

专题: 少电子原子分子精密谱

原子兰姆位移与超精细结构中的核结构效应*

计晨^{1)2)†}

1) (华中师范大学粒子物理研究所, 夸克与轻子物理教育部重点实验室, 武汉 430079)

2) (中国科学院近代物理研究所南方核学科理论中心, 惠州 516000)

(2024年7月31日收到; 2024年9月8日收到修改稿)

精密原子光谱实验和理论在测量基本物理常数和检验量子电动力学理论中起着关键作用, 同时为研究原子核内部结构和发展高精度核结构理论提供重要观测平台. 许多原子光谱实验中, 核结构效应如电荷分布、磁矩分布和核极化度已被精确测定, 大大提高了核结构检测的精度. 本文系统论述了关于轻质量电子原子与缪子原子兰姆位移和超精细结构中的双光子交换效应的理论框架与研究发展. 着重介绍了先进的核力模型和核结构第一性原理计算方法在上述问题中的应用. 轻质量原子中双光子交换效应的理论研究对于从原子光谱测量中确定核电荷半径和 Zemach 半径具有重要作用. 这些研究结果不仅能加深对原子核内部结构以及核子-核子相互作用的理论理解, 还为未来实验提供重要的理论指导, 推进对质子半径难题以及其他轻核半径测量问题的理解.

关键词: 双光子交换, 第一性原理方法, 兰姆位移, 超精细结构**PACS:** 21.45.-v, 21.60.De, 25.20.-x, 36.10.Ee**DOI:** 10.7498/aps.73.20241063**CSTR:** 32037.14.aps.73.20241063

1 引言

原子精密光谱实验与理论的发展在测量基本物理常数和检验量子电动力学 (quantum electrodynamics, QED) 理论中发挥关键作用, 同时也为研究原子核内部结构与发展高精度核结构理论提供了重要的观测平台. 近十年来, 随着原子光谱测量精度的不断提高, 核电荷分布、磁矩分布、核极化度等核结构效应在许多原子精密光谱实验中得到了精确测定, 从而显著提升了核结构探测的精度.

传统测量质子电荷半径的方法主要依赖于普通氢原子光谱和电子-质子散射数据^[1]. 2010年至2013年间, 瑞士保罗·谢勒研究所 (PSI) 的 CREMA (charge radius experiment with muonic atoms)

合作组通过测量缪氢原子 (μH) 兰姆位移, 首次获得质子电荷半径的新值 $0.84087(39)$ fm^[2,3], 其精确度比原有实验提高约 1 个数量级, 但数值比 CODATA 2010 推荐值小 4%, 相差 7 个标准差. 这一发现被称为“质子半径难题”, 对传统实验与 QED 理论的精确性提出了挑战, 并推动了测量核电荷和磁矩分布的新实验研究. CODATA 2014 更新后, 这一分歧缩小至 5.6 个标准差^[4].

质子半径难题引发了广泛的研究兴趣, 因为它不仅影响对质子基本性质的理解, 还指向新物理的存在可能. 为解决质子半径难题, 研究者们提出并实施多种新的实验方案, 包括精确测量低动量转移下的电子-质子散射^[5,6]、以及研究缪子-质子散射^[7]. 另一种方法是通过测量不同核电荷或质量数的缪原子兰姆位移, 研究其他轻核的均方根电荷半径 (r_E). 通过系统比较电子-核与缪子-核系统中提取

* 国家自然科学基金 (批准号: 12175083, 12335002, 11805078) 资助的课题.

† E-mail: jichen@cnu.edu.cn

的 r_E , 可以检验核电荷半径的测量差异是否在不同质子数 (Z)、中子数 (N) 或核质量数 (A) 的轻子-核系统中仍然存在甚至有所增加.

CREMA 合作组已开展一系列轻质量缪原子兰姆位移实验, 取得氦核半径难题的新发现^[8]. 同时 ^3He 核电荷半径也在相关缪原子兰姆位移的光谱测量中得到确定^[9,10]. 在兰姆位移测量中, 核电荷半径的准确性不仅依赖于实验精度, 还取决于 QED 和核结构修正的计算精度. 电子氢原子兰姆位移的 QED 贡献主要来源于束缚态电子的自能修正. 与之不同的是, 轻质量缪原子兰姆位移的 QED 修正主要由光子真空极化 (Uehling 效应) 产生, 并且其 2S 和 2P 态的能级顺序与电子原子相反. 由于缪子的质量较重, 它的原子轨道半径远小于电子, 因此缪原子兰姆位移的核结构修正比在电子原子中显著增强.

缪原子兰姆位移与核电荷半径之间的关系可表示为

$$E_{LS} = E_{\text{QED}} + \mathcal{A}_{\text{OPE}} r_E^2 + E_{\text{TPE}}, \quad (1)$$

其中 QED 贡献 E_{QED} 由光子真空极化、束缚态缪子自能修正和相对论反冲修正组成, 其领头阶 Uehling 效应的量级为 $\alpha(Z\alpha)^2$ ^[11]. 方程中的其他两项来自核结构修正. 与 r_E^2 成正比项由缪子和核之间的单光子交换主导, 而 E_{TPE} 源自双光子交换贡献, 可以分为弹性与非弹性部分.

精密激光光谱技术的应用, 使得能够通过测量原子跃迁, 深入了解核结构并检验束缚态 QED 的准确性. 通过对轻质量缪原子兰姆位移测量, 获得高精度的核电荷半径. 同时, 高精度的超精细结构 (hyperfine splitting, HFS) 测量为研究原子核磁矩结构提供重要信息, 相关测量已经或将要在轻质量电子原子 (如 ^1H , ^3He , ^6Li)^[12-17] 以及相应的缪原子中开展^[3,8,10,18-22]. HFS 主要由核磁矩与轻子磁矩短程相互作用主导^[23-25], 因此它是研究原子核磁结构的理想探针.

