

非马尔科夫环境中 Werner 态的 量子非局域关联检验研究*

蒋世民 贾欣燕 樊代和†

(西南交通大学物理科学与技术学院, 成都 610031)

(2024 年 3 月 31 日收到; 2024 年 6 月 19 日收到修改稿)

以量子信息领域中常使用的 Werner 态为研究对象, 详细地研究了其在两种非马尔科夫相位阻尼环境, 即 Random-Telegraph (RT) 噪声环境、Ornstein-Uhlenbeck (OU) 噪声环境, 以及非马尔科夫振幅阻尼 (AD) 环境中演化后的量子非局域关联检验情况. 分别推导了 Werner 态在 RT, OU 以及 AD 环境中密度矩阵随时间的演化结果. 基于 Clauser-Horne-Shimony-Holt (CHSH) 不等式, 对演化后的量子态进行了详细的量子非局域关联检验研究. 结果表明, Werner 态在 RT 噪声环境和 AD 环境中存在信息回流现象, 导致其量子非局域关联特性存在周期性振荡变化的现象, 即随演化时间的增加, 量子态能够从不具备量子非局域关联特性重新回到具有量子非局域关联特性的情况. 而在 OU 噪声环境中, 由于不存在信息回流现象, 量子非局域关联检验值将随演化时间的增加而降低. 同时, 本文还详细给出了 Werner 态的保真度、量子态与非马尔科夫环境的耦合强度、OU 噪声环境和 AD 环境的线宽、RT 环境噪声的翻转率等参数与成功进行量子非局域关联检验的演化时间之间的关系.

关键词: 量子非局域关联, Werner 态, 非马尔科夫环境, CHSH 不等式, 相位阻尼, 振幅阻尼

PACS: 03.65.Ud, 03.65.Yz, 03.67.Mn

DOI: 10.7498/aps.73.20240450

1 引言

量子非局域关联作为量子力学区别于经典力学的本质特性之一, 最早由 Einstein 等 [1] 在 1935 年的 EPR 佯谬相关讨论中提出. 作为量子信息处理和通信的重要资源, 量子态的量子非局域关联特性在量子密码学 [2]、量子密集编码 [3] 和量子隐形传态 [4] 等领域发挥着重要作用. 为检验量子态是否存在量子非局域关联特性, Bell [5] 在 1964 年首次提出贝尔不等式检验方案. 随后, 1969 年 Clauser 等 [6] 对贝尔不等式进行了改进, 提出了更易于实验实施的 Clauser-Horne-Shimony-Holt (CHSH) 不等式. 在此之后, 还有如 MABK 不等式 [7], $I_{\text{nn}22}$ 不

等式 [8], GHZ 定理 [9] 和 Hardy 定理 [10] 等多种量子非局域关联检验方案被相继提出, 但到目前为止, CHSH 不等式依旧是最常用的量子非局域关联检验方案. 该检验方案证明, 在经典局域实在论的框架下, CHSH 不等式检验的上限为 $S_{\text{c-max}} = 2$, 而在量子力学的理论框架下, CHSH 不等式的上限可到 $S_{\text{q-max}} = 2\sqrt{2}$. 因此, 通过检验量子态的 CHSH 不等式值是否满足 $S > 2$, 则可说明该量子态是否存在量子非局域关联特性.

在大多数量子态的应用场景中, 由于量子态在传输过程中无法与周围环境完全隔离, 导致原本具有良好量子非局域关联特性的量子态在与环境噪声相互作用后产生退相干现象, 从而降低其量子非局域关联特性. 2021 年, 胡强等 [11] 研究了两比特

* 国家自然科学基金 (批准号: 62374139) 和计算物理国防科技重点实验室项目 (批准号: 6142A05180401) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: dhfan@swjtu.edu.cn

偏振纠缠态在马尔科夫振幅阻尼信道 (ADC)、相位阻尼信道 (PDC) 和退极化阻尼信道 (DC) 不同信道条件传输时的量子非局域关联检验情况, 结果显示, DC 传输信道显著影响量子态的关联检验, 而 PDC 传输信道的影响相对较小. 2023 年, Zeng 等^[12]进一步研究了通过局部变换操作关联的“X”态在马尔科夫环境的振幅阻尼和相位阻尼环境中的量子非局域检验结果随时间的演化. 研究发现, 在相位阻尼环境中, 两种“X”态随着时间演化具有相同的 CHSH 不等式检验结果. 在振幅阻尼环境中, 通过局部变换操作得到的“X”态具有较长的成功进行量子非局域关联检验的演化时间.

事实上, 在开放量子系统中, 除了马尔科夫环境外, 非马尔科夫环境的相关研究也同样重要. 在非马尔科夫环境中, 由于环境的时间尺度与量子系统的时间尺度没有明显的分离, 将导致环境具有记忆效应, 且某些特殊的非马尔科夫环境还可能存在着所谓的信息回流现象^[13-16]. 另外, 由于非马尔科夫环境广泛存在于如固态系统^[17]、量子点^[18]、微机械谐振器^[19]、超导量子位^[20]和超冷气体^[21]等系统中, 因此关于量子态在非马尔科夫环境中的演化研究近年来同样备受关注^[22,23]. 但是, 到目前为止, 相关实验室中制备的量子态在非马尔科夫环境中演化后, 是否仍然具有量子非局域关联特性的研究还鲜有报道.

基于上述原因, 本文以目前量子信息研究领域广泛应用的 Werner 态作为研究对象, 详细地研究了其在非马尔科夫振幅阻尼环境和两类相位阻尼环境中, 密度矩阵随演化时间和保真度的演化情况. 最后, 基于 CHSH 不等式检验方案, 详细地研究了 Werner 态在非马尔科夫环境中量子非局域关联特性随时间演化情况, 并给出了成功进行量子非局域关联检验的所需条件.

