

人工磁场下各向异性偶极玻色气体的量子相变*

高吉明[†] 狄国文 鱼自发 唐荣安 徐红萍 薛具奎

(西北师范大学物理与电子工程学院, 兰州 730070)

(2024年3月16日收到; 2024年5月20日收到修改稿)

光晶格中的冷原子系统是实现量子模拟和量子计算的有效平台之一, 其相变特性的研究有助于系统中新奇量子态物理机制的探索 and 实验观测. 本文利用朗道相变理论和非均匀平均场方法, 研究了人工磁场下光晶格中各向异性偶极玻色气体的相变, 得到了系统不可压缩相 (Mott 绝缘相、棋盘或条纹密度波相)-可压缩相 (超流、棋盘或条纹超固相) 的解析相变条件, 给出了系统的完整相图. 有趣的是, 各向异性偶极相互作用会使得系统中的棋盘密度波相和棋盘超固相变为条纹密度波相和条纹超固相, 人工磁场会稳定绝缘相和超固相, 使得绝缘相和超固相在相图中的存在区域变大. 此外, 引入外加谐振势后发现系统中的不同量子相可以共存.

关键词: 光晶格, 各向异性偶极相互作用, 人工磁场, 超固相**PACS:** 05.70.Fh, 37.10.Jk, 67.80.kb, 67.85.Hj**DOI:** 10.7498/aps.73.20240376

1 引言

冷原子系统具有丰富的量子相和很好的实验参数可控性, 是实现量子计算与量子模拟的有效载体之一, 系统中新奇量子相的观测和调控将有力地推动量子计算与量子模拟进展^[1-3]. 磁光阱技术^[4]可以实现不同维度和几何结构的光晶格, 费什巴赫 (Feshbach) 共振可以调节原子间相互作用, 从而使得用光晶格冷原子系统模拟固体的晶格结构和电子间的相互作用成为了可能. 通过调节光晶格深度, 已在光晶格冷原子系统中观测到了由 Mott 绝缘体 (Mott insulator, MI) 到超流 (superfluid, SF) 的相变^[5]. 自从实验上观察到固体 ⁴He 的旋转惰性后^[6], 利用冷原子系统模拟研究超固相 (supersolid, SS) 的性质成为了一个重要的研究方向^[7,8]. 超固相的特征是系统同时具有周期晶格序和非对角长程序, 理论研究表明光晶格中的超固相

与原子间的长程相互作用密切相关^[9,10]. 长程相互作用可由原子间的偶极-偶极相互作用实现, 通过调节晶格深度和原子间的相互作用, 具有各向同性偶极-偶极相互作用的冷原子系统中会出现棋盘密度波 (checkerboard density wave, CBDW) 和棋盘超固相 (checkerboard supersolid, CBSS)^[11,12]. 通过调节偶极玻色子的极化角, 具有各向异性偶极-偶极相互作用的硬核偶极玻色系统^[13,14]、原子密度较低 ($n \leq 1$) 的二维和三维光晶格系统中都可出现条纹密度波 (striped density wave, SDW) 和条纹超固相 (striped supersolid, SSS)^[15,16]. 偶极玻色-爱因斯坦凝聚体^[17,18]和超冷极性分子系统^[19]为超固相的研究提供了实验环境, 在与外部光场耦合的原子系统^[20,21]、具有各向同性和各向异性偶极相互作用的玻色气体中都已观测到了超固相的存在^[22-24].

光晶格中, 人们可以通过旋转晶格^[25]、两束拉曼激光与原子耦合^[26]等方式产生人工磁场, 这为

* 国家自然科学基金 (批准号: 12104374, 12264045, 12164042) 和甘肃省自然科学基金 (批准号: 20JR5RA526, 23JRRA681) 资助的课题.

[†] 通信作者. E-mail: gaojm@nwnu.edu.cn

光晶格中的中性原子提供了新的调控途径. 人工磁场会使得一维光学晶格和梯子系统出现量子霍尔效应^[27,28]、拓扑绝缘体^[29]等新的现象, 也会影响二维光晶格系统的基态性质. 研究表明在梯子模型中, 人工磁场会使得系统中出现迈斯纳相^[30]和涡旋相^[31], 并且通过人工磁场可以调节迈斯纳相手性电流的方向^[32]; 二维光晶格中, 人工磁场会使得系统中出现涡旋态^[33]; 对于无偶极相互作用的冷原子系统, 人工磁场会使得系统中的原子局域化, 更容易观测到 Mott 绝缘相^[34,35]; 对于存在格点能无序的 Bose-Hubbard 模型, 人工磁场会使得系统中更易观测到玻色玻璃相^[36]; 对于光晶格中具有各向同性偶极相互作用的玻色系统, 人工磁场会稳定系统中的绝缘相和棋盘超固相^[37]. 然而, 对于具有各向异性偶极相互作用的光晶格系统, 人工磁场对系统中条纹密度波和条纹超固相的影响仍不清楚, 能否用人工磁场调控系统中的条纹密度波和条纹超固相就是一个非常有趣的问题.

本文利用非均匀平均场方法, 通过求解包含人工磁场的扩展 Bose-Hubbard 模型, 研究人工磁场下各向异性偶极相互作用系统的基态性质. 首先通过改变偶极原子的极化方向, 分析了原子间的各向异性偶极相互作用强度对系统基态相的影响, 发现极化角较小时, 系统中可以出现 MI, CBDW, CBSS 和 SF 相; 当极化角较大时, 系统中的 CBDW 和 CBSS 相会变为 SDW 和 SSS 相, 这与超冷铷原子系统中通过调节极化角观测到条纹相的实验结果一致^[38]. 接着引入人工磁场, 发现人工磁场会稳定绝缘相和超固相, 并使得绝缘相和超固相在相图中的存在区域变大. 同时, 利用朗道相变理论得到有人工磁场时系统不可压缩相 (MI, CBDW 或 SDW 相)-可压缩相 (SF, CBSS 或 SSS 相) 的解析相变条件, 解析结果与数值结果相一致. 最后, 计算了有谐振势时晶格中的密度分布, 发现谐振势会使得晶格中的不同区域观察到不同相.

2 模型与方法

2.1 理论模型

考虑人工磁场下 $N = L \times L$ 二维正方晶格中的偶极玻色气体, 如图 1 所示, 晶格位于 $x-y$ 平面, 晶格常数为 a , 晶格中的小球表示原子, 小球上的有向线段表示偶极原子的极化方向, 同一晶格内原

子间的相互作用为 U , 最近邻晶格原子间的偶极-偶极相互作用为 $V = \sum_{\langle i,j \rangle} \hat{n}_i \hat{n}_j \frac{1 - 3 \cos^2 \alpha_{ij}}{|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|^3}$, α_{ij} 是原子极化方向与位置矢量 $\mathbf{r}_{ij} = \mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j$ 的夹角. 改变原子的极化方向, 可使得 $x-y$ 方向具有不同的偶极相互作用 V_x 和 V_y . 本文计算过程中, 极化方向固定在 $y-z$ 平面内, 定义原子极化方向与 z 轴的夹角 θ 为极化角, $\theta = \pi/2 - \alpha_{ij}$, 当 $\theta = 0$ 时, $x-y$ 方向具有相同的偶极相互作用 $V_x = V_y$, 当 θ 由 0° 逐渐增大到 90° 时, x 方向的偶极相互作用 V_x 不随 θ 变化, 而 y 方向的偶极相互作用 V_y 由排斥变为吸引, $x-y$ 方向具有不同的偶极相互作用 $V_x \neq V_y$.

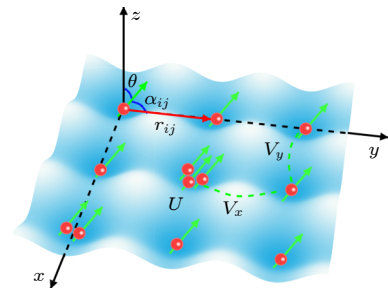


图 1 二维正方光晶格中偶极量子气体示意图. 晶格中的偶极原子具有相同极化方向, 极化方向与 z 轴的夹角为 θ , 与位置矢量 $\mathbf{r}_{ij} = \mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j$ ($i = (p, q), j = (p', q')$) 的夹角为 α_{ij}

Fig. 1. Schematic representation of the dipoles in a two-dimensional optical lattice. Dipoles are aligned parallel to each other along the direction of polarization, θ is the polar angle between z axis and polarization direction, α_{ij} is the angle between the polarization axis and \mathbf{r}_{ij} , $\mathbf{r}_{ij} = \mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j$ ($i = (p, q), j = (p', q')$).

