

脉动气泡在黏性介质中的声发射*

申潇卓¹⁾²⁾ 吴鹏飞^{1)2)†} 林伟军¹⁾²⁾

1) (中国科学院声学研究所, 声场声信息国家重点实验室, 北京 100190)

2) (中国科学院大学, 北京 100049)

(2024年6月12日收到; 2024年7月15日收到修改稿)

在气泡辐射声问题中一直被使用的气泡声发射公式并未考虑介质的黏性在声波传播过程中产生的影响. 本文结合气泡的边界条件, 对黏性介质中的声波方程进行求解, 给出黏性介质中经过修正的气泡的声发射公式, 进行气泡动力学方程求解和有限元仿真等数值计算后发现, 在考虑介质的黏性时, 本文提出的黏性介质中气泡声发射公式所计算出的声压小于经典气泡声发射公式计算出的声压, 并且随着介质黏度、超声频率以及传播距离的增加, 二者之间的误差逐渐增大.

关键词: 气泡声发射, 黏滞声波方程, 气泡动力学, 有限元仿真

PACS: 47.55.dd, 43.20.+g, 43.30.Nb

DOI: 10.7498/aps.73.20240826

1 引言

空化噪声会伴随空化过程出现, 早期对其的研究主要在水声学领域, 船舶的螺旋桨空化噪声是舰船辐射噪声中的一种, 其会对船只的叶轮造成空蚀损坏, 另一方面由于空化噪声中包含的低频声波可在水下传播较长距离, 其可作为被动声纳探测的对象, 故如何降低或识别空化噪声是需要研究的重要问题^[1,2]. 近年来, 随着诊断和治疗超声的发展, 软组织中的声空化引起了人们的关注, 了解黏弹性介质中空化的行为可以为提高医学超声的质量提供有力的工具^[3]. 综上所述, 对空化现象的表征与观测是空化研究中的一个重要问题, 监测空化噪声就是辨识空化现象的方法之一. 空化噪声理论的基础是单个空化泡振动辐射的噪声.

Du 和 Wu^[4] 由流体力学基本方程出发分析了气泡的线性声发射及二次谐波发射, 比较了径向位移法和体积位移法对气泡非线性声辐射的描述; Ye^[5] 对 Du 和 Wu^[4] 的工作进行了进一步讨论, 并

指出他们的公式使用条件为声波传播的远场范围; Zilonova 等^[6] 通过在黏弹性介质中的气泡动力学方程中的驱动声压项中加上气泡声发射项来考虑气泡的相互作用, 由于生物组织的黏度较小, 且气泡相互作用距离较短, 介质的黏性在声波传播过程中的影响并未被考虑. 调研发现, 无论介质有无黏弹性, 无论是在研究气泡相互作用, 还是气泡辐射声场, 一直在被使用的经典公式如下^[7-11]:

$$p_{\text{classical}} = \frac{\rho}{r} (2R\dot{R}^2 + R^2\ddot{R}). \quad (1)$$

(1) 式可以由求解理想流体中脉动球源满足的线性声波方程后, 将方程的解在点声源近似下得出. 与理想介质不同, 牛顿黏性介质 (简称为黏性介质) 是一种耗散性介质, 其对声波的衰减程度依据声波传播距离和介质黏度的大小而定, 在传播距离一定时, 介质黏度越大, 对声波的衰减作用也越大; 在相同的黏度下, 传播距离越远, 声波衰减越大. 故要想得到黏性介质中气泡声发射的更精确表达式, 并不能像理想介质那样处理, 需要从黏性声波方程出发, 重新推导黏性情况下的气泡声发射表达式.

* 中国科学院基础前沿研究计划从 0 到 1 原始创新项目 (批准号: ZDBS-LY-SLH037)、中国科协青年人才托举工程 (批准号: 2022-2024QNRC001) 和中国科学院青年创新促进会 (批准号: 2023031) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: wpf@mail.ioa.ac.cn

2 黏性介质中的气泡声发射模型

假设我们研究的气泡尺度与声波波长相比小很多, 则可将气泡视为点声源, 并且经典的气泡声发射 (1) 式也是建立在点声源辐射声场的基础上. 虽然由此得到的结果由于做了太多理想化的近似可能并不准确, 但目前看来这确实是一种比较容易获得解析表达式进而得出一些定性规律的方法, 故此处我们也采用这种方法: 将气泡视作点源, 求解其满足的黏性介质中的波动方程, 再将气泡的边界条件代入方程的通解, 得到气泡的辐射声场. 本节将进行具体推导.

为了简化问题, 分析主要的突出方面, 不考虑次要因素, 引入一些基本假设:

- 1) 介质原本是均匀静止的;
- 2) 由于声波频率较高, 质点之间来不及热交换, 所以整个过程是绝热的;
- 3) 声波的振幅很小, 各声学变量为一级微量;
- 4) 介质中的黏性力遵循牛顿黏性定律, 单位面积上的黏性力与速度梯度成正比.

各参数含义如下: ρ_0 为介质的初始密度, p 为介质中的声压, Φ 为速度势函数, v 为质点振动速度, t 为时间, k 为 (复) 波数, c_0 为理想流体中的声速, η 为介质的黏性系数, μ 为切变黏性系数, P 为稳态声压函数, Φ_0 为稳态速度势函数, r 为距气泡中心的距离, ω 为声波角频率.

黏性介质中的波动方程形式如下 (关于速度势 Φ)^[12]:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = c_0^2 \nabla^2 \Phi + \frac{\eta}{\rho_0} \frac{\partial (\nabla^2 \Phi)}{\partial t}. \quad (2)$$

假设研究对象为黏性介质中一个中心固定的球形气泡, 其表面沿着径向 r 做球对称胀缩振动, 半径为 $R(t)$, 泡壁振动速度为 $\dot{R}(t)$, 其示意如图 1.

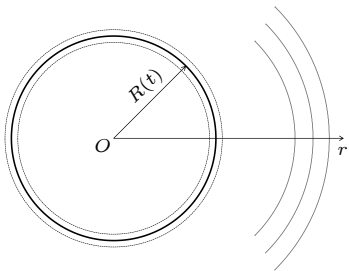


图 1 脉动气泡示意图

Fig. 1. Schematic of a pulsating bubble.

由于脉动气泡做球对称振动, 所以其波动方程在方向上只与 r 有关, 将 (2) 式化简得到它满足的波动方程:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = c_0^2 \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) + \frac{\eta}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) \right]. \quad (3)$$

接下来参照理想流体中对波动方程的解法对方程 (3) 进行求解.