2 Werner 态在非马尔科夫环境中密度矩阵的演化

在 $t = 0$ 时刻, 考虑一典型的 Werner 态^[24], 其

密度矩阵可表示为

$$\rho(0) = \frac{1-3F}{3} \mathbf{I}_4 + \frac{4F-1}{3} |\phi^-\rangle \langle \phi^-| = \begin{pmatrix} \frac{1+2F}{6} & 0 & 0 & \frac{1-4F}{6} \\ 0 & \frac{1-F}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-F}{3} & 0 \\ \frac{1-4F}{6} & 0 & 0 & \frac{1+2F}{6} \end{pmatrix}, \quad (1)$$

其中, \mathbf{I}_4 是 4×4 单位矩阵; $|\phi^-\rangle = (|00\rangle - |11\rangle)/\sqrt{2}$ 是两量子比特 Bell 态之一; F ($1/4 \leq F \leq 1$) 为保真度, 表征了 Werner 态与量子纯态之间的相似程度. 当 $F = 1$ 时, Werner 态约化为量子纯态; 当 $F = 1/4$ 时, Werner 态为最大混合态.

本文重点研究了如 (1) 式所示的量子初态, 在非马尔科夫环境中密度矩阵的演化情况. 在该环境中, 量子初态 $\rho(0)$ 随时间的演化常用 Kraus 算符^[25]来描述, 如 (2) 式所示:

$$\rho(t) = \sum_{i,j} E_i(t) \otimes E_j(t) \rho(0) E_i^\dagger(t) \otimes E_j^\dagger(t), \quad (2)$$

其中 E_i 为表征环境噪声的 Kraus 算符, 满足完备性条件 $\sum_i E_i^\dagger E_i = 1$.

非马尔科夫环境中存在两种典型的环境模型, 分别是相位阻尼环境和振幅阻尼 (AD) 环境. 在相位阻尼环境中, 又可以进一步分为 positive indivisible^[26] 和 completely positive divisible^[27] 两种类型. 其中, Random-Telegraph (RT) 噪声是前者中的典型代表, 而 Ornstein-Uhlenbeck (OU) 噪声则是后者的代表性例子.

首先, 分析 Werner 态在非马尔科夫 RT 噪声环境中的演化情况. 此时, Kraus 算符^[28]可表示为

$$G_0 = \sqrt{\frac{1+g(t)}{2}} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$G_1 = \sqrt{\frac{1+g(t)}{2}} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

这里, $g(t)$ 为记忆核函数:

$$g(t) = e^{-at} \left[\cos \left(at \sqrt{(2\gamma/a)^2 - 1} \right) + \frac{\sin \left(at \sqrt{(2\gamma/a)^2 - 1} \right)}{\sqrt{(2\gamma/a)^2 - 1}} \right], \quad (3)$$

式中, γ 表示量子态与环境的耦合强度; a 是 RT 噪声的翻转率, 在非马尔科夫的条件下有 $\gamma/a > 1/2$. 将 (1) 式作为初态 $\rho(0)$, Kraus 算符 G_0, G_1 一同代入 (2) 式中, 即可计算得出 Werner 态在 RT 噪声环境中密度矩阵随时间演化的结果为

$$\rho^{\text{RT}}(t) = \begin{pmatrix} \frac{1}{6}(1+2F) & 0 & 0 & \frac{1}{6}(1-4F)g^2 \\ 0 & \frac{1-F}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-F}{3} & 0 \\ \frac{1}{6}(1-4F)g^2 & 0 & 0 & \frac{1}{6}(1+2F) \end{pmatrix}. \quad (4)$$

其次, 对 Werner 态在非马尔科夫 OU 噪声环境中的演化情况进行研究. 在该环境中, Kraus 算符^[29] 可用下式进行表示:

$$P_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & p(t) \end{pmatrix}, \quad P_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{1-p(t)^2} \end{pmatrix}.$$

$p(t)$ 为记忆核函数:

$$p(t) = \exp \left\{ \frac{-\gamma}{2} \left[t + \frac{1}{\Gamma} (e^{-\Gamma t} - 1) \right] \right\}, \quad (5)$$

式中, Γ 是噪声的线宽; γ 表示量子系统与环境的耦合强度. 在非马尔科夫的条件下有 $\Gamma t \ll 1$. 同理, 将 (1) 式作为初态 $\rho(0)$, 与 Kraus 算符 P_0, P_1 一同代入 (2) 式中, 即可得到 Werner 态在 OU 噪声环境中密度矩阵随时间演化的结果为

$$\rho^{\text{OU}}(t) = \begin{pmatrix} \frac{1}{6}(1+2F) & 0 & 0 & \frac{1}{6}(1-4F)p^2 \\ 0 & \frac{1-F}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-F}{3} & 0 \\ \frac{1}{6}(1-4F)p^2 & 0 & 0 & \frac{1}{6}(1+2F) \end{pmatrix}. \quad (6)$$

最后, 对 Werner 态在非马尔科夫 AD 环境中的演化情况进行研究. 在该环境中, Kraus 算符^[30] 可用下式表示:

$$Q_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \sqrt{q(t)} \end{pmatrix}, \quad Q_1 = \begin{pmatrix} 0 & \sqrt{1-q(t)} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

这里, $q(t)$ 为记忆核函数:

$$q(t) = e^{-\Gamma t} \left[\cos \left(\sqrt{2\gamma\Gamma - \Gamma^2} \frac{t}{2} \right) + \frac{\Gamma}{\sqrt{2\gamma\Gamma - \Gamma^2}} \sin \left(\sqrt{2\gamma\Gamma - \Gamma^2} \frac{t}{2} \right) \right]^2. \quad (7)$$