理论上, 该系统可用包含人工磁场的扩展 Bose-Hubbard 模型 (extend Bose-Hubbard model, EBHM) 描述, 巨正则系综下模型的哈密顿量为

$$\begin{aligned} \hat{H}_{\text{EBHM}} = & - \sum_{p,q} (J_x e^{i2\pi\alpha q} \hat{b}_{p+1,q}^\dagger \hat{b}_{p,q} + J_y \hat{b}_{p,q+1}^\dagger \hat{b}_{p,q} \\ & + \text{H.c.}) + \frac{U}{2} \sum_{p,q} \hat{n}_{p,q} (\hat{n}_{p,q} - 1) \\ & + \sum_{p,q} [V_x \hat{n}_{p,q} (\hat{n}_{p+1,q} + \hat{n}_{p-1,q}) \\ & + V_y \hat{n}_{p,q} (\hat{n}_{p,q+1} + \hat{n}_{p,q-1})] \\ & + \sum_{p,q} (\varepsilon_{p,q} - \mu) \hat{n}_{p,q}, \end{aligned} \quad (1)$$

其中, $p(q)$ 表示 $x(y)$ 方向的晶格坐标, $\hat{b}_{p,q}^\dagger$ 和 $\hat{b}_{p,q}$ 是晶格 (p, q) 上的玻色产生和湮灭算符, $\hat{n}_{p,q}$ 是晶

格 (p, q) 上的粒子数算符, $J_x(J_y)$ 是 $x(y)$ 方向的跃迁强度, U 是同一晶格内原子间的相互作用, $V_x(V_y)$ 是 $x(y)$ 方向最近邻原子间的偶极-偶极相互作用, $V_y(\theta) = V_x(1 - 3\sin^2\theta)$. $\alpha = (e/\hbar) \int \mathbf{dr} \mathbf{A}(\mathbf{r})$ 为磁通量, $0 \leq \alpha < 1$, e 为单位电荷, $\mathbf{A}(\mathbf{r})$ 为磁矢量, 磁场 $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$, 人工磁场大小可通过磁通量调节, 人工磁场会使使得粒子在沿最近邻晶格跃迁一周后获得 $2\pi\alpha$ 的相位, 在哈密顿量上体现为跃迁强度上有了一个附加项 $e^{i2\pi\alpha q}$. 本文中选取朗道规范, $\mathbf{A}(\mathbf{r}) = (-By, 0, 0)$, 无磁场时 ($\alpha = 0$), 系统沿 $x-y$ 方向都具有平移不变性, 有磁场时 ($\alpha \neq 0$), 系统仅在 x 有平移不变性, μ 是化学势, $\varepsilon_{p,q}$ 是外势在晶格 (p, q) 上的势能, $\varepsilon_{p,q} = \Omega(p^2 + q^2)$, Ω 为谐振势强度, 当 $\varepsilon_{p,q} = 0$ 时, 系统为均匀光晶格.

2.2 非均匀平均场方法

非均匀平均场理论是一种研究多体系统相变问题的常用方法, 对于光晶格中偶极量子气体的相变, 可以得到与量子蒙特卡罗方法一致的结果^[39]. 利用平均场理论^[36,40], 玻色产生和湮灭算符可写为 $\hat{b}_{p,q}^\dagger = \phi_{p,q}^* + \delta\hat{b}_{p,q}^\dagger$ 和 $\hat{b}_{p,q} = \phi_{p,q} + \delta\hat{b}_{p,q}$, $\phi_{p,q} = \langle \hat{b}_{p,q} \rangle$ 和 $\phi_{p,q}^* = \langle \hat{b}_{p,q}^\dagger \rangle$ 为格点 (p, q) 上湮灭和产生算符的平均值, $\delta\hat{b}_{p,q}$ 和 $\delta\hat{b}_{p,q}^\dagger$ 为涨落算符. 忽略二阶小量, 哈密顿量 (1) 式跃迁项中玻色产生和湮灭算符乘积的平均场近似为

$$\hat{b}_{p,q}^\dagger \hat{b}_{p',q'} = \phi_{p,q}^* \hat{b}_{p',q'} + \hat{b}_{p,q}^\dagger \phi_{p',q'} - \phi_{p,q}^* \phi_{p',q'}, \quad (2)$$

偶极相互作用项中粒子数算符乘积的平均场近似为

$$\hat{n}_{p,q} \hat{n}_{p',q'} = n_{p,q} \hat{n}_{p',q'} + \hat{n}_{p,q} n_{p',q'} - n_{p,q} n_{p',q'}, \quad (3)$$

其中, $n_{p,q} = \langle \hat{n}_{p,q} \rangle$ 为格点 (p, q) 的平均粒子数, (p', q') 为 (p, q) 的最近邻格点. 将 (2) 式和 (3) 式代入 (1) 式, 可得平均场近似下的哈密顿量 $\hat{H}_{\text{MF}} = \sum_{p,q} \hat{H}_{p,q}^{\text{MF}}$, $\hat{H}_{p,q}^{\text{MF}}$ 是单格点平均场哈密顿量:

$$\begin{aligned} \hat{H}_{p,q}^{\text{MF}} = & - [J_x e^{i2\pi\alpha q} (\phi_{p+1,q}^* \hat{b}_{p,q} - \phi_{p+1,q}^* \phi_{p,q}) \\ & + J_y (\phi_{p,q+1}^* \hat{b}_{p,q} - \phi_{p,q+1}^* \phi_{p,q}) + \text{H.c.}] \\ & + \frac{U}{2} \hat{n}_{p,q} (\hat{n}_{p,q} - 1) + V_x \hat{n}_{p,q} (\langle \hat{n}_{p+1,q} \rangle \\ & + \langle \hat{n}_{p-1,q} \rangle) + V_y \hat{n}_{p,q} (\langle \hat{n}_{p,q+1} \rangle \\ & + \langle \hat{n}_{p,q-1} \rangle) + (\varepsilon_{p,q} - \mu) \hat{n}_{p,q}. \end{aligned} \quad (4)$$

平均场近似后相邻晶格间通过平均场参数

$\phi_{p,q}$ 和 $n_{p,q}$ 耦合, 系统本征态 $|\Psi\rangle$ 可由单格点波函数的乘积得到:

$$|\Psi\rangle = \prod_{p,q} |\psi\rangle_{p,q} = \prod_{p,q} \left[\sum_{n=0}^{N_m} c_n^{(p,q)} |n\rangle_{p,q} \right], \quad (5)$$

其中, $|\psi\rangle_{p,q}$ 为格点 (p, q) 的基态波函数, N_m 为单个晶格中的最大原子数, $|n\rangle_{p,q}$ 为粒子数表象格点 (p, q) 的基矢, 系数 $|c_n^{(p,q)}|^2$ 是系统处于 $|n\rangle_{p,q}$ 态的几率密度, 满足归一化条件 $\sum_{n=0}^{N_m} |c_n^{(p,q)}|^2 = 1$, 格点 (p, q) 上湮灭算符的平均值 $\phi_{p,q}$ 为^[15]

$$\phi_{p,q} = \langle \Psi | \hat{b}_{p,q} | \Psi \rangle = \sum_{n=0}^{N_m} \sqrt{n} \bar{c}_{n-1}^{(p,q)*} c_n^{(p,q)}. \quad (6)$$

格点 (p, q) 上的平均粒子数 $n_{p,q}$ 为^[15]

$$n_{p,q} = \langle \Psi | \hat{b}_{p,q}^\dagger \hat{b}_{p,q} | \Psi \rangle = \sum_{n=0}^{N_m} |c_n^{(p,q)}|^2 n. \quad (7)$$

利用 (4) 式, (6) 式和 (7) 式, 可数值自洽求解得到系统的基态. 首先对每个格点随机给定一组 $(\phi_{p,q}, n_{p,q})$ 初值, 对角化 (4) 式的单格点哈密顿矩阵计算出每个格点的基态波函数, 接着利用 (6) 式和 (7) 式计算出一组新的 $(\phi_{p',q'}, n_{p',q'})$, 并由 $E = \sum_{p,q} \langle \Psi | \hat{H}_{p,q}^{\text{MF}} | \Psi \rangle$ 计算出系统的能量, 然后再将 $(\phi_{p',q'}, n_{p',q'})$ 作为初值代回 (4) 式重复计算直至系统的能量最小, 由此得到系统的基态能量和每个晶格的 $\phi_{p,q}$ 和 $n_{p,q}$.

2.3 序参量

通过选取不同的序参量, 可由非均匀平均场理论研究系统的相变. 对于不可压缩相 (MI 相, 密度波相), 每个格点的粒子数 $n_{p,q}$ 为整数, 而对于可压缩相 (SF 相, SS 相), 每个格点的粒子数 $n_{p,q}$ 为非整数, 利用格点粒子数密度的平均值:

$$\bar{n} = \frac{1}{L^2} \sum_{p,q} \langle \hat{n}_{p,q} \rangle, \quad (8)$$

可区分不可压缩相和可压缩相^[41]. 粒子数密度的平均值 \bar{n} 不随化学势变化 ($\partial\bar{n}/\partial\mu = 0$) 时, 系统为不可压缩相; 格点密度的平均值 \bar{n} 随化学势变化 ($\partial\bar{n}/\partial\mu \neq 0$) 时, 系统为可压缩相. 同时, 由于不可压缩相 (MI 和密度波相) 都为绝缘相, 利用湮灭算符的平均值:

$$\bar{\phi} = \frac{1}{L^2} \sum_{p,q} \phi_{p,q}, \quad (9)$$

也可区分不可压缩相和可压缩相, 当 $\bar{\phi} = 0$ 时, 系

统为不可压缩相, 当 $\bar{\phi} > 0$ 时, 系统为可压缩相.

由于 MI 和 SF 相的格点密度分布是均匀的, 而密度波相和 SS 相的格点密度分布具有周期结构, 因此, 可用密度结构因子^[15]:

$$S(\mathbf{k}) = \frac{1}{L^2} \sum_{j,j'} e^{i\mathbf{k}\cdot(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_{j'})} \langle \hat{n}_j \hat{n}_{j'} \rangle, \quad (10)$$

表征密度波相和 SS 相的密度分布特征. 当 $S(\mathbf{k}) = 0$ 时, 系统为 MI 相或 SF 相, 当 $S(\mathbf{k}) > 0$ 时, 系统为密度波相或 SS 相, $\mathbf{k} = (k_x, k_y)$ 为倒格矢. 对于棋盘密度波相和棋盘超固相都有 $S(\pi, \pi) > 0$, 不同的是棋盘密度波相的 $\bar{\phi} = 0$, 而棋盘超固相的 $\bar{\phi} > 0$; 对于条纹密度波相和条纹超固相都有 $S(\pi, 0) > 0$, 条纹密度波相的 $\bar{\phi} = 0$, 而条纹超固相的 $\bar{\phi} > 0$. 利用上述序参量, 可表征系统中不同的量子相, 表 1 给出了不同量子相序参量的特征.