理论上, 高精度 HFS 理论预测受限于由双光子交换 (two-photon exchange, TPE) 过程所主导的核结构效应修正. 同理, 超精细劈裂的主要贡献可由如下公式表示:

$$E_{\text{HFS}} = E_{\text{F}} + E_{\text{QED}} + E_{\text{TPE}}, \quad (2)$$

其中 E_{QED} 与 E_{TPE} 分别对应 HFS 的 QED 与 TPE 修正. 与兰姆位移相似, TPE 修正可进一步分解为

弹性与非弹性贡献. 弹性 TPE 贡献由 Zemach 半径表征, 来源于核电荷和磁密度的卷积, 而非弹性 TPE 修正则来自核极化.

由轻子-原子核 TPE 过程所产生的核结构效应对原子能谱的修正至关重要. 这不仅体现在缪原子兰姆位移的测量上, 也体现在电子原子与缪原子 HFS 的测量中. 通过对不同轻核及其缪原子的兰姆位移和 HFS 的精密测量, 可以深入分析核结构效应, 为提高核理论的预测精度和理解核力机制提供重要的高精度实验平台. 同时, 结合量子多体计算与先进核子-核子相互作用理论的原子核第一性原理计算的发展, 也为更加精确地预测原子能谱中的 TPE 修正提供了理论工具.

本文接下来的内容将分为几个部分进行详细阐述. 第 2 部分阐述轻质量原子兰姆位移与 HFS 中的 TPE 过程的理论基础. 第 3 部分介绍原子核第一性原理计算在研究 TPE 效应中的应用. 第 4 部分介绍核结构 TPE 理论研究的最新进展. 第 5 部分, 总结本文的主要内容, 并展望未来在提升实验精度和理论计算准确性方面的潜在研究方向及其对核物理和新物理探索的意义.

2 兰姆位移与超精细结构中的双光子交换效应

轻子-原子核系统中的 TPE 效应对原子能谱在 α^5 量级产生贡献, 如图 1 所示. 考虑到相对论效应, 其对应的费曼图包括箱图、交叉图以及双光子顶点图 (海鸥图). TPE 对原子能谱的贡献可以分为两部分: 一部分依赖于单个核子的基态与激发态内部结构, 称为单核子 TPE 效应 E_{IN} ; 另一部分依赖于原子核的整体结构与反应, 称为核结构 TPE 效应 E_{nucl} , 并可进一步分解为弹性与核极化贡献项 $E_{\text{nucl}} = E_{\text{el}} + E_{\text{pol}}$. 本文主要讨论核结构 TPE 效应. 由此, 原子能谱中 TPE 总贡献可表示为

$$E_{\text{TPE}} = E_{\text{IN}} + E_{\text{el}} + E_{\text{pol}}. \quad (3)$$

利用费曼规则, 与图 1 对应的算符在洛伦兹规范下表示为^[26]

$$\mathcal{H}_{2\gamma} = iZ^2 (4\pi\alpha)^2 \phi_n^2(0) \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} \times \frac{\eta_{\mu\nu}(q) T^{\mu\nu}(q, -q)}{(q^2 + i\epsilon)^2 (q^2 - 2m_l q_0 + i\epsilon)}, \quad (4)$$

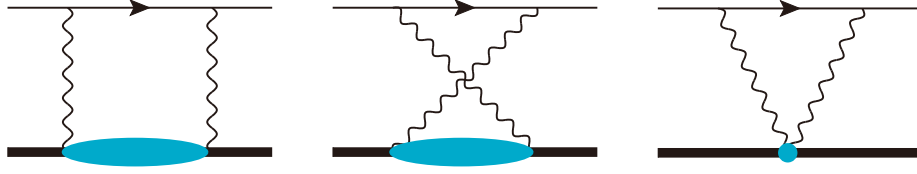


图 1 轻子-原子核系统中的双光子交换费曼图, 从左至右依次对应箱图、交叉图与海鸥图. 波浪线、细直线、粗直线与椭圆分别对应光子、轻子、核基态与核激发态

Fig. 1. Two-photon exchange diagrams in lepton-nucleus systems. The diagrams from left to right are respectively the box, cross and seagull diagrams. Wiggled, thin-straight, thick-straight lines and ellipse represent respectively the photon, lepton, nuclear ground state and nuclear excited states.

其中 η 和 T 分别代表轻子和原子核的张量, $\phi_n(0) = \sqrt{\alpha^3 m_r^3 / n^3 \pi}$ 是原子 nS 态在坐标原点的波函数. m_l 与 $m_r = m_l M / (m_l + M)$ 分别为轻子的静止质量与其在原子系统中的约化质量. T 对应原子核的前向虚康普顿散射振幅^[27]:

$$T_{\mu\nu}(q, -q) = \text{seagull} + \sum_N \left\{ \frac{\langle N_0 | J_\mu(0) | Nq \rangle \langle Nq | J_\nu(0) | N_0 \rangle}{E_0 - E_N + q_0 + i\epsilon} + \frac{\langle N_0 | J_\nu(0) | N - q \rangle \langle N - q | J_\mu(0) | N_0 \rangle}{E_0 - E_N - q_0 + i\epsilon} \right\}, \quad (5)$$

其中 J 为原子核电磁流算符, $|N_0\rangle$ 与 $|Nq\rangle$ 分别代表核基态与 TPE 过程中的核中间态; E_0 与 E_N 为相应的原子质心坐标系下本征能量. 在计算 TPE 的弹性贡献时, 中间态保持原子核基态, 本征能 $E_N = q^2 / (2M)$ 对应 TPE 中间过程的核反冲动能, M 为原子核质量. 在计算核极化效应时, 中间态包括除基态外的所有满足电磁激发选择定则的核激发态和连续谱态. $\mathcal{H}_{2\gamma}$ 算符产生对原子光谱的核结构修正, 分别体现在对原子兰姆位移谱和超精细结构谱能级的改变. 以下就这两种情况分别展开讨论.