假设方程 (3) 的解有着与理想流体中一致的形式 (只考虑向外扩散的波):

$$\Phi = \frac{A}{r} e^{i(kr - \omega t)}, \quad (4)$$

式中 A 为由声源确定的常数. 将 (4) 式代入 (3) 式得到:

$$k^2 = \frac{\omega^2 / c_0^2}{1 + (\omega\tau)^2} + i \frac{\omega^3 \eta / \rho_0 c_0^4}{1 + (\omega\tau)^2}, \quad (5)$$

其中 τ 称为弛豫时间,

$$\tau = \frac{\eta}{\rho_0 c_0^2}. \quad (6)$$

当 $\omega\tau \ll 1$ 时 (几乎所有声学问题都能满足此条件^[12]), 由 (5) 式可得:

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c_0^2} + \frac{i\omega^3 \eta}{\rho_0 c_0^4} = \frac{\omega^2}{c_0^2} \left(1 + \frac{i\omega\eta}{\rho_0 c_0^2} \right), \quad (7)$$

$$k = \frac{\omega}{c_0} + i \frac{\omega^2 \eta}{2\rho_0 c_0^3}, \quad (8)$$

记为

$$k = \frac{\omega}{c_0} + i\alpha, \quad (9)$$

其中 α 称为衰减系数, 其与频率的平方成正比, 决定衰减的快慢:

$$\alpha = \frac{\omega^2 \eta}{2\rho_0 c_0^3} = \frac{\omega^2 \tau}{2c_0}. \quad (10)$$

(4) 式所对应的稳态速度势为

$$\Phi_0 = \frac{A}{r} e^{ikr}, \quad (11)$$

所以 r 方向的稳态速度场

$$V = -\frac{\partial \Phi_0}{\partial r} = \frac{1 - ikr}{r} \Phi_0. \quad (12)$$

气泡的半径 $R(t)$ 以及泡壁振动速度 $\dot{R}(t)$ 已知, 由于有小振幅假设, 所以可将二者写成如下形式:

$$R(t) = R_a (1 + h e^{-i\omega t}), \quad (13)$$

$$\dot{R}(t) = V_a e^{-i\omega t}, \quad (14)$$

其中 R_a 为初始半径, V_a 为表示振动幅度的常数, h 为常数, 且 $|h| \ll 1$, $|V_a| \ll 1$.

边界条件为在气泡表面处泡壁的振动速度与介质中质点的振动速度相等:

$$V|_R = V_a. \quad (15)$$

将 (11) 式和 (12) 式代入气泡所满足的边界条件 (15) 式可以确定系数 A :

$$A = \frac{R_a^2 V_a}{1 - ikR_a} e^{-ikR_a}. \quad (16)$$

设声压的瞬态解和稳态解形式分别为

$$p = \frac{P_1}{r} e^{i(kr - \omega t)}, \quad (17)$$

$$P = \frac{P_1}{r} e^{ikr}. \quad (18)$$

利用声压与速度势的关系可以得到声压的形式如下:

$$P = -\frac{ik^2 c_0^2 \rho_0 Q}{4\pi\omega(1 - ikR_a)r} e^{ik(r - R_a)}, \quad (19)$$

其中 $Q(\omega)$ 是声源体积变化速度的幅度:

$$Q = S_0 V_a. \quad (20)$$

$S_0 = 4\pi R_a^2$ 为声源表面积. 当 $kR_a \ll 1$, 将气泡视作点声源, 此时

$$P = -\frac{ik^2 c_0^2 \rho_0 Q}{4\pi\omega r} e^{ikr}. \quad (21)$$

将 (7) 式代入 (21) 式:

$$P = -\frac{i\omega\rho_0 Q}{4\pi r} e^{ikr} + \frac{\omega^2 \eta Q}{4\pi r c_0^2} e^{ikr}. \quad (22)$$

(22) 式等号右边的第 1 项表面上与理想介质中稳态声压场形式相同, 但其波数 k 如 (9) 式所示为复数, 而理想介质中的 k 为实数. 根据瞬态声场与稳态声场的关系:

$$p(r, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} P(r, \omega) e^{-i\omega t} d\omega, \quad (23)$$

可得

$$p(r, t) = \frac{\rho_0}{4\pi r} e^{-\alpha r} \dot{q} \left(t - \frac{r}{c_0} \right) - \frac{\eta}{4\pi c_0^2 r} e^{-\alpha r} \ddot{q} \left(t - \frac{r}{c_0} \right), \quad (24)$$

其中 $q(t)$ 为声源的体积随时间变化的函数, 且其与 $Q(\omega)$ 为一对傅里叶变换对:

$$q(t) = \frac{d}{dt} \left[\frac{4}{3} \pi R^3(t) \right] = 4\pi R^2(t) \dot{R}(t), \quad (25)$$

$$q(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} Q(\omega) e^{-i\omega t} d\omega. \quad (26)$$

(24) 式表明, 随着距离 r 增大, p 在减小, 且时间上滞后 r/c_0 , 意为在声源处发生的体积变化经过时间 r/c_0 后才会传到观察点 r 处, 在此之前观察点 r 处无声压的变化, $t - r/c_0 > 0$ 才有实际意义. 此处我们不考虑到达时间问题, 只看声波到达后 r 处的声场分布情况, 并结合 (25) 式, 得到最终的结果为

$$p_{\text{present}} = \frac{\rho_0 e^{-\alpha r}}{r} \left(2R\dot{R}^2 + R^2\ddot{R} \right) - \frac{4\mu e^{-\alpha r}}{3c_0^2 r} \left(2\dot{R}^3 + 6R\dot{R}\ddot{R} + R^2\ddot{\dot{R}} \right), \quad (27)$$

(27) 式即为脉动气泡的黏性介质中辐射声场的表达式, 此处采用切变黏性系数 μ 对介质的黏度进行描述, 其与 η 的关系为 $\eta = 4/3\mu$ [13].

由 (27) 式可以看到, 其等号右侧第一项与经典 (1) 式相比乘了一个衰减因子 $e^{-\alpha r}$. 表明脉动气泡在黏性介质中的声发射不仅会随着距离 r 呈现几何扩散衰减, 也会有介质黏性造成的黏滞损耗; 右侧第二项包含气泡半径振动的加速度的导数, 其也与传播距离以及黏性系数有关.

若已知气泡半径振动函数 $R(t)$ 及其各阶导数, 则可由 (27) 式求得气泡的辐射声场, 而 $R(t)$ 可由对气泡动力学方程进行求解得到.