2.4 不可压缩相-可压缩相相变边界

为了进一步研究不可压缩相和可压缩相之间的相变, 本文将微扰理论^[42-45]推广到存在人工磁场和偶极相互作用的二维光晶格系统, 解析上计算相变边界. 由于不可压缩相 $\phi_{p,q} = 0$, 而可压缩相 $\phi_{p,q} > 0$, 因此, 不可压缩相到可压缩相的相变边界可通过序参量 $\phi_{p,q}$ 的值由零变为大于零给出. 与非均匀平均场方法类似, 引入序参量 $\phi_{p,q} = \langle \hat{\phi}_{p,q} \rangle$ 和 $n_{p,q} = \langle \hat{n}_{p,q} \rangle$, 对哈密顿量 (1) 式中的两粒子跃迁项和最近邻格点间的相互作用项进行解耦, 得到单格点的哈密顿量 (4) 式, 由于相变点附近 $\phi_{p,q}$ 的值很小, 因此可将哈密顿量中的跃迁项作为微扰. 利用二阶微扰理论得到单个格点的能量, 最小化格点 (p, q) 与其最近邻格点的总能量, 可得无人工磁场时, 不可压缩相-可压缩相相变边界序参量满足:

$$\phi_{p,q} = J\phi'_{p,q} \left[\frac{n_{p,q} + 1}{Un_{p,q} + Vn'_{p,q} - \mu} - \frac{n_{p,q}}{U(n_{p,q} - 1) + Vn'_{p,q} - \mu} \right], \quad (11)$$

其中, $J_x = J_y = J$, $\phi'_{p,q} = \phi_{p+1,q} + \phi_{p-1,q} + \phi_{p,q+1} + \phi_{p,q-1}$, $n'_{p,q} = n_{p+1,q} + n_{p-1,q} + n_{p,q+1} + n_{p,q-1}$. 有人工磁场时, 由单格点哈密顿量 (4) 式可以看出, $n_{p,q}$ 与最近邻格点 $n'_{p,q}$ 的耦合关系不变, 而 $\phi_{p,q}$ 与最近邻格点 $\phi'_{p,q}$ 的关系变为 $\phi'_{p,q} = e^{i2\pi n\alpha} \phi_{p+1,q} + e^{-i2\pi n\alpha} \phi_{p-1,q} + \phi_{p,q+1} + \phi_{p,q-1}$. 考虑有人工磁场时的单格点问题, $\phi_{p,q}$ 和 $\phi'_{p,q}$ 满足^[45]:

$$\begin{aligned} e^{i2\pi n\alpha} \phi_{p+1,q} + e^{-i2\pi n\alpha} \phi_{p-1,q} \\ + \phi_{p,q+1} + \phi_{p,q-1} = \varepsilon(\alpha) \phi_{p,q}, \end{aligned} \quad (12)$$

式中, $\varepsilon(\alpha)$ 是人工磁场为 α 时的单粒子能谱最小值, 可由矩阵

$$\begin{aligned} \det \begin{bmatrix} M_1 & -Je^{-ik_y} & 0 & \dots & -Je^{ik_y} \\ -Je^{ik_y} & M_2 & \dots & \dots & \\ 0 & \vdots & \vdots & \vdots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & M_{l-1} & -Je^{-ik_y} \\ -Je^{-ik_y} & & 0 & -Je^{ik_y} & M_l \end{bmatrix} \\ = 0 \end{aligned} \quad (13)$$

得到, 其中 $M_n = -2J \cos(k_x a + 2\pi n\alpha) - \varepsilon(\alpha)$, $n = 0, 1, \dots, l-1$, l 为 y 方向所取的晶格周期常数, k_x 和 k_y 是 Bloch 波 x 和 y 方向的波矢, $-\pi \leq k_x \leq \pi$, $-\pi/l \leq k_y \leq \pi/l$. 对于棋盘相和条纹相, 都可将系统分相互嵌套的子格点系统 A 和 B , 最近邻格点间通过 (12) 式相互耦合, 对于条纹相有 $\varepsilon(\alpha)\phi_A = 2\alpha'\phi_A + 2\phi_B$ 以及 $\varepsilon(\alpha)\phi_B = 2\phi_A + 2\alpha'\phi_B$, $\alpha' = 1/2\varepsilon(\alpha) - 1$. 利用 (11) 式可得序参量 ϕ_A 和 ϕ_B 满足:

表 1 不同量子相的序参量

Table 1. Order parameters of each quantum phases.

量子相	简写	\bar{n}	$\bar{\phi}$	$S(\pi, \pi)$	$S(\pi, 0)$
莫特绝缘相(Mott insulator)	MI	整数	0	0	0
超流体(superfluid)	SF	实数	$\neq 0$	0	0
棋盘密度波(checkerboard density wave)	CBDW	整数	0	$\neq 0$	0
棋盘超固相(checkerboard supersolid)	CBSS	实数	$\neq 0$	$\neq 0$	0
条纹密度波(striped density wave)	SDW	整数	0	0	$\neq 0$
条纹超固相(striped supersolid)	SSS	实数	$\neq 0$	0	$\neq 0$

$$\phi_A = 2J(\alpha'\phi_A + \phi_B) \left[\frac{n_A + 1}{Un_A + 2V_x n_A + 2V_y n_B - \mu} - \frac{n_A}{U(n_A - 1) + 2V_x n_A + 2V_y n_B - \mu} \right], \quad (14a)$$

$$\phi_B = 2J(\phi_A + \alpha'\phi_B) \left[\frac{n_B + 1}{Un_B + 2V_x n_B + 2V_y n_A - \mu} - \frac{n_B}{U(n_B - 1) + 2V_x n_B + 2V_y n_A - \mu} \right]. \quad (14b)$$

求解 (14a) 式和 (14b) 式, 可得 SDW-SSS 或 MI-SF 的相变边界为

$$\frac{1}{2J\alpha' + 4J^2(1 - \alpha'^2)} = \frac{n_A + 1}{Un_A + 2V_x n_A + 2V_y n_B - \mu} - \frac{n_A}{U(n_A - 1) + 2V_x n_A + 2V_y n_B - \mu} + \frac{n_B + 1}{Un_B + 2V_x n_B + 2V_y n_A - \mu} - \frac{n_B}{U(n_B - 1) + 2V_x n_B + 2V_y n_A - \mu}. \quad (15)$$

当 $\alpha' = 1$, $n_A \neq n_B$ 时, (15) 式给出无人工磁场时 SDW-SSS 的相变边界, $n_A = n_B$ 时, (15) 式给出无人工磁场时 MI-SF 的相变边界, 这与已有的结果一致^[15].

同理, 对于棋盘相, 利用 (11) 式可得序参量 ϕ_A 和 ϕ_B 满足:

$$\phi_A = J\varepsilon(\alpha)\phi_B \left[\frac{n_A + 1}{Un_A + 2V_x n_B + 2V_y n_B - \mu} - \frac{n_A}{U(n_A - 1) + 2V_x n_B + 2V_y n_B - \mu} \right], \quad (16a)$$

$$\phi_B = J\varepsilon(\alpha)\phi_A \left[\frac{n_B + 1}{Un_B + 2V_x n_A + 2V_y n_A - \mu} - \frac{n_B}{U(n_B - 1) + 2V_x n_A + 2V_y n_A - \mu} \right]. \quad (16b)$$

求解 (16a) 式和 (16b) 式, 可得 CBDW-CBSS 或 MI-SF 的相变边界为

$$\frac{1}{\varepsilon(\alpha)^2 J^2} = \left[\frac{n_A + 1}{Un_A + 2V_x n_B + 2V_y n_B - \mu} - \frac{n_A}{U(n_A - 1) + 2V_x n_B + 2V_y n_B - \mu} \right] \times \left[\frac{n_B + 1}{Un_B + 2V_x n_A + 2V_y n_A - \mu} - \frac{n_B}{U(n_B - 1) + 2V_x n_A + 2V_y n_A - \mu} \right]. \quad (17)$$

当 $\alpha = 0$ 时, $\varepsilon(\alpha) = 4$, (17) 式给出无人工磁场时 CBDW-CBSS 的相变边界, 当 $\alpha \neq 0$, $V_x = V_y$ 时, (17) 式给出有人工磁场各向同性偶极相互作用时 CBDW-CBSS 的相变边界^[44].

3 结果与讨论

3.1 均匀情况

首先研究偶极相互作用较小 ($V_x/U = 0.2$) 时系统的性质. 通过改变化学势、跃迁能及偶极相互作用强度, 计算序参量 \bar{n} , $\bar{\phi}$, $S(\pi, \pi)$ 和 $S(\pi, 0)$ 得到了不同 $(\alpha, V_y/U)$ 下系统在 $\mu/U - J/U$ 平面内的相图, 如图 2 所示. 偶极相互作用 V_x/U 和 V_y/U 不同时, 相图具有不同的特征, CBDW (n_A, n_B) 相和 SDW (n_A, n_B) 相括号中的 (n_A, n_B) 表示沿 x 或 y 方向连续两个晶格的格点密度, CBDW 相的格点密度在 x, y 两个方向都周期变化, 而 SDW 相的格点密度只沿一个方向变化. 各向同性偶极相互作用 ($V_x/U = V_y/U = 0.2$) 时, 系统相图如图 2(a)

和图 2(d) 所示, 从图 2(a) 可以看出, $\alpha = 0$ 时, 系统中的绝缘相为 MI 或 CBDW 相, 超固相为 CBSS 相, 出现在 CBDW 相的周围. 从图 2(d) 可以看出, 当 $\alpha = 1/2$ 时, 系统中仍会出现 MI, CBDW, CBSS 和 SF 相, 但人工磁场会使得绝缘相和超固相在相图中的存在区域变大, 比如当 $\mu/U = 0.25$ 时, CBDW(1, 0)-CBSS 的相变点从 $J_c/U = 0.071$ 增大为 $J_c/U = 0.091$, 当 $\mu/U = 0.5$ 时, CBSS-SF 的相变点从 $J_c/U = 0.081$ 增大为 $J_c/U = 0.122$. 这说明人工磁场有助于绝缘相与棋盘超固相的存在, 这与已有的研究结果一致^[37]. 接着, 调节极化角为 $\theta = 24.09^\circ$, 此时 x, y 方向具有不同的偶极相互作用 ($V_x/U = 0.2, V_y/U = 0.1$), 系统的相图如图 2(b) 和图 2(e) 所示. 从图 2(b) 可以看出, 当 $\alpha = 0$ 时, 各向异性偶极相互作用会使得绝缘相和 CBSS 相在相图中的存在区域减小, 而当 $\alpha = 1/2$ 时, 从图 2(e) 可以看出引入人工磁场后, CBSS 相出现在跃迁较大的区域, 且在相图中的存在区域变大. 继续增大极化角为 $\theta = 45.0^\circ$, 此时 $V_x/U = 0.2$,