2.1 兰姆位移中的双光子交换效应

TPE 对兰姆位移的修正可利用算符 $\mathcal{H}_{2\gamma}$ 的微扰计算获得. 引入轻子自旋 z 分量平均后, 相应的轻子张量可约化为^[27]

$$\eta_{\mu\nu}(q) = (k \cdot q)g_{\mu\nu} + (k - q)_\mu k_\nu + k_\mu (k - q)_\nu, \quad (6)$$

其中 $k = (m_l, 0)$ 为近似静止的轨道轻子四动量. 将其表达式代入 (4) 式进行进一步计算, 可获得 TPE 效应对兰姆位移的能量修正^[27]:

$$E_{\text{TPE}} = Z^2 (4\pi\alpha)^2 \phi_n^2(0) \text{Im} \left\{ \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} \times \frac{2m_l}{(q^2 + i\epsilon)^2 - 4m_l^2 q_0^2} \left[\frac{1}{q^2} T_L + \frac{q_0^2}{(q^2 + i\epsilon)^2} T_T \right] \right\}, \quad (7)$$

其中 $T_L = T_{00}$ 与 $T_T = (\delta_{ij} - q_i q_j / q^2) T_{ij}$ 对应原子核向前虚康普顿振幅的纵向与横向极化部分. (7) 式中的非弹性贡献项来自核的电磁极化, 并体现为核极化响应函数的求和规则计算^[27,28]:

$$E_{\text{pol}} = -8Z^2 \alpha^2 \phi_n(0)^2 \int_0^\infty d|\mathbf{q}| \int_{\omega_{\text{th}}}^\infty d\omega \times [K_L(\omega, |\mathbf{q}|) S_L(\omega, |\mathbf{q}|) + K_T(\omega, |\mathbf{q}|) S_T(\omega, |\mathbf{q}|) + K_S(\omega, |\mathbf{q}|) S_T(\omega, 0)]. \quad (8)$$

变量 $(\omega, |\mathbf{q}|)$ 是交换光子携带的四动量. S_L 和 S_T 分别是核纵向和横向极化响应函数:

$$S_{L,T} = \sum_{N \neq N_0} \delta(\omega - E_N + E_0) |a(N | \mathcal{O}_{L,T} | N_0)|^2, \quad (9)$$

其中电磁激发算符 $\mathcal{O}_L = \rho(\mathbf{q})$ 和 $\mathcal{O}_T = \mathbf{q} \times \mathbf{J}(\mathbf{q}) / |\mathbf{q}|$ 分别与核电荷密度与电磁流密度相关. (8) 式中的积分权重函数 K_L , K_T 与 K_S 分别为^[27]

$$K_L(\omega, |\mathbf{q}|) = \frac{1}{2E_q} \left[\frac{1}{(E_q - m_l)(\omega + E_q - m_l)} - \frac{1}{(E_q + m_l)(\omega + E_q + m_l)} \right], \quad (10)$$

$$K_T(\omega, |\mathbf{q}|) = -\frac{\omega + 2|\mathbf{q}|}{4m_l |\mathbf{q}| (\omega + |\mathbf{q}|)^2} + \frac{q^2}{4m_l^2} K_L(\omega, |\mathbf{q}|), \quad (11)$$

$$K_S(\omega, |\mathbf{q}|) = \frac{1}{4m_l \omega} \left(\frac{1}{|\mathbf{q}|} - \frac{1}{E_q} \right), \quad (12)$$

其中 $E_q = \sqrt{m_l^2 + q^2}$ 为轻子相对论能量. (8) 式中引入双光子顶点海鸥项, 确保规范不变性并在动量积分中减除 $|\mathbf{q}| = 0$ 处的发散. 在库仑规范中, 海鸥项仅贡献于横向极化^[27].

(7) 式中的弹性贡献部分由原子核电磁分布产生, 其主要贡献项可表示为

$$E_{\text{el}} = -8Z^2\alpha^2\phi_n(0)^2 \int_0^\infty d|\mathbf{q}| \left[K_L \left(\frac{\mathbf{q}^2}{2M}, |\mathbf{q}| \right) \times F_E^2(\mathbf{q}^2) - \frac{2m_r}{q^4} + \frac{2m_r r_E^2}{3q^2} \right], \quad (13)$$

其中后两项减除积分在 $|\mathbf{q}| = 0$ 处的发散, 同时避免单光子交换中非微扰部分的重复计算. F_E 为原子核的电荷形状因子. 在 $M \rightarrow \infty$ 近似下, 该贡献与 Zemach moment $\langle r_E^3 \rangle_{(2)}$ 成正比^[26]:

$$E_{\text{el}} \approx -m_r^4 \frac{\alpha^5}{24} \langle r_E^3 \rangle_{(2)} = -m_r^4 \alpha^5 \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \frac{d|\mathbf{q}|}{q^4} \left[F_E^2(\mathbf{q}^2) - 1 + \frac{r_E^2 \mathbf{q}^2}{3} \right]. \quad (14)$$

2.2 超精细结构中的双光子交换效应

由于超精细结构 (HFS) 涉及轻子自旋与核自旋的耦合, (4) 式中轻子张量可约化为仅与轻子自旋相关的部分 $\tilde{\eta}^{\mu\nu} = i q_0 \epsilon^{0\mu\nu i} \sigma_i^{(l)} + i \epsilon^{\mu\nu i j} \sigma_i^{(l)} q_j$ ^[29]. 图 1 中海鸥图对应的核张量为 $B_{\mu\nu}$, 其中电荷-电流干涉项 B_{0m} 提供领头阶在 $1/M^2$ 量级的相对论修正, 而电流-电流项 B_{ij} 由于交叉对称性相互抵消^[26,30].