在非马尔科夫的条件下有 $\Gamma/\gamma < 2$. 将 (1) 式作为初态 $\rho(0)$, 与 Kraus 算符 Q_0, Q_1 一同代入 (2) 式中, 即可得到 Werner 态在非马尔科夫振幅阻尼环境中密度矩阵随时间演化的结果为

$$\rho^{\text{AD}}(t) = \begin{pmatrix} 1 - q + \frac{1}{6}(1+2F)q^2 & 0 & 0 & \frac{1}{6}(1-4F)q \\ 0 & -\frac{1}{6}q(-3+q+2Fq) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{6}q(-3+q+2Fq) & 0 \\ \frac{1}{6}(1-4F)q & 0 & 0 & \frac{1}{6}(1+2F)q^2 \end{pmatrix}. \quad (8)$$

至此, 本文分别研究得到了 Werner 态在三种典型非马尔科夫环境中密度矩阵随时间的演化结

果. 接下来, 采用 CHSH 不等式检验方案, 对 Werner 态在非马尔科夫环境演化后的量子非局域关联特

性进行检验研究.

$$S = 2\sqrt{\max_{i<j}(k_{ii}^2 + k_{jj}^2)}, \quad (9)$$

3 非马尔科夫环境中 Werner 态的量子非局域关联检验

在已知密度矩阵的情况下, 基于 CHSH 不等式的量子非局域关联检验值 S 可由下式进行计算^[31]:

$$S^{\text{RT}} = 2\sqrt{\max\left\{2\left[\frac{1}{3}[1-4F]g^2\right]^2, \left[\frac{1}{3}(1-4F)g^2\right]^2 + \left[\frac{1}{3}(1-4F)\right]^2\right\}}. \quad (10)$$

根据 (10) 式, 图 1 给出了量子态与环境之间不同的耦合强度与 RT 噪声翻转率之比 γ/a 和不同保真度 F 下, 量子非局域关联检验结果 S^{RT} 随归一化演化时间 γt 的变化关系曲线.

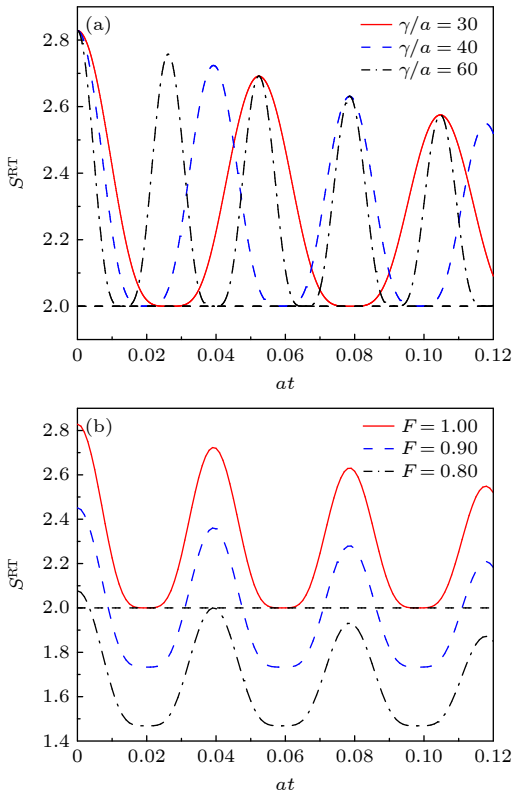


图 1 Werner 态在 RT 噪声境中的量子非局域关联检验情况 (a) 当保真度 $F=1$ 时, 不同参数 γ/a 下 S^{RT} 随 at 的变化曲线; (b) 当固定环境参数为 $\gamma/a=40$ 时, 不同 F 下的 S^{RT} 随 at 的变化曲线

Fig. 1. Quantum non-local correlation testing of Werner state in RT noise environment: (a) S^{RT} versus evolution time at under different γ/a when $F=1$; (b) S^{RT} versus evolution time at under different fidelities when $\gamma/a=40$.

其中, $k_{i,j} = \text{Tr}(\rho(t)\sigma_i \otimes \sigma_j)$ 为与 $\rho(t)$ 有关的关联矩阵元素, $\sigma_{i,j}$ 为泡利算符.

首先, 对 Werner 态在非马尔科夫 RT 环境中演化后的量子态进行量子非局域关联检验研究. 将 (4) 式代入 (9) 式计算得到 Werner 态在非马尔科夫 RT 噪声环境的量子非局域关联检验结果为

从图 1(a) 可以看出, 当 Werner 态初始时刻的保真度 $F=1$ 时, 初始时刻 (即 $at=0$) 量子非局域关联检验结果均为 $S^{\text{RT}}=2.828$, 该结果与量子最大纠缠纯态的量子非局域检验结果一致. 随着演化时间 at 的增加, S^{RT} 将出现周期性振荡变化的现象, 回流振荡周期与 $\sqrt{(2\gamma/a)^2-1}$ 成反比, 这进一步表明了量子态在非马尔科夫环境中演化时存在“信息回流”特点. 值得注意的是, 尽管信息回流可使量子态从不具有量子非局域关联特性到具有量子非局域关联特性的转变, 但随着演化时间的增加, 最大的量子非局域关联检验值 S^{RT} 也将降低, 最终使 $S^{\text{RT}} \rightarrow 2$.

图 1(b) 给出了耦合强度与翻转率之比固定为 $\gamma/a=40$ 时, S^{RT} 随演化时间的变化关系. 从图 1(b) 可以看出, 随着 F 的降低, 相同演化时间下 S^{RT} 值将减小. 特别地, 当 $F=0.80$ 时, 尽管 $S^{\text{RT}}(0) > 2$, 但随着演化时间的增加, $S^{\text{RT}}(t)$ 将迅速降低, 且第一次信息回流时刻的 S^{RT} 值仅能达到 $S^{\text{RT}}=2$, 而此时刻后, 即使量子态与环境依然存在信息回流作用, 最大值也将 $S^{\text{RT}} < 2$, 说明该量子态已不具备量子非局域关联特性.