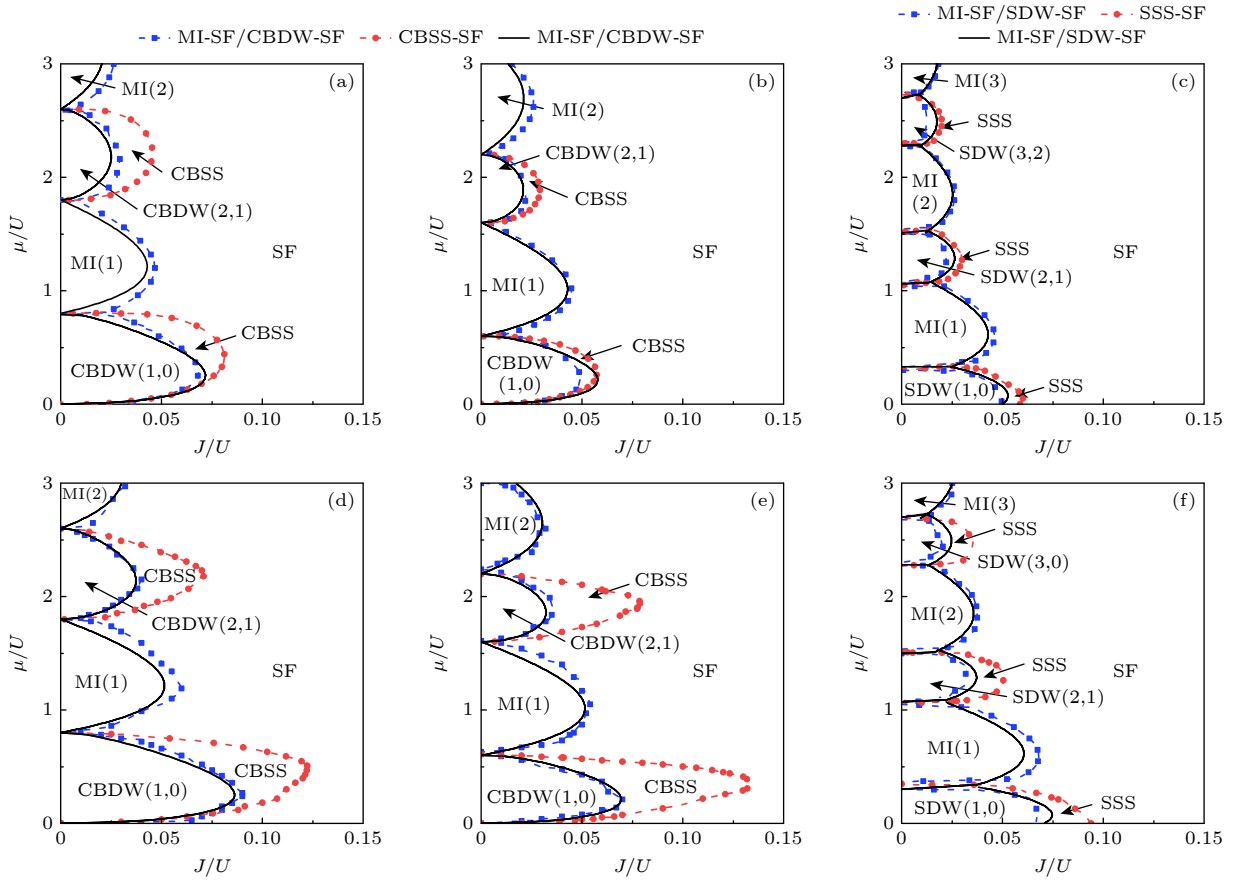


图 2 $V_x/U = 0.2$ 时, EBHM 的相图 (a)–(c) $\alpha = 0$, V_y/U 分别为 0.2, 0.1, -0.1 ; (d)–(f) $\alpha = 1/2$, V_y/U 分别为 0.2, 0.1, -0.1 . 蓝色方形点线为不可压缩相-可压缩相的相变边界的数值结果, 黑色实线为解析结果. 红色圆形点线为超固相-超流相的相变边界

Fig. 2. Phase diagram of EBHM with $V_x/U = 0.2$: (a)–(c) $\alpha = 0$, $V_y/U = 0.2, 0.1, -0.1$; (d)–(f) $\alpha = 1/2$, $V_y/U = 0.2, 0.1, -0.1$. Blue square dot line is the numerical result of phase transition boundary between incompressible phase and compressible phase, and the solid black line is the analytical result. Red dot line is the phase transition boundary between the supersolid phase and the superfluid phase.

$V_y/U = -0.1$, 系统的相图如图 2(c) 和图 2(f) 所示. 从图 2(c) 可以看出, 跃迁能较小时 MI 相之间的 CBDW 相变为了 SDW 相, 且在化学势 μ 较大的区域出现了 SDW(3, 2) 相, SDW 相的周围出现了 SSS 相; 引入人工磁场, 从图 2(f) 可以看出, 当 $\alpha = 1/2$ 时, 绝缘相和 SSS 相在相图中的存在区域变大, 这说明人工磁场也会稳定 SSS 相. 比较图 2 中单格点平均场理论 (蓝色方形点线) 和二阶微扰理论 (黑色实线) 得到的不可压缩相和可压缩相相变边界, 可以看出两种方法的结果一致.

序参量 ϕ 和粒子数密度 n 在晶格中的分布可以刻画 MI, CBDW, CBSS, SDW, SSS 和 SF 相的特征. 图 3 给出了 $\mu/U = 0.3$ 时各向同性 (图 3(a) 和图 3(b) $V_x/U = V_y/U = 0.4$) 和各向异性 (图 3(c) 和图 3(d) $V_x/U = 0.4$, $V_y/U = -0.4$) 偶极相互作用时序参量 ϕ (上图) 和粒子数密度 n (下图) 在晶格

中的分布. 其中, 图 3(a) 和图 3(c) 中 $J/U = 0.02$, 图 3(b) 和图 3(d) 中 $J/U = 0.12$. 对于各向同性偶极相互作用 ($V_x/U = V_y/U = 0.4 J/U$), 当 J/U 较小时, 不可压缩相为 MI 或 CBDW 相, 随着 J/U 的增大, 系统由不可压缩相变为可压缩的 CBSS 或 SF 相. 图 3(a) 为 CBDW(1, 0) 相 ϕ 和 n 在晶格中的分布, 可以看出所有格点的 $\phi = 0$, 而粒子数密度可以分为棋盘状相互嵌套的子格点 n_A 和 n_B , n_A 和 n_B 均为整数, 但 $n_A \neq n_B$, 格点密度沿 x, y 两个方向周期变化. 图 3(b) 为 CBSS 相时 ϕ 和 n 的分布, 此时所有格点的 $\phi > 0$, 系统仍可以分为密度为 n_A 和 n_B 的两套子格点, 但 n_A 和 n_B 均为非整数, 且 $n_A \neq n_B$. 对于各向异性偶极相互作用 ($V_x/U = 0.4$, $V_y/U = -0.4$), 当 J/U 较小时, 不可压缩相为 MI 或 SDW 相, 随着 J/U 的增大, 系统变为可压缩的 SSS 或 SF 相. 图 3(c) 为

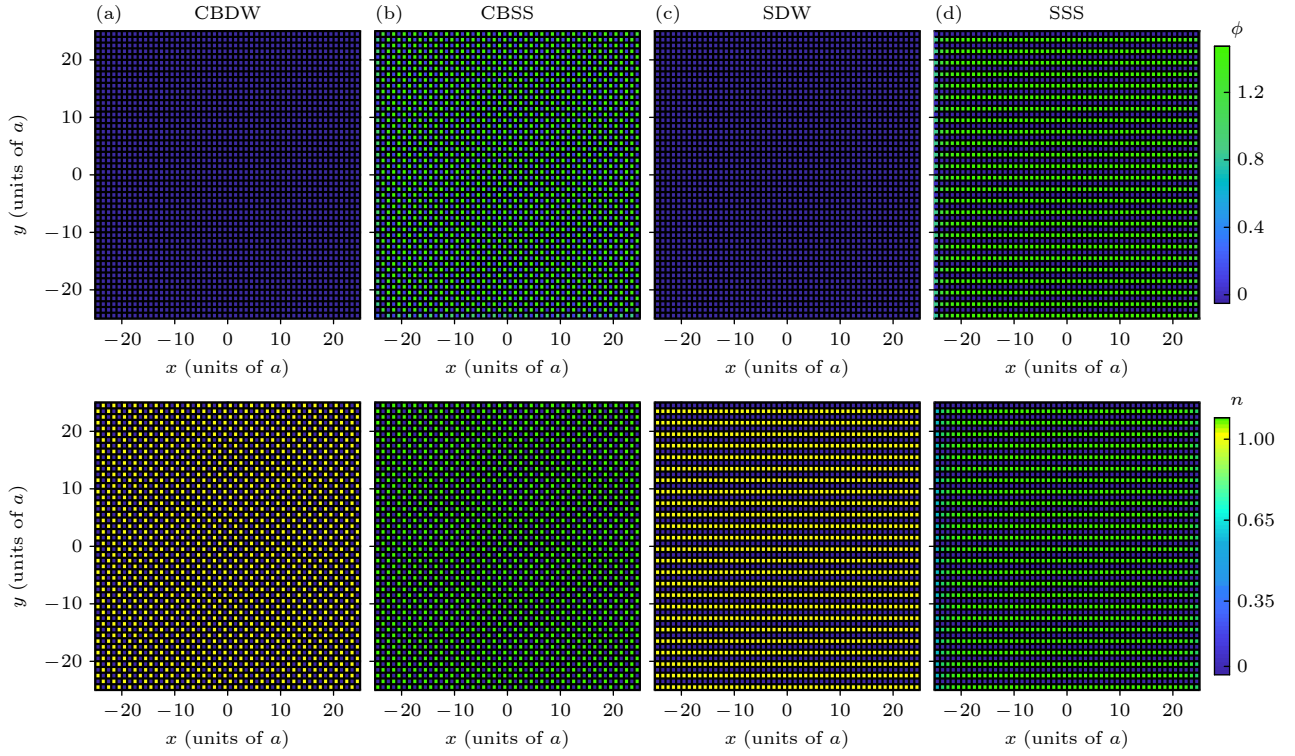


图 3 序参量 ϕ (上图) 和粒子数密度 n (下图) 在 $N = 50 \times 50$ 晶格中的分布, $\mu/U = 0.3$, $\alpha = 0$ (a) CBDW 相, $J/U = 0.02$, $V_x/U = V_y/U = 0.4$; (b) CBSS 相, $J/U = 0.12$, $V_x/U = V_y/U = 0.4$; (c) SDW 相, $J/U = 0.02$, $V_x/U = 0.4$, $V_y/U = -0.4$; (d) SSS 相, $J/U = 0.12$, $V_x/U = 0.4$, $V_y/U = -0.4$