3 数值计算及分析

在本节的数值计算中, 各参数的含义及取值如表 1 所示, 介质的密度和声速及气泡的表面张力系数参照黏弹性介质——肝脏 [14] 进行取值.

3.1 由气泡动力学方程计算

使用 Keller-Miksis 方程 [15,16] 描述无限大可压缩液体中单个球形气泡的振动:

$$\left(1 - \frac{\dot{R}}{c} \right) R\ddot{R} + \frac{3}{2} \dot{R}^2 \left(1 - \frac{\dot{R}}{3c} \right) = \left(1 + \frac{\dot{R}}{c} \right) \frac{p}{\rho} + \frac{R}{\rho c} \frac{dp_1}{dt}, \quad (28)$$

其中

表 1 数值计算中参数的含义及取值
Table 1. Definition and value of parameters in numerical calculation.

参数	含义	取值
$\sigma/(\text{N}\cdot\text{m}^{-1})$	表面张力系数	0.056
$c/(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$	声速	1549
$c_0/(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$	理想介质中的声速	1500
$\rho/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$	密度	1100
p_0/kPa	环境静压	101.3
p_v/kPa	泡内水蒸气压	2.33
κ	绝热指数	1.4

$$p_1 = \left(p_0 - p_v + \frac{2\sigma}{R_0} \right) \left(\frac{R_0}{R} \right)^{3\kappa} - p_0 + p_v - \frac{2\sigma}{R} - \frac{4\mu}{R} \dot{R} - p_s(t), \quad (29)$$

式中 R 为气泡瞬时半径, 上方加·表示对时间求导数, R_0 为气泡初始半径, p_0 为环境静压, p_v 为泡内蒸气压力, σ 为气泡表面张力系数, κ 为液体的绝热系数, $p_s(t)$ 为瞬时驱动声压, 在超声空化中, $p_s(t)$ 常简写为

$$p_s(t) = p_a \sin(2\pi ft). \quad (30)$$

下面简述此部分所采用的计算方法及步骤.

利用 MATLAB 软件 (Mathworks, Natick, USA), 使用四阶-五阶 Runge-Kutta 方法对微分方程 (28) 式进行求解, 得到一定条件下的气泡半径 $R(t)$ 及其各阶导数, 将其代入 (1) 式或 (27) 式中获得气泡辐射的声场.

首先给出气泡半径振动曲线及对应的辐射声压曲线, 以对不同条件下 (1) 式代表的 $p_{\text{classical}}$ 和 (27) 式代表的 p_{present} 之间的差别有一个直观的认识. 图 2(a)—(d) 对应 $f = 20$ kHz, $p_a = 100$ kPa, $R_0 = 15$ μm , $r = 1000$ μm 时黏度分别为 0.005, 0.025, 0.075, 0.1 Pa·s 时的情况, 共计算了 30 个周期, 取其中第 26—28 个周期进行展示. 灰色实线和红色虚线分别是 $p_{\text{classical}}$ 和 p_{present} , 其幅度大小如左侧黑色纵轴所示, 蓝色曲线为气泡的归一化半径 R/R_0 , 其幅度大小如右侧蓝色纵轴所示.

可以看出在气泡的剧烈塌缩阶段会发出冲击波 (图 2(a)), 但随着黏度的增大 (图 2(b)—(d)) 气泡的最大振幅逐渐减小, 回弹也逐渐减弱, 其所辐射出的声压幅值也在逐渐减小, 但由于图 2 中所有的黏度取值相对来说都比较小, 所以 $p_{\text{classical}}$ 和 p_{present} 基本没有区别.

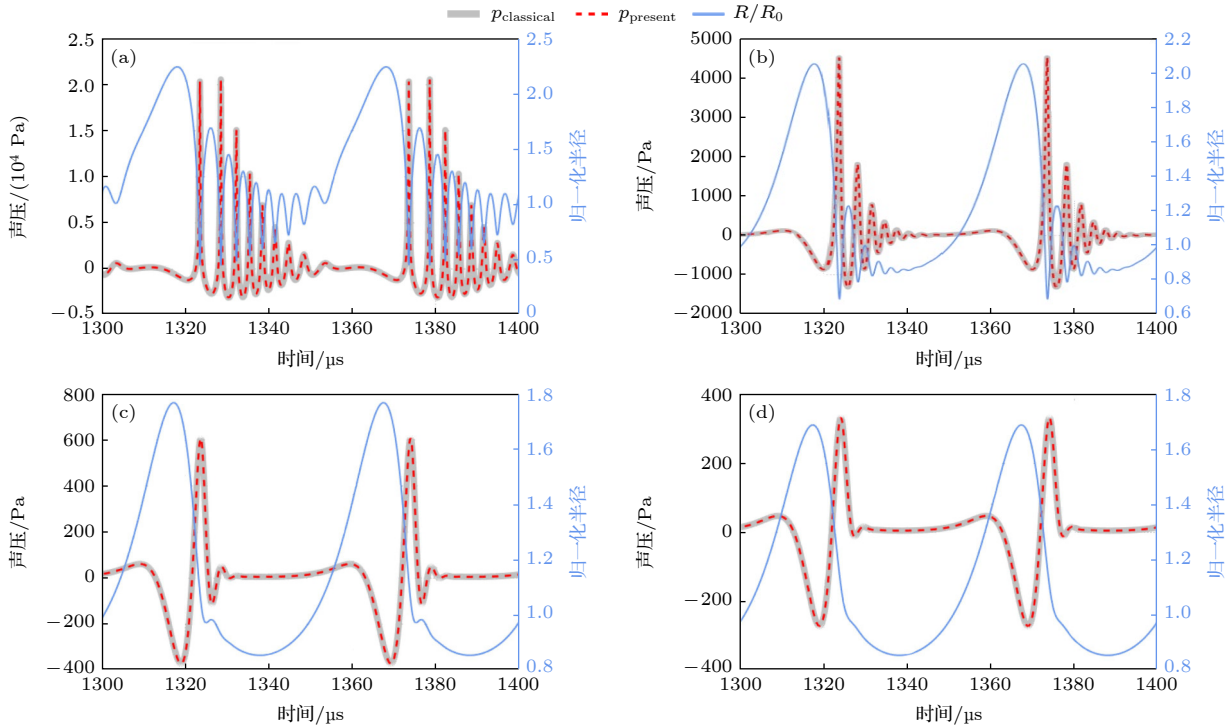


图 2 气泡半径及辐射声压曲线, $f = 20$ kHz, $p_a = 100$ kPa, $R_0 = 15$ μm , $r = 1000$ μm : (a) $\mu = 0.005$ Pa·s; (b) $\mu = 0.025$ Pa·s; (c) $\mu = 0.075$ Pa·s; (d) $\mu = 0.1$ Pa·s

Fig. 2. Bubble radius and radiation sound pressure curves, $f = 20$ kHz, $p_a = 100$ kPa, $R_0 = 15$ μm , $r = 1000$ μm : (a) $\mu = 0.005$ Pa·s; (b) $\mu = 0.025$ Pa·s; (c) $\mu = 0.075$ Pa·s; (d) $\mu = 0.1$ Pa·s.

