -0.5580, 0.1857, 0.8236, 0.9994	不稳定鞍结点
(1, 1)	(0.0339, 0.0009, 0.0973, -0.0618)	-0.5589, 0.8097, 0.8892, 0.9953±0.0015i, 0.9995	不稳定鞍焦点
	(0.0347, 0.0018, 0.1062, -0.3375)	-0.5586, 0.8277±0.0047i, 0.8890, 0.9955, 0.9994	不稳定鞍焦点
	(0.0383, 0.0031-0.224, -0.3365)	-0.5569, 0.8305, 0.8838±0.0020i, 0.9645, 0.9994	不稳定鞍焦点
	(168.8425, 0.1017, -0.7368, -0.3416)	0, 0.89, -0.5457, 0.1857, 0.8113, 0.9994	不稳定鞍结点

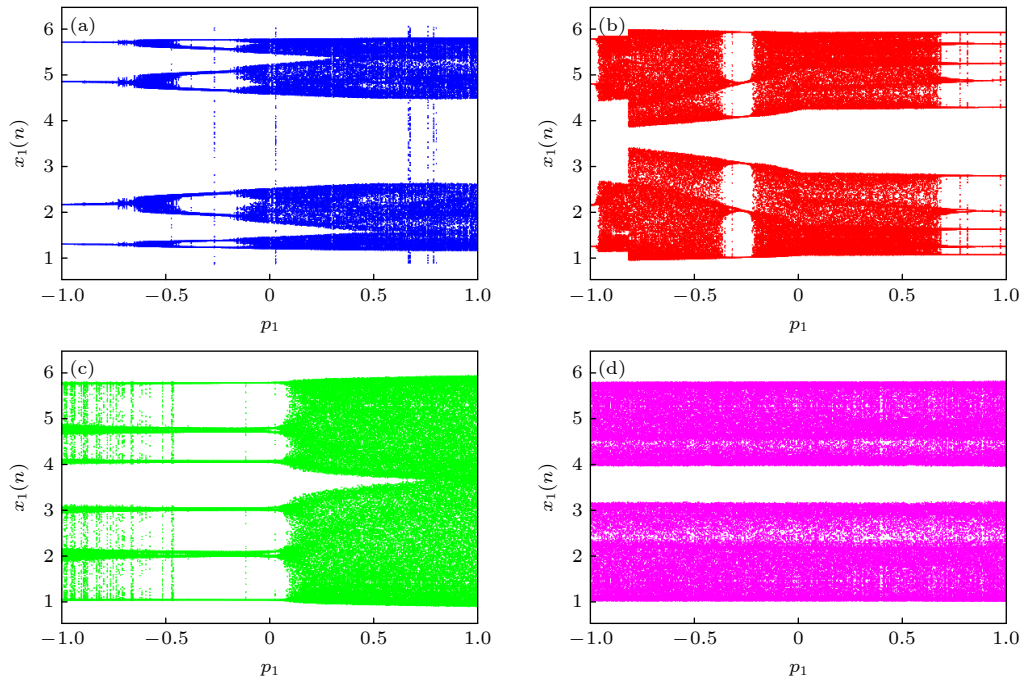


图 4 不同初始条件时, 状态变量  $x_1(n)$  关于  $p_1$  的分岔图 (a) (1, 1, 1, -1, 1, 0); (b) (1, 1, 1, -2.4, 1, 0); (c) (1, 1, 1, 1, 1, 0); (d) (1, 1, 1, 2, 1, 0)

Fig. 4. Bifurcation diagrams of state variable  $x_1(n)$  versus  $p_1$  under different initial conditions: (a) (1, 1, 1, -1, 1, 0); (b) (1, 1, 1, -2.4, 1, 0); (c) (1, 1, 1, 1, 1, 0); (d) (1, 1, 1, 2, 1, 0).

(1, 1, 1, 2, 1, 0), 神经网络表现为鲁棒的混沌放电模式, 如图 4(d) 所示. 显然, 神经网络系统具有多重稳定的共存放电特性.

为了更加直观地观测串扰强度对共存放电特性的影响, 考虑初始条件 IC1, IC2, IC3, IC4 下, 不同串扰强度  $p_1$  作用时神经网络的共存吸引子及共存放电序列, 如图 5 所示. 具体地, 当  $p_1 = -0.8$ , 神经网络表现为周期 2(蓝色)、周期 3(绿色)、混沌(红色、洋红色)等放电形式, 如图 5(a)–(c); 当  $p_1 = -0.4$ , 神经网络表现为周期 4(蓝色)、周期 3(红色、

绿色)、混沌(洋红色)等放电形式, 如图 5(d)–(f); 当  $p_1 = 0.2$ , 神经网络表现为混沌放电形式, 如图 5(g)–(i); 当  $p_1 = 0.8$ , 神经网络表现为周期 5(红色)、混沌(其余)混沌放电形式, 如图 5(j)–(l).

## 4.2 串扰强度 $p_2$ 影响下的共存放电

当耦合强度  $k = 0.1$  及串扰强度  $p_1 = 0.1$  时, 不同初始条件下神经网络系统关于串扰强度  $p_2$  的分岔图如图 6 所示, 其中蓝色、红色、绿色、洋红色分别对应于初始条件 IC1 = (1, 1, 1, -5, 1, 0),