Fig. 3. Order parameter ϕ (upper panel) and boson densities n (lower panel) in a $N = 50 \times 50$ lattice with different phases at $\mu/U = 0.3$ and $\alpha = 0$: (a) CBDW phase, $J/U = 0.02$, $V_x/U = V_y/U = 0.4$; (b) CBSS phase, $J/U = 0.12$, $V_x/U = V_y/U = 0.4$; (c) SDW phase, $J/U = 0.02$, $V_x/U = 0.4$, $V_y/U = -0.4$; (d) SSS phase, $J/U = 0.12$, $V_x/U = 0.4$, $V_y/U = -0.4$.

SDW(1, 0) 相 ϕ 和 n 的分布, 可以看出所有格点的 $\phi = 0$, 而密度可以分为条纹状相互嵌套的子格点 n_A 和 n_B , n_A 和 n_B 仍为整数, 且 $n_A \neq n_B$, 格点密度只沿 y 方向周期变化. 图 3(d) 为 SSS 相 ϕ 和 n 的分布, 可以看出 SSS 相时 $\phi > 0$, 格点系统仍可以分为条纹状嵌套的子格点 n_A 和 n_B , 但 n_A 和 n_B 均为非整数, 且 $n_A \neq n_B$.

为了进一步理解不同相的特征和相变, 图 4 给出了序参量 $\bar{\phi}$, 粒子数密度 \bar{n} , 结构因子 $S(\pi, \pi)$ 和 $S(\pi, 0)$ 随 J/U 和 μ/U 的变化. 从图 4 可以看出, 增大 J/U 和 μ/U 都可以使得系统发生相变. 图 4(a) 中 $V_x/U = V_y/U = 0.2$, 随着 J/U 的增大, 系统首先出现 CBDW-CBSS 相变, CBDW 相的 $\bar{\phi} = 0$, \bar{n} 为常数, $S(\pi, \pi) > 0$, $S(\pi, 0) = 0$, 如 CBDW(1, 0) 相 $\bar{n} = 0.5$, $S(\pi, \pi) = 0.25$; CBSS 相的 $\bar{\phi} > 0$, \bar{n} 随 J/U 的增大而增大, 仍有 $S(\pi, \pi) > 0$, $S(\pi, 0) = 0$; 接着出现 CBSS-SF 的相变, SF 相的 $\bar{\phi} > 0$, \bar{n} 也随 J/U 的增大而增大, 但 $S(\pi, \pi) = 0$ 和 $S(\pi, 0) = 0$. 图 4(c) 中 $V_x/U = 0.2$, $V_y/U = -0.1$, 随着 J/U 增

大, 系统中依次出现 SDW-SSS 相和 SSS-SF 相的相变, 与 CBDW 和 CBSS 相不同的是 SDW 和 SSS 相的 $S(\pi, \pi) = 0$, $S(\pi, 0) > 0$. 图 4(b) 中 $V_x/U = V_y/U = 0.2$, $J/U = 0.0125$, 随着 μ/U 增大, \bar{n} 在 0.5, 1.0, 1.5, 2.0 处有 4 个平台, 与这 4 个平台对应的参数区域, 系统的密度不随化学势变化, 系统为不可压缩相, 其中, 在 $\bar{n} = 0.5$ 和 $\bar{n} = 1.5$ 的参数区间, $S(\pi, \pi) > 0$, $S(\pi, 0) = 0$ 系统为 CBDW 相, 在 $\bar{n} = 1$ 和 $\bar{n} = 2$ 的参数区间, $S(\pi, \pi) = 0$, $S(\pi, 0) = 0$, 系统为 Mott 绝缘相. 对于 \bar{n} 随 μ/U 增大的区域, 若 $S(\pi, \pi) > 0$, $S(\pi, 0) = 0$, 则系统为 CBSS 相, 若有 $S(\pi, \pi) = 0$, $S(\pi, 0) = 0$ 则系统为 SF 相. 图 4(d) 中, $V_x/U = 0.2$, $V_y/U = -0.1$, 随着 μ/U 增大, 系统仍会发生与图 4(b) 类似的相变, 不同的是在 $\bar{n} = 0.5$ 和 $\bar{n} = 1.5$ 的参数区间, $S(\pi, \pi) = 0$, $S(\pi, 0) > 0$, 系统为 SDW 相, 在 \bar{n} 随 μ/U 增大的区域, $S(\pi, \pi) = 0$, $S(\pi, 0) > 0$, 系统为 SSS 相.

图 5 给出了偶极相互作用较强 ($V_x/U = 0.8$) 时系统在不同参数 ($\alpha, V_y/U$) 下 $\mu/U - J/U$ 平面内

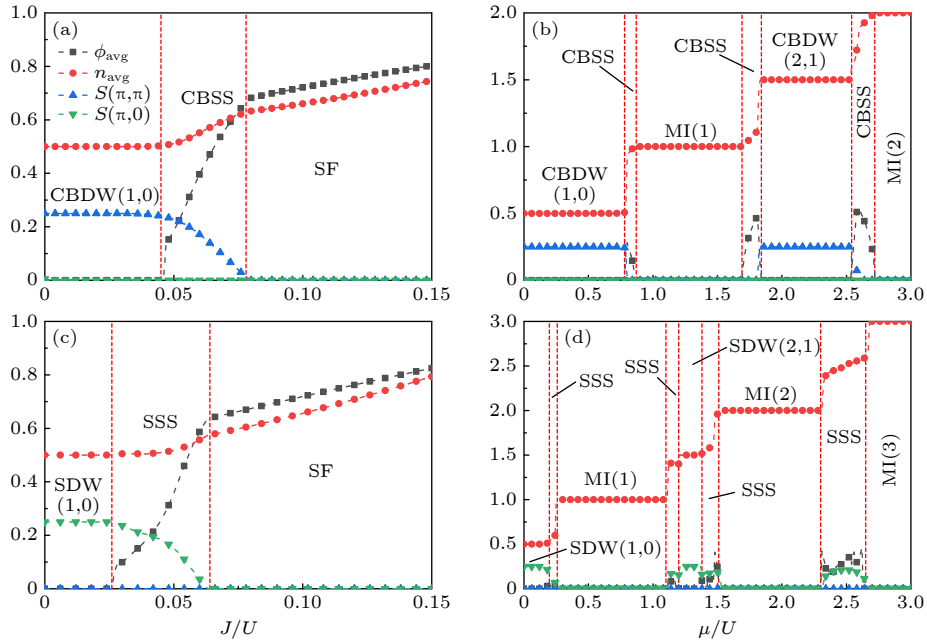


图4 $\alpha = 0$ 时序参数 $\bar{\phi}$, 粒子数密度 \bar{n} , 结构因子 $S(\pi, \pi)$ 和 $S(\pi, 0)$ 随 J/U 和 μ/U 的变化 (a) $\mu/U = 0.5, V_x/U = V_y/U = 0.2$; (b) $J/U = 0.0125, V_x/U = V_y/U = 0.2$; (c) $\mu/U = 0.1, V_x/U = 0.2, V_y/U = -0.1$; (d) $J/U = 0.0125, V_x/U = 0.2, V_y/U = -0.1$

Fig. 4. Order parameter $\bar{\phi}$, density \bar{n} , structural factor $S(\pi, \pi)$ and $S(\pi, 0)$ as a function of J/U and μ/U with $\alpha = 0$: (a) $\mu/U = 0.5, V_x/U = V_y/U = 0.2$; (b) $J/U = 0.0125, V_x/U = V_y/U = 0.2$; (c) $\mu/U = 0.1, V_x/U = 0.2, V_y/U = -0.1$; (d) $J/U = 0.0125, V_x/U = 0.2, V_y/U = -0.1$.