图 3(a)—(d) 对应 $f = 4500$ kHz, $p_a = 200$ kPa, $R_0 = 3$ μm , $r = 1000$ μm 时黏度分别为 1, 2, 4, 6 Pa·s 时的情况, 共计算了 30 个周期, 取其中第 25—30 个周期进行展示. 灰色实线和红色虚线分别是 $p_{\text{classical}}$ 和 p_{present} , 其幅度大小如左侧黑色纵轴所示, 蓝色曲线为气泡的归一化半径 R/R_0 , 其幅度大小如右侧蓝色纵轴所示.

图 3 对应的黏度较大, 所以 $p_{\text{classical}}$ 和 p_{present} 之间的区别开始有所体现, 由图 3(a)—(d) 可以看出随黏度的增大, 气泡的最大振幅和辐射出的声压幅值都在逐渐减小, 且 $p_{\text{classical}}$ 和 p_{present} 之间的差别在逐渐增大.

3.2 由有限元方法仿真计算

本节采用 COMSOL Multiphysics (COMSOL, Stockholm, Sweden) 对气泡辐射的声场进行有限元仿真 (FEM), 并与数值计算结果作比较. 以往对空化气泡的有限元仿真大都基于计算流体力学 (CFD) 模块, 但由于其涉及移动网格技术以及网格重新划分等步骤, 计算量较大, 在本文中我们更换一种思路, 采用压力声学 (瞬态) 模块进行计算.

具体步骤为: 由四阶-五阶 Runge-Kutta 方法对微分方程 (28) 进行求解, 得到一定条件下的气泡半径 $R(t)$, 在 COMSOL Multiphysics 中采用压力声学模块, 将气泡视为辐射声源, $R(t)$ 作为边界件 (法向位移) 赋值给球形气泡壁, 计算其周围声场.

由于本文理论基于脉动球源的辐射, 在对球形气泡建模时选择二维轴对称模型, 所分析的区域 (即气泡外部) 设置为圆形, 根据脉动球源的特性, 可进一步将模型简化为 1/4 圆的扇形. 由于此处气泡的半径随时间的变化 $R(t)$ 已知, 且所关心的是气泡外部的声场, 为了提高计算效率, 可以将气泡区域直接减掉. 在所分析区域的最外层设置完美匹配层以模拟无限大介质, 代表介质的圆 (包含完美匹配层) 半径为 r_1 , 完美匹配层厚度设置为 $r_1/10$. 所求解的最大频率设为基频的 2 倍, 其决定了网格划分大小. 为计算域划分网格时使用自由三角形网格, 一个波长由 6 个网格来解析, 完美匹配层使用 8 层四边形网格划分. 以 $R_0 = 3$ μm , $r_1 = 9000$ μm , 超声频率 $f = 4000$ kHz 举例, 模型及网格划分如图 4 所示, 其中图 4(a) 为所建立的几何模型, 由于网格较密集, 为了清晰展示, 将图 4(a) 上下两个红

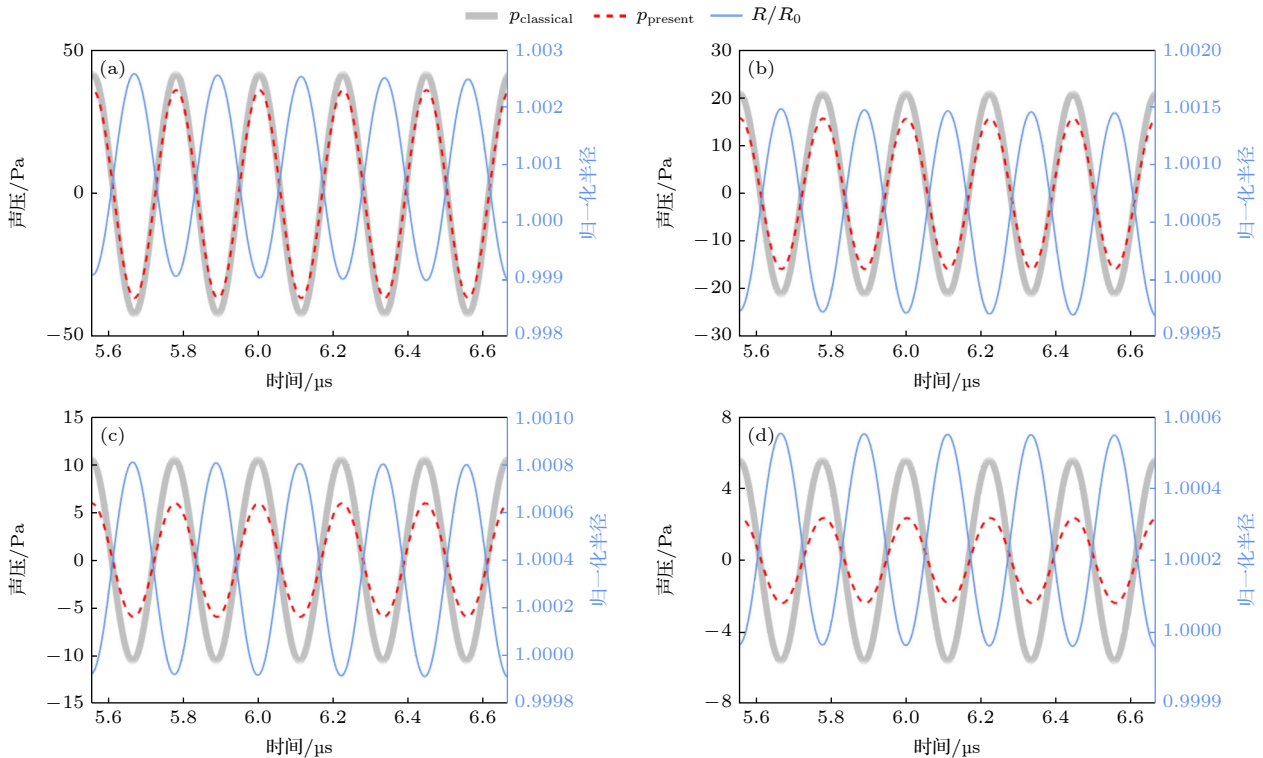


图 3 气泡半径及辐射声压曲线, $f = 4500$ kHz, $p_a = 200$ kPa, $R_0 = 3$ μm , $r = 1000$ μm (a) $\mu = 1$ Pa·s; (b) $\mu = 2$ Pa·s; (c) $\mu = 4$ Pa·s; (d) $\mu = 6$ Pa·s