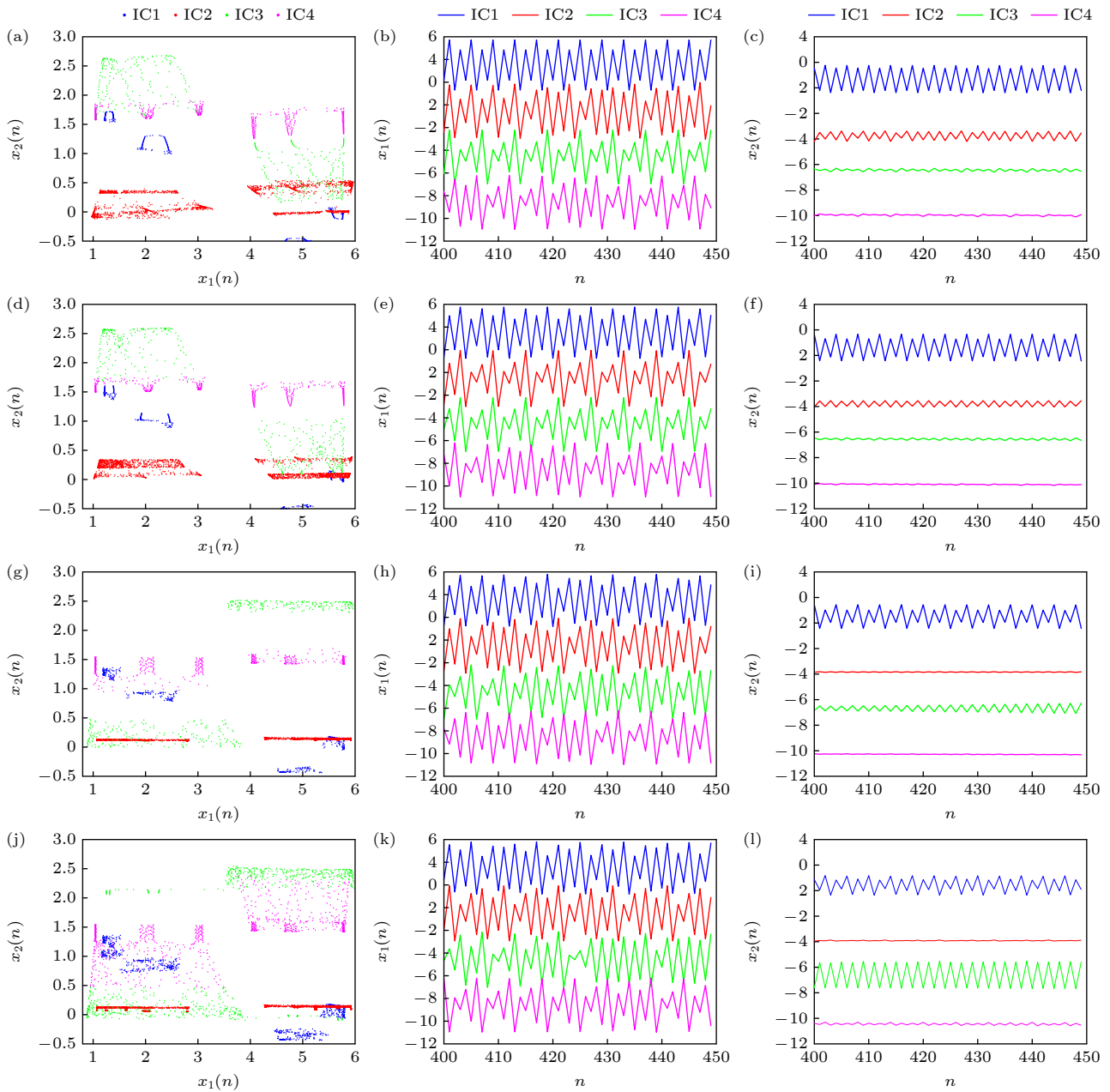


图 5  $p_1$  取不同值时, 神经网络的共存吸引子及共存放电序列 (a)–(c)  $p_1 = -0.8$ ; (d)–(f)  $p_1 = -0.4$ ; (g)–(i)  $p_1 = 0.2$ ; (j)–(l)  $p_1 = 0.8$

Fig. 5. Coexisting attractors and coexisting discharge sequences under different  $p_1$  value: (a)–(c)  $p_1 = -0.8$ ; (d)–(f)  $p_1 = -0.4$ ; (g)–(i)  $p_1 = 0.2$ ; (j)–(l)  $p_1 = 0.8$ .

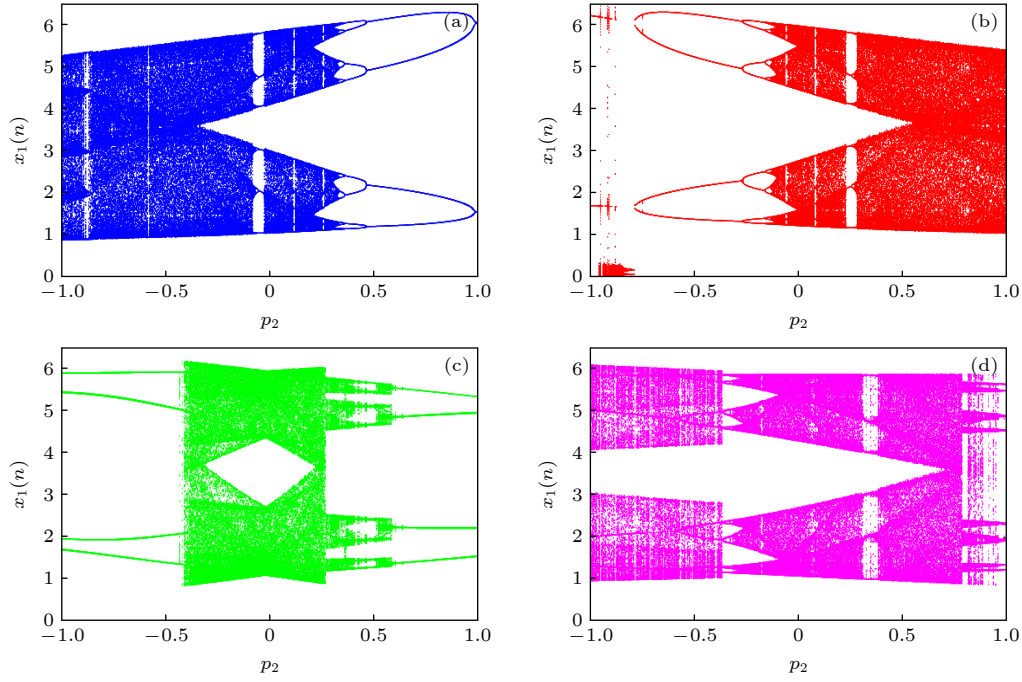


图6 不同初始条件时状态变量  $x_1(n)$  关于  $p_2$  的分岔图 (a) (1, 1, 1, -5, 1, 0); (b) (1, 1, 1, 5, 1, 0); (c) (1, 1, 1, -1, 1, 0); (d) (1, 1, 1, -3, 1, 0)

Fig. 6. Bifurcation diagrams of state variable  $x_1(n)$  versus  $p_2$  under different initial conditions: (a) (1, 1, 1, -5, 1, 0); (b) (1, 1, 1, 5, 1, 0); (c) (1, 1, 1, -1, 1, 0); (d) (1, 1, 1, -3, 1, 0).

IC2 = (1, 1, 1, 5, 1, 0), IC3 = (1, 1, 1, -1, 1, 0), IC4 = (1, 1, 1, -3, 1, 0). 对于初始值 (1, 1, 1, -5, 1, 0), 随着串扰强度  $p_2$  的增加, 神经网络历经混沌到周期的反向倍周期分岔及切分岔等路径, 依次表现为混沌、周期 12、周期 6、周期 16、周期 8、周期 4、周期 2 等不同放电模式, 如图 6(a) 所示; 对于初始值 (1, 1, 1, 5, 1, 0), 神经网络历经周期到混沌的倍周期分岔及切分岔等路径, 依次表现为周期 2、周期 4、周期 8、周期 16、混沌、周期 6、周期 12 等不同放电模式, 如图 6(b) 所示; 对于初始值 (1, 1, 1, -1, 1, 0), 神经网络历经切分岔等路径, 可表现出周期 4、不同幅度混沌、周期 8 等放电模式, 如图 6(c) 所示; 对于初始值 (1, 1, 1, -3, 1, 0), 神经网络历经倍周期分岔、切分岔等路径, 可表现出周期 8、周期 16、周期 3、周期 6、混沌等放电模式, 如图 6(d) 所示. 因此, 神经网络系统同样具有多重稳定的共存放电行为.

类似地, 考虑初始条件 IC1, IC2, IC3, IC4 下, 不同串扰强度  $p_2$  作用时神经网络的共存吸引子及共存放电序列, 以更直观地观测串扰强度对共存放电特性的影响, 如图 7 所示. 具体地, 当  $p_2 = -1.1$ , 神经网络表现为混沌 (蓝色、洋红色)、周期 (红色、绿色) 放电形式, 如图 7(a)–(c); 当  $p_2 = -0.4$ , 神

经网络表现为混沌 (蓝色)、周期 (其余) 放电形式, 如图 7(d)–(f); 当  $p_2 = 0.2$ , 神经网络表现为混沌放电形式, 如图 7(g)–(i); 当  $p_2 = 0.8$ , 神经网络表现为混沌 (红色)、周期 (其余) 放电形式, 如图 7(j)–(l).