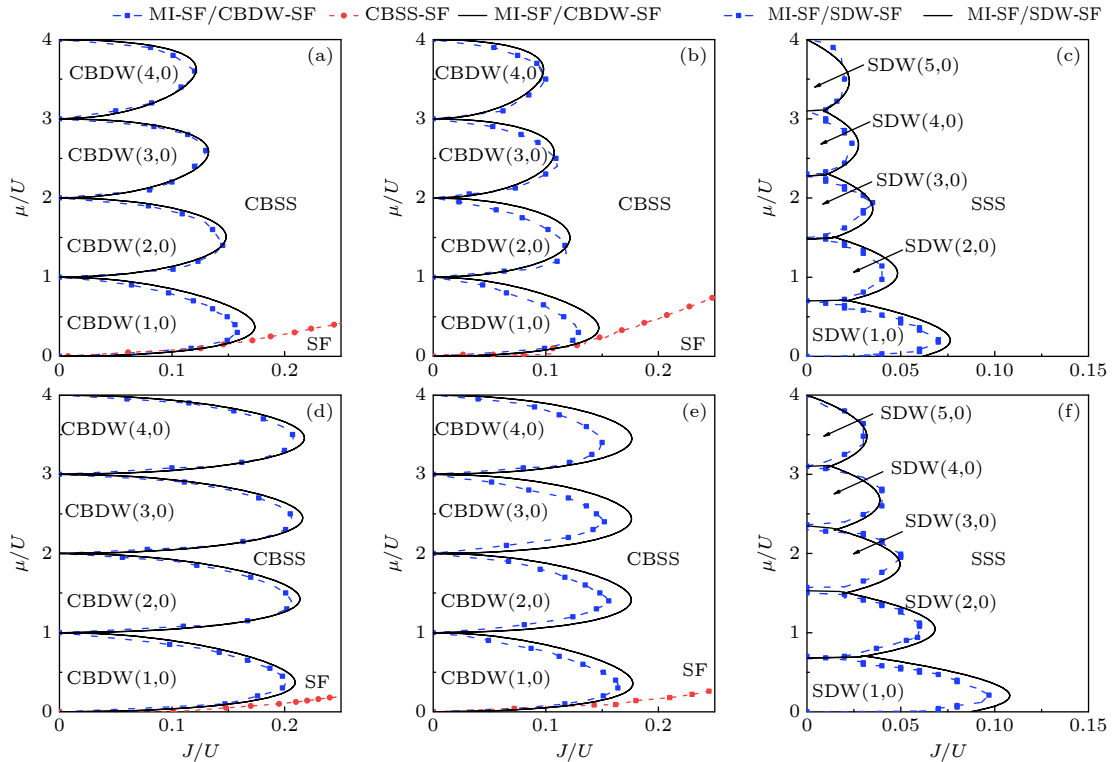


图5 $V_x/U = 0.8$ 时, EBHM 的相图 (a)–(c) $\alpha = 0, V_y/U$ 分别为 $0.8, 0.4, -0.1$; (d)–(f) $\alpha = 1/2, V_y/U$ 分别为 $0.8, 0.4, -0.1$. 蓝色正方形点线为不可压缩相-可压缩相相变边界的数值结果, 黑色实线为解析结果. 红色圆点线为超固相-超流相的相变边界

Fig. 5. Phase diagram of EBHM with $V_x/U = 0.8$: (a)–(c) $\alpha = 0, V_y/U = 0.8, 0.4, -0.1$, (d)–(f) $\alpha = 1/2, V_y/U = 0.8, 0.4, -0.1$. Blue square dot line is the numerical result of phase transition boundary between incompressible phase and compressible phase, and the solid black line is the analytical result. Red dot line is the phase transition boundary between the supersolid phase and the superfluid phase.

的相图. 图 5(a) 和图 5(d) 为各向同性偶极相互作用系统, $V_y/U = 0.8$, 从图中可以看出, 偶极相互作用较大时, 绝缘相中只有 CBDW 相, CBSS 相仍出现在 CBDW 相的周围. 比较图 5(a) 和图 5(d) 发现, 人工磁场使得 CBSS 相在相图中的存在区域变大, SF 相在相图中的存在区域变小, 这与已有研究结果一致^[37]. 图 5(b) 和图 5(e) 给出了 $\theta \approx 24.09^\circ$ 即 $V_x/U = 0.8, V_y/U = 0.4$ 时系统的相图. 图 5(b) 表明当 $\alpha = 0$ 时, 各向异性偶极相互作用会使得相图中 CBDW 相的存在区域减小, CBSS 相存在区域增大. 而当 $\alpha = 1/2$ 时, 从图 5(e) 可以看出, 人工磁场对 CBDW, CBSS 和 SF 相的影响与各向同性偶极相互作用时相同. 增大极化角, 使 $\theta \approx 36.76^\circ$ 即 $V_x/U = 0.8, V_y/U = -0.1$, 从图 5(c) 可以看出, 绝缘相由 CBDW 变为 SDW 相, CBDW 周围的 CBSS 相变为了 SDW 周围的 SSS 相, 这与极化角 $\theta > 35.0^\circ$ 时各向异性偶极相互作用系统中会出现条纹相的研究结果相一致^[15]. 当 $\alpha = 1/2$ 时, 从图 5(f)

可知 SDW 相在相图中的存在区域变大, 这说明人工磁场也能稳定条纹相. 同样, 比较图 5 中单格点平均场理论 (蓝色方形点线) 和二阶微扰理论 (黑色实线) 得到的不可压缩相和可压缩相相变边界, 可以看出数值和解析上得到了一致的相变边界.

3.2 非均匀情况

前面考虑的是均匀系统, 实验上光晶格中的量子气体是通过磁光阱技术获得的, 因此就有必要考虑谐振势对系统中相的影响. 图 6 给出了 $\Omega/U = 0.012$, $\alpha = 0$, $\mu/U = 3.0$ 时, 序参量 ϕ 和粒子数密度 n 在 $N = 50 \times 50$ 晶格中的分布. 对于各向同性偶极相互作用, 当相互作用较小时 ($V_x/U = V_y/U = 0.2, J/U = 0.0155$), 从图 6(a) 可以看出晶格的中心区域是 MI(2) 相, 从晶格中心向外依次会出现 CBSS, CBDW (2, 1), CBSS, MI(1), CBDW(1, 0) 和 CBSS 相; 当相互作用较大时 ($V_x/U = V_y/U = 0.8, J/U = 0.08$),

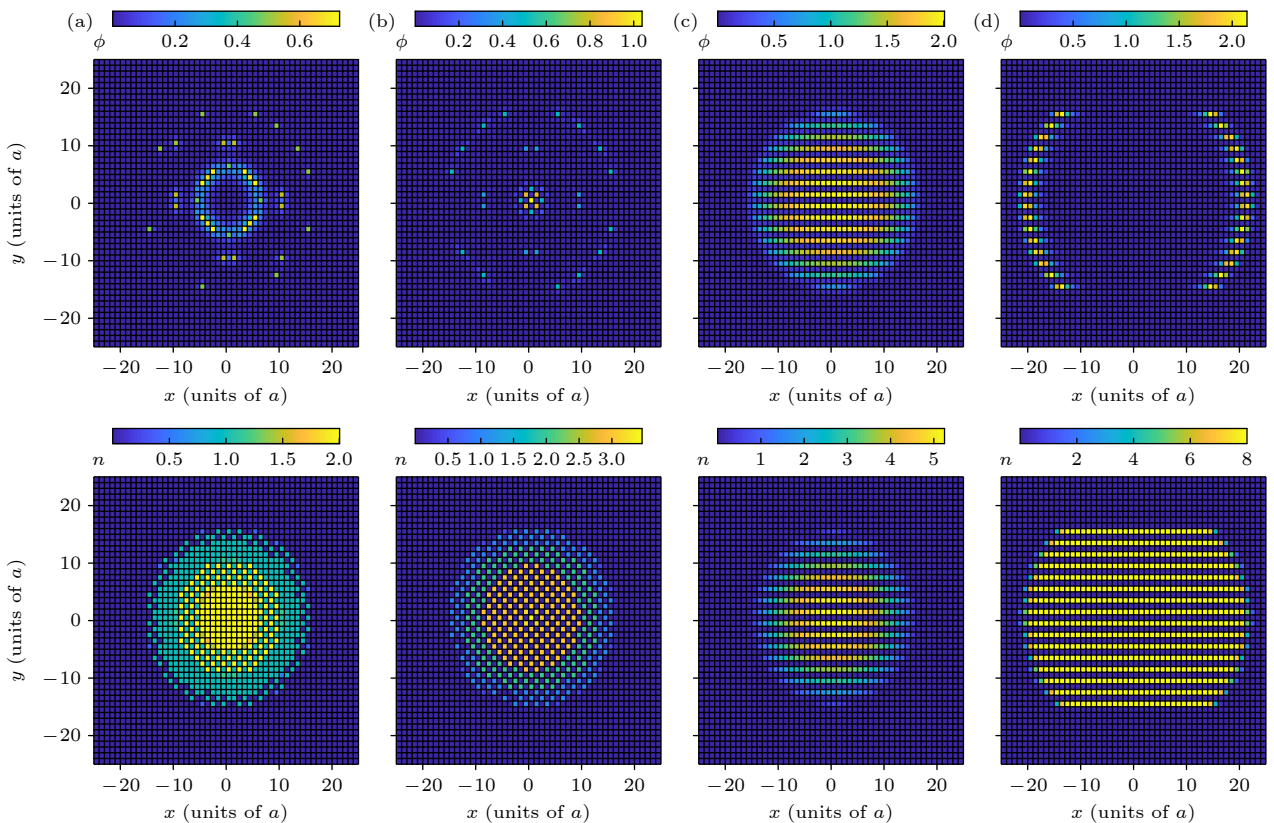


图 6 $\Omega/U = 0.012$, $\alpha = 0$ 时序参量 ϕ (上图) 和粒子数密度 n (下图) 在 $N = 50 \times 50$ 晶格中的分布 (a) $V_x/U = 0.2, V_y/U = 0.2, J/U = 0.0155$; (b) $V_x/U = 0.8, V_y/U = 0.8, J/U = 0.08$; (c) $V_x/U = 0.8, V_y/U = -0.2, J/U = 0.125$; (d) $V_x/U = 0.8, V_y/U = -0.8, J/U = 0.125$

Fig. 6. Order parameter ϕ (upper panel) and boson densities n (lower panel) in a $N = 50 \times 50$ lattice with $\Omega/U = 0.012$ and $\alpha = 0$: (a) $V_x/U = 0.2, V_y/U = 0.2, J/U = 0.0155$; (b) $V_x/U = 0.8, V_y/U = 0.8, J/U = 0.08$; (c) $V_x/U = 0.8, V_y/U = -0.2, J/U = 0.125$; (d) $V_x/U = 0.8, V_y/U = -0.8, J/U = 0.125$.