为了清晰地展示随着演化时间的增加, 通过信息回流过程, 量子态至少仍有一次可以成功进行量子非局域关联检验的环境参数, 图 2 显示了初始时刻 Werner 态最小保真度 F_{min} 随 γ/a 的变化关系曲线.

从图 2 可以看出, Werner 态初始时刻的最小保真度 F_{min} 随 γ/a 的增大而非线性地减小. 特别地, 当 $\gamma/a \rightarrow 1/2$ 时 (此时 RT 噪声环境几乎失去

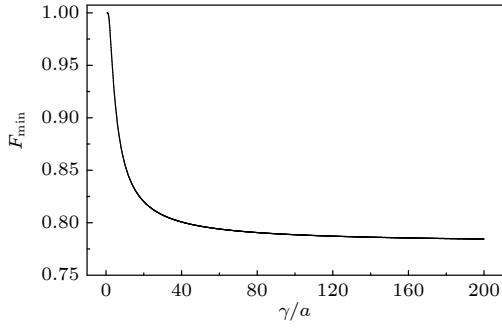


图2 RT噪声环境中 F_{\min} 随 γ/a 的变换关系曲线
Fig. 2. F_{\min} versus γ/a in RT noise environment.

非马尔科夫特性), $F_{\min} \rightarrow 1$. 随着 γ/a 不断增加, 最小保真度逐渐趋近于 $F_{\min} \rightarrow 0.78$. 该结果表明, 若初始时刻的 Werner 态保真度 $F > 0.78$, 即可保证该量子态通过信息回流作用, 至少有一次还可成功进行量子非局域关联检验.

接下来, 分析 Werner 态在 OU 噪声环境中演化后的量子非局域关联检验情况. 同理, 将 (6) 式代入 (9) 式计算得到 Werner 态在非马尔科夫 OU 噪声环境中演化后的量子非局域关联检验结果为

$$S^{\text{OU}} = 2 \sqrt{\max \left\{ 2 \left[\frac{1}{3} (1 - 4F) p^2 \right]^2, \left[\frac{1}{3} (1 - 4F) p^2 \right]^2 + \left[\frac{1}{3} (1 - 4F) \right]^2 \right\}}. \quad (11)$$

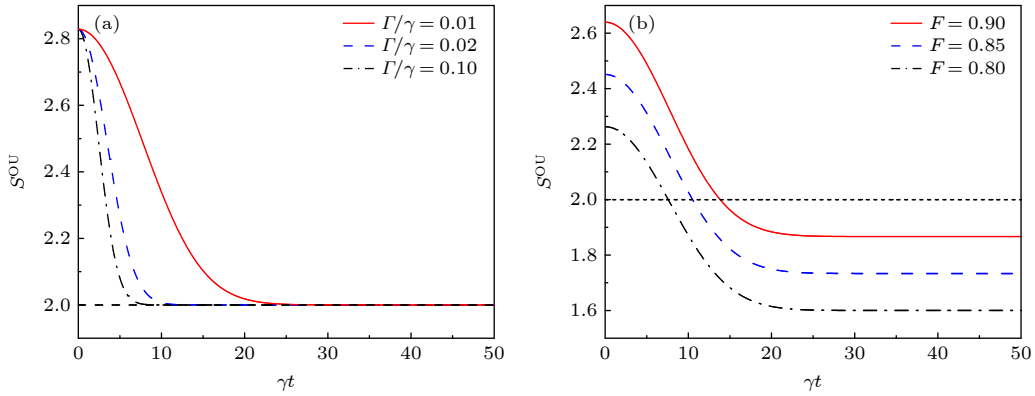


图3 Werner 态在 OU 噪声境中的量子非局域关联检验情况 (a) 当保真度 $F = 1$ 时, 不同环境参数 Γ/γ 下的 S^{OU} 随 γt 的变化曲线; (b) 当固定 $\Gamma/\gamma = 0.01$ 时, 不同 F 参数下的 S^{OU} 随 γt 的变化曲线

Fig. 3. Quantum non-local correlation testing of Werner state in OU noise environment: (a) S^{OU} versus evolution time γt under different Γ/γ when $F = 1$; (b) S^{OU} versus evolution time γt under different fidelities when $\Gamma/\gamma = 0.01$.

根据 (11) 式, 图 3 给出了量子态与环境之间不同耦合强度与 OU 噪声环境线宽之比 Γ/γ 和不同保真度 F 下, 量子非局域关联检验结果 S^{OU} 随归一化演化时间 γt 的变化关系曲线.

从图 3(a) 可以看出, 当 Werner 态初始时刻的保真度 $F = 1$ 时, 初始时刻量子非局域关联检验结果均为 $S^{\text{OU}} = 2.828$. 随着演化时间的增加, S^{OU} 将随演化时间的增加而非线性地减小, 且耦合强度与噪声环境线宽之比 Γ/γ 越小, S^{OU} 下降得越缓慢 (量子态保持量子非局域关联特性的时间也越长), 最终趋于 $S^{\text{OU}} \rightarrow 2$. 进一步, 从图 3(a) 也可以看出, Werner 态在 OU 噪声环境中, 环境与量子系统之间缺乏信息回流作用, 导致量子非局域关联的检验结果不存在如 RT 噪声环境中的振荡现象.

从图 3(b) 可以看出, 当 $\Gamma/\gamma = 0.01$ 时, 相同演

化时间 γt 下的 S^{OU} 随 F 的增大而增大. 同时, 能够成功进行量子非局域关联检验的最大演化时间 γt_{\max} 也随 F 的增大而增大, 特别地, 当 $F = 0.90$ 时, 最大演化时间可达 $\gamma t_{\max} = 13.82$.