由此可得到 TPE 对 HFS 修正的非弹性部分贡献, 并表示为核响应函数的求和规则^[29]:

$$E_{\text{pol}} = \frac{6\alpha\mu_l E_F}{\pi\mu_I} \int_0^\infty d|\mathbf{q}| \int_{\omega_{\text{th}}}^\infty d\omega [h^{(0)}(\omega, |\mathbf{q}|) \times S^{(0)}(\omega, |\mathbf{q}|) - h^{(1)}(\omega, |\mathbf{q}|) S^{(1)}(\omega, |\mathbf{q}|)], \quad (15)$$

其中核响应函数 $S^{(0)}$ ($S^{(1)}$) 由电荷 (电流) 算符与磁流算符之间的干涉项产生:

$$S^{(0)}(\omega, |\mathbf{q}|) = \text{Im} \left\{ \int \frac{d\hat{q}}{4\pi q^2} \sum_{N \neq N_0} \langle N_0 II | \rho(-\mathbf{q}) | N \rangle \langle N | \times [\mathbf{q} \times \mathbf{J}_m(\mathbf{q})]_3 | N_0 II \rangle \delta(\omega - E_N + E_0) \right\}, \quad (16)$$

$$S^{(1)}(\omega, |\mathbf{q}|) = \text{Im} \left\{ \int \frac{d\hat{q}}{4\pi} \epsilon^{3jk} \sum_{N \neq N_0} \langle N_0 II | \mathbf{J}_{c,j}(-\mathbf{q}) | N \rangle \times \langle N | \mathbf{J}_{m,k}(\mathbf{q}) | N_0 II \rangle \delta(\omega - E_N + E_0) \right\}. \quad (17)$$

式中 $d\hat{q}$ 定义为动量 \mathbf{q} 所对应立体角的积分变

量, J_c 与 J_m 分别为电流与磁流密度算符. $|N_0 II\rangle$ 定义自旋为 I 且 z 分量投影为 I 的原子核基态. (15) 式中能量与动量积分权重函数 $h^{(0,1)}$ 的表达式为^[29]

$$h^{(0)}(\omega, |\mathbf{q}|) = \left(2 + \frac{\omega}{E_q} \right) \frac{E_q^2 + m_l^2 + E_q \omega}{(E_q + \omega)^2 - m_l^2} - \frac{2|\mathbf{q}| + \omega}{|\mathbf{q}| + \omega}, \quad (18)$$

$$h^{(1)}(\omega, |\mathbf{q}|) = \frac{1}{E_q} \frac{E_q^2 + m_l^2 + E_q \omega}{(E_q + \omega)^2 - m_l^2} - \frac{1}{|\mathbf{q}| + \omega}. \quad (19)$$

当考虑弹性贡献时, 原子核在中间态获得动量 \mathbf{q} 及反冲动能 $\mathbf{q}^2/(2M)$. 因此, TPE 效应对 HFS 的弹性修正为^[29]

$$E_{\text{el}} = \frac{2\alpha E_F}{\pi m_l} \int_0^\infty d|\mathbf{q}| \left\{ \left[h^{(0)} \left(\frac{\mathbf{q}^2}{2M}, |\mathbf{q}| \right) - \frac{\mathbf{q}^2}{2M} \times h^{(1)} \left(\frac{\mathbf{q}^2}{2M}, |\mathbf{q}| \right) \right] F_E(\mathbf{q}^2) F_M(\mathbf{q}^2) - \frac{4m_l m_r}{q^2} \right\}, \quad (20)$$

其中 F_M 为原子核的磁形状因子. 当取 $M \gg m_l$ 时, $E_{\text{el}}(0)$ 可近似为与 Zemach 半径成正比 $E_{\text{Zem}} = -2\alpha m_r r_Z$ ^[31,32]. (20) 式中最后一项抵消了动量积分的红外发散, 并避免与单光子交换的非微扰计算重复考虑^[33].

3 核结构第一性原理计算

在计算 TPE 核结构效应对原子光谱的修正时, 需要计算原子核的电磁形状因子以及核响应函数的能量与动量积分, 可使用核结构第一性原理方法进行计算. 核电磁形状因子是原子核基态的可观测量, 因此需要精确求解核基态波函数. 如今, 量子多体理论与算力的发展为通过多体哈密顿量求解轻核 ($A \leq 4$) 基态性质提供了便利^[34,35]. 相比之下, TPE 效应对原子能谱的非弹性贡献可通过计算一系列核响应函数 $S_{\hat{O}}(\omega)$ 的广义求和规则 (generalized sum rule, GSR) I 获得:

$$I = \int_{\omega_{\text{th}}}^\infty d\omega g(\omega) S_{\hat{O}}(\omega). \quad (21)$$

在计算核响应函数时, 必须计算原子核完整的激发谱, 其中包括众多连续态. 原子核第一性原理计算方法通常基于具有局域性且平方可积的完备基展开, 可严格计算束缚态问题, 但在求解散射态时则存在收敛困难. 洛伦兹积分变换 (Lorentz integral transform, LIT) 方法可绕开对连续谱的

直接计算,从而间接求解核响应函数^[36,37].然而,在计算TPE中的求和规则时,LIT仍存在计算效率与精度的挑战.

对于²H的质子-中子两体问题,一方面可通过谐振子基展开获得²H的基态信息与GSR.随着谐振子基空间的扩大,数值计算结果逐步收敛,实现高精度计算.另一方面,也可通过Lippmann-Schwinger (LS)方程严格求解²H基态(束缚态)与激发态(散射态),从而实现TPE的严格求解.

对于三体和四体问题,运用有效相互作用超球谐基(effective interaction hyperspherical harmonics, EIHH)方法可高效计算原子核多体束缚态问题.但在计算GSR时需要庞大的基空间,直接对角化的方法通常很难实现数值收敛以达到高精度.因此,通过发展“Lanczos求和规则”技术^[38],可实现对GSR的高精度计算,并同时避免LIT直接求解响应函数时的困难.当(21)式中能量权重函数 $g(\omega)$ 连续可导时,Lanczos方法将完整的哈密顿量空间投影至与电磁激发算符 \hat{O} 相关的Krylov子空间,从而缩小基空间有效维度,并通过对子空间对角化获得GSR的高精度计算结果.Lanczos方法的引入显著加速了计算的收敛过程,能够在较短时间内获得核多体系统中GSR的高精度计算结果.

通过结合谐振子基函数、LS方程、EIHH方法,能够准确求解原子核两体、三体和四体问题,结合Lanczos求和规则方法,可以高效地计算响应函数的广义求和规则,从而准确、高效地计算TPE核极化效应对一系列原子光谱的影响.这些数值方法为深入理解核结构和核反应机制以及理解原子能谱中的TPE效应提供了有力的帮助.