从图 6(b) 可以看出晶格中心区域是 CBSS 相, 随着 x, y 增大, 晶格中心向外依次会出现 CBSS, CBDW(3, 0), CBSS, CBDW(2, 0), CBSS, CBDW(1, 0) 和 CBSS 相, 这是因为从晶格中心向外, 随着谐振势的增加, 系统的等效化学势逐渐减小, 从而改变了系统的基态性质, 这与相图 2 中的结果一致. 对于各向异性偶极相互作用, 当 $\theta \approx 40.2^\circ$ 即 $V_x/U = 0.8, V_y/U = -0.2$ 时, 从图 6(c) 可以看出晶格中的密度分布呈条纹状, 同时有 $\phi_{p,q} \neq 0$, 因此系统为 SSS 相. 增大极化角 $\theta \approx 54.7^\circ$, 即 $V_x/U = 0.8, V_y/U = -0.8$, 从图 6(d) 可以看出晶格中心区域为 SDW 相, 随着 x, y 的增大, 在 SDW 相的周围会出现为 SSS 相. 这说明考虑谐振势后 ($\Omega/U = 0.012$), 调节极化方向使得偶极相互作用一个方向排斥一个方向吸引时, 系统中仍可观测到条纹相.

有人工磁场时, 序参量 ϕ 和粒子数密度 n 在 $N = 50 \times 50$ 晶格中的分布如图 7 所示, 其中 $\Omega/U = 0.012, \alpha = 1/2, \mu/U = 3.0$. 对于各向同性偶极相互作用, 当相互作用较小时 ($V_x/U = V_y/U = 0.2$,

$J/U = 0.0155$), 从图 7(a) 可以看出晶格的中心区域是 MI(2) 相, 由晶格中心向外, 随着外加谐振势的增大, 在 MI(2) 相的周围依次会出现 CBSS, CBDW(2, 1), CBSS, MI(1), CBDW(1, 0) 和 CBSS 相. 与图 6 相比, 系统中绝缘相的参数区域有明显增大, 这说明人工磁场会使得系统更易处于局域化. 当相互作用较大时 ($V_x/U = V_y/U = 0.8, J/U = 0.08$), 从图 7(b) 可以看出从晶格中心向外依次会出现 CBSS, CBDW(3, 0), CBDW(2, 0), CBDW(1, 0) 和 CBSS 相, 这与图 2 中考虑人工磁场后的相变结果一致. 对于各向异性偶极相互作用系统, 图 7(c) 表明, 人工磁场对晶格外势较大区域的 SSS 相影响较小. 图 7(d) 表明, 当偶极相互作用一个方向为排斥、一个方向为吸引时, 从晶格中心向外依次会出现 SDW 相和 SSS 相, 与图 6(d) 相比较, SDW 相存在的参数区域增大. 这说明有谐振势时 ($\Omega/U = 0.012$), 条纹相可以稳定存在, 人工磁场仍会使得绝缘相存在的参数区域增大.

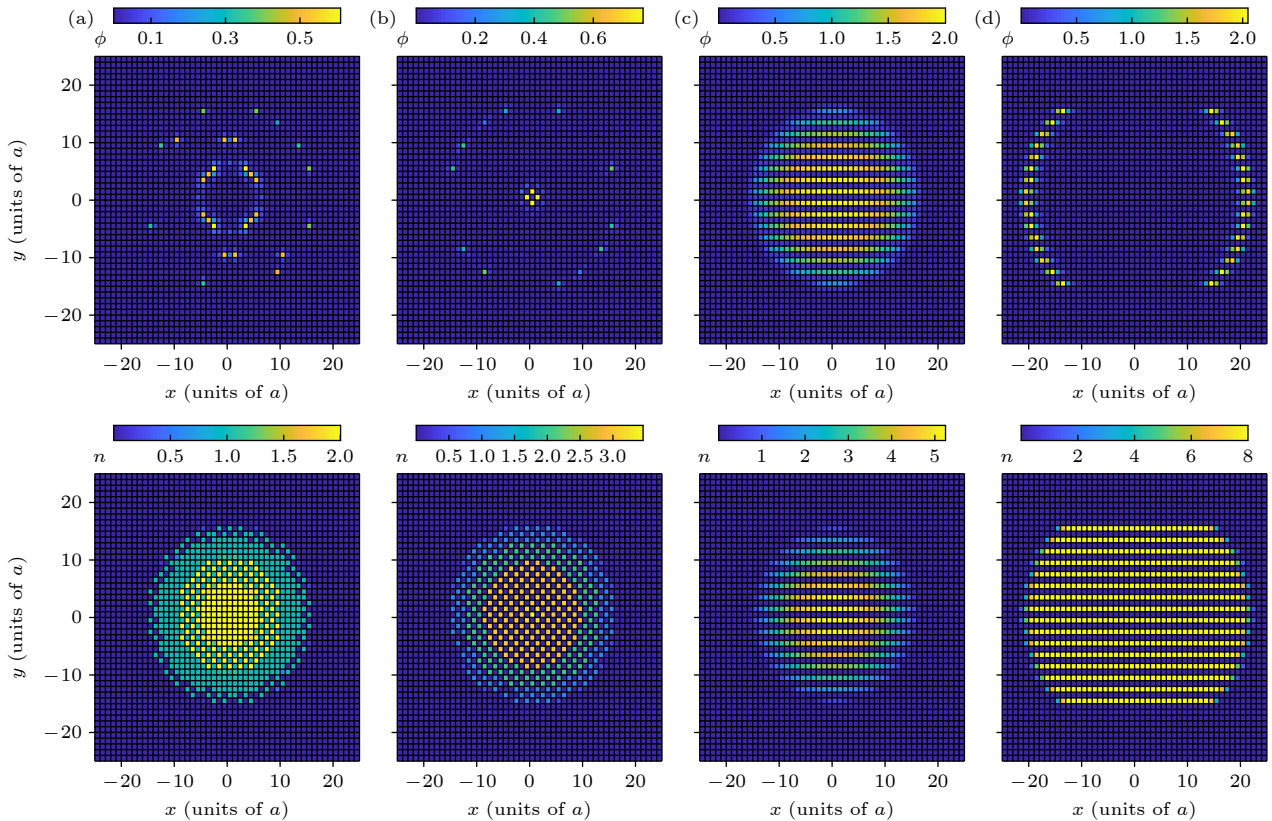


图 7 $\Omega/U = 0.012, \alpha = 1/2$ 时序参量 ϕ (上图) 和粒子数密度 n (下图) 在 $N = 50 \times 50$ 晶格中的分布 (a) $V_x/U = 0.2, V_y/U = 0.2$; (b) $V_x/U = 0.8, V_y/U = 0.8$; (c) $V_x/U = 0.8, V_y/U = -0.2$; (d) $V_x/U = 0.8, V_y/U = -0.8$

Fig. 7. Order parameter ϕ (upper panel) and boson densities n (lower panel) in a $N = 50 \times 50$ lattice with $\Omega/U = 0.012$ and $\alpha = 1/2$: (a) $V_x/U = 0.2, V_y/U = 0.2$; (b) $V_x/U = 0.8, V_y/U = 0.8$; (c) $V_x/U = 0.8, V_y/U = -0.2$; (d) $V_x/U = 0.8, V_y/U = -0.8$.

4 结 论

利用扩展 Bose-Hubbard 模型和非均匀平均场方法,研究了人工磁场下二维光晶格中的各向异性偶极量子气体的相变特性. 偶极相互作用的极化方向和人工磁场都会影响系统的基态性质,当极化角较小时 ($\theta = 24.09^\circ$), 系统为 MI, CBDW, CBSS 和 SF 相, 增大极化角会使得 MI 和 CBDW 相收缩到跃迁能较小的区域, CBSS 相会扩展到跃迁较大的参数区域. 当极化角较大时 ($\theta = 45.0^\circ$), 系统中的棋盘密度波相和棋盘超固相会变为条纹密度波相和条纹超固相. 人工磁场下条纹密度波相和条纹超固相仍会稳定存在, 且人工磁场会使得条纹密度波相和条纹超固相在相图中的存在区域变大. 外加谐振势会使得晶格系统的不同区域观察到不同相, 而人工磁场可以使得超固相的存在区域变大.