### 4.3 变量偏置控制

偏置控制是指在不改变动力系统解的情况下, 在其解空间中移动吸引子位置及吸引盆的一种方法 [39,40]. 由 (7) 式所示异质离散神经网络可知, 状态变量  $y_2$  仅以线性项形式出现, 因此可用于偏置控制. 据此, 在 (7) 式的状态变量  $y_2$  中引入控制参数  $m$ , 得到偏置可控神经网络系统:

$$\begin{cases} x_1(n+1) = x_1(n)^2 e^{(y_1(n)-x_1(n))} + I \\ \quad - kW_2(\varphi) \tanh(x_2(n)), \\ y_1(n+1) = a_1 y_1(n) - b_1 x_1(n) + c_1, \\ x_2(n+1) = \frac{a_2}{1+x_2(n)^2} + (y_2(n) + m) \\ \quad + kW_1(\varphi) \tanh(x_1(n)), \\ y_2(n+1) = (y_2(n) + m) - b_2 (x_2(n) - c_2) - m, \\ \varphi_1(n+1) = c\varphi_1 + d\varphi_1^3 - e \tanh(x_1(n)), \\ \varphi_2(n+1) = c\varphi_2 + d\varphi_2^3 - e \tanh(x_2(n)). \end{cases} \quad (10)$$

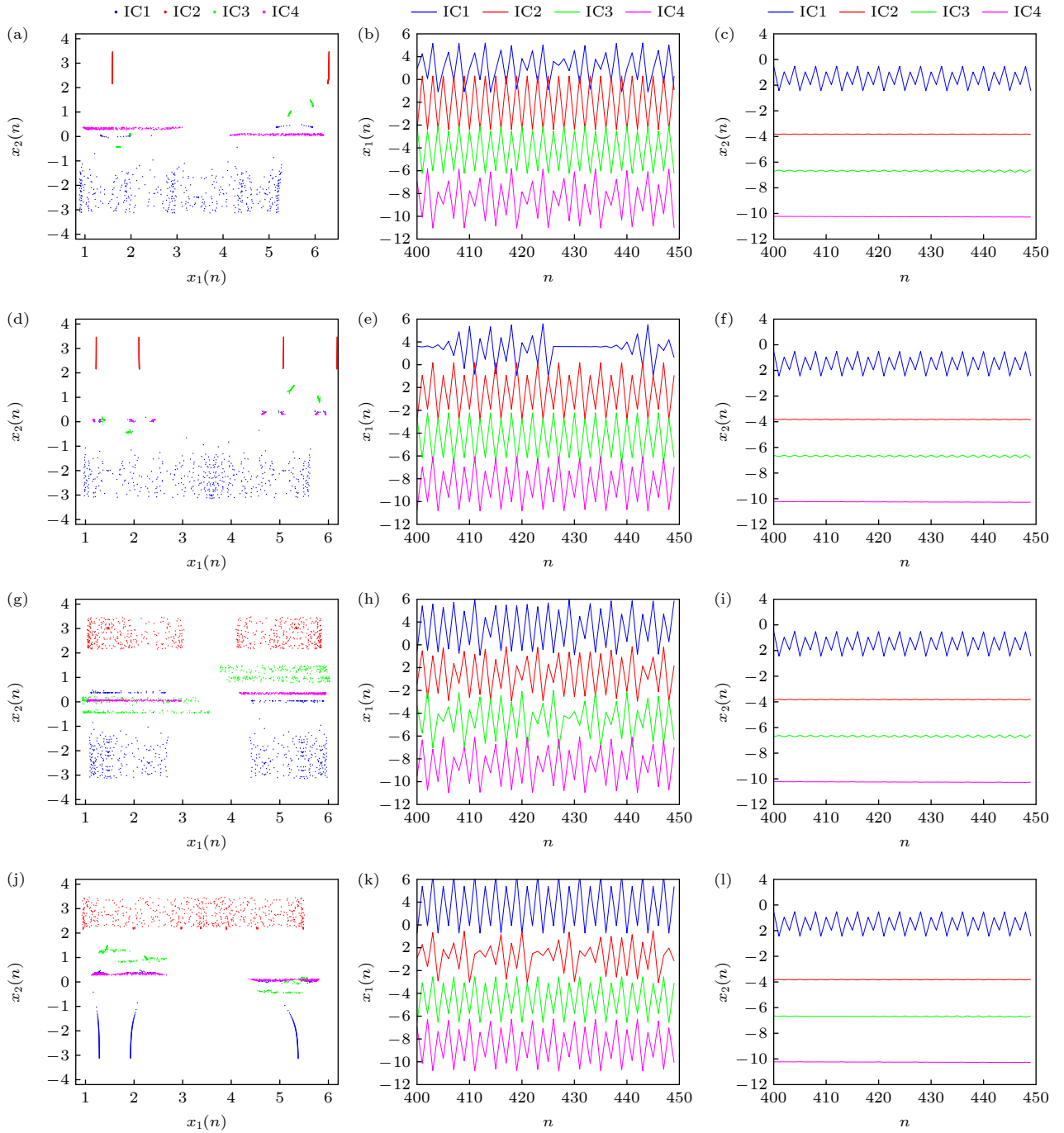

 图 7 不同  $p_2$  值时神经网络的共存吸引子及共存放电序列 (a)–(c)  $p_2 = -1.1$ ; (d)–(f)  $p_2 = -0.4$ ; (g)–(i)  $p_2 = 0.2$ ; (j)–(l)  $p_2 = 0.8$ 

 Fig. 7. Coexisting attractors and coexisting discharge sequences under different  $p_2$  value: (a)–(c)  $p_2 = -0.7$ ; (d)–(f)  $p_2 = -0.4$ ; (g)–(i)  $p_2 = 0.2$ ; (j)–(l)  $p_2 = 0.8$ .

设置  $k = 0.1$ ,  $p_1 = 0.1$ ,  $p_2 = 0.1$ , 初始值  $(1, 1, 1, 5, 1, 0)$ , 其他系统参数保持不变, 绘制状态变量  $x_2, y_2$  关于参数  $m$  的分岔图, 如图 8(a), (b) 所示. 可知, 随着  $m$  的增加, 状态变量  $x_2, y_2$  的偏置随  $m$  线性变化. 图 8(c) 绘制了系统前两个李雅普诺夫指数随参数  $m$  的演化过程, 可知, 最大李雅普诺夫指数随参数  $m$  逐渐增加, 而第二个李雅普诺夫指数

保持恒定. 根据偏置控制对多稳态性的辨识原理<sup>[41]</sup>可判定, 随参数  $m$  的增加, 系统表现为无穷稳定状态. 图 9 为  $m = 0.1, 0.3, 0.5, 0.8$  时神经网络的  $x_2$ - $y_2$  平面相图及时序图, 进一步证实了参数  $m$  对状态变量  $x_2, y_2$  的偏置调控特性及系统的无穷稳定状态特性. 变量偏置控制意味着引入偏置控制参数后, 神经放电序列的强度可得到灵活的控制<sup>[42]</sup>.