为了更清晰地显示 Γ/γ , F 对 Werner 态在 OU 噪声环境中演化后 γt_{\max} (即保证 $S^{\text{OU}} > 2$) 的影响, 图 4 给出了 γt_{\max} 随 Γ/γ , F 的变化关系曲线. 从图 4 中可以看出, 在同一 Γ/γ 条件下, γt_{\max} 随 F 的增大而非线性的增大, 而在同一保真度 F 下, γt_{\max} 随 Γ/γ 的增大而非线性的减小.

最后, 本文研究了 Werner 态在 AD 环境中的量子非局域关联检验结果. 将 (8) 式代入 (9) 式计算得到 Werner 态在非马尔科夫 AD 环境中演化后的量子非局域关联检验结果为

$$S^{\text{AD}} = 2 \sqrt{\max \left\{ 2 \left[\frac{1}{3} (4F - 1) q \right]^2, \left[\frac{1}{3} (4F - 1) q \right]^2 + \left[\frac{2}{3} (2F + 1) q^2 - 2q + 1 \right]^2 \right\}}. \quad (12)$$

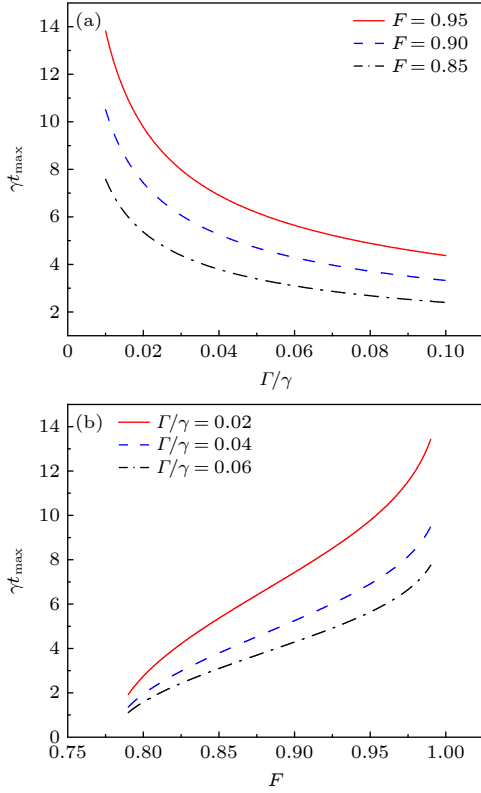


图4 OU噪声环境中 γt_{\max} 随 Γ/γ , F 的变化关系曲线 (a) 不同 F 下, γt_{\max} 随 Γ/γ 的变化曲线; (b) 不同 Γ/γ 下, γt_{\max} 随 F 的变化曲线

Fig. 4. γt_{\max} versus Γ/γ and F respectively in OU noise environment: (a) γt_{\max} versus Γ/γ under different F ; (b) γt_{\max} versus F under different Γ/γ .

根据(12)式,图5给出了量子态与环境之间不同耦合强度与AD环境线宽之比 Γ/γ 和不同保真度 F 下,量子非局域关联检验结果 S^{AD} 随归一化演化时间 γt 的变化关系曲线。

从图5(a)可以看出,当初时刻保真度 $F = 1$ 时,初始时刻量子非局域关联检验结果均为 $S^{\text{AD}} = 2.828$ 。随着演化时间的增加, S^{AD} 将出现周期性振荡的现象(即存在信息回流作用),回流振荡周期与 $\sqrt{2\Gamma/\gamma - (\Gamma/\gamma)^2}$ 成反比。值得注意的是,量子非局域关联检验值 S^{AD} 的偶数峰值不受 Γ/γ 的影响,可始终达到 $S^{\text{AD}} = 2$,而 S^{AD} 的奇数峰值随 Γ/γ 的减小而增大,且可出现 $S^{\text{AD}} > 2$ 的情况(即通过信息回流,可使不具备量子非局域关联特

性的量子态再次具有量子非局域关联特性)。特别地,当 $\Gamma/\gamma = 0.0061$ 时, S^{AD} 的第三个振荡峰值为 $S^{\text{AD}} = 2$,说明当参数 $\Gamma/\gamma \geq 0.0061$ 时,信息回流将不能使量子态再次具有量子非局域关联特性。

图5(b)给出了在固定 $\Gamma/\gamma = 0.0020$ 的情况下,量子非局域关联检验结果在不同保真度下的演化情况。可以看出,初始时刻保真度 F 的降低将缩短能够成功进行量子非局域关联检验的演化时间,并减小 S^{AD} 相同奇数峰值的检验值。特别地,当 $F = 0.897$ 时,检验值第三个峰值 $S^{\text{AD}} = 2$ 。此时,如量子态要经信息回流过程再次成功进行量子非局域关联检验,保真度需满足 $F > 0.897$ 。

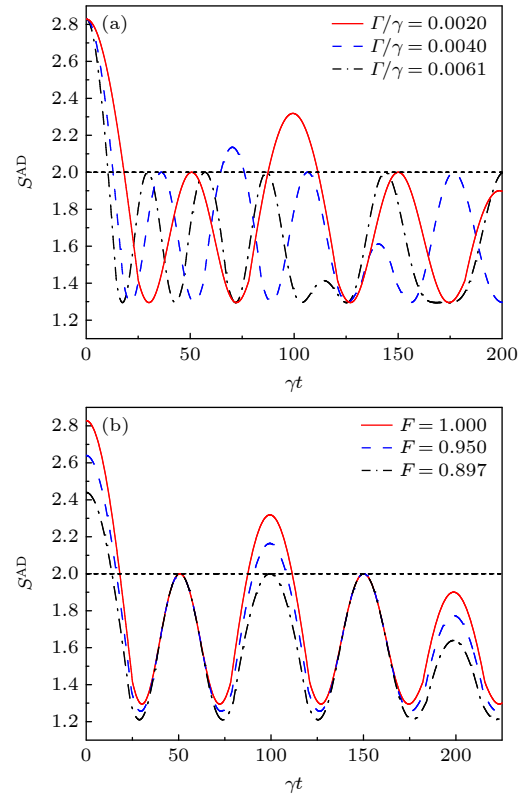


图5 Werner态在振幅阻尼环境中的量子非局域关联检验情况 (a) 当保真度 $F = 1$ 时,不同 Γ/γ 参数下的 S^{AD} 随演化时间 γt 的变化曲线; (b) 当 $\Gamma/\gamma = 0.0020$ 时,不同 F 下的 S^{AD} 随演化时间 γt 的变化曲线