Fig. 3. Bubble radius and radiation sound pressure curves, $f = 4500$ kHz, $p_a = 200$ kPa, $R_0 = 3$ μm , $r = 1000$ μm : (a) $\mu = 1$ Pa·s; (b) $\mu = 2$ Pa·s; (c) $\mu = 4$ Pa·s; (d) $\mu = 6$ Pa·s.

色矩形框位置的网格划分情况放大展示于图 4(b), (c), 图 4(c) 中, 左下角缺失的扇形代表气泡。

比较 (1) 式和 (27) 式可发现, 二者都是基于气泡半径 R , 泡壁速度 \dot{R} , 加速度 \ddot{R} 以及一些声参数和环境参数所构建, 而气泡的半径、速度及加速度的获取方式都是求解气泡动力学方程 (28)。同样地, FEM 方法中, 气泡的半径将作为法向位移边界条件出现, 也需要先由求解 (28) 式获得。即三者的气泡动力学特性都是由同一种方法——求解气泡动力学方程获得。故下面比较介质的黏性系数 μ 、超声频率 f 与声源的距离 r 不同时 3 种模型的差异。

3.2.1 介质黏性系数的影响

图 5 给出 $f = 4000$ kHz, $R_0 = 3$ μm , $p_a = 200$ kPa, $r = 8000$ μm 时的气泡声发射曲线,

图 5(a)—(c) 的黏度分别为 $\mu = 0.25, 0.5, 1$ Pa·s。灰色曲线和蓝色曲线分别为 (1) 式和 (27) 式计算出的 $p_{\text{classical}}$ 和 p_{present} , 红色曲线是有限元法的结果。可以看出代表 $p_{\text{classical}}$ 的灰色曲线幅值最大, 代表 p_{present} 的蓝色曲线和代表 FEM 的红色曲线的幅值都位于灰色曲线之下; 随着黏度的增大, $p_{\text{classical}}$ 与 FEM、 p_{present} 逐渐拉开差距, FEM 与 p_{present} 相对来说越来越接近, 说明黏度越大, p_{present} 越能反映出气泡声发射的真实情况。

3.2.2 超声频率的影响

图 6 给出 $R_0 = 3$ μm , $p_a = 200$ kPa, $r = 3000$ μm , $\mu = 1$ Pa·s 时的气泡声发射曲线, 图 6(a)—(c) 在不同频率下计算得出, 其对应的频率分别为 $f = 2000, 4000, 8000$ kHz。灰色曲线和蓝色曲线分别为 $p_{\text{classical}}$ 和 p_{present} , 红色曲线是有限元法的结

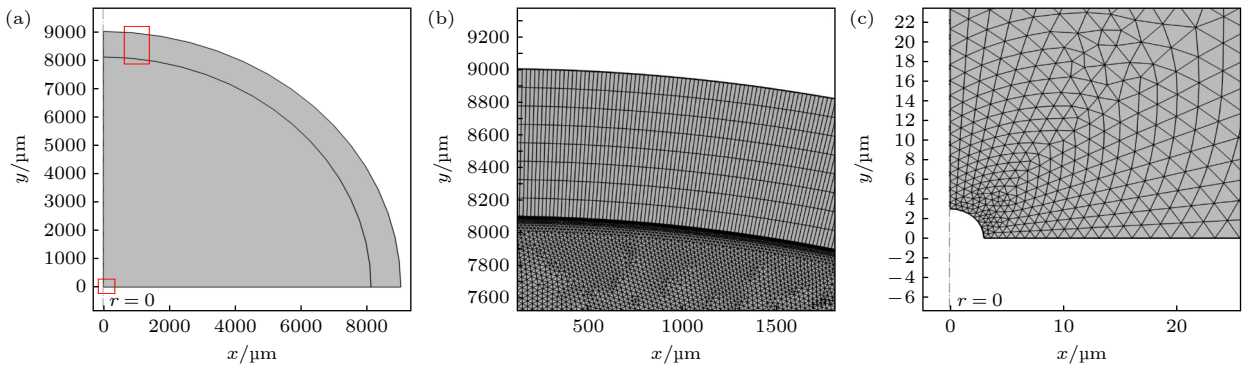


图 4 气泡声辐射的有限元计算模型 (a) 二维轴对称几何模型; (b) 局部网格划分 1; (c) 局部网格划分 2

Fig. 4. Finite element model for calculating bubble acoustic radiation: (a) Two-dimensional axisymmetric geometric model; (b) localised grid division 1; (c) localised grid division 2.

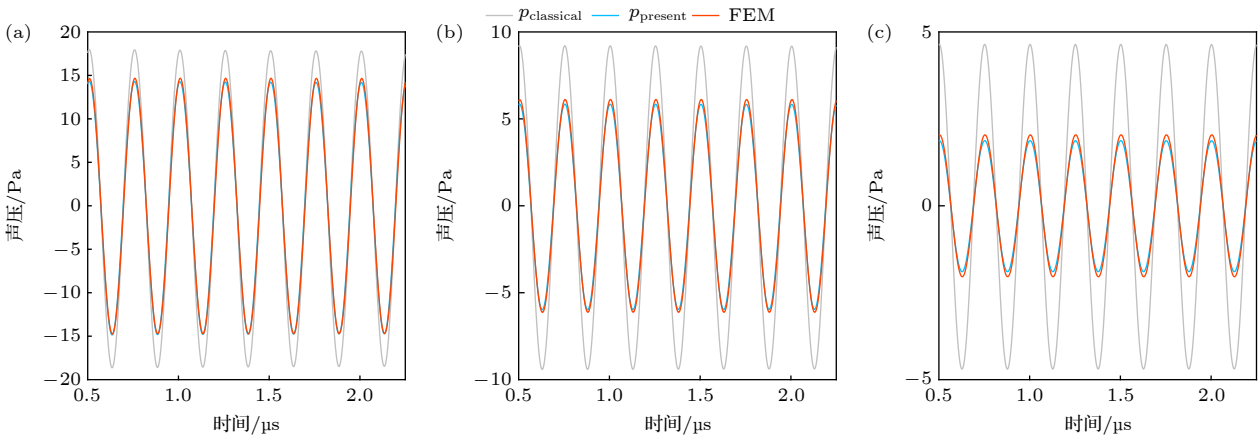


图 5 不同黏度下气泡辐射声压, $f = 4000$ kHz, $R_0 = 3$ μm , $p_a = 200$ kPa, $r = 8000$ μm (a) $\mu = 0.25$ Pa·s; (b) $\mu = 0.5$ Pa·s; (c) $\mu = 1$ Pa·s