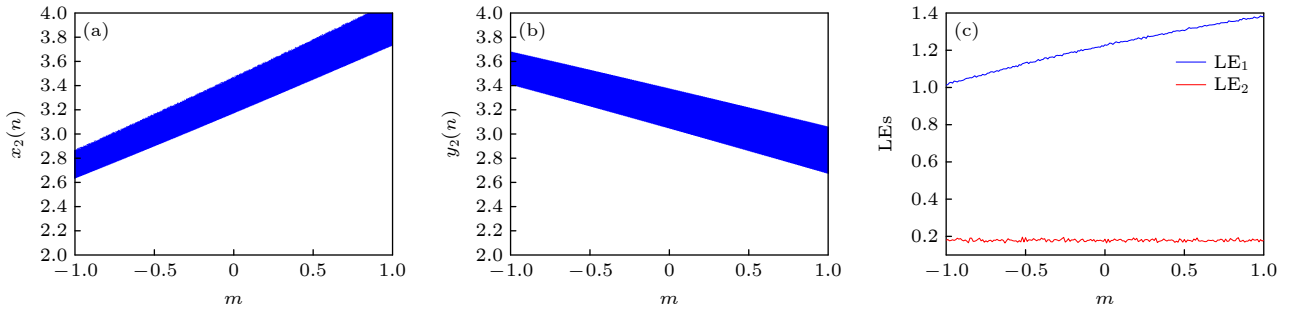

 图 8 (a), (b) 状态变量  $x_2, y_2$  关于参数  $m$  的分岔图; (c) 关于参数  $m$  的李雅普诺夫指数图

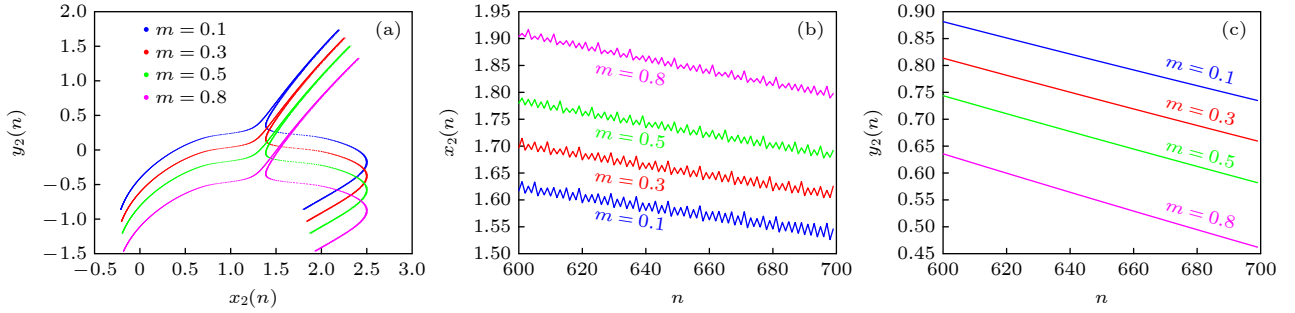
 Fig. 8. (a), (b) Bifurcation diagram and (c) Lyapunov exponent versus  $m$ .

 图 9 不同  $m$  取值时 (a)  $x_2$ - $y_2$  的相图; (b), (c) 状态变量  $x_2, y_2$  的放电序列

 Fig. 9. For different values of  $m$ : (a)  $x_2$ - $y_2$  phase diagrams; (b), (c) discharge sequences for state variables  $x_2, y_2$ .

## 5 异质离散神经网络的同步行为

同步是神经网络的基本现象,也是大脑信息处理的关键.如前所述,耦合强度、串扰强度、系统参数及初始值对异质神经网络的放电动力学有着较大的影响,从而可能产生同步跃迁.本节拟基于神经元放电序列的相位差及同步因子,研究异质神经网络系统的同步放电行为.神经元膜电位序列  $x_1(t)$  和  $x_2(t)$  的相位差由下式求得:

$$\Delta\phi = \phi_1 - \phi_2 = \arctan \frac{\hat{x}_1(t)}{x_1(t)} - \arctan \frac{\hat{x}_2(t)}{x_2(t)}, \quad (11)$$

其中  $\hat{x}_1(t)$  和  $\hat{x}_2(t)$  是采样序列  $x_1(t)$  和  $x_2(t)$  的希尔伯特变换,

$$\begin{cases} \hat{x}_1(t) = -\frac{1}{\pi}PV \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x_1(\tau)}{t-\tau} d\tau, \\ \hat{x}_2(t) = -\frac{1}{\pi}PV \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x_2(\tau)}{t-\tau} d\tau. \end{cases} \quad (12)$$

式中,  $PV$  是柯西意义上的积分.当神经元膜电位序列  $x_1(t)$  和  $x_2(t)$  的相位差  $\Delta\phi$  的绝对值小于  $2\pi$  时,可以检测到相位同步行为.

基于平均场理论,同步因子  $R$  定义如下:

$$R(x) = (\langle \bar{x}^2 \rangle - \langle \bar{x} \rangle^2) / (\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2), \quad (13)$$

其中  $\bar{x}$  为神经元序列  $x$  的平均值;  $\langle x \rangle = \frac{1}{\Delta t} \sum_{t=t_i}^{t_f} x$  为序列  $x$  在时间上的平均值,  $\Delta t = t_f - t_i$ ,  $t_i$  和  $t_f$  分别为计算开始和结束时间.因此,  $R(x) \in [0, 1]$ , 且  $R(x) \rightarrow 1$  表示时间序列  $x_1(t)$  和  $x_2(t)$  达到完全同步状态.

### 5.1 串扰强度 $p_1$ 影响下的同步行为

固定串扰强度  $p_2 = 0.1$  及初始值  $(1, 1, 1, 1, 1, 0)$ , 考虑不同耦合强度、系统初始值和系统参数下,串扰强度  $p_1$  对网络同步行为的影响.如图 10(a) 所示,当  $p_1 \in [-1, 1]$ , 神经网络具有较大的同步因子;以  $p_1 = 0$  为分界点,同步因子  $R$  先减小后增大;且耦合强度  $k$  越低,同步因子  $R$  越大,同步性能越好.同时,从图 10(b) 可以观察到,神经元膜电位序列的相位差满足  $|\Delta\phi| < 2\pi$ , 说明 Chialvo 神经元和 Rulkov 神经元处于相位同步状态.

根据前文的探讨,发现初始值  $y_2(0)$  对神经网络放电行为有一定影响.因此,进一步研究不同初始值  $y_2(0)$  下,串扰强度  $p_1$  对神经网络同步行为的影响.如图 11(a) 所示,在不同初值下,串扰强度  $p_1$  对神经网络的同步行为影响较小;但  $y_2(0)$  的取值过小时 (如  $y_2(0) = -5$ ), 同步因子  $R$  的值较小.