Fig. 5. Quantum non-local correlation testing of Werner state in amplitude damping environment: (a) S^{AD} versus evolution time γt under different Γ/γ when $F = 1$; (b) S^{AD} versus evolution time γt under different fidelities when $\Gamma/\gamma = 0.0020$.

为了清晰地展示随着演化时间的增加, 通过信息回流过程, 量子态至少仍有一次可以成功进行量子非局域关联检验的环境参数, 图 6 显示了初始时刻 Werner 态最小保真度 F_{\min} 随 Γ/γ 的变化关系曲线.

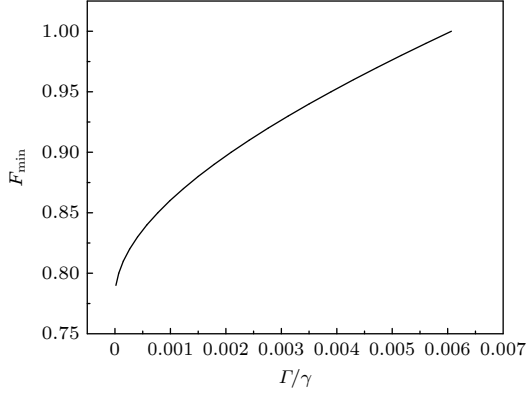


图 6 振幅阻尼环境中 F_{\min} 随 Γ/γ 的变化关系曲线
Fig. 6. F_{\min} versus Γ/γ in amplitude damping environment.

图 6 表明 F_{\min} 随 Γ/γ 的增大而非线性的增大. 特别地, 为保证量子态通过信息回流作用, 至少能有一次可成功进行量子非局域关联检验, 则需要初始时刻的 Werner 态保真度 $F > 0.78$.

为了更全面地显示出在 AD 环境下, Γ/γ , F 对 Werner 态可成功进行量子非局域关联检验最大检验时间 γt_{\max} (即保证 $S^{\text{AD}} > 2$) 的影响, 图 7 给出了 γt_{\max} 随 Γ/γ , F 的变化关系曲线. 可以看出, 在同一 Γ/γ 条件下, γt_{\max} 随 F 的增大而非线性地增大; 而在同一保真度 F 下, γt_{\max} 随 Γ/γ 的增大而非线性地减小.

最后, 通过对比图 4 和图 7 可以看出, 相同条件下 Werner 态在 OU 噪声环境中能够成功进行量子非局域关联检验的最大演化时间始终大于在 AD 环境, 表明 AD 环境对 Werner 态的量子非局域关联特性弱化作用更强.

4 结 论

通过推导 Werner 态在非马尔科夫振幅阻尼环境, 以及两种非马尔科夫相位阻尼环境 (RT 噪声环境和 OU 噪声环境) 中演化后的密度矩阵, 基于 CHSH 不等式, 本文详细地研究了 Werner 态在上述三种非马尔科夫环境中演化后的量子非局域关联检验情况.

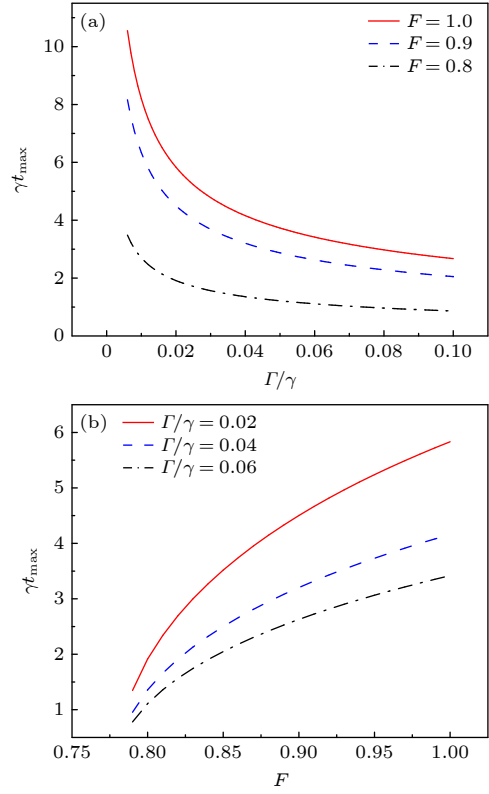


图 7 振幅阻尼环境中 γt_{\max} 随 Γ/γ , F 的变化关系曲线 (a) 不同 F 下, γt_{\max} 随 Γ/γ 的变化曲线; (b) 不同 Γ/γ 下, γt_{\max} 随 F 的变化曲线

Fig. 7. γt_{\max} versus Γ/γ and F respectively in amplitude damping environment: (a) γt_{\max} versus Γ/γ under different F ; (b) γt_{\max} versus F under different Γ/γ .