Fig. 5. Sound pressure curves of bubble radiation under different viscosity, $f = 4000$ kHz, $R_0 = 3$ μm , $p_a = 200$ kPa, $r = 8000$ μm : (a) $\mu = 0.25$ Pa·s; (b) $\mu = 0.5$ Pa·s; (c) $\mu = 1$ Pa·s.

果. 可以看出代表 $p_{\text{classical}}$ 的灰色曲线幅值最大, 代表 p_{present} 的蓝色曲线和代表 FEM 的红色曲线的幅值都位于灰色曲线之下, 且红、蓝两条曲线的差距小于灰、蓝两条曲线的差距, 这在高频情况下尤为明显, 说明在频率较高时, 不可忽略声波在传播过程中的衰减. 频率越高, p_{present} 越能反映出气泡声发射的真实情况.

3.2.3 与声源间距离的影响

图 7 为距声源中心不同距离下, $f = 4000 \text{ kHz}$, $R_0 = 3 \text{ }\mu\text{m}$, $p_a = 200 \text{ kPa}$, $\mu = 1 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ 时的气泡声发射曲线, 图 7(a)–(c) 分别代表距声源 $r = 1000, 4500, 8000 \text{ }\mu\text{m}$ 的情况; 灰色曲线和蓝色曲线同样为 $p_{\text{classical}}$ 和 p_{present} , 红色曲线是有限元法

的结果. 与前两节相似, 代表 $p_{\text{classical}}$ 的灰色曲线幅值最大, 代表 p_{present} 的蓝色曲线和代表 FEM 的红色曲线幅值位于灰色曲线之下; 随着距离的增大, $p_{\text{classical}}$ 与 FEM 和 p_{present} 二者逐渐拉开差距, FEM 与 p_{present} 相对来说越来越接近, 说明距离声源越远, p_{present} 越能反映出气泡声发射的真实情况.

需要注意的是本节所提出的有限元计算的具体方法仅在气泡脉动幅度和泡壁速度较小, 波形较接近简谐波形式时适用, 在气泡发射出冲击波的大振幅情况下此方法的计算结果并不令人信服, 其原因可能有很多方面, 比如计算精度 (输出时间步长), 气泡问题的非线性, 插值结果的准确度等.

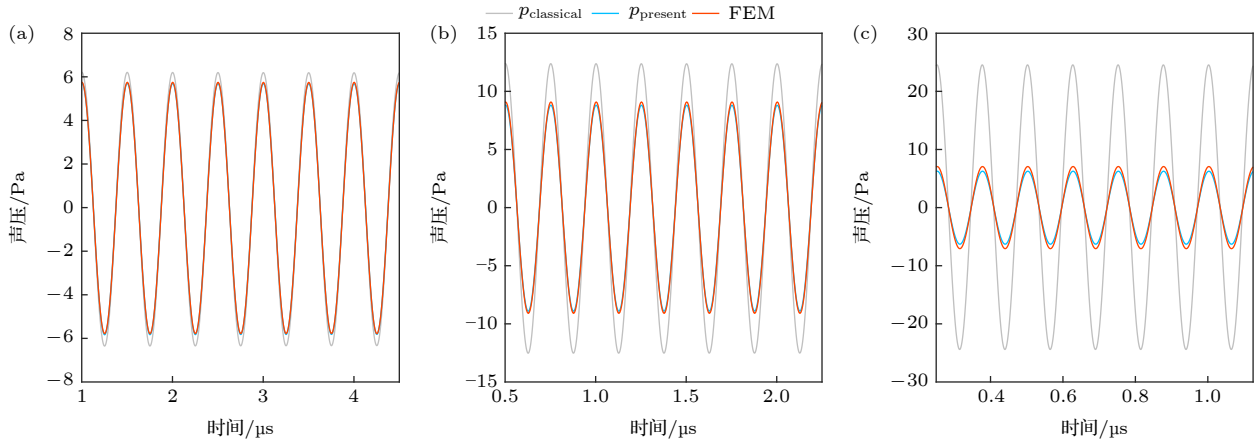


图 6 不同频率下气泡辐射声压, $R_0 = 3 \text{ }\mu\text{m}$, $p_a = 200 \text{ kPa}$, $r = 3000 \text{ }\mu\text{m}$, $\mu = 1 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ (a) $f = 2000 \text{ kHz}$; (b) $f = 4000 \text{ kHz}$; (c) $f = 8000 \text{ kHz}$

Fig. 6. Sound pressure curves of bubble radiation under different frequency, $R_0 = 3 \text{ }\mu\text{m}$, $p_a = 200 \text{ kPa}$, $r = 3000 \text{ }\mu\text{m}$, $\mu = 1 \text{ Pa}\cdot\text{s}$: (a) $f = 2000 \text{ kHz}$; (b) $f = 4000 \text{ kHz}$; (c) $f = 8000 \text{ kHz}$.