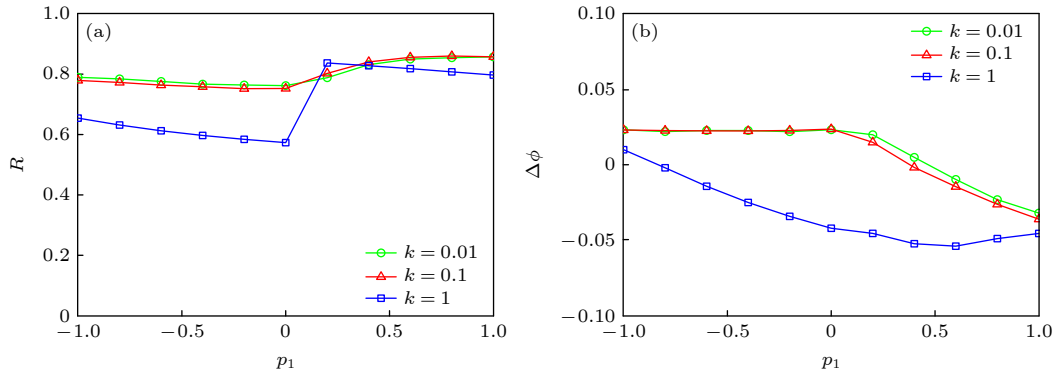

 图 10 不同耦合强度  $k$  (a)  $p_1$  对同步因子的影响; (b)  $p_1$  对相位差的影响

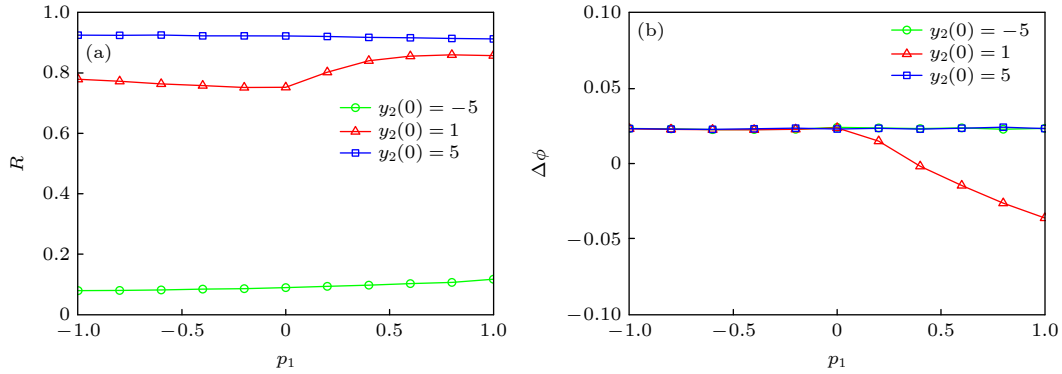
 Fig. 10. For different  $k$ : (a) Dependence of synchronization factor on  $p_1$ ; (b) dependence of phase difference on  $p_1$ .

 图 11 不同初始值  $y_2(0)$  (a)  $p_1$  对同步因子的影响; (b)  $p_1$  对相位差的影响

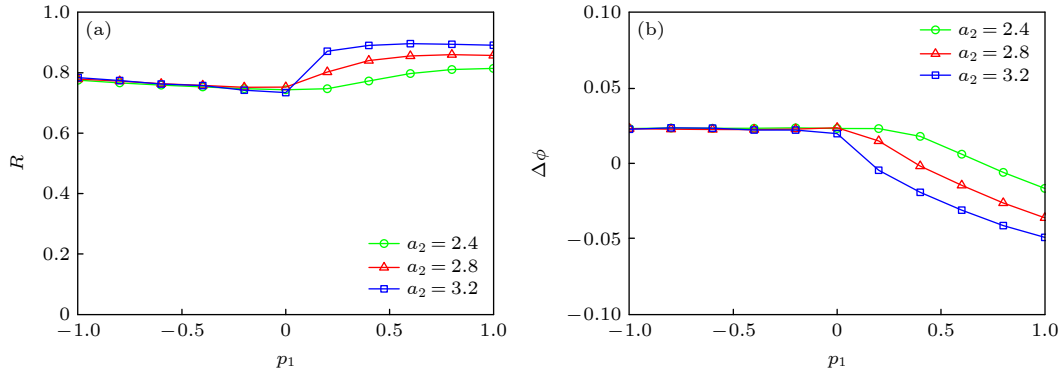
 Fig. 11. For different  $y_2(0)$ : (a) Dependence of synchronization factor on  $p_1$ ; (b) dependence of phase difference on  $p_1$ .

 图 12 不同系统参数  $a_2$  (a)  $p_1$  对同步因子的影响; (b)  $p_1$  对相位差的影响

 Fig. 12. For different  $a_2$ : (a) Dependence of synchronization factor on  $p_1$ ; (b) dependence of phase difference on  $p_1$ .

而当  $y_2(0) = 1$  时, 从  $p_1 = 0$  开始同步因子  $R$  的值随着串扰强度  $p_1$  增加而不断增大; 此时, 相位差随着  $p_1$  增加逐渐减小, 且始终满足  $|\Delta\phi| < 2\pi$ , 如图 11(b) 所示.

图 12 描述了取不同系统参数  $a_2$  时, 串扰强度  $p_1$  对神经网络同步行为的影响. 可知, 当  $p_1 \in [-1, 0]$  时, 相位差  $\Delta\phi$  和同步因子  $R$  受参数  $a_2$  的影响较小, 即神经网络同步行为对  $a_2$  的依赖性较低; 而当  $p_1 \in (0, 1]$  时,  $R$  的值逐渐增大, 而相位差  $\Delta\phi$

逐渐减小, 并且参数  $a_2$  的值越大, 神经网络的同步性越高.

为更直观地观察神经网络的同步放电行为, 固定参数  $a_1 = 0.89$ ,  $b_1 = 0.005$ ,  $c_1 = 0.28$ ,  $I = 0.03$ ,  $a_2 = 2.8$ ,  $b_2 = 0.001$ ,  $c_2 = 0.1$ ,  $c = 1.0$ ,  $d = -0.5$ ,  $e = 0.2$ ,  $k = 0.1$ ,  $p_2 = 0.1$ , 考虑不同串扰强度  $p_1$  下膜电位和相位差随时间的演化, 如图 13. 可知, 串扰强度  $p_1$  取不同值时, 两个异质神经元一直处于相位同步状态.

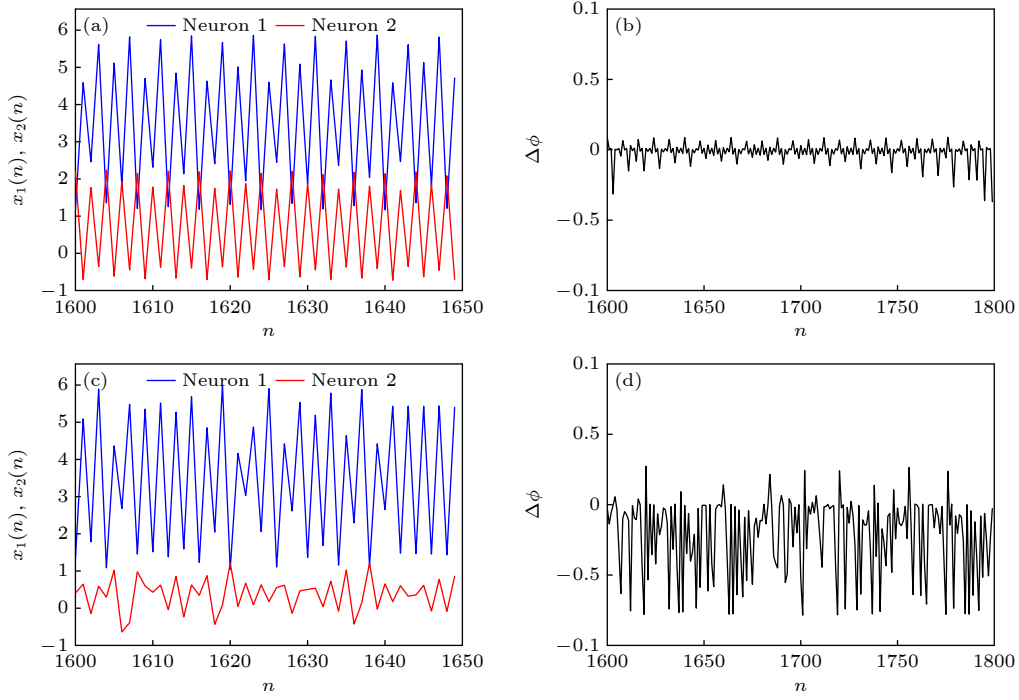

 图 13 (a)  $p_1 = -5$  时的时间序列; (b)  $p_1 = -5$  时的相位差; (c)  $p_1 = 5$  时的时间序列; (d)  $p_1 = 5$  时的相位差

Fig. 13. (a) Time series when  $p_1 = -5$ ; (b) phase difference when  $p_1 = -5$ ; (c) time series when  $p_1 = 5$ ; (d) phase difference when  $p_1 = 5$ .