4 TPE 理论研究现状

结合手征核力与量子多体方法的第一性原理

计算,TPE核结构效应对兰姆位移的修正已经在一系列缪原子中得到系统研究.在 $\mu^2\text{H}$ 中, E_{TPE} 在手征有效场理论(χEFT)核力下的计算结果^[39,40]与唯象核力模型(Argonne V18, AV18)^[41,42]、零程核力模型^[43,44]以及无 π 介子有效场理论^[45-47]的计算结果高度一致,并且与通过对e-D散射数据进行色散关系分析所提取出的 E_{TPE} 预测结果^[48]相符.在 $\mu^2\text{H}$ 中,通过手征有效场理论的幂次规则(power counting)估计手征核力在第三阶展开下对 E_{TPE} 理论预测的误差为0.6%,相比之下,由于缺乏高精度的散射数据,基于色散关系的TPE计算误差为20%.结合EIHH量子多体方法与Lanczos求和规则算法, $\mu^3\text{H}$, $\mu^3\text{He}^+$ 中TPE效应对兰姆位移的修正也得到了计算^[49-51].通过比较AV18+UIX唯象核力模型^[52,53]与 χEFT ^[54,55]手征核力对 E_{TPE} 的计算结果,可以评估核结构理论的模型依赖性对 E_{TPE} 的影响,从而估算理论误差.表1列出了上述缪原子中 E_{TPE} 的理论预测结果和误差,并分解为核结构弹性贡献、核极化贡献、单核子弹性TPE贡献与单核子极化贡献四部分.通过比较分析,核结构理论模型计算TPE效应的误差随质量数 A 的增大而增加.研究不仅验证了不同核力模型在计算 E_{TPE} 时的一致性,还深入分析了这些模型的理论误差来源.这为实验数据的精确分析和核半径的准确提取提供了重要的理论支持.

CREMA合作组在2016年测量了 $\mu^2\text{H}$ 的兰姆位移,从中提取出氘核的电荷半径为 $r_d = 2.12562(78)$ fm^[8].其系统误差主要源于 E_{TPE} 理论预测的不确定性.该结果比CODATA标准值小 6.0σ ^[4],与 $e^2\text{H}$ 精密谱测量结果相差 3.5σ ^[56].并且 $\mu^{\text{H}} - \mu^2\text{H}$ 兰姆位移测量核电荷半径同位素位移的结果与相应的电子原子能谱测量值相差 2.6σ ^[57].CREMA合作组又于2021年与2023年分别测量了 $\mu^4\text{He}^+$ 与 $\mu^3\text{He}^+$ 的兰姆位移,并确定了 ^4He 与 ^3He

表1 不同 μ 原子中 δ_{TPE} 的计算结果和理论误差(单位meV).结果被分解为弹性部分和核极化部分,以及单核子部分.数据来源于文献^[51]

Table 1. Theoretical prediction and uncertainty of δ_{TPE} in various muonic atoms (in unit of meV). The results are decomposed into elastic, polarizability, and single-nucleon parts. Data collected from Ref. ^[51].

	δ_{el}^N	δ_{pol}^N	δ_{el}^A	δ_{pol}^A	δ_{TPE}
$\mu^2\text{H}$	-0.030(02)	-0.020(10)	-0.423(04)	-1.245(13)	-1.718(17)
$\mu^3\text{H}$	-0.033(02)	-0.031(17)	-0.227(06)	-0.480(11)	-0.771(22)
$\mu^3\text{He}^+$	-0.52(03)	-0.25(13)	-10.49(23)	-4.23(18)	-15.49(33)
$\mu^4\text{He}^+$	-0.54(03)	-0.34(20)	-6.14(31)	-2.35(13)	-9.37(44)

的核电荷半径分别为 $r_a = 1.67824(83)$ fm 与 $r_h = 1.97007(94)$ fm^[9,10]. 实验同时确定了 ^3He 电荷半径的同位素位移, 这一结果为电子原子精密谱测量该同位素位移时存在的争议^[58-63] 提供了新的参考数据.

传统理论在对 HFS 中 TPE 效应的预测精度上存在困难. 利用核力零程近似计算 ^2H 1S HFS 中的 TPE 效应^[64,65] 与 $\nu_{\text{exp}}(^2\text{H}) - \nu_{\text{QED}}(^2\text{H}) = 45.2$ kHz 在 5% 范围内一致^[13,25]. 该理论方法又被文献^[66] 扩展到估算 $\mu^2\text{H}$ 2S 态 HFS 中的 TPE 效应^[67,68]. 然而, 核力零程近似在对核长程渐近行为的描述上存在 33% 的偏差, 并且理论中能量积分截断的选取具有任意性, 因而理论存在很大的不确定度, 与实验的符合存在偶然.

另一种传统理论方法则基于 Low-term 公式, 利用准完备性近似合并 TPE 中的弹性与非弹性贡献, 使 TPE 在该近似下仅依赖原子核基态的波函数. 然而, 当核激发的动量尺度与轻子质量相当时, 该近似改变了积分的低动量依赖. Low-term 公式预测的 ^2H 1S 态的 TPE 效应为 46 kHz^[26,69]. 然而, 由于计算中忽略了单核子 TPE 贡献的反冲与极化效应, 与 $\nu_{\text{exp}} - \nu_{\text{QED}}$ 的符合具有偶然性. 考虑单核子贡献修正后的 TPE 预测结果应该为 $E_{\text{TPE,mod}}(^2\text{H}) = 64$ kHz, 与 $\nu_{\text{exp}} - \nu_{\text{QED}}$ 相差 43%. Kalinowski 等^[70] 通过引入高阶极化修正扩展了 Low-term 公式, 并用于计算 $\mu^2\text{H}$ 2S 态中的 TPE 效应, 得到的计算结果为 $E_{\text{TPE}}(\mu^2\text{H}) = 0.0383(86)$ meV, 仅占 $\nu_{\text{exp}}(\mu^2\text{H}) - \nu_{\text{QED}}(\mu^2\text{H}) = 0.0966(73)$ meV 的 40%^[68]. 由于这一

计算引入了原子核激发能的幂次展开, 可能过分强调了极化修正中的高能贡献, 并导致与 Low-term 贡献的显著抵消, 造成与实验结果的差异.