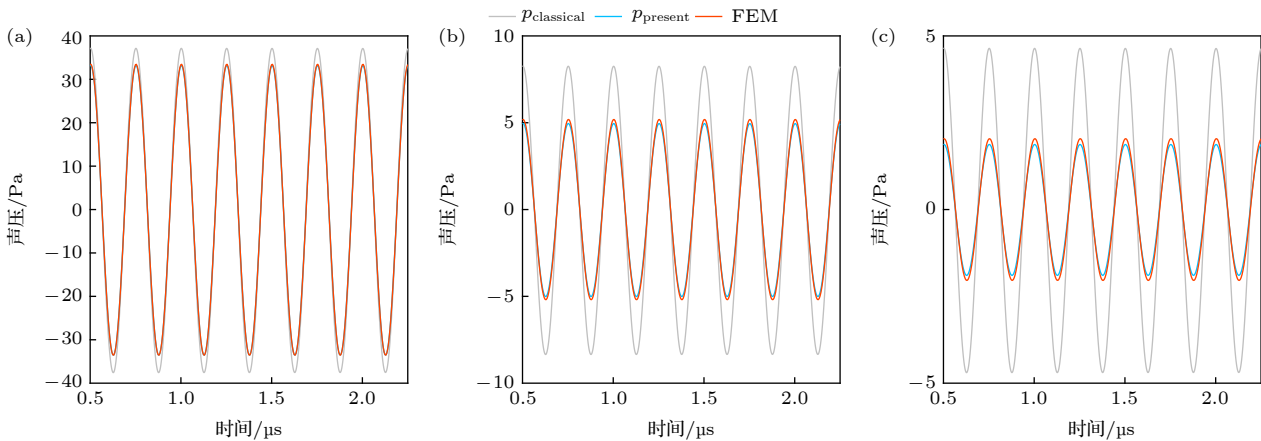


图 7 不同距离下气泡辐射声压, $f = 4000 \text{ kHz}$, $R_0 = 3 \text{ }\mu\text{m}$, $p_a = 200 \text{ kPa}$, $\mu = 1 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ (a) $r = 1000 \text{ }\mu\text{m}$; (b) $r = 4500 \text{ }\mu\text{m}$; (c) $r = 8000 \text{ }\mu\text{m}$

Fig. 7. Sound pressure curves of bubble radiation under different distance, $f = 4000 \text{ kHz}$, $R_0 = 3 \text{ }\mu\text{m}$, $p_a = 200 \text{ kPa}$, $\mu = 1 \text{ Pa}\cdot\text{s}$: (a) $r = 1000 \text{ }\mu\text{m}$; (b) $r = 4500 \text{ }\mu\text{m}$; (c) $r = 8000 \text{ }\mu\text{m}$.

4 结 论

本文参照理想介质中声波方程的解法,对黏性介质中脉动球源声波方程进行求解,后结合点声源条件以及气泡的边界条件,给出黏性介质中气泡的声发射表达式

$$p_{\text{present}} = \frac{\rho_0 e^{-\alpha r}}{r} \left(2R\dot{R}^2 + R^2\ddot{R} \right) - \frac{4\mu e^{-\alpha r}}{3c_0^2 r} \left(2\dot{R}^3 + 6R\dot{R}\ddot{R} + R^2\ddot{R} \right),$$

其在经典气泡声发射公式 $p_{\text{classical}} = \rho/r(2R\dot{R}^2 + R^2\ddot{R})$ 的基础上进一步考虑了声传播过程中介质的黏滞性对其造成的衰减. 使用四阶-五阶 Runge-Kutta 数值计算方法由气泡动力学方程解出气泡半径 $R(t)$, 后使用直接代入公式方法和有限元方法对气泡辐射声场进行了求解. 得出结论: 介质黏度越大, 声波频率越高, 传播距离越远, 直接代入公式方法计算出的 p_{present} 比 $p_{\text{classical}}$ 之间的误差越大 (如在 $f = 4000$ kHz, $R_0 = 3$ μm , $p_a = 200$ kPa, $\mu = 1$ Pa·s, $r = 8000$ μm 时, 二者的误差达到 50% 以上), 而有限元方法的计算结果与直接代入公式方法计算出的 p_{present} (也就是本文推导的公式) 越接近, 说明在此条件下 p_{present} 比 $p_{\text{classical}}$ 更能反映出真实的情况. 在二者相差较大时, 若继续使用 $p_{\text{classical}}$ 衡量气泡的声发射, 可能会对空化的表征造成影响, 如对空化强度、空化阈值等参数的不准确描述. 后续研究可以以此为基础, 考虑介质的弹性对气泡

声发射的影响, 进而得到介质黏弹性与气泡声发射的关系.

参考文献

- [1] Knapp R T, Daily J W, Hammitt F G (translated by China Institute of Water Resources and Hydropower) 1981 *Cavitation* (Beijing: China Water & Power Press) pp8–11 (in Chinese) [柯乃普 R T, 达利 J W, 哈密特 F G 著 (水利水电科学研究所译) 1981 空化与空蚀 (北京: 水利出版社) 第 8–11 页]
- [2] Wang D Z, Shang E C 2013 *Underwater Acoustics* (Beijing: Science Press) pp376, 590 (in Chinese) [汪德昭, 尚尔昌 2013 水声学 (北京: 科学出版社) 第 376, 590 页]
- [3] Wan M X, Feng Y, Haar G T 2015 *Cavitation in Biomedicine: Principles and Techniques* (Berlin, Heidelberg: Springer) pp1–5, 47–49
- [4] Du G H, Wu J R 1990 *J. Acoust. Soc. Am.* **87** 965
- [5] Ye Z 1997 *J. Acoust. Soc. Am.* **101** 809
- [6] Zilonova E, Solovchuk M, Sheu T W 2019 *Phys. Rev. E* **99** 023109
- [7] Kou S Y, Chen W Z, Wu Y R, Zhao G Y 2023 *Ultrason Sonochem* **94** 106352
- [8] Yuan Y, An Y 2021 *Int. Commun. Heat Mass* **126** 105378
- [9] Qin D, Zou Q Q, Li Z Y, Wang W, Wan M X, Feng Y 2021 *Acta Phys. Sin.* **70** 154701 [秦对, 邹青钦, 李章勇, 王伟, 万明习, 冯怡 2021 物理学报 **70** 154701]
- [10] Liu R, Huang C Y, Wu Y R, Hu J, Mo R Y, Wang C H 2024 *Acta Phys. Sin.* **73** 084303 [刘睿, 黄晨阳, 武耀蓉, 胡静, 莫润阳, 王成会 2024 物理学报 **73** 084303]
- [11] Shen X Z, Wu P F, Lin W J 2024 *Ultrason Sonochem* **107** 106890
- [12] Zhang H L 2012 *Theoretical Acoustics* (revised version) (Beijing: Higher Education Press) pp221–223 [张海澜 2012 理论声学 (修订版) (北京: 高等教育出版社) 第 221–223 页]
- [13] Currie G I 2003 *Fundamental Mechanics of Fluids* (3rd Ed.) (Boca Raton: CRC Press) pp30–33
- [14] Filonets T, Solovchuk M 2022 *Ultrason Sonochem* **88** 106056
- [15] Keller J B, Miksis M 1980 *J. Acoust. Soc. Am.* **68** 628
- [16] Lauterborn W, Kurz T 2010 *Rep. Prog. Phys.* **73** 106501