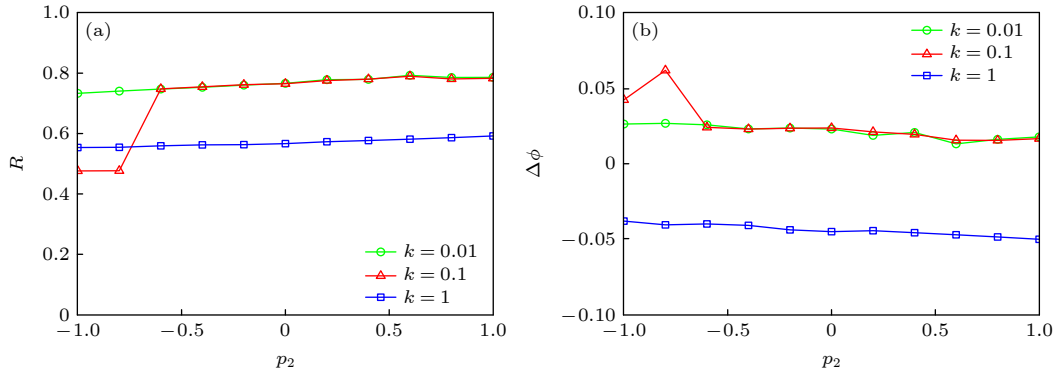

 图 14 不同耦合强度  $k$  (a)  $p_2$  对同步因子的影响; (b)  $p_2$  对相位差的影响

Fig. 14. For different  $k$ : (a) Dependence of synchronization factor on  $p_2$ ; (b) dependence of phase difference on  $p_2$ .

## 5.2 串扰强度 $p_2$ 影响下的同步行为

固定串扰强度  $p_1 = 0.1$  及初始值  $(1, 1, 1, 1, 1, 0)$ , 考虑不同耦合强度、初始值及系统参数下, 串扰强度  $p_2$  对神经网络同步行为的影响. 从图 14(a) 中可以看出, 耦合强度  $k$  较大或者较小时 (如  $k = 0.01, 1$ ), 神经网络同步因子  $R$  的值基本保持不变; 而当  $k = 0.1$  时, 同步因子  $R$  值在  $p_2 = -0.8$  处有一个大幅度的提升, 继而在  $p_2 > -0.6$  时基本保持不变. 与之对应,  $k = 0.1$  时, 相位差在  $p_2 = -0.8$  处减小并在  $p_2 > -0.6$  时基本保持不变, 且满足  $|\Delta\phi| < 2\pi$ , 如图 14(b) 所示.

从图 15 中可以看出, 初始值  $y_2(0)$  过小时 (如  $y_2(0) = -5$ ), 随着  $p_2$  的变化, 神经网络的同步因子及相位差基本不变, 但同步因子的值较小. 初始值  $y_2(0)$  较大时 (如  $y_2(0) = 1, 5$ ), 串扰强度  $p_2$  对神经网络同步行为的影响较大. 具体地,  $p_2 \in [-1, -0.62]$  时, 同步因子先变小后增大, 相位差先增加后减小;  $p_2 > -0.62$  时, 同步因子和相位差变化较为平缓. 但当  $p_2 \in [-1, 1]$ , 始终满足  $|\Delta\phi| < 2\pi$ , 表明神经网络处于相位同步状态.

取不同的神经网络参数  $a_2$  时, 串扰强度  $p_2$  对神经网络同步行为的影响如图 16 所示. 可知, 串扰强度  $p_2$  对神经网络同步行为的影响较大. 随着

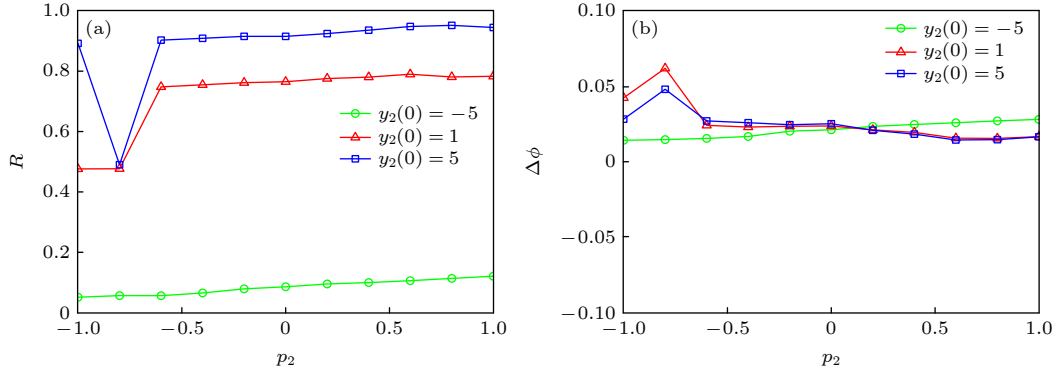

 图 15 不同初始值  $y_2(0)$  (a)  $p_2$  对同步因子的影响; (b)  $p_2$  对相位差的影响

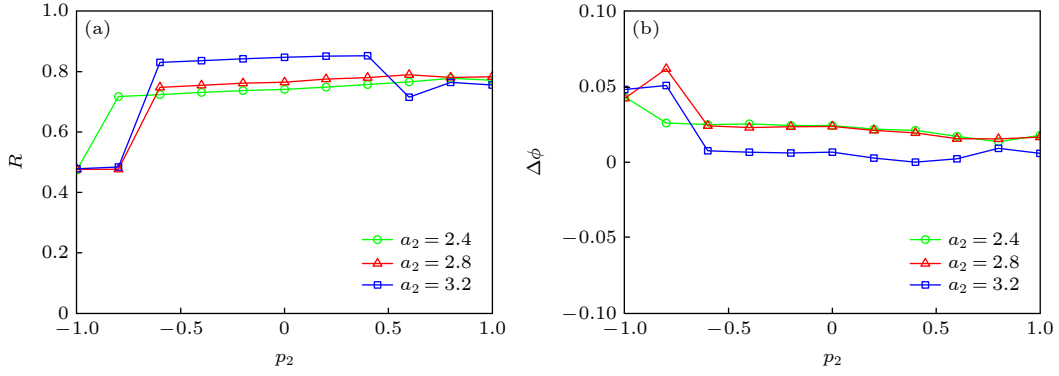
 Fig. 15. For different  $y_2(0)$ : (a) Dependence of synchronization factor on  $p_2$ ; (b) dependence of phase difference on  $p_2$ .