研究结果表明, Werner 态在不同噪声环境中演化后的量子非局域关联检验结果表现出显著差异. 在 RT 噪声环境中, 信息回流作用使量子非局域关联检验值非线性减小并周期性振荡, 回流振荡周期与 $\sqrt{(2\gamma/a)^2 - 1}$ 成反比. 若要使量子态经信息回流过程能够再次成功进行量子非局域关联检验, 初始时刻 Werner 态保真度需满足 $F > 0.78$. 在 OU 噪声环境中, 由于量子态与环境之间无信息回流作用, 量子非局域关联检验值随演化时间非线性减小. 增大 Γ/γ 和降低初始保真度, 都会缩短能够成功进行量子非局域关联检验的最大演化时间. 在 AD 环境中, 信息回流作用使量子非局域关联检验值周期性振荡, 回流振荡周期与 $\sqrt{2\Gamma/\gamma - (\Gamma/\gamma)^2}$ 成反比. 研究结果进一步表明, 量子非局域关联检验值的偶数峰值在任意情况下始终为 $S^{\text{AD}} = 2$. 奇数峰值随演化时间增大而减小, 且 Γ/γ 越小, 奇数峰值越大. 初始保真度降低会缩短成功检验时间并降低奇数峰值. 若要使量子态经信息回流过程能够

再次成功进行量子非局域关联检验, 初始时刻 Werner 态保真度需满足 $F > 0.78$.

本文的研究结果, 一方面可为实验研究 Werner 态在非马尔科夫环境中随时间演化的量子非局域关联检验提供借鉴. 另一方面, 也可为量子态在其他开放量子系统环境中的量子非局域关联检验研究提供参考.

参考文献

- [1] Einstein A, Podolsky B, Rosen N 1935 *Phys. Rev. Lett.* **47** 777
- [2] Gisin N, Ribordy G, Tittel W, Zbinden H 2002 *Rev. Mod. Phys.* **74** 145
- [3] Bennett C H, Wiesner S J 1992 *Phys. Rev. Lett.* **69** 2881
- [4] Bennett C H, Brassard G, Crépeau C, Jozsa R, Peres A, Wootters W K 1993 *Phys. Rev. Lett.* **70** 1895
- [5] Bell J S 1964 *Physics* **1** 195
- [6] Clauser J F, Horne M A, Shimony A, Holt R A 1969 *Phys. Rev. Lett.* **23** 880
- [7] Horodecki R, Horodecki P, Horodecki M, Horodecki K 2009 *Rev. Mod. Phys.* **81** 865
- [8] Collins D, Gisin N 2004 *J. Phys. A: Math. Gen.* **37** 1775
- [9] Greenberger D M, Horne M A, Shimony A, Zeilinger A 1990 *Am. J. Phys.* **58** 1131
- [10] Hardy L 1993 *Phys. Rev. Lett.* **71** 1665
- [11] Hu Q, Zeng B Y, Gu P Y, Jia X Y, Fan D H 2022 *Acta Phys. Sin.* **71** 070301 (in Chinese) [胡强, 曾柏云, 辜鹏宇, 贾欣燕, 樊代和 2022 物理学报 **71** 070301]
- [12] Zeng B Y, Gu P Y, Jiang S M, Jia X Y, Fan D H 2023 *Acta Phys. Sin.* **72** 050301 (in Chinese) [曾柏云, 辜鹏宇, 蒋世民, 贾欣燕, 樊代和 2023 物理学报 **72** 050301]
- [13] Rivas Á, Huelga S F, Plenio M B 2014 *Rep. Prog. Phys.* **77** 094001
- [14] Breuer H P, Laine E M, Piilo J, Vacchini B 2016 *Rev. Mod. Phys.* **88** 021002
- [15] de Vicente J I, Spee C, Sauerwein D, Kraus B 2017 *Phys. Rev. A* **95** 012323
- [16] Li L, Hall M J W, Wiseman H M 2018 *Phys. Rep.* **759** 1
- [17] Weissman M B 1988 *Rev. Mod. Phys.* **60** 537
- [18] Mi X, Cady J V, Zajac D M, Deelman P W, Petta J R 2017 *Science* **355** 156
- [19] Groeblacher S, Trubarov A, Prigge N, Cole G D, Aspelmeyer M, Eisert J 2015 *Nat. Commun.* **6** 7606
- [20] Potočník A, Bargerbos A, Schröder F A Y N, Khan S A, Colloido M C, Gasparinetti S, Salathé Y, Creatore C, Eichler C, Türeci H E, Chin A W, Wallraff A 2018 *Nat. Commun.* **9** 904
- [21] Haikka P, McEndoo S, De Chiara G, Palma G M, Maniscalco S 2011 *Phys. Rev. A* **84** 031602
- [22] Utagi S, Srikanth R, Banerjee S 2020 *Sci. Rep.* **10** 15049
- [23] Naikoo J, Banerjee S, Chandrashekar C M 2020 *Phys. Rev. A* **102** 062209
- [24] Yu T, Eberly J 2007 *Quantum Inf. Comput.* **7** 459
- [25] Kraus K 1971 *Ann. Phys.* **64** 311
- [26] Rivas Á, Huelga S F, Plenio M B 2010 *Phys. Rev. Lett.* **105** 050403
- [27] Breuer H P, Laine E M, Piilo J 2009 *Phys. Rev. Lett.* **103** 210401
- [28] Pinto J P, Karpat G, Fanchini F F 2013 *Phys. Rev. A* **88** 034304
- [29] Yu T, Eberly J 2010 *Opt. Commun.* **283** 676
- [30] Bellomo B, Franco R L, Compagno G 2007 *Phys. Rev. Lett.* **99** 160502
- [31] Horodecki R, Horodecki P, Horodecki M 1995 *Phys. Lett. A* **200** 340

Quantum non-local correlation testing of Werner state in non-Markovian environment*

Jiang Shi-Min Jia Xin-Yan Fan Dai-He[†]