Acoustic emission of pulsating bubbles in viscous media*

Shen Xiao-Zhuo¹⁾²⁾ Wu Peng-Fei^{1)2)†} Lin Wei-Jun¹⁾²⁾

1) (State Key Laboratory of Acoustics, Institute of Acoustics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

2) (University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

(Received 12 June 2024; revised manuscript received 15 July 2024)

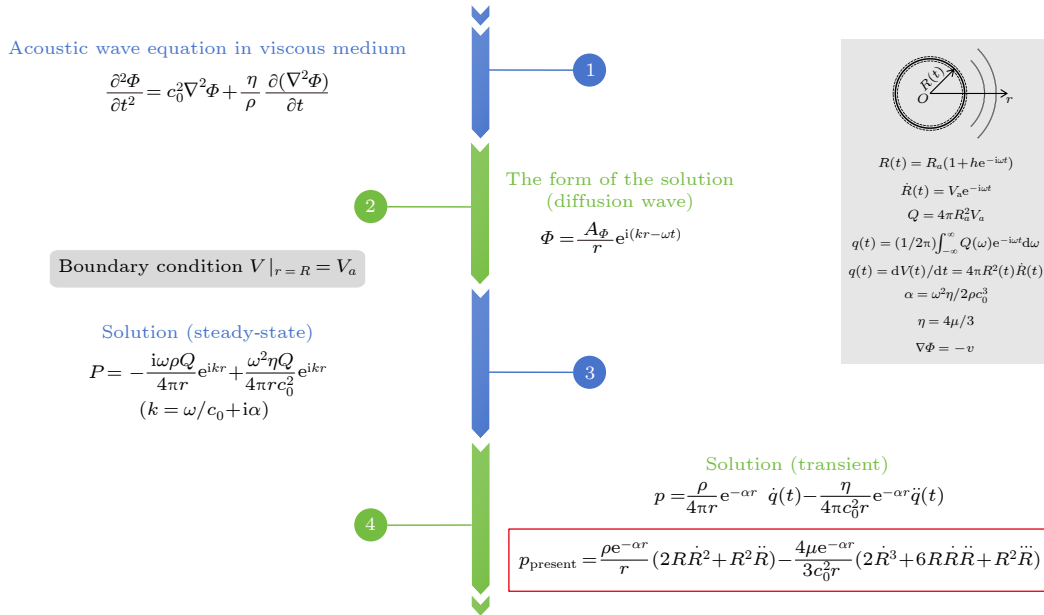
Abstract

The classical single bubble's acoustic emission equation has been used to describe the sound field radiated by bubble for a long time. Because this formula does not consider the influence of the medium viscosity in the process of sound wave propagation, it is more reasonable to modify it in some special cases.

Based on the boundary condition of the bubbles, i.e. the vibration velocity of the bubble wall is equal to the particle vibration velocity of the external medium at the bubble boundary, the acoustic wave equation in

spherical coordinate system in viscous medium is solved, and the modified acoustic emission formula of the bubble in the viscous medium is given.

The bubble radius $R(t)$ is obtained numerically from the bubble dynamics equation by using the fourth-order Runge-Kutta method. Then the bubble's radiation sound field is obtained by using the direct substitution method and the finite element (The pressure acoustics module; two-dimensional (2D) axisymmetric geometric model) method, respectively. The modified expression p_{present} given in this work is more accurate to describe the bubble's radiation than the classical expression $p_{\text{classical}}$ in the cases of high-viscosity, high-frequency and long-distance. In these cases, continuing to measure the acoustic emission of bubbles by using the classical expression may have an influence on the characteristics of cavitation, such as the inaccurate descriptions of parameters such as cavitation intensity and cavitation threshold.



p_{present} is the new expression proposed in this paper, when the viscosity $\eta = 0$, $p_{\text{present}} = \frac{\rho}{r} (2R\dot{R}^2 + R^2\ddot{R}) = p_{\text{classical}}$

Keywords: bubble acoustic emission, viscous acoustic wave equation, bubble dynamics, finite element simulation

PACS: 47.55.dd, 43.20.+g, 43.30.Nb

DOI: 10.7498/aps.73.20240826

* Project supported by the Basic Frontier Research Program of the Chinese Academy of Sciences from 0 to 1 Original Innovation Project (Grant No. ZDBS-LY-SLH037), the Young Elite Scientists Sponsorship Program by China Association for Science and Technology (Grant No. 2022-2024QNRC001), and the Youth Innovation Promotion Association of Chinese Academy of Sciences (Grant No. 2023031).

† Corresponding author. E-mail: wpf@mail.ioa.ac.cn



脉动气泡在黏性介质中的声发射

申潇卓 吴鹏飞 林伟军

Acoustic emission of pulsating bubbles in viscous media

Shen Xiao-Zhuo Wu Peng-Fei Lin Wei-Jun

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 73, 174701 (2024) DOI: 10.7498/aps.73.20240826

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.73.20240826>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

双泡耦合声空化动力学过程模拟

Simulation of dynamic process of double bubble coupled acoustic cavitation

物理学报. 2023, 72(2): 024303 <https://doi.org/10.7498/aps.72.20221571>

声波激励下管路轴向分布双气泡动力学特性分析

Axially-distributed bubble-bubble interaction under a coustic excitation in pipeline

物理学报. 2020, 69(18): 184703 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20200546>

剪切增稠幂律流体中单气泡上升动力学行为的格子Boltzmann方法研究

Lattice Boltzmann method for studying dynamics of single rising bubble in shear-thickening power-law fluids

物理学报. 2024, 73(13): 134701 <https://doi.org/10.7498/aps.73.20240394>

组织内包膜微泡声空化动力学及其力学效应分析

Acoustic cavitation of encapsulated microbubble and its mechanical effect in soft tissue

物理学报. 2021, 70(15): 154701 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20210194>

金属网格-透明导电氧化物复合型透明电极的瑞利分析和仿真

Rayleigh analysis and numerical simulations of metal-mesh/ transparent conducting oxide composite transparent electrode

物理学报. 2024, 73(14): 146801 <https://doi.org/10.7498/aps.73.20240230>

黏弹介质包裹的液体腔中气泡的动力学分析

Dynamic analysis of bubble in liquid cavity wrapped by viscoelastic medium

物理学报. 2021, 70(12): 124301 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20201876>