 图 16 不同参数  $a_2$  (a)  $p_2$  对同步因子的影响; (b)  $p_2$  对相位差的影响

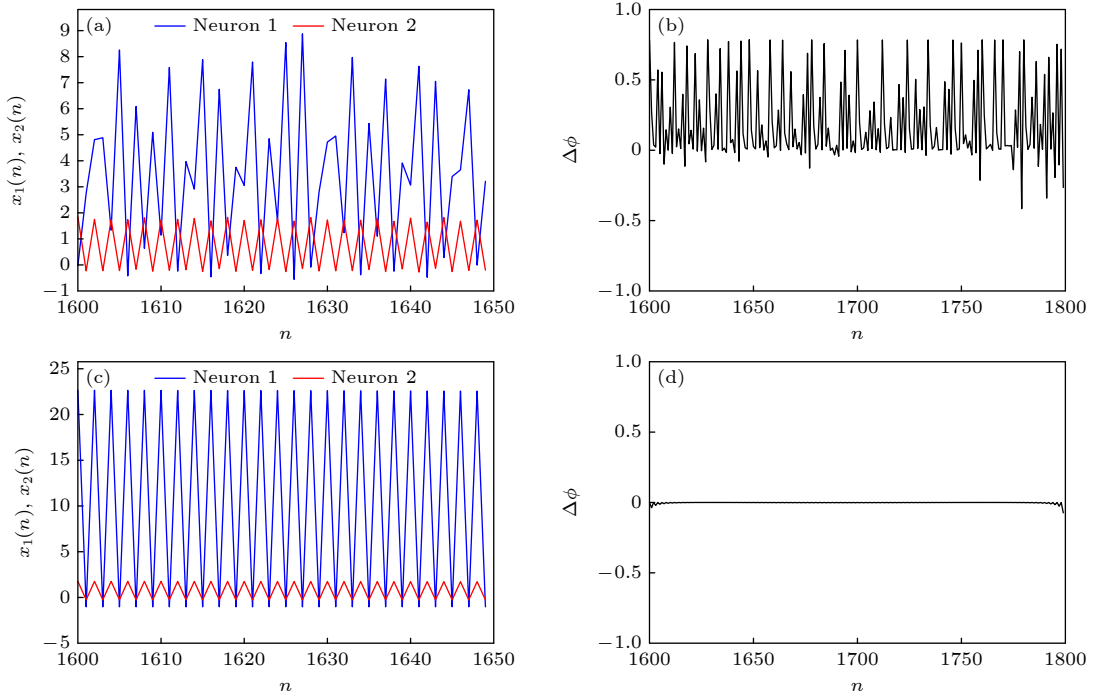
 Fig. 16. For different  $a_2$ : (a) Dependence of synchronization factor on  $p_2$ ; (b) dependence of phase difference on  $p_2$ .

 图 17 (a)  $p_2 = -5$  时的时间序列; (b)  $p_2 = -5$  时的相位差; (c)  $p_2 = 5$  时的时间序列; (d)  $p_2 = 5$  时的相位差.

 Fig. 17. (a) Time series when  $p_2 = -5$ ; (b) phase difference when  $p_2 = -5$ ; (c) time series when  $p_2 = 5$ ; (d) phase difference when  $p_2 = 5$ .



$a_2$  的增加, 同步因子先减小后增加, 随后基本稳定, 如图 16(a) 所示. 而随着  $a_2$  的增加, 相位差基本呈减小趋势, 如图 16(b) 所示.

同样, 为了更直观地观察神经网络系统的同步放电行为, 选取参数  $a_1 = 0.89$ ,  $b_1 = 0.005$ ,  $c_1 = 0.28$ ,  $I = 0.03$ ,  $a_2 = 2.8$ ,  $b_2 = 0.001$ ,  $c_2 = 0.1$ ,  $c = 1.0$ ,  $d = -0.5$ ,  $e = 0.2$ ,  $k = 0.1$ ,  $p_1 = 0.1$ , 考虑串扰强度  $p_2 = -5$  和  $p_2 = 5$  时膜电位序列及其相位差随时间的演化, 如图 17. 可知, 随着时间的演化, 膜电位序列相位差满足  $|\Delta\phi| < 2\pi$ , 从而 Chialvo 和 Rulkov 两个异质神经元处于相位同步状态.

对比发现, 串扰强度  $p_1$  对耦合强度  $k$  的依赖性更强, 而串扰强度  $p_2$  则对系统参数  $a_2$  的依赖性更强. 但它们都对初始值  $y_2(0)$  的依赖性不高, 且都在初始值  $y_2(0)$  的取值过小时 (如  $y_2(0) = -5$ ), 该系统的同步因子  $R$  的值会较小. 不过, 不管两个串扰强度取何值, 该系统都处于相位同步状态.

## 6 总 结

异质神经元的共存放电行为反映了神经系统的不同等待状态, 对临床上病理的诊断具有重要理论意义. 本文设计一类具有正弦记忆状态的局部有源离散忆阻器, 并用于耦合 Chialvo 离散神经元和 Rulkov 离散神经元, 从而建立一类突触串扰型忆阻异质离散神经网络. 采用相图、分岔图、时序图等数值模拟方法, 研究了突触串扰对神经网络共存放电行为的影响. 同时, 还研究了神经网络的偏移增强特性. 此外, 基于神经元放电序列的相位差及同步因子, 研究了不同耦合强度、系统初始值和系统参数情形下, 串扰强度对神经网络同步行为的影响. 本研究将有助于揭示生物神经信息处理和传递的电生理学机制, 也可为临床上同病异症的诊断及治疗提供电生理学理论支持. 同时, 还可以用于神经系统疾病的预后评估, 即医生可以根据患者的放电模式和特征, 预测疾病的发展趋势和预后结果, 从而采取相应的干预措施和监测方案.

## 参考文献

- [1] Bai J, Guan F R, Tang G N 2021 *Acta Phys. Sin.* **70** 170502 (in Chinese) [白婧, 关富荣, 唐国宁 2021 物理学报 **70** 170502]
- [2] Stein R B, Gossen E R, Jones K E 2005 *Nat. Rev. Neurosci.* **6** 389
- [3] An X L, Qiao S, Zhang L 2021 *Acta Phys. Sin.* **70** 050501 (in

- Chinese) [安新磊, 乔帅, 张莉 2021 物理学报 **70** 050501]
- [4] Tan F, Zhou L L, Lu J W, Quan, H Z, Liu K Y 2022 *Eur. J. Control* **70** 100764
- [5] Xu L F, Li C D, Chen L 2016 *Acta Phys. Sin.* **65** 240701 (in Chinese) [徐冷风, 李传东, 陈玲 2016 物理学报 **65** 240701]
- [6] Liu B, Peng X N, Li C L 2024 *Int. J. Electron. Commun.* **178** 155283
- [7] Guo M, Zhu Y L, Liu R Y, Zhao K X, Dou G 2021 *Neurocomputing* **472** 12
- [8] Xu C, Wang C H, Sun J R 2023 *Sci. Sin. Inf.* **53** 164 (in Chinese) [徐聪, 王春华, 孙晶茹 2023 中国科学: 信息科学 **53** 164]
- [9] Zhang M J, Zhang J G, Wei L X, Nan M R 2021 *Chin. J. Med. Phys.* **38** 1273 (in Chinese) [张美娇, 张建刚, 魏立祥, 南梦冉 2021 中国医学物理学杂志 **38** 1273]
- [10] Xu Q, Zhu D 2020 *IETE Tech. Rev.* **38** 563
- [11] Lu Y C, Li H M, Li C L 2023 *Neurocomputing* **544** 126246
- [12] Li C L, Yang Y Y, Yang X B, Zi X Y, Xiao F L 2022 *Nonlinear Dyn.* **108** 1697
- [13] Li C L, Wang X, Du J R, Li Z J 2023 *Nonlinear Dyn.* **111** 21333
- [14] Tian Z K, Zhou D 2019 *Front. Comput. Neurosci.* **14** 40
- [15] Ma M L, Xiong K L, Li Z J, Sun Y C 2023 *Mathematics* **11** 375
- [16] Bashkirtseva I A, Nasyrova V, Ryashko L B 2018 *Chaos, Solitons Fractals* **110** 76
- [17] Kinouchi O, Tragtenberg M H R 1996 *Int. J. Bifurcation Chaos* **6** 2343
- [18] Girardi-Schappo M, Tragtenberg M H, Kinouchi O 2013 *J. Neurosci. Methods* **220** 116
- [19] Rosenblatt F 1963 *Am. J. Psychol.* **76** 705
- [20] Li H D, Li C L, He S B 2023 *Int. J. Bifurcation Chaos* **33** 2350032
- [21] Guo H M, Liang Y, Dong Y J, Wang G Y 2023 *Acta Phys. Sin.* **72** 070501 (in Chinese) [郭慧朦, 梁燕, 董玉姣, 王光义 2023 物理学报 **72** 070501]
- [22] Zhou L L, Lin H C, Tan F 2023 *Chaos, Solitons Fractals* **173** 113643
- [23] Qin M H, Lai Q, Wu Y H 2022 *Acta Phys. Sin.* **71** 160502 (in Chinese) [秦铭宏, 赖强, 吴永红 2022 物理学报 **71** 160502]
- [24] Wu C J, Fang L Y, Yang N N 2024 *Acta Phys. Sin.* **73** 010501 (in Chinese) [吴朝俊, 方礼耀, 杨宁宁 2024 物理学报 **73** 010501]
- [25] Chua L O 2005 *Int. J. Bifurcation Chaos* **15** 3435
- [26] Jin P P, Wang G Y, Liang Y, Iu H H, Chua L O 2021 *IEEE Trans. Circuits Syst. Regul. Pap.* **68** 4419
- [27] Lai Q, Yang L 2022 *Chaos, Solitons Fractals* **165** 112781
- [28] Li K X, Bao H, Li H Z, Ma J, Hua Z Y, Bao B C 2021 *IEEE Trans. Ind. Inf.* **18** 1726
- [29] Lu Y M, Wang C H, Deng Q L, Xu C 2022 *Chin. Phys. B* **31** 060502
- [30] Kawahara M, Kato - Negishi M, Tanaka K 2017 *Metalomics* **9** 619
- [31] A N Shrivastava, A Triller, W Sieghart 2011 *Front. Cell. Neurosci.* **5** 7
- [32] Li Z J, Yi Z 2022 *Electron. Lett.* **58** 539
- [33] Ding D W, Chen X Y, Yang Z L, Hu Y B, Wang M Y, Zhang H W, Zhang X 2022 *Chaos, Solitons Fractals* **158** 112014
- [34] Li Z J, Peng C, Wang M J, Ma M L 2024 *Indian J. Phys.* **98** 1043
- [35] Ma M L, Xiong K L, Li Z J, He S B 2024 *Chin. Phys. B* **33** 028706
- [36] Pool R 1989 *Science* **243** 604
- [37] Adhikari S P, Sah M P, Kim H, Chua L O 2013 *IEEE Trans. Circuits Syst. Regul. Pap.* **60** 3008
- [38] Ren L J, Mou J, Banerjee S, Zhang Y S 2023 *Chaos, Solitons*