参考文献

- [1] Gross C, Bloch I 2017 *Science* **357** 995
- [2] Tan H, Cao R, Li Y Q 2023 *Acta Phys. Sin.* **72** 183701 (in Chinese) [谭辉, 曹睿, 李永强 2023 物理学报 **72** 183701]
- [3] Liu J Y, Wang X Q, Xu Z F 2023 *Chin. Phys. Lett.* **40** 086701
- [4] Sukachev D, Sokolov A, Chebakov K, Akimov A, Kanorsky S, Kolachevsky N, Sorokin V 2010 *Phys. Rev. A* **82** 011405
- [5] Greiner M, Mandel O, Esslinger T, Hänsch T W, Bloch I 2002 *Nature* **415** 39
- [6] Dash J G, Wettlaufer J S 2005 *Phys. Rev. Lett.* **94** 235301
- [7] Recati A, Stringari S 2023 *Nat. Rev. Phys.* **5** 735
- [8] Wang H, He X Y, Li S, Liu B 2023 *Acta Phys. Sin.* **72** 100309 (in Chinese) [王欢, 贺夏瑶, 李帅, 刘博 2023 物理学报 **72** 100309]
- [9] Bernardet K, Batrouni G G, Troyer M 2002 *Phys. Rev. B* **66** 054520
- [10] Iskin M 2011 *Phys. Rev. A* **83** 051606(R)
- [11] Baranov M A, Dalmonte M, Pupillo G, Zoller P 2012 *Chem. Rev.* **112** 5012
- [12] Gao J M, Tang R A, Xue J K 2017 *EPL* **117** 60007
- [13] Masella G, Angelone A, Mezzacapo F, Pupillo G, Prokofev N V 2019 *Phys. Rev. Lett.* **123** 045301
- [14] Wu H K, Tu W L 2020 *Phys. Rev. A* **102** 053306
- [15] Bandyopadhyay S, Bai R, Pal S, Suthar K, Nath R, Angom D 2019 *Phys. Rev. A* **100** 053623
- [16] Zhang J, Zhang C, Yang J, Capogrosso-Sansone B 2022 *Phys. Rev. A* **105** 063302
- [17] Griesmaier A, Werner J, Hensler S, Stuhler J, Pfau T 2005 *Phys. Rev. Lett.* **94** 160401
- [18] Yi S, You L 2000 *Phys. Rev. A* **61** 041604
- [19] Ospelkaus C, Ospelkaus S, Humbert L, Ernst P, Sengstock K, Bongs K 2006 *Phys. Rev. Lett.* **97** 120402
- [20] Léonard J, Morales A, Zupancic P, Esslinger T, Donner T 2017 *Nature* **543** 87
- [21] Li J R, Lee J, Huang W, Burchesky S, Shteynas B, Top F Ç, Jamison A O, Ketterle W 2017 *Nature* **543** 91
- [22] Tanzi L, Lucioni E, Famà F, Catani J, Fioretti A, Gabbanini C, Bisset R N, Santos L, Modugno G 2019 *Phys. Rev. Lett.* **122** 130405
- [23] Guo M, Böttcher F, Hertkorn J, Schmidt J N, Wenzel M, Büchler H P, Langen T, Pfau T 2019 *Nature* **574** 386
- [24] Norcia M A, Politi C, Klaus L, Poli E, Sohmen M, Mark M J, Bisset R N, Santos L, Ferlaino F 2021 *Nature* **596** 357
- [25] Williams R A, Al-Assam S, Foot C J 2010 *Phys. Rev. Lett.* **104** 050404
- [26] Aidelsburger M, Atala M, Nascimbène S, Trotzky S, Chen Y A, Bloch I 2011 *Phys. Rev. Lett.* **107** 255301
- [27] Hügél D, Paredes B 2014 *Phys. Rev. A* **89** 023619
- [28] Grusdt F, Letscher F, Hafezi M, Fleischhauer M 2014 *Phys. Rev. Lett.* **113** 155301
- [29] Hasan M Z, Kane C L 2010 *Rev. Mod. Phys.* **82** 3045
- [30] Piraud M, Heidrich-Meisner F, McCulloch I P, Greschner S, Vekua T, Schollwöck U 2015 *Phys. Rev. B* **91** 140406
- [31] Orignac E, Giamarchi T 2001 *Phys. Rev. B* **64** 144515
- [32] Kolley F, Piraud M, McCulloch I P, Schollwöck U, Heidrich-Meisner F 2015 *New J. Phys.* **17** 092001
- [33] Song Y F, Yang S J 2020 *New J. Phys.* **22** 073001
- [34] Zhang X R, Yang S J 2023 *Results Phys.* **53** 106998
- [35] Oktel M Ö, Nitä M, Tanatar B 2007 *Phys. Rev. B* **75** 045133
- [36] Pal S, Bai R, Bandyopadhyay S, Suthar K, Angom D 2019 *Phys. Rev. A* **99** 053610
- [37] Suthar K, Sable H, Bai R, Bandyopadhyay S, Pal S, Angom D 2020 *Phys. Rev. A* **102** 013320
- [38] Su L, Douglas A, Szurek M, Groth R, Ozturk S, Krahn A, Hébert A, Phelps G, Ebadi S, Dickerson S, Ferlaino F, Marković O, Greiner M 2023 *Nature* **622** 724
- [39] Ohgoe T, Suzuki T, Kawashima N 2012 *Phys. Rev. B* **86** 054520
- [40] Bai R, Bandyopadhyay S, Pal S, Suthar K, Angom D 2018 *Phys. Rev. A* **98** 023606
- [41] Scarola V W, Pollet L, Oitmaa J, Troyer M 2009 *Phys. Rev. Lett.* **102** 135302
- [42] Iskin M, Freericks J K 2009 *Phys. Rev. A* **79** 053634
- [43] Sant'Ana F T, Pelster A, dos Santos F E A 2019 *Phys. Rev. A* **100** 043609
- [44] Iskin M 2012 *Eur. Phys. J. B* **85** 76
- [45] Sachdeva R, Singh M, Busch T 2017 *Phys. Rev. A* **95** 063601

Quantum phase transitions of anisotropic dipolar bosons under artificial magnetic field*

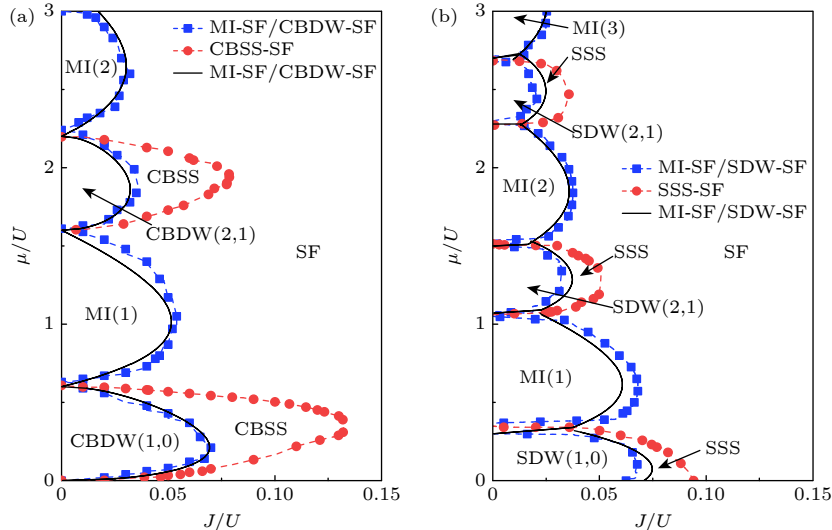
Gao Ji-Ming[†] Di Guo-Wen Yu Zi-Fa Tang Rong-An
Xu Hong-Ping Xue Ju-Kui

(College of Physics and Electronic Engineering, Northwest Normal University, Lanzhou 730070, China)

(Received 16 March 2024; revised manuscript received 20 May 2024)

Abstract

The quantum system composed of optical lattice and ultracold atomic gas is an ideal platform for realizing quantum simulation and quantum computing. Especially for dipolar bosons in optical lattices with artificial gauge fields, the interplay between anisotropic dipolar interactions and artificial gauge fields leads to many novel phases. Exploring the phase transition characteristics of the system is beneficial to understanding the physics of quantum many-body systems and observing quantum states of dipolar system in experiments. In this work, we investigate the quantum phase transitions of anisotropic dipolar bosons in a two-dimensional optical lattice with an artificial magnetic field. Using an inhomogeneous mean-field method and a Landau phase transition theory, we obtain complete phase diagrams and analytical expressions for phase boundaries between an incompressible phase and a compressible phase. Our results show that both the artificial magnetic field and the anisotropic dipolar interaction have a significant effect on the phase diagram. When the polar angle increases, the system undergoes the phase transition from a checkerboard supersolid to a striped supersolid. For small polar angle ($V_x/U = 0.2, V_y/U = 0.1$, Fig.(a)), artificial magnetic field induces both checkerboard solid phase and supersolid phase to extend to a large hopping region. For a larger polar angle ($V_x/U = 0.2, V_y/U = -0.1$, Fig.(b)), artificial magnetic field induces both striped solid and striped supersolid to extend to a large hopping region. Thus, the artificial magnetic field stabilizes the density wave and supersolid phases. In addition, we reveal the coexistence of different quantum phases in the presence of an external trapping potential. The research results provide a theoretical basis for manipulating the quantum phase in experiments on anisotropic dipolar atoms by using an artificial magnetic field.



Keywords: optical lattice, anisotropic dipolar interaction, artificial magnetic field, supersolid phase

PACS: 05.70.Fh, 37.10.Jk, 67.80.kb, 67.85.Hj

DOI: 10.7498/aps.73.20240376

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 12104374, 12264045, 12164042) and the Natural Science Foundation of Gansu Province, China (Grant Nos. 20JR5RA526, 23JRRA681).

[†] Corresponding author. E-mail: gaojm@nwnu.edu.cn



人工磁场下各向异性偶极玻色气体的量子相变

高吉明 狄国文 鱼自发 唐荣安 徐红萍 薛具奎

Quantum phase transitions of anisotropic dipolar bosons under artificial magnetic field

Gao Ji-Ming Di Guo-Wen Yu Zi-Fa Tang Rong-An Xu Hong-Ping Xue Ju-Kui

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 73, 130503 (2024) DOI: 10.7498/aps.73.20240376

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.73.20240376>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

偶极玻色-爱因斯坦凝聚体中的各向异性耗散

Anisotropic dissipation in a dipolar Bose-Einstein condensate

物理学报. 2020, 69(8): 080302 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20200025>

超冷 ^{87}Rb 原子在二维光晶格中Mott绝缘态的实验实现

Experimental realization of Mott insulator of ultracold ^{87}Rb atoms in two-dimensional optical lattice

物理学报. 2020, 69(19): 193201 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20200513>

浅光晶格中量子隧穿现象的实验观测

Experimental observation of quantum tunneling in shallow optical lattice

物理学报. 2022, 71(7): 073701 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20212038>

相互作用费米子的量子模拟

Quantum simulation of interacting fermions

物理学报. 2022, 71(22): 226701 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20221756>

光晶格中自旋轨道耦合玻色-爱因斯坦凝聚体的非线性能谱特性

Nonlinear energy band structure of spin-orbit coupled Bose-Einstein condensates in optical lattice

物理学报. 2021, 70(20): 200302 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20210705>

基于空间光调制器构建二维任意形状的 ^{87}Rb 原子阵列

Construction of two-dimensional arbitrary shape ^{87}Rb atomic array based on spatial light modulator

物理学报. 2023, 72(6): 064201 <https://doi.org/10.7498/aps.72.20222096>