利用无 π 介子有效场理论核力, TPE 核结构效应对 $e^2\text{H}$ 与 $\mu^2\text{H}$ 中 HFS 的修正, 分解为核结构弹性贡献与核极化贡献. 单核子 TPE 效应的贡献可通过将质子与中子的 TPE 效应^[71-74] 经由原子波函数的比例关系转化为对 $e^2\text{H}$ 与 $\mu^2\text{H}$ 中的贡献. 表 2 总结了 ^2H 和 $\mu^2\text{H}$ 中的弹性、核极化和单核子 TPE 效应及其理论误差, 并与测量值和其他理论预测进行了比较. 理论误差主要来源于无 π 介子有效场理论在次领头阶截断的高阶修正误差^[29]、核子电磁形状因子参数误差^[75-78]、色散关系分析提取单核子 TPE 效应的理论误差、以及高阶三光子交换效应修正误差 ($\Delta_{3\gamma}$)^[70]. 这项最新研究中, 计算的 ^2H 1S HFS 中的 TPE 贡献为 41.7(4.4) kHz. 这和 HFS 的实验测量值与 QED 理论预测值之间的差异 $\nu_{\text{exp}} - \nu_{\text{QED}}$ 在 1σ 内符合. 预测的 $\mu^2\text{H}$ 2S HFS 中的 TPE 贡献为 0.117(13) meV, 超出实验-QED 差异 17%, 但在 1.3σ 范围内符合.

5 结 论

本文系统回顾并深入探讨了 TPE 效应对轻质量电子原子及缪原子兰姆位移和 HFS 修正的理论框架及研究进展. 探讨了利用核子-核子间相互作用模型, 并结合 LS 方程、EIH 量子多体方法和 Lanczos 求和规则算法, 对 TPE 效应在一系列原

表 2 单质子、单中子、核弹性和核极化 TPE 效应对 ^2H 与 $\mu^2\text{H}$ 中 HFS 的修正. 数据来源于文献^[29]

Table 2. The single-proton, single-neutron, nuclear elastic, and nuclear-polarizability TPE contributions to HFS in ^2H and $\mu^2\text{H}$. Data from Ref. ^[29].

	^2H (1S)/kHz	$\mu^2\text{H}$ (1S)/meV	$\mu^2\text{H}$ (2S)/meV
E_{el}	-42.1(2.1)	-0.984(46)	-0.123(6)
E_{pol}	109.8(4.5)	2.86(12)	0.358(14)
$E_{\text{nucl}} = E_{\text{el}} + E_{\text{pol}}$	67.7(4.2)	1.878(88)	0.235(11)
E_{1p} ^[71]	-35.54(8)	-1.018(2)	-0.1272(2)
E_{1n} ^[72]	9.6(1.0)	0.079(32)	0.010(4)
$\Delta_{3\gamma}$	± 0.49	± 0.052	± 0.0065
E_{TPE}	41.7(4.4)	0.94(11)	0.117(13)
Ref. ^[64,65]	43		
Ref. ^[26,69] mod	64.5		
Ref. ^[70]		0.304(68)	0.0383(86)
$\nu_{\text{exp}} - \nu_{\text{QED}}$ ^[25,68]	45.2		0.0966(73)

注: “mod”对原文献修正核子反冲与极化效应; TPE效应在 $\mu^2\text{H}$ 的1S和2S态中相差8倍.

子光谱中的贡献的第一性原理研究. 通过对不同核力模型的比较分析和误差来源的系统评估, 有效地分析核理论误差对 TPE 效应的影响, 从而提供高精度且可靠的理论预测结果.

研究表明, 深入理解 TPE 效应对于提高原子光谱实验对核电荷半径及 Zemach 半径等核结构信息的测量精度至关重要. 为了进一步提升 TPE 效应的理论精度, 未来的研究需要发展更精确的核力理论, 提升量子多体计算的效率和精度, 并扩展核理论计算对 TPE 效应研究的应用范围. 通过与高精度原子光谱实验的进一步结合, 这些努力将有助于深化对核结构和核子-核子相互作用的理解, 检验高阶 QED 理论, 为解决质子半径难题及相关核半径测量问题提供新的见解.