*Fractals* **167** 113024

[39] Li C, Yi C, Li Y, Mitro S, Wang Z 2024 *Chaos* **34** 031102

[40] Ma C G, Mou J, Xiong L, Banerjee S, Liu T M, Han X T 2021 *Nonlinear Dyn.* **103** 2867

[41] Li C, Wang X, Chen G 2017 *Nonlinear Dyn.* **90** 1335

[42] Li C, Gao Y, Lei T, Li RY, Xu Y 2024 *Int. J. Bifurcation Chaos* **34** 2450008

# Coexisting discharge and synchronization of heterogeneous discrete neural network with crosstalk memristor synapses\*

Wang Xuan<sup>1) #</sup> Du Jian-Rong<sup>1) #</sup> Li Zhi-Jun<sup>3)</sup>

Ma Ming-Lin<sup>3)</sup> Li Chun-Lai<sup>1) 2) †</sup>

1) (Key Laboratory of Hunan Province on Information Photonics and Freespace Optical Communications, Hunan Institute of Science and Technology, Yueyang 414006, China)

2) (School of Computer Science & School of Cyberspace Science, Xiangtan University, Xiangtan 411105, China)

3) (School of Automation and Electronic Information, Xiangtan University, Xiangtan 411105, China)

( Received 15 December 2023; revised manuscript received 22 March 2024 )

## Abstract

Synaptic crosstalk, which occurs due to the overflow of neurotransmitters between neighboring synapses, holds a crucial position in shaping the discharge characteristics and signal transmission within nervous systems. In this work, two memristors are employed to simulate biological neural synapses and bidirectionally coupled Chialvo discrete neuron and Rulkov discrete neuron. Thus, a heterogeneous discrete neural network with memristor-synapse coupling is constructed, with the crosstalk behavior between memristor synapses in the coupled state taken into account. The analysis demonstrates that the quantity and stability of fixed points within this neural network greatly depend on the strength of synaptic crosstalk. Additionally, through a thorough investigation of bifurcation diagrams, phase diagrams, Lyapunov exponents, and time sequences, we uncover the multi-stable state property exhibited by the neural network. This characteristic manifests as the coexistence of diverse discharge behaviors, which significantly change with the intensity of synaptic crosstalk. Interestingly, the introduction of control parameter into state variables can lead the bias to increase, and also the infinite stable states to occur in the neural network. Furthermore, we comprehensively study the influence of synaptic crosstalk strength on the synchronization behavior of the neural network, with consideration of various coupling strengths, initial conditions, and parameters. Our analysis, which is based on the phase difference and synchronization factor of neuronal discharge sequences, reveals that the neural network maintains phase synchronization despite the variations of the two crosstalk strengths. The insights gained from this work provide important support for elucidating the electrophysiological mechanisms behind the processing and transmission of biological neural information. Especially, the coexisting discharge phenomenon in the neural network provides an electrophysiological theoretical foundation for the clinical symptoms and diagnosis of the same neurological disease among different individuals or at different stages. And the doctors can predict the progression and prognosis of neurological disease based on the patterns and characteristics of coexisting discharge in patients, enabling them to adopt appropriate intervention measures and monitoring plans. Therefore, the research on coexisting discharge in the neural system contributes to the comprehensive treatment of nervous system disease.

**Keywords:** memristor, heterogeneous discrete neural network, synaptic crosstalk, coexisting discharge, phase synchronization

**PACS:** 05.45.Ac, 05.45.Xt, 87.19.1l, 87.19.lj

**DOI:** 10.7498/aps.73.20231972

\* Project supported by the Hunan Provincial Natural Science Foundation of China (Grant No. 2020JJ4337) and the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 62171401).

# These authors contributed equally.

† Corresponding author. E-mail: lichunlai33@126.com

## 串扰忆阻突触异质离散神经网络的共存放电与同步行为

王璇 杜健嵘 李志军 马铭磷 李春来

## Coexisting discharge and synchronization of heterogeneous discrete neural network with crosstalk memristor synapses

Wang Xuan Du Jian-Rong Li Zhi-Jun Ma Ming-Lin Li Chun-Lai

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 73, 110503 (2024) DOI: 10.7498/aps.73.20231972

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.73.20231972>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

### 您可能感兴趣的其他文章

#### Articles you may be interested in

#### 基于忆阻器的脉冲神经网络硬件加速器架构设计

Memristor based spiking neural network accelerator architecture

物理学报. 2022, 71(14): 148401 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20220098>

#### 一种适用于大规模忆阻网络的忆阻器单元解析建模策略

An analytic modeling strategy for memristor cell applicable to large-scale memristive networks

物理学报. 2021, 70(17): 178505 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20210116>

#### N型局部有源忆阻器的神经形态行为

Neuromorphic behaviors of N-type locally-active memristor

物理学报. 2022, 71(5): 050502 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20212017>

#### 蔡氏结型忆阻器的简化及其神经元电路的硬件实现

Simplification of Chua corsage memristor and hardware implementation of its neuron circuit

物理学报. 2023, 72(7): 070501 <https://doi.org/10.7498/aps.72.20222013>

#### 忆阻类脑计算

Memristive brain-like computing

物理学报. 2022, 71(14): 140501 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20220666>

#### 蛋白质基忆阻器研究进展

Research progress of protein-based memristor

物理学报. 2020, 69(17): 178702 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20200617>