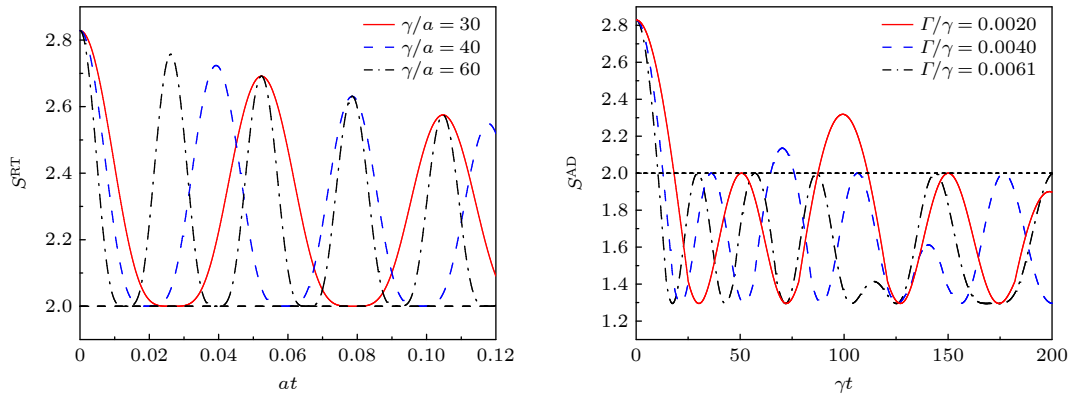
(School of Physical Science and Technology, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China)

(Received 31 March 2024; revised manuscript received 19 June 2024)

Abstract

Research on whether quantum states retain quantum non-local correlation properties after evolving in non-Markovian environments has significant applications in the field of quantum information. In this work, we investigate the density matrix of quantum states evolving with time in various non-Markovian environments. Specifically, we examine two types of non-Markovian phase damping environments, namely random telegraph (RT) noise environment and Ornstein-Uhlenbeck (OU) noise environment, and non-Markovian amplitude damping (AD) environment. By utilizing the Clauser-Horne-Shimony-Holt (CHSH) inequality, a quantum non-local correlation testing of the Werner state after its evolution in these non-Markovian environments is conducted. The results show significant differences in the quantum non-local correlation testing results of the Werner state after evolving in different non-Markovian environments. Notably, the Werner state displays

information backflow in the RT noise environment and the AD environment, resulting in periodic oscillations in its quantum non-local correlation testing. This suggests that under certain conditions, the quantum state can transition from a state without quantum non-local correlation back to a state with such a correlation as evolution time progresses. The results also show that the Werner state exhibits the information about backflow phenomena in RT noise environment and AD environment, leading to periodic oscillations in its quantum non-local correlation testing. Furthermore, these periods are inversely proportional to certain parameters, such as $\sqrt{(2\gamma/a)^2 - 1}$ and $\sqrt{2\Gamma/\gamma - (\Gamma/\gamma)^2}$. On the contrary, in the OU noise environment, no information about backflow is obtained, thereby leading the value of the quantum non-local correlation test to increase with evolution time increasing. In most of AD and OU noise environments, there exists a specific maximum evolution time γt_{\max} in which successful quantum non-local correlation testing can be conducted. This maximum evolution time γt_{\max} shows a nonlinear variation with fidelity increasing and an inverse variation with Γ/γ parameter increasing. In comparison, the maximum evolution time for successful quantum non-local correlation testing in the OU noise environment exceeds that in the AD environment under the same conditions, indicating that the AD environment exerts a more pronounced weakening effect on the quantum non-local correlation properties of the Werner state.



Keywords: quantum non-local correlation, Werner state, non-Markovian environment, Clauser-Horne-Shimony-Holt inequality, phase damping, amplitude damping

PACS: 03.65.Ud, 03.65.Yz, 03.67.Mn

DOI: [10.7498/aps.73.20240450](https://doi.org/10.7498/aps.73.20240450)

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 62374139) and the Key Laboratory Project of Computational Physics of National Defense Science and Technology of China (Grant No. 6142A05180401).

† Corresponding author. E-mail: dhfan@swjtu.edu.cn



非马尔科夫环境中Werner态的量子非局域关联检验研究

蒋世民 贾欣燕 樊代和

Quantum non-local correlation testing of Werner state in non-Markovian environment

Jiang Shi-Min Jia Xin-Yan Fan Dai-He

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 73, 160301 (2024) DOI: 10.7498/aps.73.20240450

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.73.20240450>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

Markov环境下“X”态基于CHSH不等式的量子非局域关联检验

Quantum nonlocality testing of the “X” state based on the CHSH inequality in Markov environment

物理学报. 2023, 72(5): 050301 <https://doi.org/10.7498/aps.72.20222218>

退相干条件下两比特纠缠态的量子非局域关联检验

Testing quantum nonlocality of two-qubit entangled states under decoherence

物理学报. 2022, 71(7): 070301 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20211453>

基于CHSH不等式几何解释的“X”态量子非局域关联检验

Quantum nonlocal test of “X” state based on geometric interpretation of CHSH inequality

物理学报. 2022, 71(17): 170302 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20220445>

一种与开放系统初态无关的非马尔科夫度量

Non-Markovian measure independent of initial states of open systems

物理学报. 2022, 71(21): 210303 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20221053>

不同外加磁场中Kaplan-Shekhtman-Entin-Wohlman-Aharony相互作用对量子失协非马尔科夫演化的影响

Effects of Kaplan-Shekhtman-Entin-Wohlman-Aharony interaction on quantum discord of non-markovian dynamics under different magnetic fields

物理学报. 2021, 70(22): 223401 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20211277>

退相位环境下Werner态在石墨烯基量子通道中的隐形传输

Teleportation of Werner state via graphene-based quantum channels under dephasing environment

物理学报. 2022, 71(7): 070304 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20211881>