参考文献

- [1] Mohr P J, Taylor B N, Newell D B 2012 *Rev. Mod. Phys.* **84** 1527
- [2] Pohl R, Antognini A, Nez F, et al. 2010 *Nature* **466** 213
- [3] Antognini A, Nez F, Schuhmann K, et al. 2013 *Science* **339** 417
- [4] Mohr P J, Newell D B, Taylor B N 2016 *Rev. Mod. Phys.* **88** 035009
- [5] Xiong W, Gasparian A, Gao H, et al. 2019 *Nature* **575** 147
- [6] Bernauer J C, Achenbach P, Ayerbe Gayoso C, et al. 2010 *Phys. Rev. Lett.* **105** 242001
- [7] Gilman R, Downie E J, Ron G, et al. 2017 arXiv:1709.09753 [physics.ins-det]
- [8] Pohl R, Nez F, Fernandes L M P, et al. 2016 *Science* **353** 669
- [9] Krauth J J, Schuhmann K, Ahmed M A, et al. 2021 *Nature* **589** 527
- [10] Schuhmann K, Fernandes L M P, Nez F, et al. 2023 arXiv:2305.11679 [physics.atom-ph]
- [11] Borie E 2012 *Annals of Physics* **327** 733
- [12] Hellwig H, Vessot R F C, Levine M W, Zitzewitz P W, Allan D W, Glaze D J 1970 *IEEE Trans. Inst. Meas.* **19** 200
- [13] Wineland D J, Ramsey N F 1972 *Phys. Rev. A* **5** 821
- [14] Rosner S D, Pipkin F M 1970 *Phys. Rev. A* **1** 571
- [15] Kowalski J, Neumann R, Noehte S, Scheffzek K, Suhr H, Putlitz G z 1983 *Hyp. Int.* **15** 159
- [16] Guan H, Chen S, Qi X Q, et al. 2020 *Phys. Rev. A* **102** 030801
- [17] Sun W, Zhang P P, Zhou P, et al. 2023 *Phys. Rev. Lett.* **131** 103002
- [18] Sato M, Ishida K, Iwasaki M, et al. 2014 *20th International Conference on Particles and Nuclei* (Hamburg, Germany), August 24, 2014 pp460–463
- [19] Pizzolotto C, Adamczak A, Bakalov D, et al. 2020 *Eur. Phys. J. A* **56** 185
- [20] Amaro P, Adamczak A, Ahmed M A, et al. 2022 *SciPost Phys.* **13** 020
- [21] Ohayon B, Abeln A, Bara S, et al. 2024 *MDPI Phys.* **6** 206
- [22] Strasser P, Fukumura S, Ino T, et al. 2023 *J. Phys.: Conf. Ser.* **2462** 012023
- [23] Schwartz C 1955 *Phys. Rev.* **97** 380
- [24] Woodgate G K 1983 *Elementary Atomic Structure*. (2nd Ed.) (London, England: Oxford University Press) pp168–174
- [25] Eides M I, Grotch H, Shelyuto V A 2001 *Phys. Rep.* **342** 63
- [26] Friar J L, Payne G L 2005 *Phys. Rev. C* **72** 014002
- [27] Rosenfelder R 1983 *Nucl. Phys. A* **393** 301
- [28] Leidemann W, Rosenfelder R 1995 *Phys. Rev. C* **51** 427
- [29] Ji C, Zhang X, Platter L 2024 *Phys. Rev. Lett.* **133** 042502
- [30] Friar J, Rosen M 1974 *Annals of Physics* **87** 289
- [31] Zemach A C 1956 *Phys. Rev.* **104** 1771
- [32] Friar J, Sick I 2004 *Phys. Lett. B* **579** 285
- [33] Carlson C E, Nazaryan V, Griffioen K 2011 *Phys. Rev. A* **83** 042509
- [34] Kamada H, Nogga A, Glöckle W, et al. 2001 *Phys. Rev. C* **64** 044001
- [35] Leidemann W, Orlandini G 2013 *Prog. Part. Nucl. Phys.* **68** 158
- [36] Efros V D, Leidemann W, Orlandini G 1994 *Phys. Lett. B* **338** 130
- [37] Efros V D, Leidemann W, Orlandini G, Barnea N 2007 *J. Phys. G* **34** R459
- [38] Nevo Dinur N, Barnea N, Ji C, Bacca S 2014 *Phys. Rev. C* **89** 064317
- [39] Hernandez J O, Ji C, Bacca S, Nevo Dinur N, Barnea N 2014 *Phys. Lett. B* **736** 344
- [40] Hernandez O, Ekström A, Dinur N N, Ji C, Bacca S, Barnea N 2018 *Phys. Lett. B* **778** 377
- [41] Pachucki K 2011 *Phys. Rev. Lett.* **106** 193007
- [42] Pachucki K, Wienczek A 2015 *Phys. Rev. A* **91** 040503
- [43] Hernandez O J, Ji C, Bacca S, Barnea N 2019 *Phys. Rev. C* **100** 064315
- [44] Friar J L 2013 *Phys. Rev. C* **88** 034003
- [45] Emmons S B, Ji C, Platter L 2021 *J. Phys. G* **48** 035101
- [46] Lensky V, Hagelstein F, Pascalutsa V 2022 *Eur. Phys. J. A* **58** 224
- [47] Lensky V, Hagelstein F, Pascalutsa V 2022 *Phys. Lett. B* **835** 137500
- [48] Carlson C E, Gorchtein M, Vanderhaeghen M 2014 *Phys. Rev. A* **89** 022504
- [49] Nevo Dinur N, Ji C, Bacca S, Barnea N 2016 *Phys. Lett. B* **755** 380
- [50] Ji C, Nevo Dinur N, Bacca S, Barnea N 2013 *Phys. Rev. Lett.* **111** 143402
- [51] Ji C, Bacca S, Barnea N, Hernandez O J, Nevo-Dinur N 2018 *J. Phys. G* **45** 093002
- [52] Wiringa R B, Stoks V G J, Schiavilla R 1995 *Phys. Rev. C* **51** 38
- [53] Pudliner B S, Pandharipande V R, Carlson J, Wiringa R B 1995 *Phys. Rev. Lett.* **74** 4396
- [54] Entem D R, Machleidt R 2003 *Phys. Rev. C* **68** 041001
- [55] Navrátil P 2007 *Few-Body Syst.* **41** 117
- [56] Pohl R, Nez F, Udem T, et al. 2017 *Metrologia* **54** L1
- [57] Parthey C G, Matveev A, Alnis J, Pohl R, Udem T, Jentschura U D, Kolachevsky N, Hänsch T W 2010 *Phys. Rev. Lett.* **104** 233001
- [58] Shiner D, Dixson R, Vedantham V 1995 *Phys. Rev. Lett.* **74** 3553
- [59] van Rooij R, Borbely J S, Simonet J, Hoogerland M D, Eikema K S E, Rozendaal R A, Vassen W 2011 *Science* **333** 196
- [60] Cancio Pastor P, Consolino L, Giusfredi G, De Natale P, Inguscio M, Yerokhin V A, Pachucki K 2012 *Phys. Rev. Lett.* **108** 143001

- [61] Zheng X, Sun Y R, Chen J J, Jiang W, Pachucki K, Hu S M 2017 *Phys. Rev. Lett.* **119** 263002
- [62] Rengelink R J, Werf Y, Notermans R P M J W, Jamin R, Eikema K S E, Hoogerland M D, Vassen W 2018 *Nature Phys.* **14** 1132
- [63] Huang Y J, Guan Y C, Peng J L, Shy J T, Wang L B 2020 *Phys. Rev. A* **101** 062507
- [64] Khriplovich I B, Milshtein A I, Petrosian S S 1996 *Phys. Lett. B* **366** 13
- [65] Khriplovich I B, Milstein A I 2004 *J. Exp. Theor. Phys.* **98** 181
- [66] Faustov R N, Martynenko A P 2003 *Phys. Rev. A* **67** 052506
- [67] Faustov R N, Martynenko A P, Martynenko G A, Sorokin V V 2014 *Phys. Rev. A* **90** 012520
- [68] Krauth J J, Diepold M, Franke B, Antognini A, Kottmann F, Pohl R 2016 *Ann. Phys.* **366** 168
- [69] Friar J L, Payne G L 2005 *Phys. Lett. B* **618** 68
- [70] Kalinowski M, Pachucki K, Yerokhin V A 2018 *Phys. Rev. A* **98** 062513
- [71] Antognini A, Hagelstein F, Pascalutsa V 2022 *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* **72** 389
- [72] Tomalak O 2019 *Eur. Phys. J A* **55** 64
- [73] Antognini A, Lin Y H, Meißner U G 2022 *Phys. Lett. B* **835** 137575
- [74] Tomalak O 2019 *Phys. Rev. D* **99** 056018
- [75] Lin Y H, Hammer H W, Meißner U G 2021 *Phys. Lett. B* **816** 136254
- [76] Lin Y H, Hammer H W, Meißner U G 2021 *Eur. Phys. J. A* **57** 255
- [77] Lin Y H, Hammer H W, Meißner U G 2022 *Phys. Rev. Lett.* **128** 052002
- [78] Kelly J J 2004 *Phys. Rev. C* **70** 068202

SPECIAL TOPIC—Precision spectroscopy of few-electron atoms and molecules

Nuclear structure effects to atomic Lamb shift and hyperfine splitting*

Ji Chen^{1)2)†}1) (*Key Laboratory of Quark and Lepton Physics, Institute of Particle Physics, Central China Normal University, Wuhan 430079, China*)2) (*Southern Center for Nuclear-Science Theory, Institute of Modern Physics, Chinese Academy of Sciences, Huizhou 516000, China*)

(Received 31 July 2024; revised manuscript received 8 September 2024)

Abstract

The development of precision atomic spectroscopy experiments and theoretical advancements plays a crucial role in measuring fundamental physical constants and testing quantum electrodynamics (QED) theories. It also provides a significant platform for studying the internal structure of atomic nuclei and developing high-precision nuclear structure theories. Nuclear structure effects such as charge distribution, magnetic moment distribution, and nuclear polarizability have been accurately determined in many atomic spectroscopy experiments, significantly enhancing the precision of nuclear structure detection.

This paper systematically reviews the theoretical research and developments on the corrections of two-photon exchange (TPE) effects on the Lamb shift and hyperfine structure (HFS) in light ordinary and muonic atoms. Advanced nuclear force models and *ab initio* methods are employed to analyze the TPE nuclear structure corrections to the Lamb shift in a series of light muonic atoms. The paper compares the calculation of TPE effects from various nuclear models and evaluates the model dependencies and theoretical uncertainties of TPE effect predictions.

Furthermore, the paper discusses the significant impact of TPE theory on explaining the discrepancies between experimental measurements and QED theoretical predictions in atomic hyperfine structures, resolving the accuracy difficulties in traditional theories. Detailed analyses of TPE effects on HFS in electronic and muonic deuterium using pionless effective field theory show good agreement with experimental measurements, validating the accuracy of theoretical predictions.

The theoretical studies of TPE effects in light atoms are instrumental for determining nuclear charge radii and Zemach radii from spectroscopy measurements. These results not only enhance the understanding of nuclear structure and nuclear interactions but also offer crucial theoretical guidance for future experiments, thereby advancing the understanding of the proton radius puzzle and related studies.

Keywords: two-photon exchange, nuclear *ab initio* method, Lamb shift, hyperfine splitting

PACS: 21.45.-v, 21.60.De, 25.20.-x, 36.10.Ee

DOI: [10.7498/aps.73.20241063](https://doi.org/10.7498/aps.73.20241063)

CSTR: [32037.14.aps.73.20241063](https://cstr.cn/32037.14.aps.73.20241063)

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 12175083, 12335002, 11805078).

† E-mail: jichen@ccnu.edu.cn

原子兰姆位移与超精细结构中的核结构效应

计晨

Nuclear structure effects to atomic Lamb shift and hyperfine splitting

Ji Chen

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 73, 202101 (2024) DOI: 10.7498/aps.73.20241063

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.73.20241063>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

磁场中HD分子振转跃迁的超精细结构

Hyperfine structure of ro-vibrational transition of HD in magnetic field

物理学报. 2021, 70(17): 170301 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20210512>

氢分子离子超精细结构理论的综述

Review of the hyperfine structure theory of hydrogen molecular ions

物理学报. 2024, 73(20): 203104 <https://doi.org/10.7498/aps.73.20241101>

类铝离子钟跃迁能级的超精细结构常数和朗德g因子

Hyperfine interaction constants and Landé g factors of clock states of Al-like ions

物理学报. 2023, 72(22): 223101 <https://doi.org/10.7498/aps.72.20230940>

三元Hf-C-N体系的空位有序结构及其力学性质和电子性质的第一性原理研究

First-principles study of vacancy ordered structures, mechanical properties and electronic properties of ternary Hf-C-N system

物理学报. 2021, 70(21): 216101 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20210244>

高电荷态类硼离子 $^2P_{3/2} \rightarrow ^2P_{1/2}$ 跃迁的实验和理论研究进展

Experimental and theoretical research progress of $^2P_{1/2} \rightarrow ^2P_{3/2}$ transitions of highly charged boron-like ions

物理学报. 2024, 73(20): 203102 <https://doi.org/10.7498/aps.73.20241190>

BrF分子电磁偶极跃迁转动超精细微波谱模拟

Simulation of hyperfine-rotational spectrum of electromagnetic dipole transition rotation of BrF molecules

物理学报. 2023, 72(4): 043301 <https://doi.org/10.7498/aps.72.20221957>